Državno natjecanje iz fizike 2022./2023.
Podgora, 9. – 12. svibnja 2023.
Srednje škole – 1. skupina

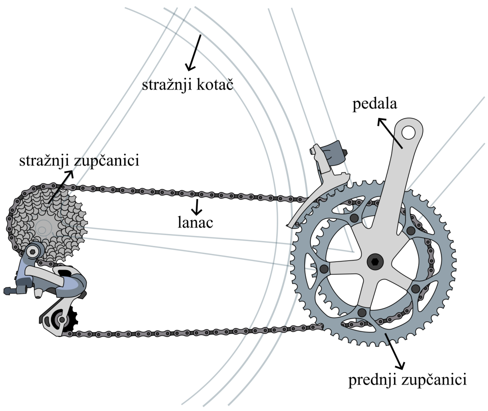
VAŽNO: Tijekom ispita **ne smiješ se koristiti nikakvim pisanim materijalom (knjigama, bilježnicama, formulama...)**. Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. **Pri ruci ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

1. zadatak (16 bodova)

Prijenos na biciklu sastoji se od prednjega i stražnjega zupčanika koji su povezani lancem. Bicikl može imati jedan ili više prednjih i stražnjih zupčanika. Zupčanici imaju različite promjere, odnosno različit broj zuba. Promotrimo situaciju s jednim prednjim zupčanikom i tri stražnja zupčanika. Prednji zupčanik ima 32 zuba, a stražnji zupčanici imaju 21-24-28 zuba. U najnižoj brzini prijenosa lanac je postavljen na onaj stražnji zupčanik koji daje najmanju brzinu kretanja bicikla za danu brzinu okretanja pedala. Promjer stražnjega kotača bicikla je 622 mm.

Gibanje bicikla podijeljeno je u tri etape:

I. Jednoliko ubrzano gibanje od mirovanja do brzine okretanja pedala od 90 okretaja u minuti. Vrijeme ubrzavanja je 56 s. Biciklist vozi u najnižoj brzini.
II. Jednoliko gibanje u sljedećoj višoj brzini. Brzina gibanja bicikla jednaka je brzini kojom se giba na kraju I. etape.
III. Jednoliko gibanje u najvišoj brzini. Brzina gibanja bicikla jednaka je brzini u II. etapi.

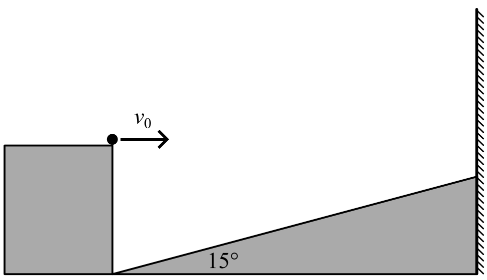


Bicikl u sve tri etape prijeđe jednak put.

a) Izračunaj ukupno vrijeme gibanja.
b) Izračunaj srednju brzinu gibanja bicikla.
c) Nacrtaj graf ovisnosti brzine okretanja pedala o vremenu.

2. zadatak (20 bodova)

Mala loptica izbačena je početnom brzinom v_0 u horizontalnome smjeru kao što je prikazano na slici. Loptica se najprije odbije od kosine, zatim se odbije od vertikalnoga zida te se vraća u početnu točku. Sudari s kosinom i zidom su elastični. Od početne točke do točke pada na kosinu loptica prijeđe vertikalnu udaljenost a. Vertikalna udaljenost početne točke i maksimalne visine loptice iznosi $2a$. Zanemari otpor zraka i efekte rotacije loptice.



a) Izračunaj kut pod kojim loptica udari u kosinu.

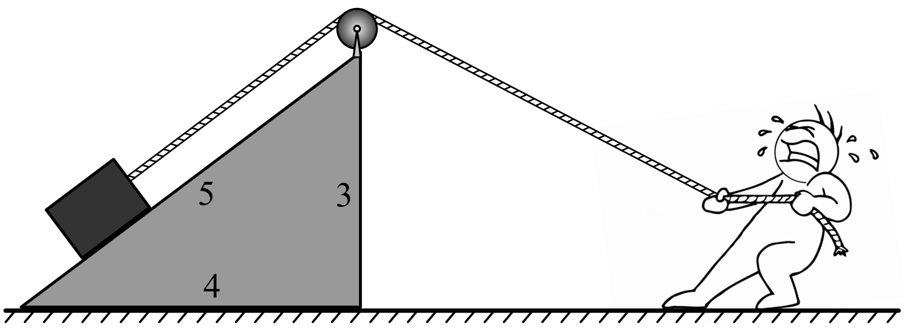
b) Izračunaj najmanju i najveću brzinu loptice za vrijeme gibanja. Rezultate izrazi s pomoću v_0.
c) Izračunaj horizontalnu udaljenost početne točke i vertikalnoga zida. Rezultat izrazi s pomoću a i gravitacijskoga ubrzanja g.

Koristi se trigonometrijskom formulom $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$.

3. zadatak (17 bodova)

Cigla mase 1 kg nalazi se na kosini mase 2 kg. Na ciglu je privezano uže koje je prebačeno preko koloture. Čovjek povlači uže tako da je sila napetosti užeta stalna i iznosi F. Uže i kolotura imaju zanemarivu masu. Kosina se može gibati po horizontalnoj podlozi bez trenja. Koeficijent trenja između cigle i kosine iznosi 0.25. Gravitacijsko ubrzanje je $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

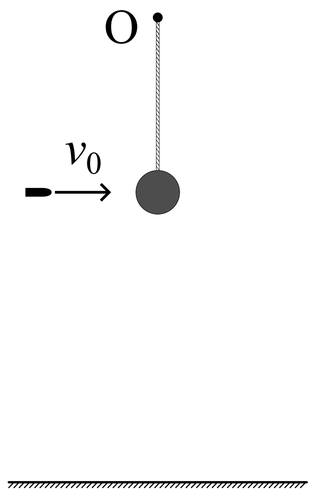
a) Izračunaj ubrzanje kosine.
b) Izračunaj silu F tako da se cigla giba uz kosinu stalnom brzinom.



4. zadatak (17 bodova)

Kugla mase 1 kg pričvršćena je za nit duljine 90 cm. Drugi kraj niti učvršćen je u točki O koja se nalazi na visini 410 cm iznad tla. Metak mase 80 g dolijeće brzinom v_0 u horizontalnome smjeru i prolazi kroz kuglu. Brzina metka neposredno nakon prolaska kroz kuglu iznosi 200 m/s. Nakon prolaska metka kugla se giba po kružnici u vertikalnoj ravnini. U trenutku kad se kugla nalazi u najvišoj točki svoje putanje, nit pukne. Horizontalna udaljenost položaja pada metka i kugle na tlo iznosi 168 m. Gravitacijsko ubrzanje je $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

a) Izračunaj početnu brzinu metka v_0.
b) Izračunaj napetost niti neposredno prije pucanja.
c) Izračunaj koliki se udio početne kinetičke energije metka pretvori u toplinu pri prolasku metka kroz kuglu.



DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
8. – 11. svibnja 2023.
Podgora

Srednje škole – 1. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK
(30 bodova)

Pribor: Dva utega različitih masa, konac, mjerna traka (metar).

Dodatni pribor (po potrebi, koristi samo za predviđenu svrhu): Škare za rezanje konca, papir, indigo papir i grafitna olovka za označavanje, gumica za brisanje, ljepljiva traka.

Zadatak:

1) Koristeći dani pribor odredite dinamički koeficijent trenja sa stolom za **oba** utega. Komentirajte dobiveni rezultat, slaže li se s vašim očekivanjima?

2) Koristeći dani pribor odredite omjer masa dvaju utega. Za ovaj dio zadatka zanemarite efekte konca.

Napomene:

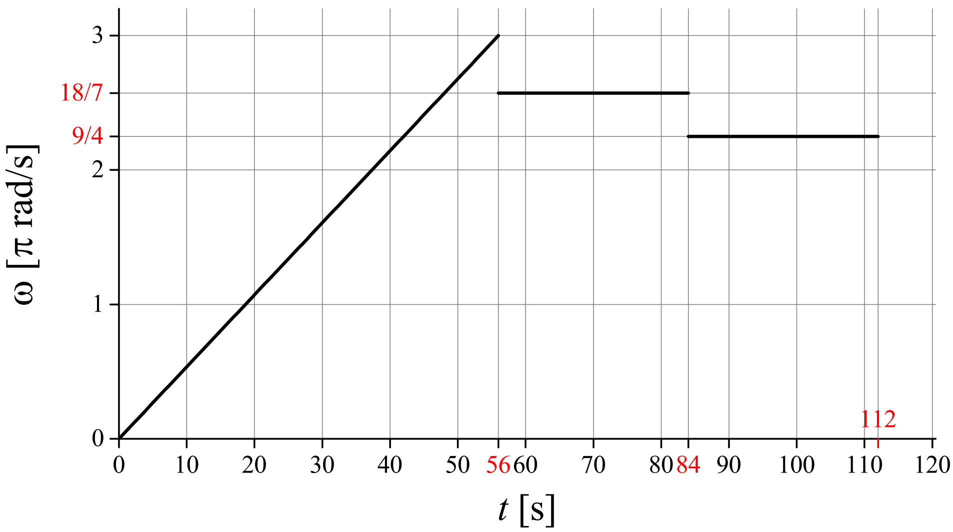
- Sve što napravite, opazite ili pretpostavite detaljno evidentirajte. Ono što ne zapišete, ne može se bodovati.
- Obavezno objasnite fizikalne principe iza svakog mjerenja i izvedite relevantne izraze. Mjerenje mora biti teorijski smisleno i eksperimentalno provedivo.
- Provedite račun pogreške kad je moguće.
- Obratite pažnju da rješenja pišete čitko, jasno i razumljivo.

Želimo vam sretno i interesantno rješavanje zadatka.

Državno natjecanje iz fizike 2022/2023
Podgora, 9. – 12. svibnja 2023.
Srednje škole – 1. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

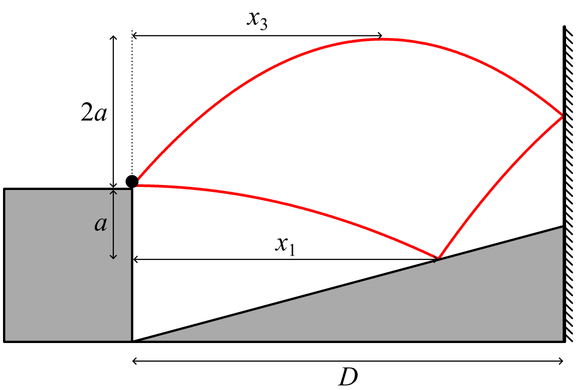
1. zadatak (16 bodova)

