Školsko natjecanje iz fizike 2025./2026.

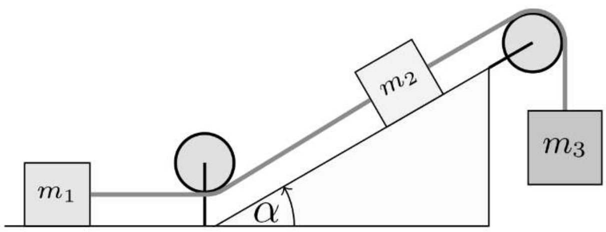
Srednje škole – 1. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita učenici ne smiju imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje treba se koristiti kemijskom olovkom ili nalivperom. Učenici pri ruci ne smiju imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

1. zadatak (10 bodova)

Tijelo A giba se cijelo vrijeme jednoliko pravocrtno brzinom 10 m/s. Kada tijelo A susretne B, tijelo B jednoliko ubrzava iz stanja mirovanja te nakon 10 s ponovno susreće tijelo A, nakon čega B usporava suprotnom akceleracijom od prethodne, sve do trećeg susreta. Za tijelo B odredite ukupni put koji je prešlo do trećeg susreta, iznos akceleracije te njegovu maksimalnu i konačnu brzinu.

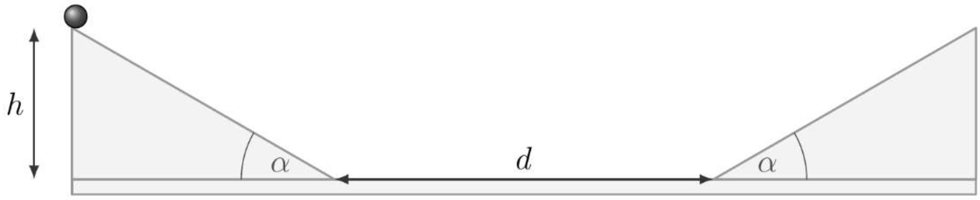
2. zadatak (10 bodova)



Tri bloka povezana su nerastezljivim užetom zanemarive mase prebačenim preko kolotura zanemarivih masa, kao na slici. Koeficijent trenja između blokova i podloga iznosi $\mu = 0.2$. Ako je $m_1 = m_2 = 2$ kg i $\alpha = 30°$, koliko iznosi masa m_3 bloka koji se spušta jednoliko brzinom 1 m/s? Nacrtajte dijagram svih sila koje djeluju na pojedini blok.

3. zadatak (10 bodova)

Tijelo mase $m = 5$ g nalazi se $h = 1$ m iznad horizontalne podloge na kosini koja s horizontalom zatvara kut $\alpha = 30°$, kao na slici. Tijelo je pušteno iz stanja mirovanja te se giba niz kosinu, potom po horizontalnoj podlozi duljine $d = 3$ m i zatim uz kosinu koja s horizontalom zatvara kut $\alpha = 30°$. Koeficijent trenja svugdje iznosi $\mu = 0.05$, a ubrzanje slobodnoga pada $g = 9.81$ m/s^2. Odredite ukupni put koji je prešlo tijelo do prvog zaustavljanja.



4. zadatak (10 bodova)

Automobil Rimac Nevera jednoliko ubrzava iz mirovanja te za 1 s prijeđe 10 m, a zatim u 3 uzastopna intervala po 1 s ima jednolike akceleracije, pri čemu je svaka za 5 m/s^2 manja od prethodne. Potom, jednoliko usporavajući do zaustavljanja, prijeđe 125 m. Nacrtajte graf ovisnosti brzine u vremenu.

5. zadatak (10 bodova)

U trenutku $t_0 = 0$ na tijelo mase m, koje se gibalo pravocrtno brzinom $v_0 > 0$, počne djelovati konstantna sila F u smjeru gibanja do trenutka T, nakon kojega djeluje suprotna sila dvostrukog iznosa dok se tijelo ne zaustavi. Izrazite vrijeme proteklo od početnog trenutka do zaustavljanja pomoću zadanih veličina.

Školsko natjecanje iz fizike 2025./2026.
Srednje škole – 1. skupina

Rješenja i smjernice za bodovanje

U smjernicama je naveden samo jedan mogući način rješavanja, a treba priznati i bilo koji drugi ispravan postupak. Boduju se i drugi zapisi ako su u skladu s odabranim referentnim sustavom i napisanim jednadžbama u mjernim jedinicama po slobodnom izboru. Ako su preskočene trivijalne linije koje se boduju, a jednadžbe u nastavku su dobre, priznaju se bodovi kao da je napisano sve. Ne boduju se formule u kojima je upisan kriv iznos neke fizičke veličine. Dodjeljuju se samo cjelobrojni bodovi. Svaka novouvedena veličina treba biti jasno definirana ili označena na skici.

1. zadatak (10 bodova)

Neka su vremena susreta redom $t_0 = 0, t_1 = 10\ \mathrm{s}$ i t_2. Tijelo A giba se brzinom $v_\mathrm{A} = 10\ \mathrm{m/s}$.
U prvom vremenskom intervalu, $\Delta t_{01} = t_1 - t_0 = t_1$, tijela prijeđu jednake putove

[1 bod] $s_1 = v_\mathrm{A}\, t_1 = 100\ \mathrm{m}$,

[1 bod] $s_1 = 0.5\, a_\mathrm{B}\, t_1^2$,

pa je iznos akceleracije tijela B

[1 bod] $a_\mathrm{B} = 2\, s_1/t_1^2\ = 2\ \mathrm{m/s^2}$.

U trenutku t_1, tijelo B postiže maksimalnu brzinu

[1 bod] $v_\mathrm{B1} = a_\mathrm{B}\, t_1$,

[1 bod] $v_\mathrm{B1} = 20\ \mathrm{m/s}$.

U drugom vremenskom intervalu, $\Delta t_{12} = t_2 - t_1$, zbog susreta na početku i na kraju, tijela također prijeđu jednake putove

[1 bod] $s_2 = v_\mathrm{A}\, \Delta t_{12}$,

[1 bod] $s_2 = v_\mathrm{B1}\, \Delta t_{12} - 0.5\, a_\mathrm{B}\, \Delta t_{12}^2$,

$v_\mathrm{A}\, \Delta t_{12} = v_\mathrm{B1}\, \Delta t_{12} - 0.5\, a_\mathrm{B}\, \Delta t_{12}^2$.

Dijeleći s Δt_{12} dobivamo

$v_\mathrm{A} = v_\mathrm{B1} - 0.5\, a_\mathrm{B}\, \Delta t_{12}$,

[1 bod] iz čega slijedi

$\Delta t_{12} = 2\,(v_\mathrm{B1} - v_\mathrm{A})/a_B = 10\ \mathrm{s}$.

Konačna brzina tijela B iznosi

[1 bod] $v_\mathrm{B} = v_\mathrm{B1} - a_\mathrm{B}\, \Delta t_{12} = 0\ \mathrm{s}$.

Tijelo B prešlo je ukupni put

[1 bod] $s = s_1 + s_2 = 200\ \mathrm{m}$.

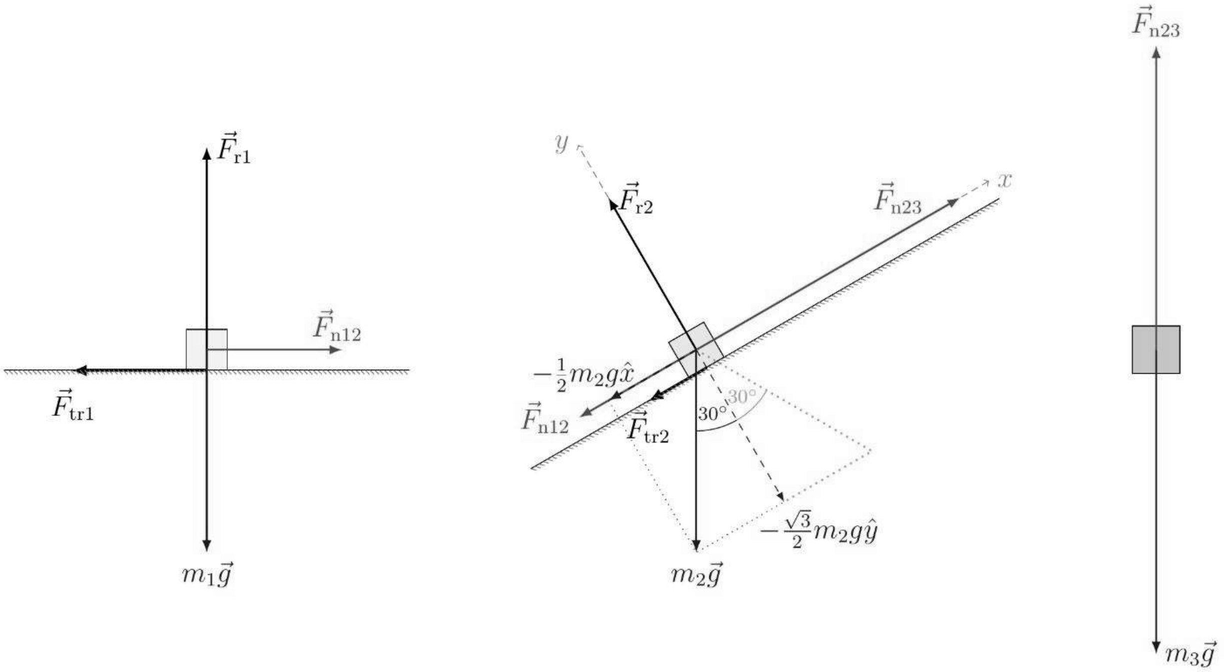
Napomena: treba priznati bodove i ako su zaključci proizišli iz suprotnih akceleracija jer tijelu treba jednako da uspori koliko mu je trebalo da ubrza pri čemu prevaljuje iste puteve.

2. zadatak (10 bodova)

[1 bod] Tri bloka povezana su nerastezljivim užetom pa se gibaju jednoliko brzinom $1\ \mathrm{m/s}$ što znači da je ukupna sila na svako tijelo 0 N, odnosno akceleracija svakog tijela $a = 0$.
Na sljedećoj slici prikazani su dijagrami sila na blokove, a boduju se za pojedino tijelo ako su pravilno orijentirane (duljine strelica ne moraju biti sumjerljive iznosima sila):

[1 bod] sile na m_1 paralelne podlozi, **[1 bod]** napetosti užadi na m_2, **[1 bod]** sile na m_3,

[1 bod] sile na m_1 okomite na podlogu, **[1 bod]** gravitacijska sila, sila trenja i reakcija podloge na m_2.