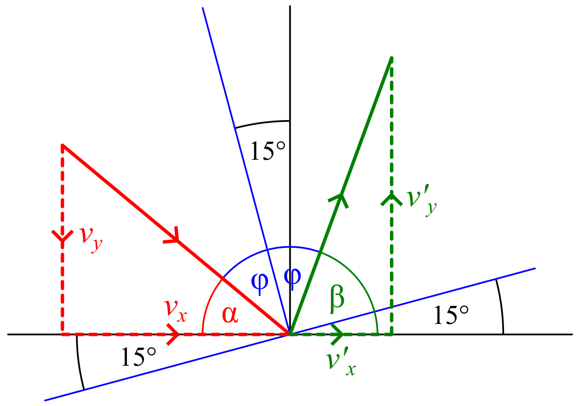
Neka je duljina jednog zuba d, a r_0 polumjer prednjeg zupčanika. Tada vrijedi:
$32d = 2\pi r_0$.
Stražnji zupčanik ima 28 zuba i polumjer r_1 pa vrijedi:
$28d = 2\pi r_1$.
Kada prednji zupčanik napravi jedan okret (zakrene se za kut 2π rad), lanac će se pomaknuti za $32d$. Odredimo za koliki kut će se zakrenuti stražnji zupčanik:
$32d = r_1\varphi = \frac{28d}{2\pi}\varphi \;\Rightarrow\; \varphi = \frac{32}{28}2\pi$ rad. **(2 boda)**
Zaključujemo da je kut zakreta stražnjeg zupčanika veći što je broj zuba stražnjeg zupčanika manji. Za fiksnu brzinu okretanja pedala stražnji zupčanik s najvećim brojem zuba okretat će se najmanjom kutnom brzinom. Prema tome, najveći broj zuba na stražnjem zupčaniku odgovara najmanjoj brzini gibanja bicikla. Biciklist počinje gibanje s lancem na stražnjem zupčaniku s 28 zuba. **(1 bod)**
Odredimo brzinu okretanja pedala, prijeđeni put i vrijeme gibanja u svakoj etapi.
1. etapa – jednoliko ubrzano gibanje, najniža brzina prijenosa:
$\omega_{1,poc} = 0$ rad/s, $\omega_{1,kon} = \frac{32}{28}\omega_{1,pedale,kon} = \frac{32}{28}\cdot\frac{90\cdot 2\pi}{60\text{ s}} = \frac{24}{7}\pi$ rad/s. **(1 bod)**
Prijeđeni put je:
$s_1 = R\frac{\omega_{1,kon}}{2}t_1 = R\cdot\frac{12}{7}\pi \text{ rad/s}\cdot 56\text{ s} = 96R\pi \text{ rad} = 93.8\text{ m}.$ **(2 boda)**
2. etapa – jednoliko gibanje, srednja brzina prijenosa:
$\omega_2 = \omega_{1,kon} = \frac{32}{24}\omega_{2,pedale} \;\Rightarrow\; \omega_{2,pedale} = \frac{24}{32}\cdot\frac{24}{7}\pi \text{ rad/s} = \frac{18}{7}\pi$ rad/s. **(1 bod)**
Prijeđeni put jednak je kao u 1. etapi:
$s_2 = R\omega_2 t_2 = s_1$
$R\frac{24}{7}\pi \text{ rad/s}\cdot t_2 = 96R\pi \text{ rad} \;\Rightarrow\; t_2 = 28\text{ s}.$ **(1 bod)**
3. etapa – jednoliko gibanje, najviša brzina prijenosa:
$\omega_3 = \omega_{1,kon} = \frac{32}{21}\omega_{3,pedale} \;\Rightarrow\; \omega_{3,pedale} = \frac{21}{32}\cdot\frac{24}{7}\pi \text{ rad/s} = \frac{9}{4}\pi$ rad/s. **(1 bod)**
Prijeđeni put jednak je kao u 1. etapi:
$s_3 = R\omega_3 t_3 = s_1$
$R\frac{24}{7}\pi \text{ rad/s}\cdot t_3 = 96R\pi \text{ rad} \;\Rightarrow\; t_3 = 28\text{ s}.$ **(1 bod)**
Srednja brzina biciklista je:
$\bar{v} = \frac{s_{ukupno}}{t_{ukupno}} = \frac{3\cdot 93.8\text{ m}}{t_1+t_2+t_3} = \frac{281.4\text{ m}}{112\text{ s}} = 2.51\text{ m/s}.$ **(2 boda)**
Graf ovisnosti kutne brzine okretanja pedala o vremenu prikazan je na slici. Točno označene osi na grafu: 1 bod, točno nacrtan graf za svaku etapu gibanja: 1 bod; ukupno **4 boda** za graf.



2. zadatak (20 bodova)

Na slici lijevo prikazana je putanja loptice i označene su udaljenosti koje se koriste u rješavanju zadatka. Na slici desno prikazana je brzina loptice neposredno prije udara u kosinu i neposredno nakon odbijanja od kosine. Brzine su rastavljene na horizontalnu i vertikalnu komponentu te su označeni kutevi koji se koriste u rješavanju zadatka.





Neposredno prije udara u kosinu loptica ima brzinu:
$v^2 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, **(1 bod)**
gdje su horizontalna i vertikalna komponenta brzine redom jednake:
$v_x = v_0$ **(1 bod)** i
$a = \dfrac{v_y^2}{2g} \;\Rightarrow\; v_y = \sqrt{2ga}$. **(1 bod)**
Neposredno nakon odbijanja od kosine iznos brzine loptice je isti kao neposredno prije udara u kosinu, ali se horizontalna i vertikalna komponenta brzine mijenjaju:
$v^2 = \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2}$.
Dalje se loptica giba prema zidu stalnom horizontalnom komponentom brzine v_x' i vertikalnom komponentom brzine koja se jednoliko smanjuje od početne vrijednosti v_y'. Nakon odbijanja loptice od zida horizontalna komponenta brzine mijenja smjer, a iznosi pojedinih komponenti brzina prije i nakon odbijanja od zida ostaju isti. Slijedi da je točka maksimalne visine loptice određena hicem u vis početnom brzinom v_y':

$a + 2a = \frac{v_y'^2}{2g}$. **(1 bod)**

$3a = 3\frac{v_y^2}{2g} = \frac{v_y'^2}{2g} \;\Rightarrow\; v_y' = \sqrt{3}v_y$. **(1 bod)**

Kao što je prikazano na slici loptica upada pod kutem φ u odnosu na okomicu na kosinu te se od kosine odbije pod istim kutem. Vrijede sljedeće jednadžbe:

$\sin\alpha = \frac{v_y}{v}$, $\cos\alpha = \frac{v_x}{v}$,

$\sin\beta = \frac{v_y'}{v}$, $\cos\beta = \frac{v_x'}{v}$

Sa slike možemo vidjeti da je odnos kuteva sljedeći:

$\alpha + 2\varphi + \beta = 180°$,

$\alpha + \varphi + 15° = 90°$,

$\varphi + \beta - 15° = 90°$.

Iz prethodnih jednadžbi slijedi da je $\beta - \alpha = 30°$. **(2 boda)** Također vrijedi:

$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{v_y'}{v_y} = \sqrt{3}$. **(2 boda)**

Nadalje slijedi:

$\frac{\sin(\alpha + 30°)}{\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha\cos 30° + \cos\alpha\sin 30°}{\sin\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \sqrt{3}$.

Sređivanjem se dobije:

$\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \sqrt{3} \;\Rightarrow\; \alpha = 30°$. **(2 boda)**

Iz prethodnog slijedi da je $\beta = 60°$ i kut upada loptice na kosinu $\varphi = 45°$. **(1 bod)**

Najveću brzinu loptica ima u najnižoj točki gibanja, odnosno u točki udara u kosinu i ona iznosi:

$v_{max} = v = \frac{v_x}{\cos 30°} = \frac{2}{\sqrt{3}}v_0$. **(1 bod)**

Najmanju brzinu loptica ima u najvišoj točki gibanja i ona iznosi:

$v_{min} = v_x' = v\cos 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}v_0$. **(1 bod)**

Neka je D horizontalna udaljenost početne točke i vertikalnog zida. Gibanje loptice podijelimo u tri etape:

1. Od početne točke do udara u kosinu.
2. Od udara u kosinu do najviše točke gibanja.
3. Od najviše točke do početne točke.

Vrijeme pojedine etape gibanja je:

$t_1 = \frac{v_y}{g}$,

$t_2 = \frac{v_y'}{g} = \sqrt{3}\frac{v_y}{g}$,

$t_3 = \frac{\sqrt{v_0^2 - v_x'^2}}{g} = \frac{\sqrt{3v_y^2 - v_y^2}}{g} = \sqrt{2}\frac{v_y}{g}$.

Horizontalne udaljenosti koje loptica prijeđe u etapama 1. i 3. su:

$x_1 = v_x t_1 = \sqrt{3}v_y \cdot \frac{v_y}{g} = 2\sqrt{3}a$, **(2 boda)**

$x_3 = v_x' t_3 = v_y \cdot \sqrt{2}\frac{v_y}{g} = 2\sqrt{2}a$. **(2 boda)**

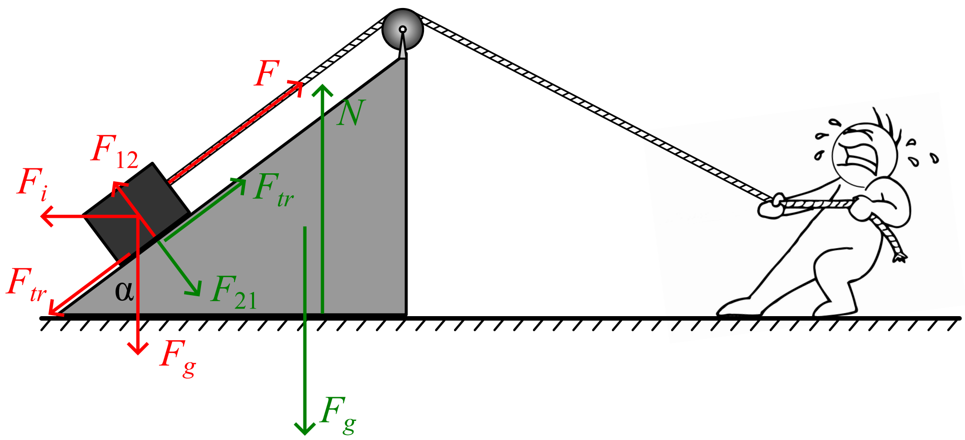
Za etapu 2. postavimo sljedeću jednadžbu:

$D - x_1 + D - x_3 = v_x' t_2 = v_y \cdot \sqrt{3}\frac{v_y}{g} = 2\sqrt{3}a$.

$2D = 2\sqrt{3}a + x_1 + x_3 = (4\sqrt{3} + 2\sqrt{2})a \;\Rightarrow\; D = (2\sqrt{3} + \sqrt{2})a$. **(2 boda)**

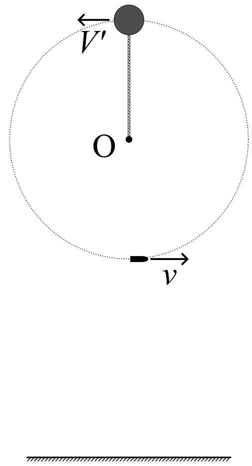
3. zadatak (17 bodova)

Na slici su prikazane sile koje djeluju na kosinu (zeleno) i sile koje djeluju na ciglu u sustavu kosine (crveno). Točno nacrtani dijagrami sila: **2 boda**. Označimo masu kosine s m_1 i masu cigle s m_2.



Drugi Newtonov zakon za gibanje kosine:
$m_1 a = F_{21}\sin\alpha + F_{tr}\cos\alpha$. **(1 bod)**
Drugi Newtonov zakon za gibanje cigle u sustavu kosine:
$m_2 a' = F - F_g \sin\alpha - F_{tr} - F_i\cos\alpha$, **(1 bod)**
$0 = F_{12} + F_i \sin\alpha - F_g\cos\alpha$. **(1 bod)**
Inercijalna sila je $F_i = m_2 a$. **(1 bod)** Zbog trećeg Newtonovog zakona vrijedi $F_{21} = F_{12}$. **(1 bod)** Sila trenja je $F_{tr} = \mu F_{12}$. **(1 bod)**
Iz treće jednadžbe slijedi:
$F_{12} = m_2 g\cos\alpha - m_2 a\sin\alpha$. **(1 bod)**
Uvrštavanjem u prvu jednadžbu dobije se:
$m_1 a = m_2 g\sin\alpha\cos\alpha - m_2 a\sin^2\alpha + \mu m_2 g\cos^2\alpha - \mu m_2 a\sin\alpha\cos\alpha$,
$\frac{m_1}{m_2}a = g\sin\alpha\cos\alpha - a\sin^2\alpha + \mu g\cos^2\alpha - \mu a\sin\alpha\cos\alpha$.
Uvrstimo $\frac{m_1}{m_2} = 2$, $\sin\alpha = \frac{3}{5}$, $\cos\alpha = \frac{4}{5}$:
$2a = g\frac{12}{25} - a\frac{9}{25} + \mu g\frac{16}{25} - \mu a\frac{12}{25}$,
$(50 + 9 + 12\mu)\, a = (12 + 16\mu)\, g$.
Uvrstimo $\mu = 0.25$:
$62a = 16g$,
$a = \frac{8}{31}g = 2.58\ \mathrm{m/s^2}$. **(4 boda)**
Iz uvjeta da se cigla giba stalnom brzinom slijedi $a' = 0$. **(1 bod)** Sila F tada je jednaka:
$F = m_2 g\sin\alpha + \mu m_2 g\cos\alpha - \mu m_2 a\sin\alpha + m_2 a\cos\alpha$,
$F = m_2 g\,(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) + m_2 a\,(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)$,
$F = m_2\frac{1}{5}\left[(3 + 0.25\cdot 4)\, g + (4 - 0.25\cdot 3)\, a\right]$,
$F = m_2\frac{1}{5}\left[4g + 3.25\cdot\frac{8}{31}g\right]$,
$F = m_2\frac{1}{5}\left(4 + \frac{26}{31}\right) g$,
$F = \frac{30}{31}g = 9.68\ \mathrm{N}$. **(3 boda)**

4. zadatak (17 bodova)



Nakon prolaska kroz kuglu metak se giba prema desno i pada na tlo s visine $h = h_O - r = 4.1\ \mathrm{m} - 0.9\ \mathrm{m} = 3.2\ \mathrm{m}$. **(1 bod)** Vrijeme pada metka je:

$h = \frac{1}{2}gt^2 \ \Rightarrow\ t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0.8\ \mathrm{s}$. **(1 bod)**

Pritom je metak prešao horizontalnu udaljenost:

$x = vt = 200\ \mathrm{m/s} \cdot 0.8\ \mathrm{s} = 160\ \mathrm{m}$. **(1 bod)**

Nakon što pukne nit kugla se giba prema lijevo i pada s visine $H = h_O + r = 4.1\ \mathrm{m} + 0.9\ \mathrm{m} = 5\ \mathrm{m}$. **(1 bod)** Vrijeme pada kugle je:

$H = \frac{1}{2}gT^2 \ \Rightarrow\ T = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 1\ \mathrm{s}$. **(1 bod)**

Horizontalna udaljenost položaja pada metka i kugle na tlo je:

$d = 168\ \mathrm{m} = x + V'T$. **(1 bod)**

Slijedi da je brzina kugle u trenutku pucanja niti jednaka:

$V' = \frac{168\ \mathrm{m} - x}{T} = \frac{168\ \mathrm{m} - 160\ \mathrm{m}}{1\ \mathrm{s}} = 8\ \mathrm{m/s}$. **(1 bod)**

Brzinu kugle neposredno nakon prolaska metka izračunamo pomoću zakona očuvanja energije:

$\frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}MV^2 + Mg2r$, **(1 bod)**

$V^2 = V'^2 + 4gr$,

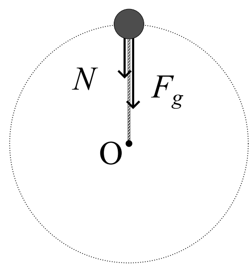
$V = \sqrt{V'^2 + 4gr} = 10\ \mathrm{m/s}$. **(1 bod)**

Zakon očuvanja količine gibanja za sudar metka i kugle glasi

$mv_0 = mv + MV$. **(1 bod)**

Uvrštavanjem poznatih veličina izračunamo početnu brzinu metka:

$v_0 = v + \frac{M}{m}V = 200\ \mathrm{m/s} + \frac{1}{0.08}10\ \mathrm{m/s} = 325\ \mathrm{m/s}$. **(1 bod)**



U najvišoj točki putanje na kuglu djeluje gravitacijska sila i sila napetosti užа. S obzirom na to da se kugla giba po kružnici ukupna sila na kuglu je centripetalna sila.

$F_{cp} = mg + N$. **(1 bod)**

Slijedi da je napetost niti neposredno prije pucanja:

$N = F_{cp} - Mg = M\frac{V'^2}{r} - Mg = M\left(\frac{V'^2}{r} - g\right) = 61.1\ \mathrm{N}$. **(1 bod)**

Kinetička energija metka neposredno prije sudara s kuglom je:

$E_{k0} = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.08\ \mathrm{kg} \cdot (325\ \mathrm{m/s})^2 = 4225\ \mathrm{J}$. **(1 bod)**

Ukupna energija neposredno nakon prolaska metka kroz kuglu je:

$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.08\ \mathrm{kg} \cdot (200\ \mathrm{m/s})^2 + \frac{1}{2} \cdot 1\ \mathrm{kg} \cdot (10\ \mathrm{m/s})^2 = 1650\ \mathrm{J}$. **(1 bod)**

Razlika početne kinetičke energije metka i ukupne energije neposredno nakon prolaska metka kroz kuglu jednaka je gubitku energije:

$Q = 4225\ \mathrm{J} - 1650\ \mathrm{J} = 2575\ \mathrm{J}$, **(1 bod)**

što je $\frac{2575}{4225} = 61\%$ početne kinetičke energije metka. **(1 bod)**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
8. – 11. svibnja 2023.
Podgora

Srednje škole – 1. grupa

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA
(30 bodova)

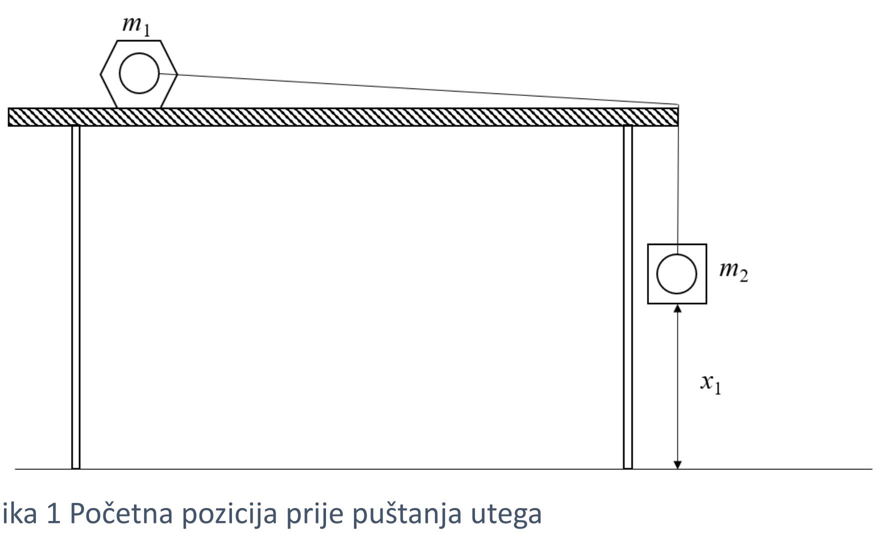
Zamišljeno rješenje opisano je u nastavku. Ako učenici osmisle drugi način rješavanja koji je fizikalno smislen te eksperimentalno provediv, dodijelit će im se bodovi sukladno procjeni provedivosti metode i kvaliteti dobivenih rezultata.

1) Određivanje koeficijenta trenja **(20 bodova)**

Utezi se povežu komadom konca koji je otprilike jednako dugačak koliko je stol na kojemu radite širok. Jedan uteg prebaci se preko ruba stola dok drugi uteg pridržavamo uspravno na stolu u položaju kao na slici 1. **(1 bod)**

Bitno je da uteg stoji uspravno kako se konac ne bi nalazio između utega i stola i time remetio mjerenje. **(1 bod)**

Na stolu označavamo početnu poziciju utega grafitnom olovkom te izmjerimo početnu visinu drugog utega x_1. Za fiksiranje utega u svrhu preciznog mjerenja visine i označavanja može se ljepljivom trakom onemogućiti micanje konca. **(1 bod)**

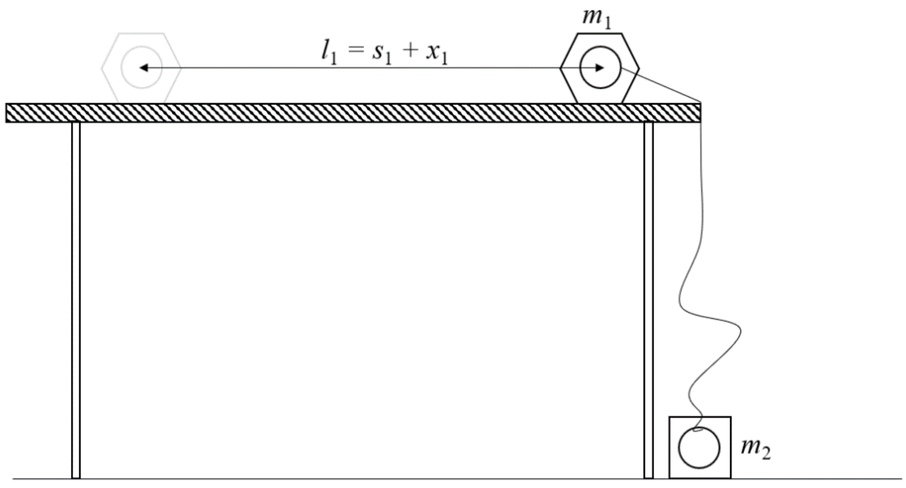


Slika 1 Početna pozicija prije puštanja utega

Prije puštanja utega nužno je zaustaviti ljuljanje utega koji visi sa stola. **(1 bod)**

Puštamo uteg koji smo pridržavali te utezi, izvodeći jednoliko ubrzano gibanje, prvo prelaze put x_1, a uteg na stolu dodatno jednoliko usporenim gibanjem prelazi put s_1 prije konačnog zaustavljanja na stolu. **(1 bod)**

Konačna pozicija skicirana je na slici 2.