Komponente gravitacijske sile mogu se izraziti iz jednakostraničnog/pravokutnog trokuta: duž kosine kao $m_2\ g/2$ ili $m_2 g \sin 30°$, a okomita na kosinu kao $m_2 g\sqrt{3}/2$ ili $m_2 g \cos 30°$.
Priznaju se svi bodovi u nizu ako su preskočene očite linije i napisana gotova jednadžba, npr. odmah uračunato $a = 0$ ili sile napetosti i reakcije podloge izražene napamet zbog ravnoteže.
Primjenom II. Newtonova zakona na svako tijelo dobivamo sustav jednadžbi:

[1 bod] $F_{\mathrm{n12}} - F_{\mathrm{tr1}} = m_1 \cdot 0 \implies F_{\mathrm{n12}} = \mu F_{\mathrm{r1}} = \mu m_1\ g,$ (1)

[1 bod] $F_{\mathrm{n23}} - m_2 g/2 - (F_{\mathrm{tr2}} = \mu F_{\mathrm{r2}}) - F_{\mathrm{n12}} = m_2 \cdot 0 \implies F_{\mathrm{n23}} = m_2 g/2 + \sqrt{3}\mu m_2 g/2 + F_{\mathrm{n12}}$ (2)

[1 bod] $F_{\mathrm{n23}} - \mathrm{m}_3\ g = m_3 \cdot 0 \implies F_{\mathrm{n23}} = m_3\ g$ (3)

Uvrštavanjem (1) u (2) te (2) u (3) slijedi

$$m_3\ g = \frac{1}{2}m_2\ g + \frac{\sqrt{3}}{2}\mu\ m_2\ g + \mu\ m_1\ g$$

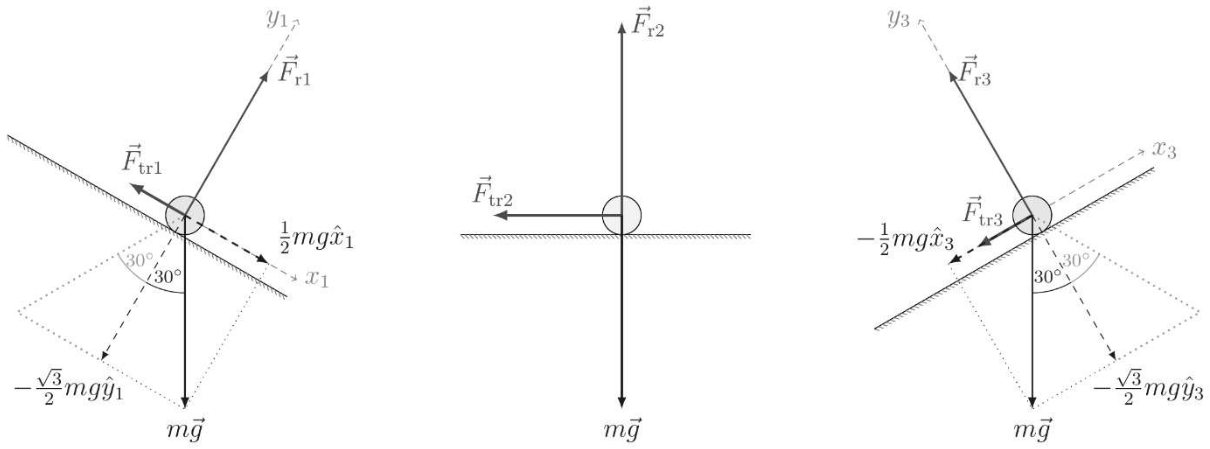
$$m_3 = \frac{1}{2}m_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\mu\ m_2 + \mu\ m_1$$

[1 bod]

$$m_3 \approx 1.75\ \mathrm{kg}.$$

3. zadatak (10 bodova)

Sile koje djeluju na tijelo na 3 različita dijela puta prikazane su na slici. Indeksi 1, 2, 3 označavaju veličine koje se redom odnose na prvi, drugi i treći dio puta, odnosno ubrzavanje niz kosinu, usporavanje po horizontalnoj podlozi te usporavanje uz kosinu.



Komponente sila okomite na podlogu poništavaju se pa reakcije podloga iznose

[1 bod] $F_{\mathrm{r1}} = \sqrt{3}mg/2$, $F_{\mathrm{r2}} = mg$, $F_{\mathrm{r3}} = \sqrt{3}mg/2$.

Prema II. Newtonovu zakonu iz sila paralelnih podlogama,

[1 bod] $ma_1 = mg/2 - F_{\mathrm{tr1}} = mg/2 - \mu F_{\mathrm{r1}} = mg/2 - \sqrt{3}\mu mg/2$,

[1 bod] $ma_2 = -F_{\mathrm{tr2}} = -\mu F_{\mathrm{r2}} = -\mu mg$,

[1 bod] $ma_3 = -mg/2 - F_{\mathrm{tr3}} = -mg/2 - \mu F_{\mathrm{r3}} = -mg/2 - \sqrt{3}\mu mg/2$,

slijede akceleracije $a_1 \approx 4.48\ \mathrm{ms^{-2}}$, $a_2 \approx -0.491\ \mathrm{ms^{-2}}$, $a_3 \approx -5.33\ \mathrm{ms^{-2}}$.

Iz polovice jednakostraničnog trokuta zaključujemo da je duljina kosine (prvi dio puta)

[1 bod] $s_1 = 2h = 2\ \mathrm{m}$. (1)

Tijelo na dnu kosine postiže brzinu

[1 bod] $v_1 = \sqrt{2a_1 s_1}$,

$v_1 \approx 4.23\ \mathrm{m/s}$,

u trenutku $t_1 = v_1/a_1 \approx 0.944\ \mathrm{s}$.

Duž horizontalne podloge tijelo prelazi put

$s_2 = d = 3\ \mathrm{m}$ (2)

gdje mu brzina pada na

[1 bod] $v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2a_2 s_2}$,

$v_2 \approx 3.87\ \mathrm{m/s}$,

u trenutku $t_2 = t_1 + (v_2 - v_1)/a_2 \approx 1.68\ \mathrm{s}$

te potom na

$v_3 = 0\ \mathrm{m/s}$

kada se tijelo zaustavi u trenutku

[1 bod] $t_3 = t_2 + (v_3 - v_2)/a_3$.

Od t_2 do $t_3 \approx 2.41$ s tijelo je uz kosinu prešlo put

[1 bod] $s_3 = v_2(t_3 - t_2) + 0.5a_3(t_3 - t_2)^2$

pa je do prvog zaustavljanja uz (1) i (2) prešlo ukupni put

[1 bod] $s = s_1 + s_2 + s_3 \approx 6.4\ \mathrm{m}$.

4. zadatak (10 bodova)

Automobil u početnom trenutku miruje, $t_0 = 0$ s, $v_0 = 0$ m/s,
a do trenutka $t_1 = 1$ s prelazi put $s_1 = 10$ m jednoliko ubrzavajući akceleracijom
$a_0 = 2\, s_1/(t_1 - t_0)^2 = 20\ \mathrm{m/s^2}$
pri čemu postiže brzinu

[1 bod] $v_1 = v_0 + a_0(t_1 - t_0) = 20\ \mathrm{m/s}$.

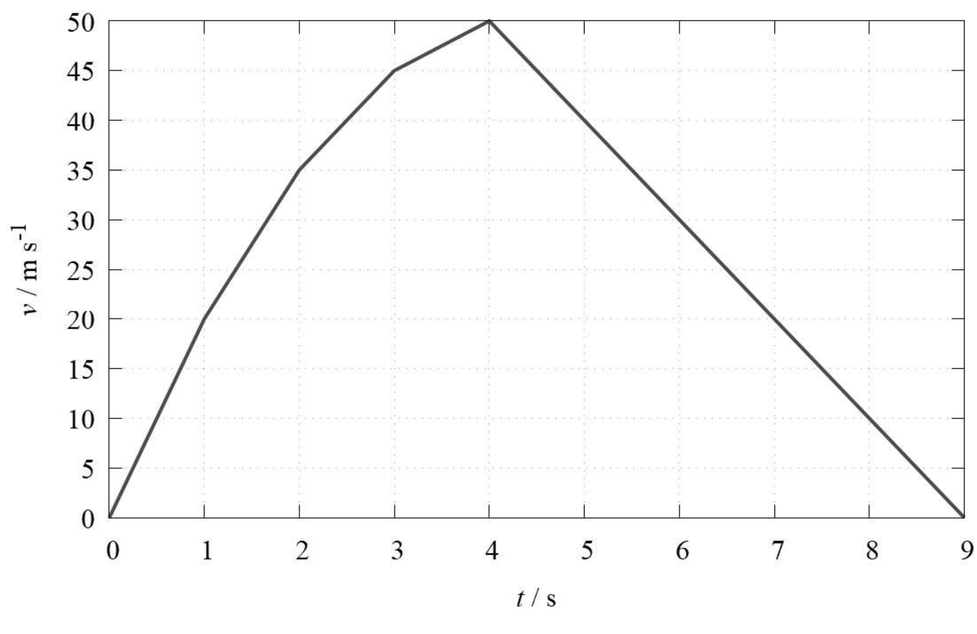
U sljedeća 3 intervala po $\Delta t = 1$ s akceleracije su redom
$a_1 = a_0 - 5\ \mathrm{m/s^2} = 15\ \mathrm{m/s^2}$, (priznaje se i izbor $20\ \mathrm{m/s^2}$ te sve dalje prilagođeno njemu)
$a_2 = a_1 - 5\ \mathrm{m/s^2} = 10\ \mathrm{m/s^2}$,
$a_3 = a_2 - 5\ \mathrm{m/s^2} = 5\ \mathrm{m/s^2}$,
te brzine redom u $t_2 = 2$ s, $t_3 = 3$ s i $t_4 = 4$ s:
$v_2 = v_1 + a_1\, \Delta t = 35\ \mathrm{m/s}$,
$v_3 = v_2 + a_2\, \Delta t = 45\ \mathrm{m/s}$,

[1 bod] $v_4 = v_3 + a_3\, \Delta t = 50\ \mathrm{m/s}$.

U konačnom trenutku t_5 automobil se zaustavlja ($v_5 = 0$) prelazeći od t_4 put $s_5 = 125$ m,
$v_5^2 = v_4^2 + 2\, a_4\, s_5$
pa je akceleracija od t_4 do t_5
$a_4 = -0.5\, v_4^2/s_5 = -10\ \mathrm{m/s^2}$.
Dakle, trenutak zaustavljanja iznosi

[1 bod] $t_5 = t_4 + (v_5 - v_4)/a_4 = 9$ s.

Graf ovisnosti brzine u vremenu prikazan je na slici



gdje su istaknuti:

[1 bod] vrijeme i mjerna jedinica na horizontalnoj osi t/s,

[1 bod] brzina i mjerna jedinica na vertikalnoj osi $v/\mathrm{m\,s^{-1}}$,

[1 bod] točno prikazana linearna ovisnost brzine o vremenu za $t \in [0,1]$ s,

[1 bod] točno prikazana linearna ovisnost brzine o vremenu za $t \in [1,2]$ s,

[1 bod] točno prikazana linearna ovisnost brzine o vremenu za $t \in [2,3]$ s,

[1 bod] točno prikazana linearna ovisnost brzine o vremenu za $t \in [3,4]$ s,

[1 bod] točno prikazana linearna ovisnost brzine o vremenu za $t \in [4,9]$ s.

5. zadatak (10 bodova)

[1 bod] Impuls sile $F\ \Delta t = m\ \Delta v$ ili sila prema 2. Newtonovu zakonu $F = m\ a_1$ u prvom vremenskom intervalu iznosi

[1 bod] $F(T - 0) = m(v_1 - v_0)$ ili $F = m(v_1 - v_0)/T$ iz čega slijedi brzina na kraju prvog intervala

[1 bod] $v_1 = v_0 + F\ T/m.$ (1)

[1 bod] U drugom vremenskom intervalu sila je $-2F$ pa akceleracija iznosi

[1 bod] $a_2 = -2F/m.$ (2)

[1 bod] Na kraju drugog intervala tijelo se zaustavlja u trenutku t_2 pa je konačna brzina 0,

[1 bod] $0 = v_1 + a_2(t_2 - T).$

Izrazimo vremenski interval i uvrstimo (2),

[1 bod] $t_2 - T = -v_1/a_2 = m\ v_1/(2F)$

iz čega uz brzinu iz (1) slijedi da je do zaustavljanja proteklo vrijeme

[1 bod]

$$t_2 = T + \frac{m}{2F}\left(v_0 + F\ \frac{T}{m}\right)$$

[1 bod]

$$t_2 = \frac{3}{2}T + \frac{mv_0}{2F}.$$

Školsko natjecanje iz fizike 2025./2026.

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita učenici ne smiju imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje treba se koristiti kemijskom olovkom ili nalivperom. Učenici pri ruci ne smiju imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

1. zadatak (11 bodova)

Srebrna šipka oblika cilindra uspravno je položena u visoku cilindričnu čašu površine baze 1 dm^2. Čaša je zanemarive mase te ima zanemarivu debljinu stijenke. Šipka ima površinu baze jednaku 9 cm^2.

(a) Ako u čašu dolijemo 910 mL žive, šipka taman počne plutati u živi. Odredite visinu šipke.

(b) Ako čašu sa šipkom (bez ikakve žive) stavimo u veliku posudu s vodom, ona pluta. Koliki je volumen žive koju treba dodati u čašu kako bi se čaša tada toliko spustila u vodi da cijela šipka bude točno ispod razine vode (tako da se vrh šipke podudara s površinom vode)? Pretpostavite da je čaša puno viša od šipke te da voda u nju ne može ući.