Slika 2 Konačna pozicija nakon zaustavljanja utega

Iz zakona očuvanja energije za uteg na stolu možemo napisati izraz:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = m_1 g \mu_1 s_1 \tag{1}$$

i kraćenjem masa te prebacivanjem dobiti:

$$\mu_1 = \frac{v_1^2}{2 g s_1} \tag{2}$$

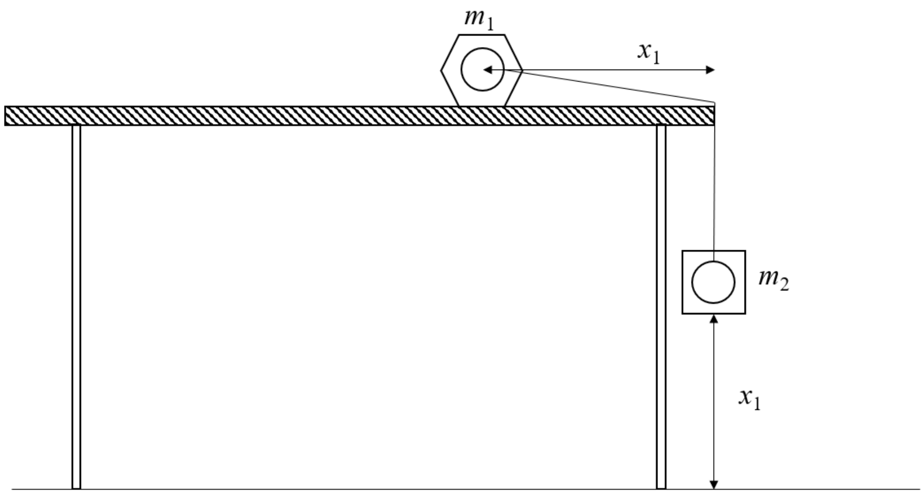
pri čemu je μ_1 dinamički koeficijent trenja između prvog utega i stola, v_1 je brzina utega na kraju ubrzanog, odnosno na početku usporenog gibanja, a g je gravitacijsko ubrzanje Zemlje. **(1 bod)**

Eksperiment na ovaj način ponavljamo više puta za isti x_1 te mjerimo ukupni put od početne do konačne pozicije utega na stolu l_1. Uz poznati x_1 koji izmjerimo metrom možemo izračunati $s_1 = x_1 - l_1$ te dobivene podatke prikazujemo tablično računajući srednju vrijednost te maksimalnu pogrešku za s_1. **(2 boda)**

Za izračun brzine v_1 iz izraza (2) povežemo utege kraćim komadom konca dugačkim jednako visini stola na kojemu radite. Kao i u prošlom eksperimentu, drugi uteg ponovno prebacimo preko ruba stola te ga držimo na istoj visini x_1 pri kojoj su mjereni podaci za s_1. **(1 bod)**

Za ponovno postizanje iste visine x_1 lijepimo ljepljivu traku preko konca što onemogućava gibanje utega, ali nam i dalje dopušta precizno namještanje visine utega. **(1 bod)**

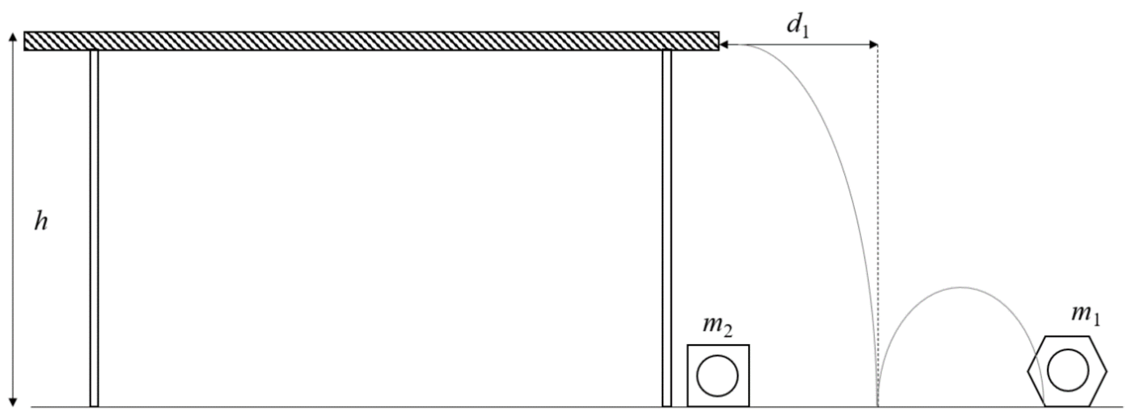
Početna pozicija utega za ovaj postav prikazana je na slici 3.



Slika 3 Početna pozicija prije ispuštanja utega

Nakon puštanja, utezi ponovno kreću ubrzavati jednoliko ubrzano na putu x_1. Razlika u odnosu na prošli eksperiment je što sada, nakon ubrzanog gibanja i postizanja iste brzine v_1, uteg na stolu prelazi preko ruba stola i izvodi horizontalni hitac te pada na pod. **(1 bod)**

Konačna pozicija utega prikazana je na slici 4.



Slika 4 Konačna pozicija nakon horizontalnog hica

Mjerenjem dometa horizontalnog hica d_1 možemo dobiti početnu brzinu v_1. Izvod za domet horizontalnog hica uz zanemarivanje otpora zraka je:

$$d_1 = v_1 t \tag{3}$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \tag{4}$$

pa kombiniranjem izraza dobivamo:

$$v_1 = d_1\sqrt{\frac{g}{2h}} \quad (5)$$

pri čemu je h visina stola koju izmjerimo metrom **(1 bod)**.

Za mjerenje dometa horizontalnog hica koristimo indigo papir stavljen preko bijelog papira na kojemu uteg na mjestu pada ostavlja trag tinte. Indigo i bijeli papir zalijepimo ljepljivom trakom za pod. **(1 bod)**

Mjerenje dometa horizontalnog hica treba ponoviti više puta za isti x_1, rezultate prikazati tablično te izračunati aritmetičku sredinu i maksimalnu pogrešku. **(1 bod)**

Kombiniranjem izraza (5) i (2) dobivamo izraz za dinamički koeficijent trenja između jednog utega i stola **(1 bod)**

$$\mu_1 = \frac{d_1^2}{4hs_1} \quad (6)$$

Ponavljajući isti postupak sa zamijenjenim utezima dobivamo koeficijent trenja drugog utega. **(2 boda)**

Vrijednosti koeficijenata trenja koje dobivamo ovom metodom kreću se oko $\mu_1 \approx \mu_2 \approx 0.15$ **(2 boda)**

Kako su utezi od istog materijala očekivali bismo dobiti slične vrijednosti koeficijenta trenja i to bi trebalo komentirati. Ako se dobiju različite vrijednosti i to bi trebalo komentirati te predložiti mogući uzrok greške (npr. interakcija konca i utega) **(1 bod)**

2) Određivanje omjera masa utega **(10 bodova)**

Iz drugog Newtonovog zakona dobivamo jednadžbe za ubrzano gibanje iz prošlog dijela zadatka za oba utega **(2 boda)**

$$\begin{gathered} m_1 a_1 = T_1 - m_1 g \mu_1 \\ m_2 a_2 = m_2 g - T_2 \end{gathered} \quad (7)$$

Iz pretpostavke da je masa konca zanemariva u odnosu na mase utega te zanemarivanjem trenja konca o rub stola slijedi $T_1 = T_2 \equiv T$. **(1 bod)**

Iz pretpostavke da je konac nerastezljiv slijedi $a_1 = a_2 \equiv a$. **(1 bod)**

Izbacivanjem T iz sustava jednadžbi (7) i preuređivanjem dobivamo

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{g - a}{a + g\mu_1} \tag{8}$$

Akceleraciju a možemo iz brzine v_1 iz prošlog dijela zadatka izračunati koristeći izraz za jednoliko ubrzano gibanje **(1 bod)**

$$a = \frac{v_1^2}{2x_1} \tag{9}$$

Odnosno uvrštavanjem izraza (5) u izraz (9) dobivamo

$$a = \frac{d_1^2 g}{4hx_1} \tag{10}$$

(1 bod)

Kombiniranjem izraza (6), (8) i (10) dobivamo konačni izraz za omjer masa utega

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{s_1(4hx_1 - d_1^2)}{d_1^2(s_1 + x_1)} \tag{11}$$

(2 boda)

Isti izraz mora vrijediti za zamijenjene uloge utega ako se zamijene indeksi 1 i 2, tj.

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{s_2(4hx_2 - d_2^2)}{d_2^2(s_2 + x_2)} \tag{12}$$

Odnosno uzimanjem recipročne vrijednosti

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{d_2^2(s_2 + x_2)}{s_2(4hx_2 - d_2^2)} \tag{13}$$

(1 bod)

Iz izraza (11) i (13) dobivamo dvije eksperimentalne vrijednosti za omjer masa m_1/m_2 što nam dopušta da izračunamo srednju vrijednost ocijenimo pogrešku mjerenja te rezultat zapišemo u standardom obliku s točno zaokruženim vrijednostima. **(1 bod)**

U praksi ovo mjerenje neće biti vrlo precizno zbog zanemarivanja trenja konca o rub stola (koje u stvarnosti nije zanemarivo u odnosu na trenje utega ni u odnosu na druge sile). Iz tog razloga priznavat će se širok raspon razumnih eksperimentalno dobivenih omjera te će se bodovati metoda, a ne sami rezultat.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE – 8.– 11. 5. 2023.

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smiješ imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…)**. Za pisanje koristi se kemijskom olovkom ili nalivperom. ***Pri ruci ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora***.

1. zadatak (20 bodova)

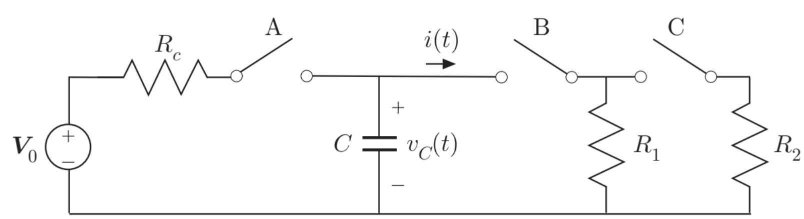
Tijelo načinjeno od materijala gustoće $\rho_t = 5\rho_{vode}$ potpuno je uronjeno u posudu napunjenu vodom i pušteno je nultom početnom brzinom s visine h u odnosu na dno posude. Zbog sile viskoznog trenja (pretpostavi da je ona konstantna tijekom gibanja) tijekom spuštanja tijelo izgubi 8 % svoje početne energije stižući do dna brzinom v = 2 m/s. Izračunaj vrijednost h. (Dimenzije tijela zanemarive su u odnosu na visinu h.)

2. zadatak (20 bodova)

Pozivajući se na strujni krug na slici, odredi izraze $i(t)$ i $v_C(t)$ (za $-T/2 < t < 4T$) i grafički skiciraj njihov vremenski tijek. Izračunaj vrijednosti $i(t)$ i $v_c(t)$ u trenutku $t = 2T$. Redoslijed rada prekidača A, B i C je sljedeći:

vrijeme	A	B	C
$-\infty<t<0$	zatvoren	otvoren	otvoren
$0 \leq t < T$	otvoren	zatvoren	otvoren
$t \geq T$	otvoren	zatvoren	zatvoren

Vrijednosti su: V_0 = 5 V, R_C = 1 kΩ, R_1 = 1 kΩ, R_2 = 580 Ω, C = 1 mF, T = 1 s.



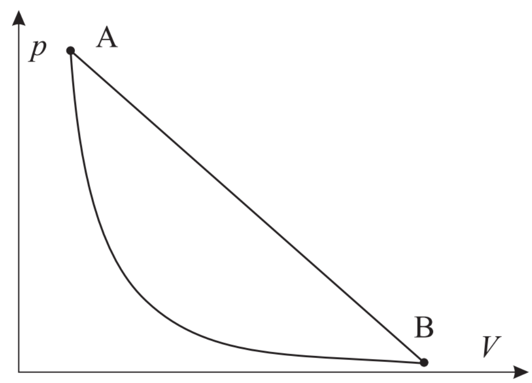
<u>Napomena:</u> vremenska ovisnost napon na kondenzatoru kapaciteta C, koji je prethodno spojen na bateriju napona V_0 i koji je nakon toga (bez baterije) spojen na otpornik R, glasi:

$$v_C(t) = V_0 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}},$$

pri čemu τ predstavlja vremensku konstantu i vrijedi $\tau = RC$. U slučaju više otpornika u strujnome krugu R predstavlja ekvivalenti otpor spojenih otpornika prema kontaktima kondenzatora. I dalje vrijedi Ohmov zakon za RC strujni krug $v_C(t) = i\,(t)/R$.

3. zadatak (15 bodova)

Jednoatomski plin prolazi kroz kružni termodinamički proces prikazan na slici. Sve su procesi su kvazi-statični. Sustav je u početku u stanju A i prolazi kroz ekspanziju predstavljenu ravnom linijom u *V-p* grafu dok ne dođe u stanje B. Odatle se vraća u početno stanje s pomoću adijabatske kompresije. Dane su sljedeće vrijednosti: V_A = 3 dm^3; p_A = 3.36 kPa; V_B = 24 dm^3.



a) Izračunaj vrijednost p_B

b) Odredi jednadžbu pravca koji opisuje proces od A do B pišući ga u obliku $p = mV + q$. Izračunaj vrijednosti m i q.

c) Odredi volumen i tlak u stanjima u kojima sustav postiže maksimalnu i minimalnu temperaturu.

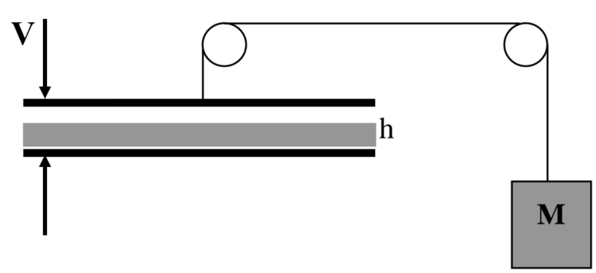
d) U procesu A u B sustav prvo apsorbira toplinu do nekoga međustanja Y, a zatim otpušta toplinu do B. Izračunaj V_Y i p_Y.

e) Izračunaj učinkovitost toplinskoga stroja koji izvodi ovaj ciklus.

d) Izračunaj učinkovitost koju bi isti sustav postigao da izvodi Carnotov ciklus s iste maksimalne i minimalne temperature

4. zadatak (15 bodova)

Dvije ravne metalne ploče površine 0.8 m^2 okrenute su jedna prema drugoj na udaljenosti h = 4 mm i tako tvore ravni kondenzator. Kondenzator nabijemo naponom V. Donja ploča je nepomična, a gornju u mehaničkoj ravnoteži održava uteg mase M= 0.8 kg, kao što je prikazano na slici. U početku između ploča nema dielektrika.



a) Izračunaj kapacitet kondenzatora zanemarujući rubne efekte.

b) Zanemarujući mase ploča, užeta i kolotura izračunaj napon V pri kojemu je sustav u ravnoteži.

c) Ako se nakon blokiranja kolotura i spajanja kondenzatora na generator napona s konstantnim potencijalnom V, između ploča umetne dielektrik debljine d = 2 mm i relativne dielektrične konstante k = 2.5, izračunaj novi kapacitet.

d) U ovome novom stanju odredi je li se sila između ploča promijenila i koliko.

Fizikalne konstante:

R = 8.31 J/K mol, P_{atm}= 1 atm = 101300 Pa, g □□9.81 m/s^2, ρ_{voda} = 1000 kg/m^3

Državno natjecanje 2023.

Eksperimentalni zadatak – 2. razred

Električni otpor žaruljice sa žarnom niti

Zadatak

S pomoću priloženog pribora treba **istražiti ovisnost električne struje *I* o naponu *U*** i **ovisnost električnoga otpora *R* o električnoj struji *I***.

Pribor:

- 6 spojnih žica
- 7 krokodilaca
- otporna žica namotana na drveni štapić
- otpornik otpora 1 Ω
- žaruljica
- mjerni instrument (**koristiti ga smijete isključivo kao voltmetar!**)
- izvor napona (baterija) 4,5 V
- milimetarski papir za crtanje grafova

U sklopu zadatka potrebno je

1. nacrtati shemu strujnog kruga te riječima objasniti strujni krug i postupke kojima ćeš precizno mjeriti električnu struju za različite vrijednosti napona na žaruljici (6 bodova)
2. napraviti niz mjerenja tako da kreneš od najmanjih napona 0,05 V do napona od 3 V (ukupno najmanje 20 mjerenja) i podatke prikažeš tabelarno (6 bodova)
3. za svako mjerenje izračunati električni otpor žaruljice i vrijednosti prikazati u tablici iz prethodnoga zadatka (3 boda)
4. grafički prikazati ovisnost električne struje *I* o naponu *U* na milimetarskom papiru (napon na horizontalnoj osi, a struja na okomitoj) i opisati riječima kako se struja mijenja s naponom. (5 bodova)
5. grafički prikazati ovisnost električnoga otpora *R* o električnoj struji *I* na milimetarskom papiru (električna struja na horizontalnoj osi, a električni otpor na okomitoj osi) i opisati riječima kako otpor *R* ovisi o struji *I*. (5 bodova)
6. teorijski prodiskutirati dobivene rezultate i objasniti zašto je takva ovisnost električne struje *I* o naponu *U* i ovisnost električnoga otpora *R* o električnoj struji *I*. (5 bodova)

Ukupno : 30 bodova

Napomene:

Između pojedinih mjerenja, dok namještaš strujni krug, isključi bateriju iz strujnoga kruga da ti se prebrzo ne potroši.

Molim te da nakon završetka zadatka pribor uredno složiš na stol.

Rješenja – 2. skupina

1. Zadatak (20 bodova)

Možemo primijeniti teorem o mehaničkoj energiji koji kaže da je promjena mehaničke energije jednaka radu nekonzervativnih sila:

$\Delta E_m = W_{\text{ne konz}}$ **(1 bod)**

Mehanička energija je:

$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + E_p$ **(1 bod)**

U ovom slučaju moramo uzeti u obzir da na tijelo djeluje i sila uzgona, dakle za konzervativne sile možemo pisati:

$$\begin{aligned} F_{konz} &= F_{Teže} + F_{Uzgona} = \\ &= -\rho_c V g + \rho_a V g = -\rho_c V g + \frac{1}{5}\rho_c V g = \\ &= -\frac{4}{5}\rho_c V g = \\ &= -m \times \frac{4}{5} g \end{aligned}$$ **(2 boda)**

Stoga je zbroj konzervativnih sila ekvivalentan efektivnoj težinskoj sili zbog ubrzanja gravitacije

$g_{ef} = \frac{4}{5}g$

odnosno tijelo uronjeno u vodu je 'lakše', zahvaljujući učinku Arhimedovog potiska. Ovom analogijom dobivamo da je potencijalna energija na generičkoj visini *z* jednaka

$E_p = m g_{\text{ef}} h = m\frac{4}{5}gh$ **(2 boda)**

Promjena mehaničke energije je

$\Delta E_m = E_m^{poč} - E_m^{kon}$ **(2 boda)**

U početnom trenutku je

$E_m^{poč} = 0 + E_p^{poč} = m g_{\text{eff}} h = \frac{4}{5}mgh$ **(2 boda)**

Kad tijelo dostigne dno posude (z=0)

$E_m^{kon} = E_k^{kon} + 0 = \frac{1}{2}mv^2$ **(2 boda)**

Dakle:

$$\Delta E_m = E_m^{kon} - E_m^{poč} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{4}{5}mgh \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Rad nekonzervativnih sila viskoznog trenja je negativan (jer se energija smanjuje) i iz teksta znamo da je jednak 8% početne energije

$$\begin{aligned} W_{\text{ne konz}} &= -\frac{8}{100}E_m^{poč} = \\ &= -\frac{8}{100}E_p^{poč} = \\ &= -\frac{8}{100}\frac{4}{5}mgh \end{aligned} \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Kombiniranjem prethodnih jednadžbi možemo pisati

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 - \frac{4}{5}mgh &= -\frac{8}{100}\frac{4}{5}mgh \\ \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{92}{100}\frac{4}{5}mgh \end{aligned} \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Iz čega slijedi

$$h = \frac{500}{92 \cdot 8}\frac{v^2}{g}$$

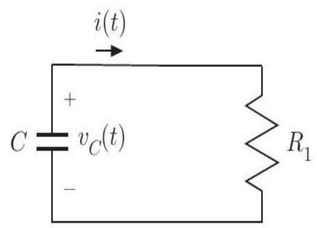
$$h = \frac{500}{92 \cdot 8 \cdot 9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}\left(2\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 0.277\ \text{m} \qquad \textbf{(2 boda)}$$

2. Zadatak (20 bodova)

Za *t*<0 krug je u stacionarnom stanju i stoga u kondenzatoru *C* ne teče struja. Također, desna strana kruga kondenzatora *C* je odvojena od lijeve strane. Slijedom toga:

$$v_C(0^-) = V_0 = 5\ \text{V}\ i(0^-) = 0 \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Od trenutka $t = 0^+$ nadalje, dio kruga lijevo od kondenzatora *C* je odvojen od ostatka kruga i nema više nikakvog utjecaja. Energija koju akumulira kondenzator *C* počinje se prazniti samo na otporu R_1, kao što je prikazano u sljedećem krugu:



Kako se napon ne može odmah mijenjati možemo pisati:

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = V_0 = 5\ \text{V} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Iz čega:

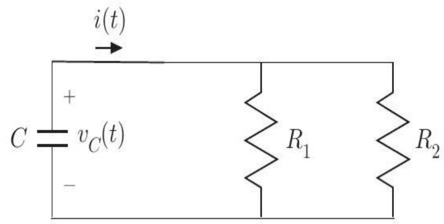
$i(0^+) = \frac{V_0}{R_1} = 5\ \mathrm{mA}$ **(1 bod)**

Vrijednost vremenske konstante pražnjenja kondenzatora: $\tau_1 = R_1C = 1\ \mathrm{s}$

Dakle za vremenski interval $0 \leq t < T$ vrijedi:

$v_C(t) = V_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau_1}} = 5 \cdot \mathrm{e}^{-t_{[s]}}\mathrm{V} \quad i(t) = \frac{V_0}{R_1} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau_1}} = 5 \cdot \mathrm{e}^{-t_{[s]}}\mathrm{mA}$ **(4 boda)**

Za vrijeme $t = T^+$strujni krug postane kao na slici, i kondenzator se nastavi prazniti na paralelni spoj otpornika R_1 i R_2.



Struja ne može se odmah mijenjati, dakle vrijedi

$v_C(T^+) = v_C(T^-) = V_0 \cdot \mathrm{e}^{-T/\tau_1} \simeq 1.84\ \mathrm{V}$ **(1 bod)**

Međutim za $t = T^-$

$i(T^-) = \frac{v_C(T^-)}{R_1} \simeq 1.84\ \mathrm{mA}$ **(1 bod)**

Za $t = T^+$vrijedi

$i(T^+) = \frac{v_C(T^+)}{R_{eq}} \simeq 5\ \mathrm{mA}$ **(1 bod)**

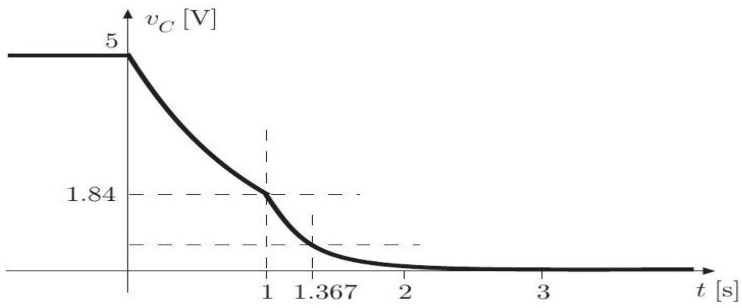
Gdje

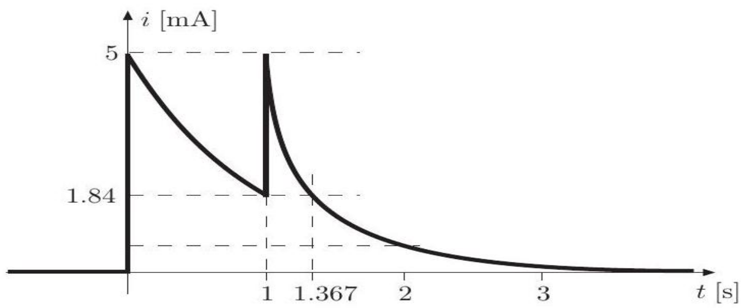
$R_{eq} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} \simeq 367\Omega$ **(1 bod)**