Gustoće materijala su (u g/cm^3): srebro 10.5, živa 13.5, voda 1. Zanemarite gustoću zraka.

2. zadatak (9 bodova)

Dana je horizontalna cilindrična cijev koja se postupno sužava prema svome jednom otvorenom kraju. Prvi dio cijevi ima radijus jednak 10 centimetara, drugi dio 7, a treći 5. Treći je dio cijevi otvoren te se njezin centar nalazi na visini od 1 metra od horizontalne podloge.

(a) Kolika je brzina kojom istječe voda iz cijevi, ako mlaz udari podlogu na udaljenosti od 90 centimetara od cijevi? Zanemarite širinu mlaza u odnosu na visinu cijevi i udaljenost od pada na podlogu.

(b) Ako na prvi i drugi dio cijevi spojimo visoke vertikalne cijevi, odredite kolika će biti visina stupaca vode prvom dijelu, mjereno od središta horizontalne cijevi, ako je u drugom visina 2 metra. Pretpostavite da se ukupni tlak u cijevi sastoji isključivo od dinamičkog i statičkog tlaka te da na visinu stupca u vertikalnim cijevima utječe samo potonji.

3. zadatak (8 bodova)

Promotrite Hooverovu branu koju ćemo modelirati kao polovicu cilindrične ljuske (dakle, oblik koji odgovara kvadru kojega se po jednoj njegovoj osi polukružno savije, odnosno obliku koji se dobije ako se, počevši od polovice cilindra, iz njega izdubi isti takav oblik, ali manjeg radijusa). Uzmite da je, u najhladnijem dijelu godine, kada je temperatura 0 stupnja Celzijevih, manji polumjer takvog oblika jednak 100 metara, njegova debljina (što odgovara razlici većeg i manjeg polumjera) 90 metara te visina 220 metara.

Odredite volumen brane u hladnom dijelu godine. Odredite kolike su dimenzije brane u najtoplijem dijelu godine, kada je temperatura 40 stupnjeva Celzijevih te izračunajte koliki je tada volumen na dva načina: direktnim računom iz dimenzija u tom dijelu godine te kada koristite aproksimaciju linearne promjene volumena s temperaturom. Usporedite rezultate te komentirajte je li ta aproksimacija valjana (aproksimaciju smatramo valjanom ako je razlika manja od 5%).

Pretpostavite da je linearni koeficijent širenja betona konstantan te da iznosi 10^{-5} 1/K. Pretpostavite da je cijela brana na istoj temperaturi.

4. zadatak (10 bodova)

Između dvaju identičnih spremnika oblika uspravnih cilindara i visine 10 metara, koji se nalaze na horizontalnoj podlozi u naftnoj rafineriji, prebacuje se sirova nafta. Razina nafte u prvom spremniku, mjerena od njegova dna, devet je metara, dok je razina nafte u drugom jednaka jedan metar. Odzračni ventil prvog spremnika je otvoren, tako da zrak atmosferskog tlaka uvijek ispunjava sav njegov volumen koji nije već ispunjen naftom. No, radnici su zaboravili otvoriti ventil na drugom spremniku tako da je u njemu zarobljen sav zrak koji je ispunjavao prostor u kojemu nije bila nafta na početku. Kada se otvori ventil u cijevi zanemariva volumena koja povezuje dna spremnika, nafta slobodno poteče. Odredite kolika je konačna razina nafte u drugom spremniku.

Pretpostavite da je početni tlak plina u drugom spremniku jednak jednoj atmosferi te da nafta dovoljno sporo teče da možemo uzeti da se temperatura tog plina ne mijenja. Pretpostavite još i da je gustoća nafte konstantna te iznosi 800 kg/m^3.

5. zadatak (12 bodova)

U demonstracijskom pokusu, komoru s pomičnim klipom površine poprečnog presjeka 100 cm^2 i početnog volumena od jedne litre ispunimo idealnim plinom temperature 20 stupnjeva Celzijevih i atmosferskog tlaka. Na početku pokusa upali se plamenik ispod komore te se termodinamička temperatura plina poveća za 50%, pri čemu se klip drži fiksnim. Potom, s još uvijek upaljenim plamenikom, klip se pusti u gibanje tako da sila na njega ostaje konstantnom tijekom cijelog gibanja. Klip se zaustavi kada se volumen plina udvostruči. Konačno, otvori se ventil na komori te čestice plina izlaze iz komore sve dok se tlak u njoj ne izjednači s atmosferskim. Plamenik osigurava da se temperatura plina koji preostaje u komori u tom posljednjem koraku ne mijenja.

Odredite koliki je rad kojega je plin izvršio na klip te koliki je omjer broja čestica plina koje se nalaze u komori na početku i na kraju pokusa. Dodatno, odredite i kolika je konačna temperatura plina. Pretpostavite da se klip giba horizontalno bez trenja te da se površina njegova poprečnog presjeka ne mijenja.

Fizikalne konstante:

g = 9.81 m/s^2

p_{atm} = 1 atm = 101300 Pa

T_0 = −273.15 °C

R = 8.314 J/Kmol

ŠKOLSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 28. siječnja 2026.

Srednje škole – 2. skupina

Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak na drugačiji, a fizikalno pravilan način, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali. Najmanja jedinica bodova koja se dodjeljuje jest 1 bod.

Zadatak 1. (ukupno bodova: 11)

Srebrna šipka oblika cilindra uspravno je položena u visoku cilindričnu čašu površine baze 1 dm^2. Čaša je zanemarive mase te ima zanemarivu debljinu stijenke. Šipka ima površinu baze jednaku 9 cm^2.

(a) Ako u čašu dolijemo 910 mL žive, šipka taman počne plutati u živi. Odredite visinu šipke.

(b) Ako čašu sa šipkom (bez ikakve žive) stavimo u veliku posudu s vodom, ona pluta. Koliki je volumen žive koju treba dodati u čašu kako bi se čaša tada toliko spustila u vodi da cijela šipka bude točno ispod razine vode (tako da se vrh šipke podudara s površinom vode)? Pretpostavite da je čaša puno viša od šipke te da voda u nju ne može ući.

Gustoće materijala su (u g/cm^3): srebro 10.5, živa 13.5, voda 1. Zanemarite gustoću zraka.

Rješenje:

(a) Površina poprečnog presjeka kojega živa može zauzeti u čaši je jednaka površini njene baze umanjene za površinu šipke te iznosi 91 cm^2. Kada dodamo 910 mL žive onda će dopirati do visine od 10 cm u čaši. **(1 bod za točnu visinu žive. 1 bod za ispravno baratanje mjernim jedinicama u cijelom zadatku, uskratiti ovaj bod ako je napravljena ikakva greška u pretvorbi ili korištenju mjernih jedinica u zadatku.)** To znači da srebro ukupno istisne volumen žive jednak

$$V_{\text{istisnute Hg}} = A_{\text{šipka}} h_{\text{Hg}} = 90\ \text{cm}^3\,.$$

To odgovara masi od **(1 bod za ispravno korištenje formule za gustoću)**

$$m_{\text{istisnute Hg}} = \rho_{\text{Hg}} V_{\text{istisnute Hg}} = 1215\ \text{g}\,,$$

Što, po Arhimedovu zakonu mora upravo odgovarati masi šipke, odnosno njena je visina tada **(1 bod za poznavanje uzgona. 1 bod za točan zaključak o tome kako se mase šipke i istisnute žive odnose. 1 bod za točan rezultat za visinu šipke)**

$$h_{\text{šipka}} = \frac{m_{\text{šipka}}}{\rho_{\text{srebro}} A_{\text{šipka}}} = \frac{m_{\text{istisnute Hg}}}{\rho_{\text{srebro}} A_{\text{šipka}}} = 12.857\ \text{cm}\,.$$

(b) Kada je čaša uronjena do razine šipke, to znači da je ukupna gustoća svega u čaši točno jednaka gustoći vode. **(2 boda za zaključak za efektivnu gustoću čaše.)** Tada vrijedi **(1 bod točno izvedenu formulu)**

$$\rho_{\text{voda}} = \rho_{\text{čaša}} = \frac{M_{\text{Hg}} + m_{\text{šipka}}}{V_{\text{uronjene čaše}}} = \frac{\rho_{\text{Hg}} V_{\text{Hg}} + m_{\text{šipka}}}{A_{\text{čaša}} h_{\text{šipka}}}\,,$$

pri čemu smo masu žive u ovom slučaju označili s velikim slovom da bi ju razlučili od one iz prvog dijela zadataka. Sređivanjem izraza dobivamo volumen žive **(1 bod uspješnu manipulaciju izrazom. 1 bod za točan rezultat za volumen.)**

$$V_{\mathrm{Hg}} = \frac{1}{\rho_{\mathrm{Hg}}} \left(\rho_{\mathrm{voda}} A_{\text{čaša}} h_{\text{šipka}} - m_{\text{šipka}}\right) = 5.237\ \mathrm{mL} = 5.237 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^3\,.$$

Zadatak 2. (ukupno bodova: 9)

Dana je horizontalna cilindrična cijev koja se postupno sužava prema svome jednom otvorenom kraju. Prvi dio cijevi ima radijus jednak 10 centimetara, drugi dio 7, a treći 5. Treći je dio cijevi otvoren te se njezin centar nalazi na visini od 1 metra od horizontalne podloge.

(a) Kolika je brzina kojom istječe voda iz cijevi, ako mlaz udari podlogu na udaljenosti od 90 centimetara od cijevi? Zanemarite širinu mlaza u odnosu na visinu cijevi i udaljenost od pada na podlogu.

(b) Ako na prvi i drugi dio cijevi spojimo visoke vertikalne cijevi, odredite kolika će biti visina stupaca vode prvom dijelu, mjereno od središta horizontalne cijevi, ako je u drugom visina 2 metra. Pretpostavite da se ukupni tlak u cijevi sastoji isključivo od dinamičkog i statičkog tlaka te da na visinu stupca u vertikalnim cijevima utječe samo potonji.

Rješenje:

(a) Riječ je o horizontalnom hicu te vrijedi da je domet D jednak **(2 boda za poznavanje formule za horizontalni hitac, uskratiti oba boda ako je ona napisano netočno bez ikakvog postupka izvođenja, a uskratiti samo 1 bod ako je ona izvedena, ali je napravljena greška u izvodu.)**

$$D = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}},$$

pri čemu su h početna visina te v_0 početna brzina. Uvrštavajući veličine koje su nam dane u zadatku dolazimo do početne brzine vode, koja je jednaka brzini vode u trećem dijelu cijevi v_3 **(1 bod za točan iznos brzine)**

$$v_0 = v_3 = D\sqrt{\frac{g}{2h}} = 1.9933 \text{ m/s}.$$

(b) S obzirom na to da tok mora biti očuvan, vrijedi **(1 bod za poznavanje toka)**

$$v_1A_1 = v_2A_2 = v_3A_3 = v_3r_3^2\pi,$$

pri čemu smo indeksirali dijelove cijevi redom kako se spominju u zadatku. Dalje slijedi **(1 bod za formule za brzinu dobivene preko toka)**

$$v_1 = v_3\frac{r_3^2}{r_1^2}, \quad v_2 = v_3\frac{r_3^2}{r_2^2}.$$

Po naputku zadataka, iz visine stupca u drugoj cijevi h_2 možemo odmah dobiti statički tlak u tom dijelu

$$p_{\text{stat, 2}} = \rho g h_2,$$

Kako ukupni tlak mora biti očuvan, mora vrijediti **(1 bod za poznavanje ukupnog tlaka)**

$$p_{\text{stat, 2}} + p_{\text{din, 2}} = p_{\text{stat, 1}} + p_{\text{din, 1}},$$

iz čega možemo dobiti statički tlak u prvoj cijevi (**1 bod ukupno za poznavanje izraza za statički i dinamički tlak, ako je napravljena greška u formuli za jedan od tlakova uskratiti ovaj bod)**

$$p_{\text{stat, 1}} = \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} - \frac{\rho v_1^2}{2},$$

odnosno visinu stupca vode u vertikalnoj cijevi **(1 bod za uspješno izvedenu formulu za brzinu. 1 Bod za točan rezultat za visinu.)**

$$h_1 = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + v_3^2 \frac{r_3^4}{2g} \left(\frac{1}{r_2^4} - \frac{1}{r_1^4} \right) = 2.0401 \text{ m} .$$

Zadatak 3. (ukupno bodova: 8)

Promotrite Hooverovu branu koju ćemo modelirati kao polovicu cilindrične ljuske (dakle, oblik koji odgovara kvadru kojega se po jednoj njegovoj osi polukružno savije, odnosno obliku koji se dobije ako se, počevši od polovice cilindra, iz njega izdubi isti takav oblik, ali manjeg radijusa).

Uzmite da je, u najhladnijem dijelu godine, kada je temperatura 0 stupnja Celzijevih, manji polumjer takvog oblika jednak 100 metara, njegova debljina (što odgovara razlici većeg i manjeg polumjera) 90 metara te visina 220 metara.

Odredite volumen brane u hladnom dijelu godine. Odredite kolike su dimenzije brane u najtoplijem dijelu godine, kada je temperatura 40 stupnjeva Celzijevih te izračunajte koliki je tada volumen na dva načina: direktnim računom iz dimenzija u tom dijelu godine te kada koristite aproksimaciju linearne promjene volumena s temperaturom. Usporedite rezultate te komentirajte je li ta aproksimacija valjana (aproksimaciju smatramo valjanom ako je razlika manja od 5 %).

Pretpostavite da je linearni koeficijent širenja betona konstantan te da iznosi 10^{-5} 1/K. Pretpostavite da je cijela brana na istoj temperaturi.

Rješenje:

Za sve tri dimenzije brane, za koje ćemo mi odabrati manji radijus ($r = 100$ m), veći radijus ($R = 190$ m) te visinu ($h = 220$ m) vrijedi isti zakon termalne ekspanzije **(1 bod za poznavanje formule za termalnu ekspanziju)**

$$x = x_0 (1 + \alpha \Delta T) \,.$$

Razlika temperatura je 40 stupnjeva celzijevih (i kelvina, u ovom je slučaju svejedno koju jedinicu koristimo) pa je **(1 bod za točno određene sve dimenzije)**

$$r_1 = 100.04 \text{ m} \,, \quad R_1 = 190.076 \text{ m} \,, \quad h_1 = 220.088 \text{ m} \,.$$

Volumen brane će biti jednak razlici volumena dvaju polovica cilindra, odnosno **(1 bod za točnu formulu za ukupni volumen u kojoj se oduzimaju volumeni. 1 bod za točan iznos volumena u hladnom dijelu godine)** imamo da je u hladnom dijelu godine volumen jednak

$$V_{\text{uk}} = \frac{1}{2} (V_R - V_r) = \frac{1}{2} h \pi \left(R^2 - r^2 \right) = 9019512.508 \text{ m}^3 \,.$$

Ako pak uvrstimo veličine koje smo izračunali za topliji dio godine, imamo **(1 bod za točan iznos volumena u toplijem dijelu godine dobiven direktnim računom)**

$$V_{\text{uk},1} = \frac{1}{2} (V_{R_1} - V_{r_1}) = \frac{1}{2} h_1 \pi \left(R_1^2 - r_1^2 \right) = 9030340.253 \text{ m}^3 \,.$$

Alternativno, volumen možemo računati pomoću aproksimacije **(1 bod za ispravnu formulu za aproksimativan račun volumena pri termalnoj ekspanziji. 1 bod za točan iznos volumena u toplijem dijelu godine dobiven aproksimativnim računom)**

$$V_{\text{uk},1} = V_{\text{uk}} (1 + 3\alpha \Delta T) = 9030335.923 \text{ m}^3 \,.$$

Vidimo da se ovako izračunati volumeni odlično poklapaju, te je razlika daleko manja od 5 %. To je, naravno, posljedica činjenice da je faktor $\alpha \Delta T$ jako malen te da je to jedini uvjet da aproksimacija bude valjana. Sama veličina predmeta koji se zagrijava ili hladi ne utječe na valjanost aproksimacije. (**1 bod za zaključak kako je aproksimacija valjana, neovisno o detaljima argumentiranja zašto, dokle god su ti argumenti logički valjani, makar se svodili na to da je numeričko odstupanje rezultata jako malo.**)

Zadatak 4. (ukupno bodova: 10)

Između dvaju identičnih spremnika oblika uspravnih cilindara i visine 10 metara, koji se nalaze na horizontalnoj podlozi u naftnoj rafineriji, prebacuje se sirova nafta. Razina nafte u prvom spremniku, mjerena od njegova dna, devet je metara, dok je razina nafte u drugom jednaka jedan metar. Odzračni ventil prvog spremnika je otvoren, tako da zrak atmosferskog tlaka uvijek ispunjava sav njegov volumen koji nije već ispunjen naftom. No, radnici su zaboravili otvoriti ventil na drugom spremniku tako da je u njemu zarobljen sav zrak koji je ispunjavao prostor u kojemu nije bila nafta na početku. Kada se otvori ventil u cijevi zanemariva volumena koja povezuje dna spremnika, nafta slobodno poteče. Odredite kolika je konačna razina nafte u drugom spremniku.

Pretpostavite da je početni tlak plina u drugom spremniku jednak jednoj atmosferi te da nafta dovoljno sporo teče da možemo uzeti da se temperatura tog plina ne mijenja. Pretpostavite još i da je gustoća nafte konstantna te iznosi 800 kg/m^3.

Rješenje:

U konačnom stanju nafta ne teče, tako da će ukupni statički tlakovi u jednom i drugom spremniku morati biti jednaki. U prvom spremniku imamo hidrostatski tlak stupca nafte te atmosferski tlak, dok u drugom imamo tlak sada komprimiranog plina zajedno s hidrostatskim tlakom nafte. **(1 bod za ispravno razmatranje konačnog stanja i tlakova.)** Uzimajući u obzir naputak da se radi o izotermnog promjerni, tlak toga plina je **(1 bod za ispravno korištenje formula za izotermnu promjernu. 1 bod za ispravan konačni izraz za tlak plina.)**

$$p_{\text{plin, kon}} = p_{\text{plin, poč}} \frac{V_{\text{plin, poč}}}{V_{\text{plin, kon}}} = p_{\text{plin, poč}} \frac{h_{\text{uk}} - h_{\text{poč}}}{h_{\text{uk}} - h_{\text{kon}}},$$

pri čemu smo prvo iskoristili Boyle-Mariotteov zakon, a potom pokratili površinu baze cilindra te označili kupnu visinu cilindra s h_{uk}, visinu nafte u drugom spremniku u početku s $h_{\text{poč}}$ te konačnu visinu nafte u istom s h_{kon}. Ako zapišemo prethodni zaključak o tlaku u obliku jednadžbe imamo **(2 boda ukupno za točan izraz za konačne tlakove: 1 bod uskratiti ako je zaboravljen doprinos atmosferskog tlaka, uskratiti oba boda ako nije uračunat doprinos plina u drugom spremniku.)**

$$p_{\text{atm}} + \rho g L_{\text{kon}} = p_{\text{plin, kon}} + \rho g h_{\text{kon}},$$

pri čemu smo s L označili visinu nafte u prvom spremniku. S obzirom na to da su tekućine nestlačive, ukupna količina nafte u početku i na kraju pretakanja mora biti jednaka, odnosno, kako su cilindri identični, visine stupaca nafte se moraju poklapati

$$L_{\text{kon}} + h_{\text{kon}} = L_{\text{poč}} + h_{\text{poč}} = h_{\text{uk}},$$

pri čemu smo primijetili da je ukupna visina prvog i drugog stupca nafte jednaka 10 metara, što točno odgovara visini spremnika. **(1 bod za ispravan zaključak o tome da ukupni volumen nafte mora biti očuvan.)**

Kombinirajući prethodno izvedene jednadžbe dobivamo sljedeći izraz

$$p_{\text{atm}} + \rho g \left(L_{\text{kon}} - h_{\text{kon}}\right) = p_{\text{atm}} \frac{h_{\text{uk}} - h_{\text{poč}}}{h_{\text{uk}} - h_{\text{kon}}}.$$

Uzmemo li u obzir zaključak o odnosu visina nafte te podijelimo li sve s atmosferskim tlakom imamo **(1 bod za ispravnu kombinaciju prethodnih jednadžbi)**

$$1+\frac{\rho g}{p_{\mathrm{atm}}}\left(h_{\mathrm{uk}}-2h_{\mathrm{kon}}\right)=\frac{h_{\mathrm{uk}}-h_{\mathrm{poč}}}{h_{\mathrm{uk}}-h_{\mathrm{kon}}}\,.$$

Sređivanjem dobivamo kvadratnu jednadžbu **(1 bod za uspješno sređen izraz)**

$$2\frac{\rho g}{p_{\mathrm{atm}}}h_{\mathrm{kon}}^2-\left(3\frac{\rho g}{p_{\mathrm{atm}}}h_{\mathrm{uk}}+1\right)h_{\mathrm{kon}}+h_{\mathrm{poč}}+\frac{\rho g}{p_{\mathrm{atm}}}h_{\mathrm{uk}}^2=0\,.$$

Uvrstimo li brojeve dane u zadatku dobivamo dva pozitivna korijena, od kojih biramo manji, jer je drugi veći od ukupne visine spremnika. **(1 bod za točno odabran korijen.)** Konačna visina nafte u drugom spremniku je tada 3.071 metara. **(1 bod za točnu konačnu visinu.)**

Zadatak 5. (ukupno bodova: 12)

U demonstracijskom pokusu, komoru s pomičnim klipom površine poprečnog presjeka 100 cm^2 i početnog volumena od jedne litre ispunimo idealnim plinom temperature 20 stupnjeva Celzijevih i atmosferskog tlaka. Na početku pokusa upali se plamenik ispod komore te se termodinamička temperatura plina poveća za 50 %, pri čemu se klip drži fiksnim. Potom, s još uvijek upaljenim plamenikom, klip se pusti u gibanje tako da sila na njega ostaje konstantnom tijekom cijelog gibanja. Klip se zaustavi kada se volumen plina udvostruči. Konačno, otvori se ventil na komori te čestice plina izlaze iz komore sve dok se tlak u njoj ne izjednači s atmosferskim. Plamenik osigurava da se temperatura plina koji preostaje u komori u tom posljednjem koraku ne mijenja.

Odredite koliki je rad kojega je plin izvršio na klip te koliki je omjer broja čestica plina koje se nalaze u komori na početku i na kraju pokusa. Dodatno, odredite i kolika je konačna temperatura plina. Pretpostavite da se klip giba horizontalno bez trenja te da se površina njegova poprečnog presjeka ne mijenja.