Pražnjenje se zatim nastavlja s vremenskom konstantom $\tau_2 = R_{eq}C = 0.367\ \mathrm{s}$. Stoga, za $t > T$, napon i struja su:

$$v_C(t) = v_C(T^+) \cdot \mathrm{e}^{-(t-T)/\tau_2} \simeq 1.84 \cdot \mathrm{e}^{-2.7\cdot(t-T)_{[s]}}\mathrm{V}$$
$$i(t) = \frac{v_C(T^+)}{R_{eq}} \cdot \mathrm{e}^{-(t-T)/\tau_2} \simeq 5 \cdot \mathrm{e}^{-2.7\cdot(t-T)_{[s]}}\mathrm{mA}$$ **(4 boda)**

Ako prikažemo na grafu jednadžbe dobijemo slijedeće:





(5 boda)

3. Zadatak (15 bodova)

a) Budući da stanja A i B pripadaju istoj adijabati, imamo:

$$p_\mathrm{A} V_\mathrm{A}^\gamma = p_\mathrm{B} V_\mathrm{B}^\gamma$$

Znamo da $\gamma = 5/3$, dakle

$$p_\mathrm{B} = p_\mathrm{A}(V_\mathrm{A}/V_\mathrm{B})^\gamma = 0.105\mathrm{kPa}$$ **(2 boda)**

b) Jednadžba pravca koji prolazi kroz točke $(V_\mathrm{A}; p_\mathrm{A})$ i $(V_\mathrm{B}; p_\mathrm{B})$, je

$$p = \frac{p_\mathrm{B} - p_\mathrm{A}}{V_\mathrm{B} - V_\mathrm{A}}(V - V_\mathrm{A}) + p_\mathrm{A}$$

Iz čega:

$$m = (p_\mathrm{B} - p_\mathrm{A})/(V_\mathrm{B} - V_\mathrm{A}) = -0.155\mathrm{kPadm}^{-3}$$
$$q = (p_\mathrm{A} V_\mathrm{B} - p_\mathrm{B} V_\mathrm{A})/(V_\mathrm{B} - V_\mathrm{A}) = 3.825\mathrm{kPa}$$ **(2 boda)**

c) Ako uzmemo jednadžbu pravca u točki a) i uzmemo u obzir jednadžbu za idealni plin možemo pisati:

$$nRT = mV^2 + qV$$

Koja ima maksimum u točki X ciklusa, gdje je

$$V_\mathrm{X} = -\frac{q}{2m} = 12.34\mathrm{dm}^3$$

$$p_\mathrm{X} = \frac{q}{2} = 1.912\mathrm{kPa}$$ **(2 boda)**

Tijekom adijabatske kompresije temperatura uvijek raste pa se minimalna temperatura postiže u *B* točki ciklusa, maksimalna temperatura se postiže u X. **(1 bod)**

d) Znamo da izmjena topline u ciklusu događa se samo između točke A i B tijekom ekspanzije koja prati pravac. Izmijenjena toplina sa okolišem može se izračunati pomoći površine ispod krivulje. Znamo da za promjenu unutarnje energije vrijedi $\Delta U = nc_V \Delta T$.
Za odabranu točku C između A i B koja se nalazi na pravcu možemo pisati:

$$Q_{\mathrm{AC}} = \frac{1}{2}(p_{\mathrm{A}} + p_{\mathrm{C}})(V_{\mathrm{C}} - V_{\mathrm{A}}) + \frac{3}{2}nR(T_{\mathrm{C}} - T_{\mathrm{A}}) = \frac{1}{2}(p_{\mathrm{A}} + p_{\mathrm{C}})(V_{\mathrm{C}} - V_{\mathrm{A}}) + \frac{3}{2}p_{\mathrm{C}}V_{\mathrm{C}} - \frac{3}{2}p_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{A}} =$$
$$= \frac{1}{2}(mV_{\mathrm{A}} + q + mV_{\mathrm{C}} + q)(V_{\mathrm{C}} - V_{\mathrm{A}}) + \frac{3}{2}(mV_{\mathrm{C}} + q)V_{\mathrm{C}} - \frac{3}{2}(mV_{\mathrm{A}} + q)V_{\mathrm{A}} =$$
$$= 2mV_{\mathrm{C}}^2 + \frac{5}{2}qV_{\mathrm{C}} - 2mV_{\mathrm{A}}^2 - \frac{5}{2}qV_{\mathrm{A}} = 2m\left(V_{\mathrm{C}}^2 - V_{\mathrm{A}}^2\right) + \frac{5}{2}q(V_{\mathrm{C}} - V_{\mathrm{A}})$$

Izraz topline koju sustav izmijeni u transformaciji AB je polinom drugog stupnja. U stanju $Y = (V_Y, p_Y)$ postiže se maksimum:

$$V_Y = -\frac{5q}{8m} = 15.42\mathrm{dm}^3$$
$$p_Y = \frac{3}{8}q = 1.434\mathrm{kPa}$$

Dakle u AY sustav apsorbira toplinu a između YB ispušta prema okolišu. **(4 boda)**

e) U BA nema izmjene topline, AY prima, YB ispušta dakle

$$Q_{\text{ads}} = Q_{\text{AY}} = Q(V_{\mathrm{Y}}) = 2m\left(V_{\mathrm{Y}}^2 - V_{\mathrm{A}}^2\right) + \frac{5}{2}q(V_{\mathrm{Y}} - V_{\mathrm{A}}) = 47.8\ \mathrm{J}$$

$$\mathrm{W} = Q_{\text{izmjeneni}} = Q_{\mathrm{AB}} = 2m\left(V_{\mathrm{B}}^2 - V_{\mathrm{A}}^2\right) + \frac{5}{2}q(V_{\mathrm{B}} - V_{\mathrm{A}}) = 25.04\ \mathrm{J}$$

Slijedi

$$\eta = \frac{\mathrm{W}}{Q_{\text{ads}}} = 52.3\%$$ **(2 boda)**

f) Za maksimalnu i minimalnu temperaturu imamo

$$T_{\max} = T_{\mathrm{X}} = \frac{1}{nR}p_{\mathrm{X}}V_{\mathrm{X}} = -\frac{1}{nR}\frac{q^2}{4m}$$
$$T_{\min} = T_{\mathrm{B}} = \frac{1}{nR}p_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{B}}$$

Dakle učinkovitost Carnot ciklusa je

$$\eta_{\mathrm{C}} = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 + \frac{4m}{q^2}p_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{B}} = 89.32\%$$ **(2 boda)**

4. Zadatak (15 bodova)

a) Kapacitet kondenzatora je:

$C = \frac{\varepsilon_0 \Sigma}{h} = 1.77nF$ **(2 boda)**

b) Sila koja djeluje između ploča kondenzatora možemo izračunati putem promjene energije

$F \cdot \Delta x = U_{\text{konačna}} - U_{\text{početna}} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 \Sigma}(x + \Delta x) - \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A} x = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A} \Delta x$ **(2 boda)**

Dakle:

$F = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 \Sigma}$ **(2 boda)**

Za pločasti kondenzator dobijemo

$F = \frac{\varepsilon_0 V^2}{2h^2} \Sigma = Mg = 7.95\ \mathrm{N}$ **(2 boda)**

Iz čega može se izračunati napon na pločama kondenzatora:

$V = \sqrt{\frac{2h^2 Mg}{\varepsilon_0 \Sigma}} = 5.95\mathrm{KV}$ **(2 boda)**

c) Kad se umetne dielektrični materijal možemo uzeti u obzir seriju kondenzatora

$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{h-d}{\varepsilon_0 \Sigma} + \frac{d}{\varepsilon_0 k \Sigma}$ **(2 boda)**

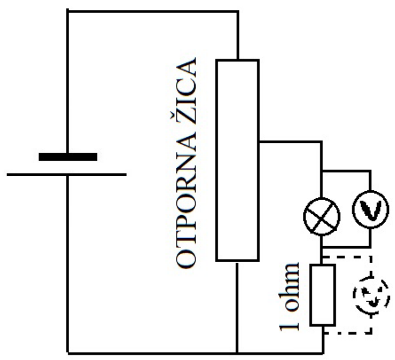
Iz čega $C = 2.53\mathrm{nF}$

d) Ako se napon održava konstantan pomoću baterije i ako raste kapacitet dobijemo

$F = \frac{Q^2}{2\Sigma\varepsilon_0} = \frac{C^2 V^2}{2\Sigma\varepsilon_0} = 14.1N$ **(3 boda)**

Rješenje eksperimentalnog zadatka - 2. skupina

Strujni krug treba spojiti kao što prikazuje slika:



Otpornu žicu spojimo na izvor napona. Otpornik otpora 1 Ω spojimo serijski sa žaruljicom. Mijenjanjem položaja točke na otpornoj žici, u kojoj je spojen dio strujnog kruga sa žaruljicom, mijenjamo napon na žaruljici, a na taj način mijenjamo i struju koja teče kroz žaruljicu. Mjerni instrument smijemo koristiti samo kao voltmetar: pomoću njega mjerimo napon na žaruljici *U*, a električnu struju *I* određujemo mjerenjem napona na otporniku od 1 Ω jer je na njemu iznos napona jednak iznosu električne struje. Otpornik od 1 Ω je serijski spojen sa žaruljicom pa je električna struja koja prolazi žaruljicom jednaka električnoj struji koja prolazi tim otpornikom. (6 bodova)

Električni otpor žaruljice *R* određujemo prema Ohmovom zakonu za svako mjerenje:

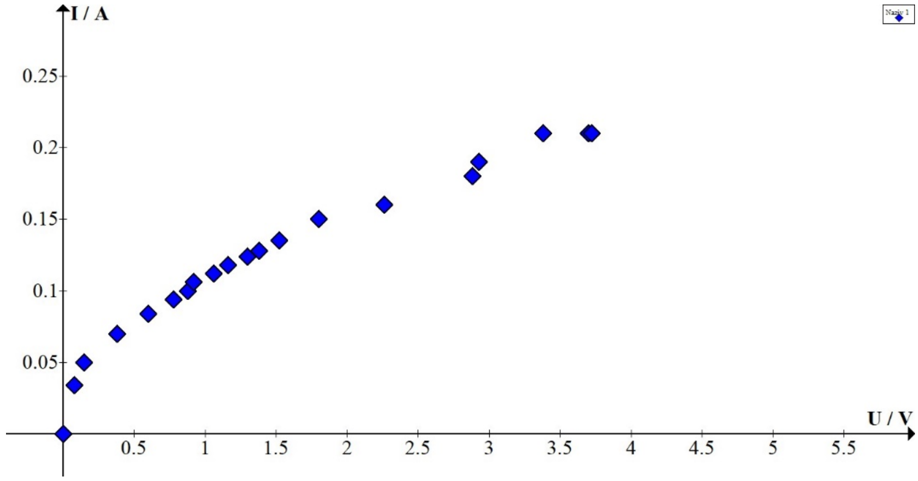
$$R = \frac{U}{I}$$

Rezultate mjerenje prikažemo tablicom (ovo je primjer jednog mjerenja):

Br. mjerenja	*U* / V	*I* / A	*R* / Ω
1.	0,08	0,034	2,35
2.	0,15	0,05	3,00
3.	0,38	0,07	5,43
4.	0,6	0,084	7,14
5.	0,78	0,094	8,30
6.	0,88	0,1	8,80
7.	0,92	0,106	8,68
8.	1,06	0,112	9,46
9.	1,16	0,118	9,83
10.	1,3	0,124	10,48
11.	1,38	0,128	10,78
12.	1,52	0,135	11,26
13.	1,8	0,15	12,00
14.	2,26	0,16	14,13
15.	2,88	0,18	16,00
16.	2,93	0,19	15,42
17.	3,38	0,21	16,10
18.	3,7	0,21	17,62