Rješenje:

Prvi proces kroz kojega plin prolazi je izohorno zagrijavanje te tada vrijedi **(1 bod za rješenje izohornog procesa, bilo manipulacijom jednadžbe stanja, bilo direktnim korištenjem Charlesova zakona.)**

$$\frac{nRT_0}{p_0} = V_0 = V_1 = \frac{nRT_1}{p_1},$$

pri čemu je indeksima označeno početno stanje (0) i stanje nakon zagrijavanja (1). Po uvjetu zadatka, temperatura $T_1 = 1.5T_0$ **(1 bod za točnu temperaturu)** te je stoga $p_1 = p_0 T_1/T_0 = 1.5p_0 = 1.5$ atm. **(1 bod za točan tlak.)**

Drugi proces je izobarna ekspanzija, pri kojemu se klip pomakne tako da se ukupni volumen udvostruči. Stanje plina na kraju ove ekspanzije je $p_2 = p_1 = 1.5p_0$, $V_2 = 2V_1 = 2V_0$ te $T_2 = T_1V_2/V_1 = 2T_1 = 3T_0$. **(1 bod za rješenje izobarnog procesa, bilo manipulacijom jednadžbe stanja, bilo direktnim korištenjem Gay-Lussacova zakona. Po 1 bod svaki ispravni iznos varijabla stanja plina na kraju procesa, sveukupno 3, priznati i rješenja koja su ostavljena u varijabilnom obliku kao što je to napravljeno ovdje.)**

To znači da se početna udaljenost klipa koja iznosi 10 cm, mjereno od suprotnog zida komore, (što se dobije dijeljenjem volumena komore i površine poprečnog presjeka klipa) poveća na 20 cm. **(1 bod za točan pomak klipa.)** Tada je rad kojega plin izvrši na klip jednak

$$\Delta W = F\Delta x = p_1 A \Delta x = 1.5\,\text{atm} \cdot 100\,\text{cm}^2 \cdot 10\,\text{cm} = 151.95\,\text{J}.$$

S obzirom da se zadnji proces odvija pri konstantnoj temperaturi, konačna temperatura plina koji je preostao u komori je $T_3 = T_2 = 3T_0 = 3\,(273.15 + 20)\,\text{K} = 879.45\,\text{K}$. **(1 bod za točan rezultat za temperaturu.)** Konačni volumen čestica koje preostaju u komori jednak je $V_3 = 2V_0 = 2\,\text{L}$, a tlak iznosi jednu atmosferu, odnosno jednak je početnom. Sada možemo direktno izračunati traženi omjer koristeći jednadžbu stanja idealnog plina **(1 bod za ispravno zaključeno konačno stanje plina u usporedbi s početnim. 1 bod za poznavanje jednadžbe stanja idealnog plina. 1 bod za točno izračunati omjer.)**

$$\frac{n_3}{n_0} = \frac{p_3V_3/RT_3}{p_0V_0/RT_0} = \frac{p_0 2V_0/R3T_0}{p_0V_0/RT_0} = \frac{2}{3}.$$

Fizikalne konstante:
$g = 9.81 \mathrm{m/s}^{2}$
$p_{\mathrm{atm}} = 1$ atm $= 101300$ Pa
$T_0 = -273.15\ ^\circ\mathrm{C}$
$R = 8.314$ J/Kmol

Školsko natjecanje iz fizike 2025./2026.

Srednje škole – 3. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita učenici se ne smiju koristiti nikakvim pisanim materijalom (knjigama, bilježnicama, formulama…). Za pisanje treba se koristiti kemijskom olovkom ili nalivperom. Učenici pri ruci ne smiju imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

1. zadatak (10 bodova)

Astronaut na međunarodnoj svemirskoj stanici (ISS) izmjeri zapornom urom period njihala 1.5 s, nakon čega svemirskim brodom u misiji Artemis krene prema Mjesecu. Na pola puta između Zemlje i Mjeseca opet izmjeri period njihala, no on sada iznosi 42.68 s. Koliko iznosi masa Mjeseca?

Međunarodna svemirska stanica nalazi se 420 km iznad površine Zemlje, dok je polumjer Zemlje 6370 km, a masa $5.97 \cdot 10^{24}$ kg. Zanemarite utjecaj Mjeseca na međunarodnu svemirsku stanicu. Udaljenost između Zemlje i Mjeseca iznosi 384 000 km. Zanemarite otpor zraka i masu niti njihala. Njihalo njiše s malim otklonima od ravnotežnog položaja.

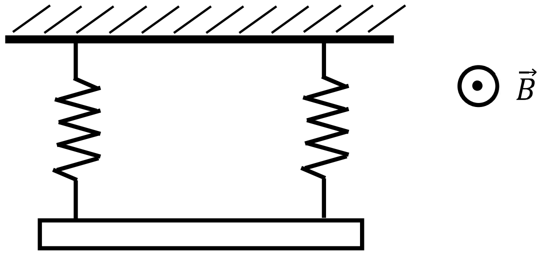
2. zadatak (10 bodova)

Metalni štap duljine 20 cm, mase 100 g i zanemarive debljine obješen je na dvije identične elastične opruge. Svaka je opruga koeficijenta elastičnosti 100 N/m. Opruge i štap nalaze se u homogenom magnetskom polju B = 2 T. Štap započne oscilirati nakon što ste ga pomaknuli tako da su se obje opruge produljile za 10 cm. Opruge osciliraju kao harmonički oscilatori.

a) Odredite napon na krajevima štapa u ovisnosti o vremenu, magnetskom polju, elongaciji, koeficijentu elastičnosti opruga i masi štapa.

b) Koliki se najveći napon inducira na krajevima štapa?

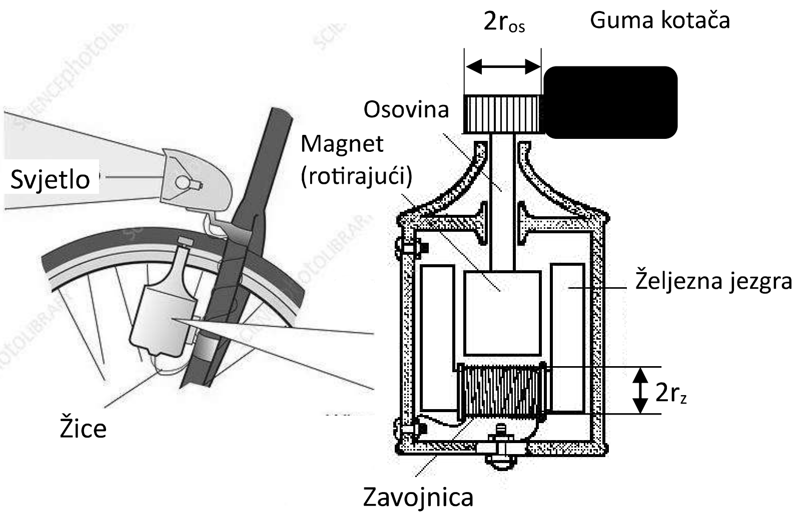
c) Kojom se frekvencijom mijenja inducirani napon?



3. zadatak (10 bodova)

Dinamo na biciklu služi kao izvor napona za prednje svjetlo. Dinamo se sastoji od rotirajuće osovine na čijem je kraju spojen rotirajući magnet koji unutar zavojnice s 400 zavoja stvara vremenski promjenjivo, ali prostorno homogeno magnetsko polje koje je uvijek paralelno s osi zavojnice. Željezna jezgra služi za vođenje magnetskog polja od magneta do unutrašnjosti zavojnice. Magnetsko polje mijenja se linearno između minimalne $B_{min} = -0.2$ T i maksimalne vrijednosti $B_{max} = +0.2$ T u vremenu koje odgovara polovici perioda rotacije osovine. Rotirajuća osovina polumjera $r_{os} = 0.5$ cm dodiruje kotač na vrhu gume i rotira bez proklizavanja. Polumjer presjeka zavojnice iznosi $r_z = 1$ cm.

Ako se biciklist kreće brzinom 30 km/h, odredite inducirani elektromotorni napon u dinamu. Kolikom se minimalnom brzinom bicikla mora kretati da bi se prednje svjetlo upalilo ako je žarulji potreban napon od barem 12 V da bi svijetlila?

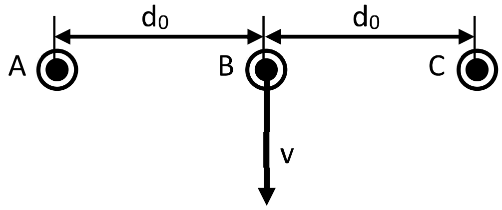


4. zadatak (10 bodova)

Kroz tri beskonačno duga idealna paralelna vodiča A, B i C (vidi sliku) teče struja $I = 2$ A u istom smjeru, a razmaknuta su za udaljenost $d_0 = 1$ m. Vodič B se u trenutku $t = 0$ započinje gibati jednoliko duž pravca brzinom $v = 2$ m/s u pravcu kako je prikazano na slici, ali tako da su sva tri vodiča i dalje paralelna. Izračunajte silu po jedinici dužine na vodič B u:

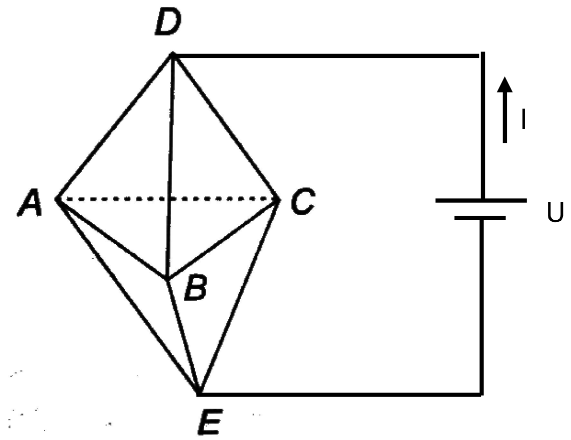
a) početnom trenutku $t = 0$,

b) nakon 1 sekunde. Skicirajte sile na vodič B.



5. zadatak (10 bodova)

Identične žice, svaka otpora R = 1 Ω, spojene su u električni krug tako da tvore bridove jednakostranične bipiramide (vidi sliku). Ako vrhove bipiramide spojimo na izvor istosmjernog napona U = 5 V, odredite struju I koja poteče krugom. Zanemarite unutarnji otpor izvora i otpor spojnih žica.



Konstante:

$G = 6.674 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$

$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{Fm^{-1}}$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\mathrm{Hm^{-1}} = \ 1.257 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{Hm^{-1}}$

$e = 1.602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$

$g = 9.81\ \mathrm{ms^{-1}}$

Mase elektrona, protona i neutrona:

$m_e = 9.109 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}$

$m_p = 1.673 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$

$m_n = 1.675 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$

ŠKOLSKO NATJECANJE IZ FIZIKE

3. SKUPINA ZADATAKA

ŠKOLSKA GODINA 2025./2026.

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak na drugačiji, ali fizikalno pravilan način, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

Zadatak 1. (10 bodova)
Astronaut na međunarodnoj svemirskoj stanici (ISS) izmjeri zapornom urom period njihala 1.5 s, nakon čega svemirskim brodom u misiji Artemis krene prema Mjesecu. Na pola puta između Zemlje i Mjeseca opet izmjeri period njihala, no on sada iznosi 42.68 s. Koliko iznosi masa Mjeseca?

Međunarodna svemirska stanica nalazi se 420 km iznad površine Zemlje, dok je polumjer Zemlje 6370 km, a masa $5.97 \cdot 10^{24}$ kg. Zanemarite utjecaj Mjeseca na međunarodnu svemirsku stanicu. Udaljenost između Zemlje i Mjeseca iznosi 384 000 km. Zanemarite otpor zraka i masu niti njihala. Njihalo njiše s malim otklonima od ravnotežnog položaja.

Rješenje.
Primijetite da se radi o matematičkom njihalu. Perioda matematičkog njihala duljine *l* na međunarodnoj svemirskoj stanici gdje je ubrzanje sile teže jednako g_{ISS} iznosi:

$$T_{ISS} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{ISS}}}$$ 1 bod

Ubrzanje sile teže g_{ISS} na međunarodnoj stanici možemo odrediti pomoću izraza za gravitacijsku silu i Newtonova zakona primijenjenih na masu *m* obješenu na njihalo:

$$F_{gISS} = G\frac{mM_Z}{(R_Z + H_{ISS})^2}$$ 1 bod

gdje su R_Z i M_Z polumjer i masa Zemlje, a H_{ISS} je visina međunarodne stanice nad površinom Zemlje.
1. Newtonov zakon:

$$F = am \;\; \rightarrow \;\; F_{gISS} = g_{ISS}m$$

$$g_{ISS} = \frac{GM_Z}{(R_Z + H_{ISS})^2}$$ 1 bod

Iz gornje relacije dobijemo duljinu niti:

$$l = \frac{g_{ISS} \cdot T_{ISS}^2}{4\pi^2} = \frac{GM_Z \cdot T_{ISS}^2}{4\pi^2(R_Z + H_{ISS})^2}$$ 1 bod

Na pola puta između Zemlje i Mjeseca, na uteg obješen na njihalu djelovat će u međusobno suprotnim smjerovima gravitacijska sila Zemlje F_{gZ} i gravitacijska sila Mjeseca F_{gM}:

$$F_{gZ} = G\frac{mM_Z}{\left(\frac{1}{2}d_{ZM}\right)^2}$$

$$F_{gM} = G\frac{mM_M}{\left(\frac{1}{2}d_{ZM}\right)^2}$$ 1 bod

Rezultantna sila koja djeluje na njihalo iznosi:

$$F_R = am = F_{gZ} - F_{gM}$$ 1 bod

Ako primijetimo da je ubrzanje a u stvari rezultantno ubrzanje sile teže na pola puta između Zemlje i Mjeseca, g_{MZ}, dobijemo:

$$g_{ZM} \cdot m = G\frac{4mM_Z}{\mathrm{d}_{\mathrm{ZM}}^2} - G\frac{4mM_M}{\mathrm{d}_{\mathrm{ZM}}^2}$$ 1 bod

Sada je ubrzanje sile teže na pola puta od Zemlje i Mjeseca jednako:

$$g_{ZM} = \frac{4G}{\mathrm{d}_{\mathrm{ZM}}^2}(M_Z - M_M)$$ 1 bod

Period njihala sada iznosi:

$$T_{ZM} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{ZM}}}$$

$$T_{ZM} = 2\pi\sqrt{\frac{l \cdot d_{ZM}^2}{4G(M_Z - M_M)}}$$ 1 bod

Odnosno masa Mjeseca:

$$4G(M_Z - M_M) = \frac{4\pi^2 l \cdot d_{ZM}^2}{T_{ZM}^2}$$

$$M_M = M_Z - \frac{\pi^2 l \cdot d_{ZM}^2}{G \cdot T_{ZM}^2}$$

$$M_M = M_Z - \frac{\pi^2 d_{ZM}^2}{G \cdot T_{ZM}^2} \cdot \frac{GM_Z \cdot T_{ISS}^2}{4\pi^2(R_Z + H_{ISS})^2} = M_Z - \frac{M_Z \cdot d_{ZM}^2}{4(R_Z + H_{ISS})^2}\left(\frac{T_{ISS}}{T_{ZM}}\right)^2$$ 1 bod

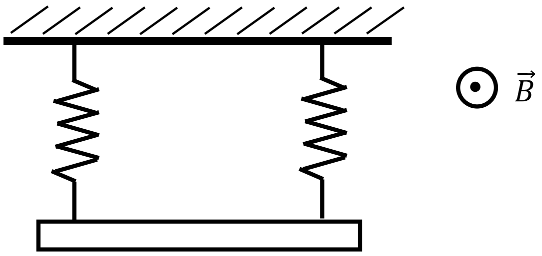
$$M_M = 7.382 \cdot 10^{22}\ \mathrm{kg}$$

NAPOMENA: S obzirom na to da je masa Mjeseca mnogo manja od mase Zemlje, male razlike u međurezultatu (npr. izračun duljine niti njihala) mogu dovesti do znatnih razlika u izračunatoj masi Mjeseca. Ako je učenik koristio međurezultat, a postupak je ispravan, priznati numeričko rješenje čak i ako se bitno razlikuje od gore navedenog rezultata, u intervalu od $5.5 \cdot 10^{22}$ do $10.8 \cdot 10^{22}$ kg.

Zadatak 2. (10 bodova)

Metalni štap duljine 20 cm, mase 100 g i zanemarive debljine obješen je na dvije identične elastične opruge. Svaka je opruga koeficijenta elastičnosti 100 N/m. Opruge i štap nalaze se u homogenom magnetskom polju $B = 2\ \mathrm{T}$. Štap započne oscilirati nakon što ste ga pomaknuli tako da su se obje opruge produljile za 10 cm. Opruge osciliraju kao harmonički oscilatori.

a) Odredite napon na krajevima štapa u ovisnosti o vremenu, magnetskom polju, elongaciji, koeficijentu elastičnosti opruga i masi štapa.
b) Koliki se najveći napon inducira na krajevima štapa?
c) Kojom se frekvencijom mijenja inducirani napon?



Rješenje:

Uslijed gibanja naboja u štapu duljine L brzinom v koji se nalazi u magnetskom polju B, djelovat će Lorentzova sila $q(\vec{v} \times \vec{B})$. Ako je dužina štapa okomita na smjer gibanja, a smjer gibanja okomit na magnetsko polje, Lorentzova sila qvB djelovat će uzduž štapa i uzrokovati razliku potencijala (napon) na krajevima štapa:

$$U = BLv$$ 1 bod

Štap je obješen o dvije elastične opruge zbog čega izvodi harmoničko gibanje.

Postavimo štap obješen o dvije opruge u koordinatni sustav tako da je njegov ravnotežni položaj u $x = 0$. Ukoliko smo štap pomaknuli tako da smo opruge rastegli za 10 cm i u tom trenutku $t = 0$ pustili da titra, njegov vertikalni položaj je $x(t = 0) = -10\ \mathrm{cm}$. Vertikalni položaj $x(t)$ mijenja se kao:

$$x(t) = A \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

gdje je A elongacija, odnosno maksimalno produljenje opruga $A = 10\ \mathrm{cm}$.
Vertikalna brzina štapa iznosi:

$$v(t) = A\omega \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$ 1 bod

Napon na krajevima štapa mijenjat će se kao:

$$U(t) = BLA\omega \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$ 2 boda

NAPOMENA: Ukoliko učenik prepozna da produljenje opruge od 10 cm predstavlja elongaciju titranja obješenog štapa $A = 10\ \mathrm{cm}$, te u početnom trenutku $t = 0$ postavi štap u ravnotežni položaj $x(t = 0) = 0$, potrebno je priznati bodove prema ocjenjivanju na isti način kao i gore. U tom je slučaju vertikalni položaj štapa $x(t)$:

$$x(t) = A \sin \omega t$$

Vertikalna brzina štapa tada iznosi:

$$v(t) = A\omega \cos \omega t$$

Napon na krajevima štapa mijenjat će se kao:

$$U(t) = BLA\omega \cos \omega t$$

Kružnu frekvenciju ω možemo odrediti iz perioda harmoničkog oscilatora:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Period odredimo poznavajući koeficijent elastičnosti opruga i masu štapa:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_{12}}}$$ 1 bod

Primijetimo da su dvije opruge spojene paralelno, pa ih možemo zamijeniti jednom oprugom ekvivalentnog koeficijenta elastičnosti:

$$k_{12} = k_1 + k_2 = 2k$$ 1 bod

s obzirom na to da obje opruge imaju jednak koeficijent elastičnosti $k_1 = k_2 = k$.

NAPOMENA: Ukoliko učenik ne prepozna da se radi o paralelno spojenim oprugama, ne oduzimati bodove za kasnije netočne rezultate zbog korištenja pogrešnog međurezultata.

Kružna je frekvencija stoga:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$ 1 bod

a) Napon na krajevima štapa mijenja se kao:

$$U(t) = BLA\sqrt{\frac{2k}{m}} \cos\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}t - \frac{\pi}{2}\right)$$ 1 bod

Bod za podzadatak a) priznati i ako učenik ponudi relaciju s uvrštenim numeričkim iznosima:

$$U(t) = 1.79 \text{ V } \cdot \cos(44.72\ s^{-1} \cdot t - 1.57)$$

NAPOMENA: Ukoliko je učenik postavio štap u ravnotežni položaj $x = 0$ u trenutku $t = 0$, priznati i rezultat:

$$U(t) = BLA\sqrt{\frac{2k}{m}} \cos\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}t\right)$$

Odnosno:

$$U(t) = 1.79 \text{ V } \cdot \cos(44.72\ s^{-1} \cdot t)$$

b) Najveći napon inducira se kada je brzina štapa najveća:

$$U_{\max} = BLA\sqrt{\frac{2k}{m}} = 1.79\ \mathrm{V}$$ 1 bod

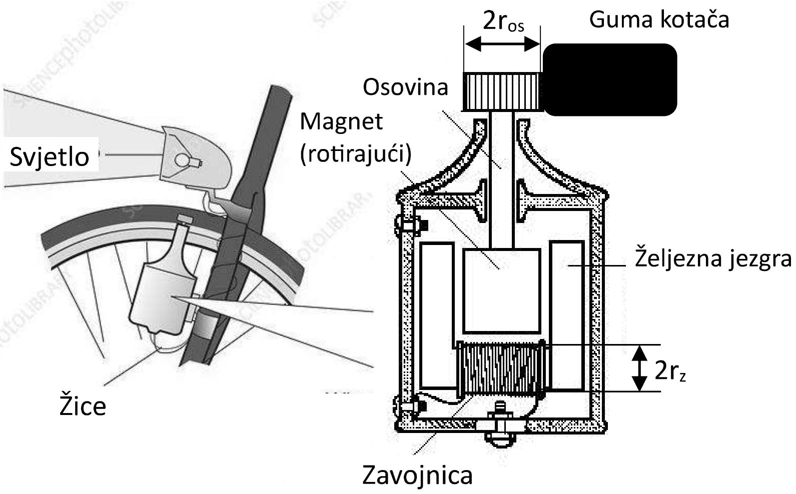
c) Frekvencija kojom se mijenja napon jednaka je frekvenciji harmoničkog oscilatora:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2k}{m}}$$ 1 bod

$$f = 7.12\ Hz$$

Zadatak 3. (10 bodova)
Dinamo na biciklu služi kao izvor napona za prednje svjetlo. Dinamo se sastoji od rotirajuće osovine na čijem je kraju spojen rotirajući magnet koji unutar zavojnice s 400 zavoja stvara vremenski promjenjivo, ali prostorno homogeno magnetsko polje koje je uvijek paralelno s osi zavojnice. Željezna jezgra služi za vođenje magnetskog polja od magneta do unutrašnjosti zavojnice. Magnetsko polje mijenja se linearno između minimalne $B_{min} = -0.2\ \mathrm{T}$ i maksimalne vrijednosti $B_{max} = +0.2\ \mathrm{T}$ i u vremenu koje odgovara polovici perioda rotacije osovine. Rotirajuća osovina polumjera $r_{os} = 0.5\ \mathrm{cm}$ dodiruje kotač na vrhu gume i rotira bez proklizavanja. Polumjer presjeka zavojnice iznosi $r_z = 1\ \mathrm{cm}$.

Ako se biciklist kreće brzinom 30 km/h, odredite inducirani elektromotorni napon u dinamu. Kolikom se minimalnom brzinom bicikla mora kretati da bi se prednje svjetlo upalilo ako je žarulji potreban napon od barem 12 V da bi svijetlila?