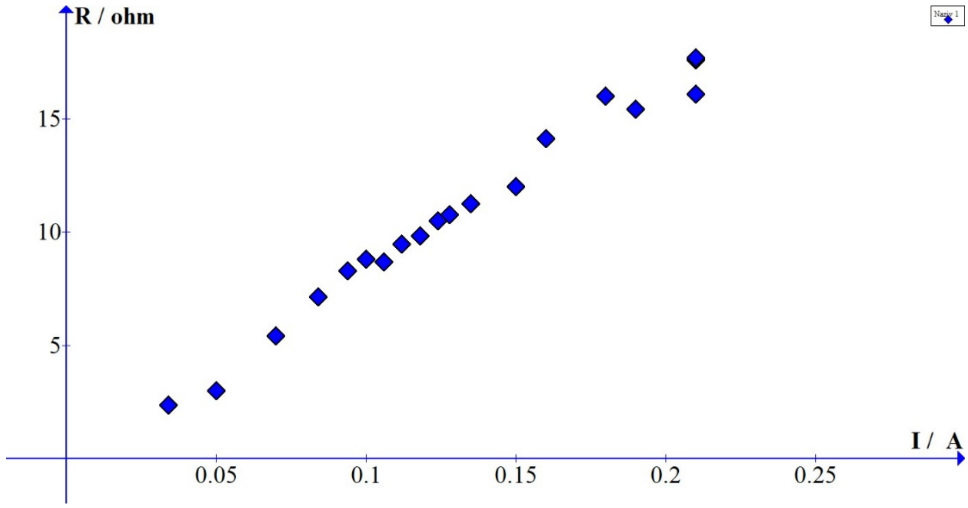
(6 bodova + 3 boda)

Grafički prikaz ovisnosti električne struje o naponu



Na grafu vidimo da se električna struja *I* povećava s povećanjem napona *U*. Taj rast nije linearan pa ne možemo reći da je struja proporcionalna s naponom. Za manje vrijednosti napona struja brže raste s naponom, a za veće vrijednosti napona taj rast se usporava. (5 bodova)

Grafički prikaz električnog otpora o struji



Na grafu vidimo da se električni otpor povećava kada se električne struja kroz žaruljicu povećava i taj rast je skoro linearan. (5 bodova)

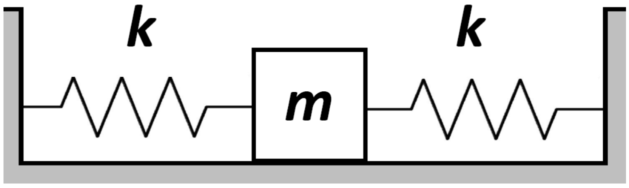
Rezultate možemo objasniti činjenicom da se električni otpor žarne niti žaruljice povećava s temperaturom. Znamo da otpor metalnih vodiča raste s porastom temperaturom prema jednadžbi $R = R_0(1 + \alpha\Delta t)$, gdje je R_0 početna vrijednost električnog otpora, Δt promjena temperature, a α je termički koeficijent električnog otpora materijala. Povećanjem električne struje temperatura vodiča raste, pa se zbog toga povećava električni otpor.

Za električnu struju koja prolazi žaruljicom vrijedi $I = \frac{1}{R} \cdot U$. Koeficijent $\frac{1}{R}$ je nagib grafa ovisnosti struje *I* o naponu *U*. Povećanje električnog otpora *R* koeficijent $\frac{1}{R}$ je sve manji pa zbog toga električna struja ne raste linearno s naponom nego se rast struje *I* usporava povećanjem napona *U*. (5 bodova)

Zadatci za državno natjecanje 2023. – 3. skupina

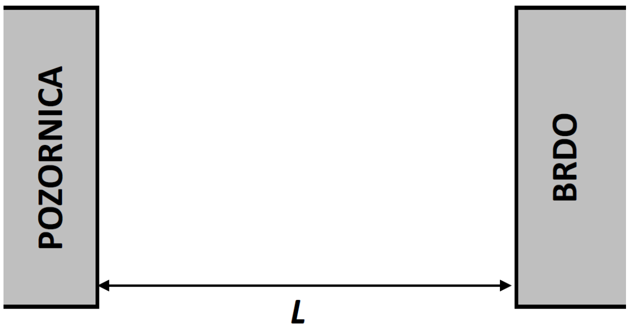
1. zadatak (20 bodova)

Kvadrat mase $m = 0.6$ kg spojen je s dvije opruge kao na slici. Konstanta obje opruge je $k = 10$ N. U početnom trenutku kvadrat se nalazi na koordinati $x_0 = 3$ cm desno od ravnotežnog položaja s brzinom $v_0 = 10$ cm/s u smjeru prema ravnotežnom položaju. Nađi maksimalni pomak, maksimalnu brzinu i vrijeme potrebno da se uteg vrati u ravnotežni položaj.



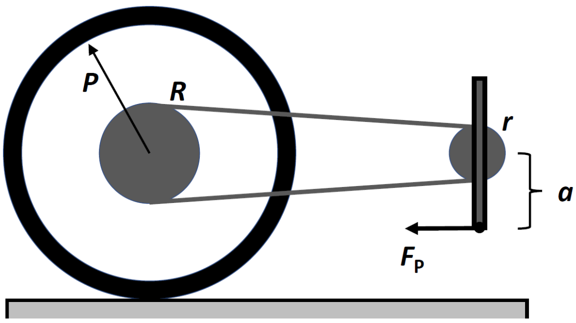
2. zadatak (16 bodova)

Rock koncert na kojem je naš protagonist održava se na otvorenom terenu. Velika pozornica, ispred koje je *zid* zvučnika, nalazi se na udaljenosti L od brda. Publika se na koncertu nalazi između pozornice i brda. Protagonist za vrijeme koncerta prođe pravocrtni put od pozornice do brda. Putem izbroji da se najdublji ton basa, frekvencije $f = 20$ Hz, na 11 jednako udaljenih lokacija ne čuje. S obzirom na to da naš protagonist zna da se pozornica ponaša kao otvoreni, a brdo kao čvrsti kraj vala, on lako izračuna udaljenost L od pozornice do brda. Nađi udaljenost L, ako znaš da je brzina zvuka $c = 343$ m/s. Skiciraj položaje gdje se najdublji bas ne čuje – koje su njihove udaljenosti od pozornice?



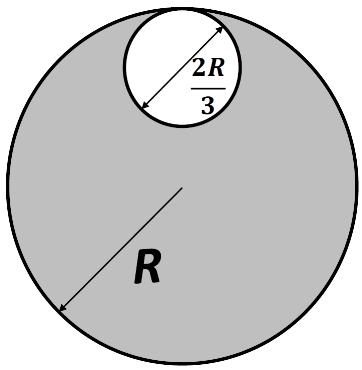
3. zadatak (16 bodova)

U ovom zadatku promatramo bicikl koji stoji na tlu. Na slici je prikazan stražnji kotač i lančasti prijenos s pedalama (ostali dijelovi bicikla nebitni su za zadatak). Djelujemo li povlačnom silom F_p izvana prema nazad na donju pedalu, npr. rukom povlačimo pedalu (pedala stoji potpuno okomito), nađi kako smjer kretanja bicikla ovisi o parametrima P - radijus kotača, R - radijus stražnjeg lančanika, r - radijus prednjeg lančanika i a - duljina pedale od osi vrtnje. U kojemu će se smjeru gibati standardni bicikl sljedećih dimenzija: $P = 36$ cm, $R = 5$ cm, $r = 6$ cm i $a = 17.5$ cm. Uloga lanca i lančanika je prijenos sile bez proklizavanja. Koeficijent trenja između kotača i tla jako je velik. Lanac je nerastezljiv.



4. zadatak (18 bodova)

U homogenome disku, početne mase M i radijusa R, izbuši se rupa promjera $\frac{2R}{3}$ kao na slici, koja dodiruje rub diska. Nađi moment inercije novonastaloga tijela oko osi koja prolazi središtem početnog diska i okomita je na ravninu u kojoj je disk. Nađi udaljenost centra mase od osi rotacije.



VAŽNO:
Tijekom ispita ne smiješ imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. Pri ruci ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Državno natjecanje iz fizike

10. do 12. svibnja 2023., Podgora

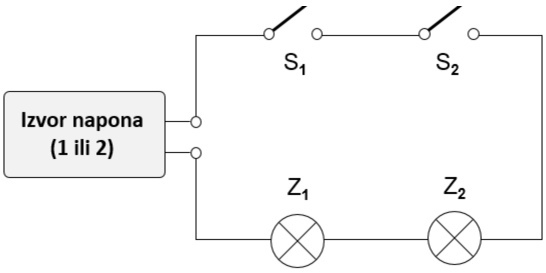
EKSPERIMENTALNI ZADATAK

3. skupina

Pribor: dvije žaruljice (6V, 100mA), dva grla za žaruljice, dvije sklopke, desetak ili više spojnih žica sa krokodilskim štipaljkama, četiri ˝crne kutije˝ (nepoznati elementi strujnog kruga, kutijice su u obliku cjevčice), dvije ˝sive kutijice˝ (izvori napona, nepoznati detalji o njima, kutijice nisu sive boje!), dva multimetra, milimetarski papir, potenciometar (trimer) 1kΩ, odvijač, otpornik (10Ω ili do 100Ω), dvije svjetleće diode, otpornik 1kΩ.

Zadatci:

Dvije jednake žaruljice i dvije sklopke spojene su u seriju na izvor napona.



Slika 1. Početni strujni krug

	S_1	S_2	Z_1	Z_2
a)	**0**	**0**	**0**	**0**
b)	**1**	**0**	**1**	**0**
c)	**0**	**1**	**0**	**1**
d)	**1**	**1**	**1**	**1**

Tablica 1.

(S=0; sklopka otvorena; S=1; sklopka zatvorena; Z=0; žarulja ne svijetli; Z=1; žarulja svijetli)

Zadatak je da strujni krug, shematski prikazan na slici 1, daje rezultate, koji na prvi pogled možda nisu u skladu sa očekivanim, prikazanima u tablici 1.

Ako je sklopka S_1 zatvorena i S_2 otvorena, svijetlit će žaruljica Z_1, a žaruljica Z_2 ne svijetli. Otvori li se sklopka S_1, a sklopka S_2 zatvori, žaruljica Z_1 ne svijetli, a žaruljica Z_2 svijetli. Ako su obje sklopke zatvorene, obje žaruljice svijetle.

Prema rezultatima iz tablice vjerojatno je da nisu svi potrebni elektronički elementi uključeni u strujni krug. Dodatno, raspolažete sa četiri ˝crne kutijice˝ označene slovima A, B, C i D, od kojih svaka sadrži po jedan nepoznati elektronički element. Osim toga imate i dvije ˝sive kutije˝ označene brojevima 1 i 2. To su izvori napona 1 i 2.
Kutijice spajate u početni strujni krug prikazanom na slici 1.

Napomene:

- Nije dozvoljeno otvarati ˝crne kutijice˝ niti ˝sive kutije˝ !!!
- Strujni krug koji sastavite možete istovremeno spajati samo na jedan od izvora napona (ili 1 ili 2)!
- Spojne žice su predviđene samo za spajanje elemenata. Ne dolazi u obzir bilo kakvo ˝premoščivanje˝ ili kratko spajanje!
- Žaruljice nikada ne spajajte pojedinačno na izvore napona, one moraju biti isključivo serijski spojene!!!

1. dio

A. Nacrtajte skicu (shematski prikaz) ostvarenog strujnog kruga, a koji izvršava ono što je tablicom zadano. Opišite sastavljeni strujni krug.