Rješenje:
Zbog promjenjivog magnetskog polja koje je uvijek okomito na površinu petlje, u zavojnici dolazi do induciranja elektromotornog napona na krajevima zavojnice (zanemarujemo predznak):

$$U = N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$ 1 bod

gdje je *N* broj zavoja zavojnice.
U intervalu polovice perioda rotacije osovine magnetsko se polje promijeni od minimalne do maksimalne vrijednosti, pa je promjena magnetskog toka jednaka:

$$\Delta\Phi = \Phi_{\max} - \Phi_{\min}$$

Magnetski tok:

$$\Phi = B \cdot A = B \cdot r_Z^2\pi$$ 1 bod

gdje je $r_Z = 1.5\ \mathrm{cm}$ polumjer presjeka zavojnice (petlje). Promjena magnetskog toka sada je:

$$\Delta\Phi = (B_{\max} - B_{\min}) \cdot r_Z^2\pi = 2B_{\max} \cdot r_Z^2\pi$$ 1 bod

Ova se promjena magnetskog toka zbiva u vremenu polovice perioda promjene magnetskog polja koji odgovara polovici perioda rotacije osovine:

$$\Delta t = \frac{1}{2}P_{os}$$ 1 bod

Inducirani elektromotorni napon konačno je:

$$U = N\frac{4B_{\max} \cdot r_Z^2 \pi}{P_{os}}$$

Potrebno je još izračunati period rotacije osovine:

$$P_{os} = \frac{2\pi}{\omega_{os}}$$ 1 bod

Kutna brzina osovine ω_{os} određena je obodnom brzinom osovine v_{os}:

$$\omega_{os} = \frac{v_{os}}{r_{os}}$$ 1 bod

Osovina rotira bez proklizavanja u kontaktu s gumom, stoga ima istu obodnu brzinu kao i guma, odnosno kotač:

$$v_{os} = v_k$$ 1 bod

Obodna brzina kotača jednaka je brzini bicikla v:

$$v_k = v$$ 1 bod

Konačno dobijemo za period rotacije osovine:

$$P_{os} = \frac{2\pi \cdot r_{os}}{v}$$

Inducirani elektromotorni napon je:

$$U = N\frac{4B_{\max} \cdot r_Z^2 \pi \cdot v}{2\pi \cdot r_{os}} = N\frac{2B_{\max} \cdot r_Z^2 \cdot v}{r_{os}}$$ 1 bod

$$U = 26.67\ \mathrm{V}$$

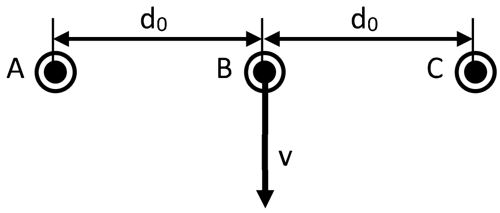
Ako je minimalni napon za pokretanje svjetla na biciklu $U_{\min} = 12\ \mathrm{V}$, minimalna brzina bicikla za induciranje ovog elektromotornog napona je:

$$v_{\min} = \frac{\mathcal{E}_{\min} r_{os}}{2NB_{\max} r_Z^2} = 3.75\ \mathrm{ms^{-1}} = 13.5\ \mathrm{kmh^{-1}}$$ 1 bod

Zadatak 4. (10 bodova)

Kroz tri beskonačno duga idealna paralelna vodiča A, B i C (vidi sliku) teče struja $I = 2\ \mathrm{A}$ u istom smjeru, a razmaknuta su za udaljenost $d_0 = 1\ \mathrm{m}$. Vodič B se u trenutku $t = 0$ započinje gibati jednoliko duž pravca brzinom $v = 2\ \mathrm{ms^{-1}}$ u pravcu kako je prikazano na slici, ali tako da su sva tri vodiča i dalje paralelna. Izračunajte silu po jedinici dužine na vodič B u:

a) početnom trenutku $t = 0$,
b) nakon 1 sekunde. Skicirajte sile na vodič B.



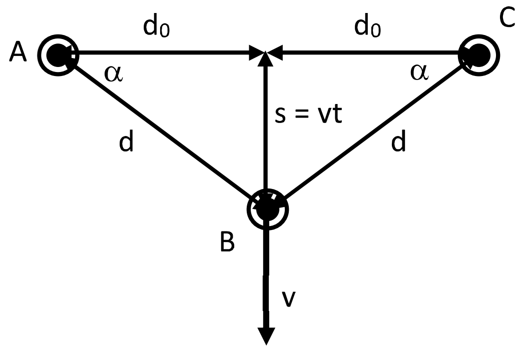
Rješenje:

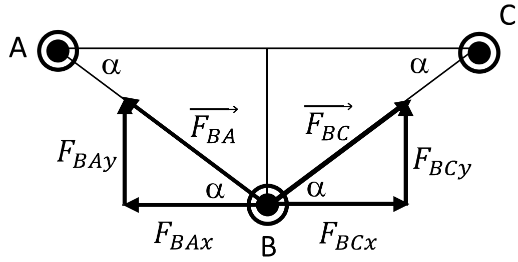
Sili na vodič B pridonosi međudjelovanje s vodičima A i C čija se udaljenost d mijenja u vremenu zbog gibanja vodiča B brzinom v:

$$d = \sqrt{d_0^2 + s^2}$$ 1 bod

$$s = vt$$

U nekom trenutku t, položaj i sile na vodič B prikazane su na donjim slikama:





1 bod

Primijetimo da je međudjelovanje vodiča A s vodičem B simetrično s međudjelovanjem vodiča C s vodičem B, pa je dovoljno riješiti problem samo za jedno međudjelovanje.
Sila na vodič B potječe od magnetskih polja na mjestu vodiča B uslijed protjecanja struje kroz vodiče A i C:

$$B_A = B_C = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$ 1 bod

Sila po jedinici dužine l na vodič B uslijed magnetskog polja vodiča A (isto vrijedi i za međudjelovanje s vodičem C):

$$\frac{F_{BA}}{l} = IB_A$$

$$\frac{F_{BA}}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi\sqrt{d_0^2 + s^2}}$$ 1 bod

Sila na vodič B uslijed magnetskog polja vodiča A mijenja se u vremenu i potrebno ju je rastaviti na komponente po osima x i y:

$$\frac{F_{BAx}}{l} = \frac{F_{BA}}{l}\cos\alpha$$

$$\frac{F_{BAy}}{l} = \frac{F_{BA}}{l}\sin\alpha$$ 0.5 bod

Isto vrijedi i za silu na vodič B uslijed magnetskog polja vodiča C, osim što je sila F_{BCx} u suprotnom smjeru od sile F_{BAx}, no istog iznosa:

$$F_{BCx} = -F_{BAx}$$

$$F_{BCy} = F_{BAy}$$ 1 bod

Odredimo iz trigonometrije:

$$\sin\alpha = \frac{s}{d} = \frac{s}{\sqrt{d_0^2 + s^2}}$$ 0.5 bod

Komponente rezultantne sile F_B na vodič B uslijed međudjelovanja s vodičima A i C su:

$$\frac{F_{Bx}}{l} = \frac{F_{BAx}}{l} + \frac{F_{BCx}}{l} = \frac{F_{BAx}}{l} - \frac{F_{BAx}}{l} = 0$$ 1 bod

$$\frac{F_{By}}{l} = \frac{F_{BAy}}{l} + \frac{F_{BCy}}{l} = \frac{2F_{BAy}}{l}$$

Sredimo po y-osi:

$$\frac{F_{By}}{l} = \frac{2F_{BAy}}{l} = \frac{2F_{BA}}{l}\sin\alpha = \frac{2\mu_0 I^2}{2\pi\sqrt{d_0^2 + s^2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{d_0^2 + s^2}}$$

$$\frac{F_{By}}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{\pi} \cdot \frac{s}{d_0^2 + s^2}$$

Rezultantna sila na vodič B je:

$$\frac{F_B}{l} = \sqrt{\left(\frac{F_{Bx}}{l}\right)^2 + \left(\frac{F_{By}}{l}\right)^2} = \frac{F_{By}}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{\pi} \cdot \frac{s}{d_0^2 + s^2}$$ 1 bod

a) Uvrstimo za $t = 0$:

$$s(t = 0) = 0$$

$$\frac{F_B}{l} = 0$$

1 bod

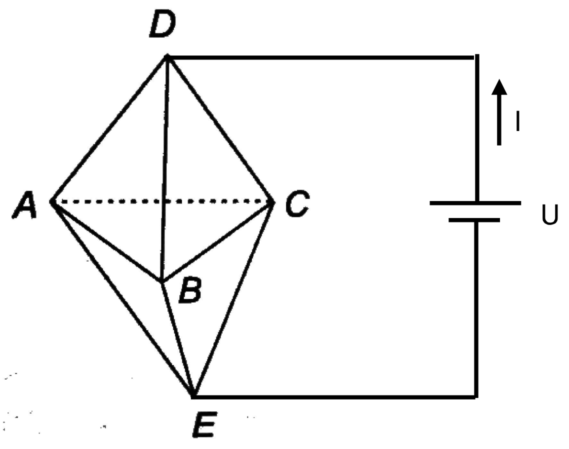
b) Uvrstimo za $t = 1\ \mathrm{s}$:

$$s(t = 1\ \mathrm{s}) = 2\ \mathrm{m}$$

1 bod

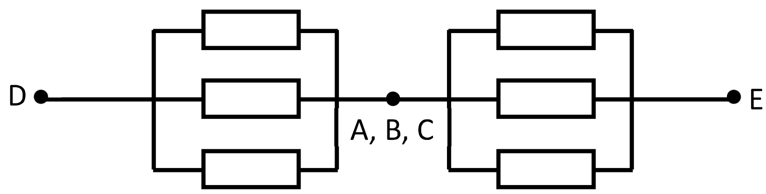
$$\frac{F_B}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{\pi} \cdot \frac{s}{d_0^2 + s^2} = 6.4 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{N}$$

Zadatak 5. (10 bodova)
Identične žice, svaka otpora $R = 1\,\Omega$ spojene su u električni krug tako da tvore bridove jednakostranične bipiramide (vidi sliku). Ako vrhove bipiramide spojimo na izvor istosmjernog napona $U = 5\,\mathrm{V}$, odredite struju I koja poteče krugom. Zanemarite unutarnji otpor izvora i otpor spojnih žica.



Rješenje:
NAPOMENA: Zadatak se može riješiti ne više načina (rješavanjem pomoću Kirchoffovih pravila, Δ i Y-transformacijama). Ovdje je prikazan najjednostavniji i najbrži način. Ako je učenik ispravno riješio zadatak drugim načinom, potrebno je dati puni broj bodova.

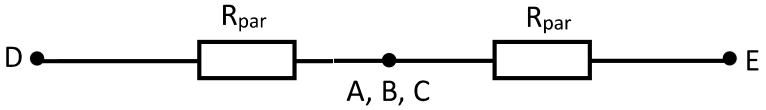
Bipiramida je simetrična s obzirom na bazu ABC (vidi sliku), zbog čega kroz stranice ABC neće teći struja, pa su vrhovi A, B i C na istom potencijalu i predstavljaju jedan čvor. 2 boda
U točki D struja se ravnomjerno grana prema točkama A, B i C, pa točka D predstavlja čvor s tri grane. Isto vrijedi i za točku E.
Spoj otpornika u bipiramidi stoga je ekvivalentan spoju na donjoj slici:



2 boda

Svaki je otpornik otpora $R = 1\Omega$.

Gornji je spoj ekvivalentan serijskom spoju paralelnih otpornika R_{par}:



1 bod

Ekvivalentni otpornici R_{par} iznose:

$$\frac{1}{R_{par}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R}$$

$$R_{par} = \frac{R}{3}$$

2 boda

Serijski spoj dvaju otpornika otpora R_{par} iznosi:

$$R_{eq} = R_{par} + R_{par} = \frac{2R}{3} = 0.667\ \Omega$$

2 boda

Prema Ohmovu zakonu odredimo struju kroz krug:

$$I = \frac{U}{R_{eq}}$$

$$I = 7.50\ \mathrm{A}$$

1 bod

Konstante:

$G = 6.674 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$
$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{Fm^{-1}}$
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\mathrm{Hm^{-1}} = 1.257 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{Hm^{-1}}$
$e = 1.602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$
$g = 9.81\ \mathrm{ms^{-1}}$

Mase elektrona, protona i neutrona:

$m_e = 9.109 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}$
$m_p = 1.673 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$
$m_n = 1.675 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$

Školsko natjecanje iz fizike 2025./2026.

Srednje škole – 4. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita učenici ne smiju imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje treba se koristiti kemijskom olovkom ili nalivperom. Učenici pri ruci ne smiju imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

1. zadatak (8 bodova)

Svjetlost, linearno polarizirana pod kutom od 13° u odnosu na vertikalu u smjeru kazaljke na satu, najprije prolazi kroz prvi polarizator čija os polarizacije zatvara kut od 18° s vertikalom u smjeru kazaljke na satu. Zatim svjetlost prolazi kroz drugi polarizator čija os polarizacije zatvara kut od 44° s vertikalom u smjeru kazaljke na satu. U postotcima izračunajte kolika je redukcija intenziteta svjetlosti nakon prolaska kroz oba polarizatora.

2. zadatak (9 bodova)

Izvor svjetlosti nalazi se u tekućini nepoznatog indeksa loma. Svjetlosna zraka izlazi iz izvora i pada na granicu tekućina – zrak pod kutom od 50° u odnosu na okomicu. Odredite ograničenje na indeks loma tekućine ako iz zraka izvor nije vidljiv.

3. zadatak (10 bodova)

Tanka leća stvara realnu sliku predmeta s iznosom povećanja 1.25. Pomicanjem predmeta od leće duž optičke osi, iznos povećanja smanji se za 20%, pri čemu se predmet udalji za Δu = 2 cm.

(a) Izračunajte jakost leće.

(b) Izračunajte za koliko se pomaknula slika.

4. zadatak (12 bodova)

Svjetlosna zraka upada na ravnu paralelnu staklenu ploču indeksa loma n = 1.5 i debljine d = 6 cm pod kutom θ = 60° u odnosu na okomicu. Zraka prolazi kroz ploču i izlazi s druge strane.

(a) Kako se međusobno odnose smjerovi ulazne i izlazne zrake?

(b) Izračunajte pomak između upadne zrake i izlazne zrake.

(c) Izvedite općenitu formulu za pomak kao funkciju veličina d, θ i n.

5. zadatak (11 bodova)

Na postavu Youngova eksperimenta s dvije identične, vrlo uske pukotine udaljene za d, okomito upada monokromatska svjetlost valne duljine λ = 520 nm. Zaslon je udaljen L= 1.80 m od ravnine pukotina. Na zaslonu je izmjeren razmak između druge svijetle pruge s jedne strane središnjeg maksimuma i četvrte tamne pruge s druge strane: Δy = 7.8 mm. Pretpostavite male kutove u odnosu na okomicu na ravninu pukotina.

(a) Odredite razmak pukotina d.

(b) Koliki je razmak između prve i četvrte svijetle pruge na istoj strani od središnjeg maksimuma?

Školsko natjecanje iz fizike

srednja škola – četvrta skupina

28. siječnja 2026.

1. Svjetlost, linearno polarizirana pod kutom od 13° u odnosu na vertikalu u smjeru kazaljke na satu, najprije prolazi kroz prvi polarizator čija os polarizacije zatvara kut od 18° s vertikalom u smjeru kazaljke na satu. Zatim svjetlost prolazi kroz drugi polarizator čija os polarizacije zatvara kut od 44° s vertikalom u smjeru kazaljke na satu. U postotcima izračunajte kolika je redukcija intenziteta svjetlosti nakon prolaska kroz oba polarizatora.

[8 bodova]

- Intenzitet nakon prvog polarizatora po Malusovom zakonu:

$$I_1 = I_0 \cos^2 \alpha_1 \qquad [1 \text{ bod}]$$

gdje je $\alpha_1 = 18° - 13° = 5°$. [1 bod]

$$I_1 = I_0 \cos^2(5°) \approx 0.9924\, I_0 \qquad [1 \text{ bod}]$$

- Intenzitet nakon drugog polarizatora:
  Nakon prvog polarizatora svjetlost je polarizirana uz os prvog polarizatora.
  Kut između polarizacije i osi drugog polarizatora:

$$\alpha_2 = 44° - 18° = 26° \qquad [1 \text{ bod}]$$

Primjenom Malusovog zakona:

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha_2 = 0.9924 I_0 \cdot \cos^2(26°) \approx 0.802\, I_0 \qquad [2 \text{ boda}]$$

- Postotak redukcije intenziteta:

$$\text{Redukcija} = 100\% \cdot \left(1 - \frac{I_2}{I_0}\right) \approx 100\% \cdot (1 - 0.802) \approx 19.8\% \qquad [2 \text{ boda}]$$

2. Izvor svjetlosti nalazi se u tekućini nepoznatog indeksa loma. Svjetlosna zraka izlazi iz izvora i pada na granicu tekućina–zrak pod kutom od 50° u odnosu na okomicu. Odredite ograničenje na indeks loma tekućine ako iz zraka izvor nije vidljiv.

[9 bodova]

- Kada svjetlost prelazi iz tekućine u zrak i izvor nije vidljiv, događa se totalna refleksija. [1 bod]

  Uvjet za totalnu refleksiju:

  $$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1} \qquad [2 \text{ boda}]$$

  gdje je n_1 indeks loma tekućine, n_2 indeks loma zraka (≈ 1), a θ_c granični kut.
- Budući da zraka pada pod kutom od 50° i izvor nije vidljiv, $\theta_c \leq 50^\circ$:

  $$\sin\theta_c \leq \sin 50^\circ \approx 0.766 \qquad [3 \text{ boda}]$$

- Ograničenje na indeks loma tekućine:

  $$n_1 \geq \frac{n_2}{\sin\theta_c} \approx \frac{1}{0.766} \approx 1.31 \qquad [3 \text{ boda}]$$

3. Tanka leća stvara realnu sliku predmeta s iznosom povećanja 1.25. Pomicanjem predmeta od leće duž optičke osi, iznos povećanja smanji se za 20%, pri čemu se predmet udalji za $\Delta u = 2\,\mathrm{cm}$.

   (a) Izračunajte jakost leće.

   (b) Izračunajte za koliko se pomaknula slika.

[10 bodova]

- Budući da je prvotno slika veća od predmeta i da se nakon pomicanja predmeta dobiva slika iste veličine kao predmet, zaključujemo da se radi o konvergentnoj leći. [2 boda]
- Za tanku leću vrijedi:
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v} \qquad [1\ \text{bod}]$$
gdje je u udaljenost predmeta, a v udaljenost slike.
- Iznos povećanja je dan s:
$$|m| = \frac{v}{u}.$$
- Početno stanje:
$$|m_1| = 1.25 \quad \Rightarrow \quad v_1 = 1.25\,u_1$$
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{1.25\,u_1} = \frac{1 + \frac{1}{1.25}}{u_1} = \frac{1.8}{u_1}. \qquad [1\ \text{bod}]$$
- Nakon pomaka predmeta:
$$|m_2| = 0.8 \cdot 1.25 = 1.00$$
$$|m_2| = 1 \quad \Rightarrow \quad v_2 = u_2 \qquad [1\ \text{bod}]$$
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} = \frac{2}{u_2}.$$
- Izjednačavanjem izraza za $\frac{1}{f}$:
$$\frac{1.8}{u_1} = \frac{2}{u_2} \quad \Rightarrow \quad u_2 = \frac{10}{9}\,u_1. \qquad [1\ \text{bod}]$$
- Pomak predmeta:
$$u_2 - u_1 = 2\,\mathrm{cm} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{9}u_1 = 2\,\mathrm{cm} \quad \Rightarrow \quad u_1 = 18\,\mathrm{cm},\ u_2 = 20\,\mathrm{cm}.$$
- Jakost leće:
$$\frac{1}{f} = \frac{1.8}{18} = 0.1 \quad \Rightarrow \quad f = 10\,\mathrm{cm} = 0.10\,\mathrm{m}$$
$$D = \frac{1}{f} = 10\,\mathrm{dpt}. \qquad [2\ \text{boda}]$$

- Pomak slike:

$$v_1 = 1.25 \cdot 18\,\text{cm} = 22.5\,\text{cm}, \quad v_2 = 20\,\text{cm}$$

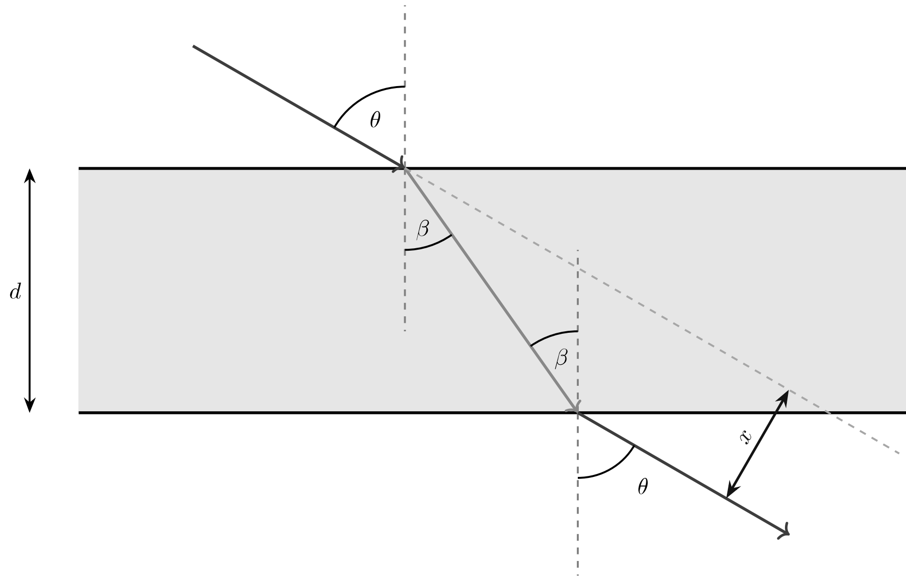
$$\Delta v = |v_2 - v_1| = 2.5\,\text{cm}.$$ [2 boda]

4. Svjetlosna zraka upada na ravnu paralelnu staklenu ploču indeksa loma $n = 1.5$ i debljine $d = 6\,\text{cm}$ pod kutom $\theta = 60^\circ$ u odnosu na okomicu. Zraka prolazi kroz ploču i izlazi s druge strane.

   (a) Izračunajte paralelni pomak između upadne zrake i izlazne zrake.

   (b) Izvedite općenitu formulu za paralelni pomak kao funkciju veličina d, θ i n.

[12 bodova]



[2 boda]

- Zakon loma povezuje kuteve upada θ i loma β:

$$\sin\theta = n\sin\beta \Rightarrow \beta = 35.26^\circ$$ [1 boda]

- Sa skice možemo odrediti traženi pomak

$$x = \frac{d}{\cos\beta}\sin(\theta - \beta) = 3.1 \text{ cm}$$ [4 boda]

- Općeniti izraz:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\sin\theta}{\sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}$$ [2 boda]

$$x = \frac{d}{\cos\beta}(\sin\theta\cos\beta - \cos\theta\sin\beta)$$

$$x = d(\sin\theta - \cos\theta\operatorname{tg}\beta)$$ [1 bod]

$$x = d\sin\theta\left[1 - \frac{\cos\theta}{\sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}\right]$$ [2 boda]

$$x = d\sin\theta\left[1 - \sqrt{\frac{1 - \sin^2\theta}{n^2 - \sin^2\theta}}\right]$$

5. Na postavu Youngova eksperimenta s dvije identične, vrlo uske pukotine udaljene za d, okomito upada monokromatska svjetlost valne duljine $\lambda = 520\,\text{nm}$. Zaslon je udaljen $L = 1.80\,\text{m}$ od ravnine pukotina.

   Na zaslonu je izmjeren razmak između druge svijetle pruge s jedne strane središnjeg maksimuma i četvrte tamne pruge s druge strane: $\Delta y = 7.8\,\text{mm}$.

   Pretpostavite male kutove u odnosu na okomicu na ravninu pukotina.

   (a) Odredite razmak pukotina d.

   (b) Koliki je razmak između prve i četvrte svijetle pruge na istoj strani od središnjeg maksimuma?

[11 bodova]

- Položaji svijetlih i tamnih pruga:
  Svijetle pruge:
  $$y_m = m\frac{\lambda L}{d} \qquad [1\text{ bod}]$$
  Tamne pruge:
  $$y_k = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda L}{d} \qquad [1\text{ bod}]$$
- Razmak između druge ($m = 2$) svijetle i četvrte ($k = 3$) tamne pruge: [2 boda]
  $$\Delta y = y_{m=2} + y_{k=3} = (2 + 3.5)\,\frac{\lambda L}{d} = 5.5\frac{\lambda L}{d} \qquad [3\text{ boda}]$$
- Izračun razmaka pukotina:
  $$d = \frac{5.5\,\lambda L}{\Delta y} = \frac{5.5 \cdot 520 \times 10^{-9}\,\text{m} \cdot 1.80\,\text{m}}{7.8 \times 10^{-3}\,\text{m}} \approx 6.6 \times 10^{-4}\,\text{m} \qquad [2\text{ boda}]$$
  $$d \approx 0.66\,\text{mm}$$
- Razmak između prve i četvrte svijetle pruge:
  $$\Delta y = (4 - 1)\frac{\lambda L}{d} = 3\frac{\lambda L}{d} \approx 4.25\,\text{mm} \qquad [2\text{ boda}]$$