2 boda

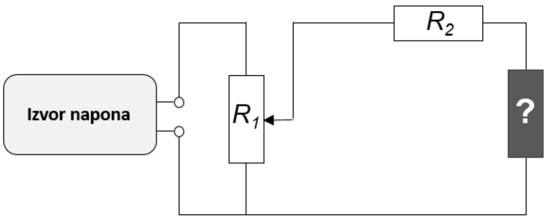
B. Obrazložite korekcije ili izmjene u strujnom krugu u odnosu na uvodni shematski prikaz strujnog kruga. **3 boda**

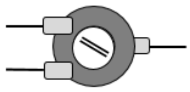
C. Obrazložite i opišite svoja eksperimentalna opažanja i zaključke, vezane uz izvor napona 1 i izvor napona 2. **4 boda**

2. dio

D. Istražite svojstva elektroničkih elemenenata u kutijicama 1, 2, 3 i 4.

Kako bi za vrijeme mjerenja mogli mijenjati napone dodaje se promjenjivi otpornik R_1 (trimer od 1kΩ). Zakretanjem okretnog dijela s utorom na sredini trimera, mijenja se vrijednost napona na nepoznatom elementu. Koristite priloženi odvijač za zakretanje. Potrebno je dodati i otpornik R_2 od 10Ω (ili do 100Ω) u seriju.





Trimer

Slika 2. Eksperimentalni postav

Koji ste izvor napona odabrali za ova mjerenja? Obrazložite? **2 boda**

Prije mjerenja na multimetru treba odabrati željena mjerna područja na zakretnom dijelu multimetra. Spojne žice se spajaju na COM ulaz multimetra (-) i VΩmA ulaz (+). Ako slučajno očekujete veće jakosti struje od 200 mA tada spajate na ulaz 10 ADC ulaz (+) i COM ulaz. Uputno je da uvijek prvo odaberete najveće vrijednosti odabranog mjernog područja kako bi zaštitili mjerni instrument (na primjer 10A ili 200m DCA, 1000 DCV, 750 ACV i tako dalje). Ovaj instrument ne može mjeriti izmjenične struje (AC), već samo istosmjerne vrijednosti (DC).
Jedan multimetar koristite za mjerenja struje, a drugi za mjerenje napona.

Precrtajte skicu eksperimentalnog postava i označite kako ste spojili voltmetar, a kako ampermetar. **2 boda**

Mjerite parove vrijednosti napona i struje. Očitajte barem 10 parova napona i struje.
Struja ne bi trebala premašiti 20 mA!

Mjerenja i rezultate prikažite tablično i grafički! **4 boda**

E. Usporedite dobivene grafove.
O kakvim se strujno naponskim karakteristikama radi?
Što ste zaključili o nepoznatim elektroničkim elementima? **3 boda**

3. dio

Napomena: Kada je sastavljeni strujni krug izvršava ono što je zadano tablicom, zatražite od autora zadatka da provjeri vaše ekeperimentalno rješenje!!! **2 boda**

F. Objasnite detaljno ulogu elemenata u crnim kutijicama koje ste spojili u početni strujni krug i ulogu odabranog izvora napona. Prikažite i shematski obrazloženje rada sklopa. **6 bodova**

G. U strujnom krugu zamijenite svaku žaruljica svjetlećom diodom. Na njezinom kućištu je negativan pol označen, tako da je kućište sa strane gdje je negativan pol lagano zaravnato. LED vodi kada joj je anoda spojena na pozitivni pol izvora, a katoda na negativni pol izvora. Ako se dioda spoji u suprotnom smjeru, neće svijetliti. Postavite svjetleće diode tako strujni krug ispunjava uvjete rada iz tablice 1. Obavezno dodajte u seriju sa svojim strujnim krugom i otpornik od 1 kΩ. Skicirajte strujni krug sa diodama i obrazložite kako sastavljeni strujni krug radi. **2 boda**

Državno natjecanje iz fizike, 2023.
Rješenja i smjernice za bodovanje – 3. skupina

1. zadatak (20 bodova)

Poznato nam je da se radi o harmoničkom oscilatoru koji u trenutku $t = 0$ nije ni u ravnotežnom ni u maksimalnom položaju. Jednadžbu položaja i brzine u ovisnosti o vremenu za takav oscilator možemo pisati s: **(2 boda)**

$$x(t) = x_M \sin(\omega t + \varphi)$$
$$v(t) = v_M \cos(\omega t + \varphi)$$

S obzirom da je uteg privezan s dvije opruge, jednake konstante opruge, na uteg djeluju istovremeno dvije jednake sile. Efektivno, to odgovara harmoničkom oscilatoru s konstantom opruge $K = k + k$. U daljnjem rješavanju zadatka koristit ćemo K. **(3 boda)**

Znamo da u trenutku $t = 0$ je:

$$x(0) = 3 \text{ cm} = x_M \sin\varphi$$
$$v(0) = 10 \text{ cm/s} = v_M \cos\varphi$$

Početni kut φ možemo odrediti preko energije, za koju zbog zakona očuvanja energije vrijedi:

$$E = \frac{1}{2}Kx_0^2 + \frac{1}{2}mv_0^2$$
$$E = \frac{1}{2}Kx_M^2 \sin^2\varphi + \frac{1}{2}mv_M^2 \cos^2\varphi$$
$$E = \frac{1}{2}Kx_M^2$$
$$E = \frac{1}{2}mv_M^2$$

Kombinacijom ovih jednadžbi možemo dobiti izraz za kut φ: **(3 boda)**

$$\tan\varphi = \pm\sqrt{3}$$

za koji ima više rješenja, no s obzirom da znamo da je tijelo u povratku u ravnotežu, možemo zaključiti da se radi o drugom kvadrantu, pa je rješenje $\varphi = 120°$. **(3 boda)**

Iz kuta φ možemo dobiti potrebne podatke o vremenu preostalom do ravnoteže: za ravnotežu harmonički oscilator mora prijeći *fazni put* od $120°$ do $180°$, pa možemo pisati: **(3 boda)**

$$\omega t = \frac{\pi}{3}$$

Dobije se $t = \frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{K}}$, $t = 0.181$ s. **(2 boda)**

Iz izraza za energije možemo naći i:

$x_M = \sqrt{\frac{2E}{K}} = 3.464$ cm. **(2 boda)**

$v_M = \sqrt{\frac{2E}{m}} = 20$ cm/s. **(2 boda)**

2. zadatak (16 bodova)

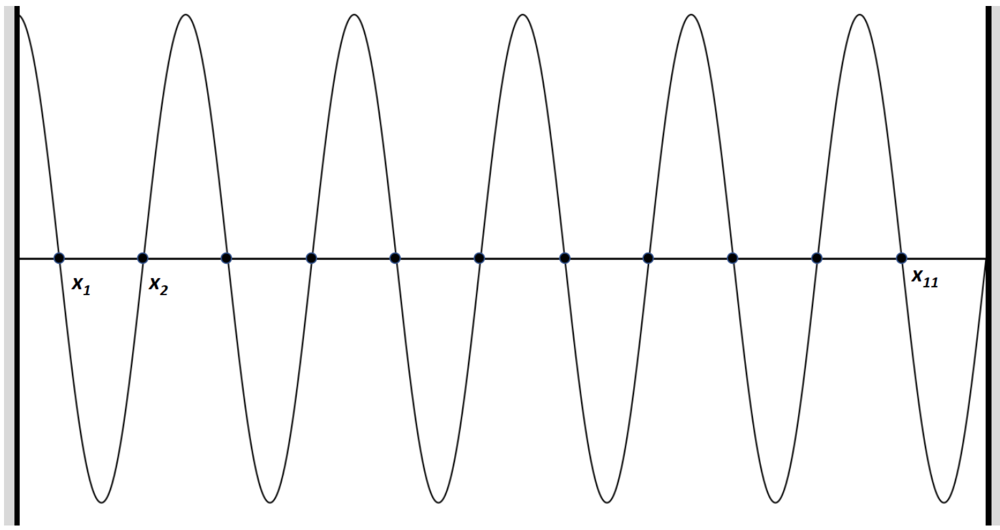
Radi se o sviralima duljine L, s jednim krajem otvorenim a drugim zatvorenim. **(2 boda)**
Rezonancije stojnog vala proizvode efekte utišavanja zvuka, pa možemo zaključiti da se na koncertu upravo to dogodilo, formirao se stojni val između pozornice i brda. **(2 boda)**
Vrijednosti valnih duljina stojnog vala u takvim sviralima su: **(2 boda)**

$$\lambda_n = \frac{4L}{2n-1}\ , n \in \mathbb{N}$$

gdje je n redni broj za koji je broj čvorova povezan relacijom $N_v = n - 1$. **(2 boda)**
Kako je protagonist izbrojao 11 položaja destruktivne interferencije, čvorova, zaključujemo da se radi o stojnom valu valne duljine λ_{12}. Znajući da se radi o frekvenciji $f = 20$ Hz, možemo naći i $\lambda_{12} = \frac{c}{f} = 17.5$ m. **(2 boda)**
Uvrštavanjem možemo dobiti izraz za duljinu $L = 98.6$ m. **(2 boda)**
Položaj nultočaka možemo očitati sa skice (dolje). Općenito vrijedi za nultočku x_n: **(2 boda)**

$$x_n = \frac{(2n-1)\lambda}{4}$$

Skica (nije potrebno da bude cijela, može se shematski prikazati početak i kraj): **(2 boda)**



Vrijednosti položaja nultočaka, uključujući i ukupnu duljinu prostora kao 12. vrijednost (nisu nužne za bodove):

4.287	12.862	21.438	30.012
38.587	47.162	55.737	64.312
72.887	81.462	90.037	98.612

3. zadatak (16 bodova)

Razmišljajući o međusobnoj rotaciji elemenata bicikla, ako djelujemo silom na donju pedalu prema natrag kotač će se htjeti okrenuti tako da pogoni bicikl prema naprijed, ali istovremeno će naša sila povlaćenja gurati bicikl nazad. **(4 boda)**
Pratimo elemente bicikla od povlačne sile koja stvara moment na prednji lančanik: **(2 boda)**

$$M_l = F_P a$$

Moment stvara silu na lanac bicikla: **(2 boda)**

$$M_l = F_l r$$

Lanac bicikla povlači istom tom silom stražnji lančanik i stvara moment na stražnjem kotaču: **(2 boda)**

$$M_R = F_l R$$

Stražnji kotač djeluje silom na podlogu u smjeru bicikla prema naprijed: **(2 boda)**

$$M_R = F_k P$$

Ukupni odnos sile povlaćenja i sile kotača je: **(2 boda)**

$$F_k = \frac{Ra}{Pr} F_p$$

Za realne vrijednosti bicikla imamo $F_k = 0.41 F_p \Rightarrow F_k < F_p$. Bicikl će se kretati unatrag. **(2 boda)**

4. zadatak (18 bodova)

Počinjemo od momenta inercije diska: $I = \frac{1}{2} m r^2$. **(2 boda)**
Moment inercije ovakvog tijela možemo dobiti iz metode *oduzimanja mase*. Naime, ako zamislimo da počnemo od diska s rupom i dodamo mu mali disk d da dobijemo moment inercije punog diska D, možemo pisati: **(2 boda)**

$$I_D = I + I_{d\|}$$

S obzirom da moment oko centra mase nije jednak momentu rotacije oko paralelne osi, to smo naglasili tako da smo za mali disk gledali da se rotira oko paralelne osi. Tada za mali disk vrijedi, po teoremu o paralelnim osima: **(2 boda)**

$$I_{d\|} = I_d + \left(\frac{2R}{3}\right)^2 m_d$$

Masu malog diska moramo izračunati iz podatka da je disk homogen, što znači da ima jedinstvenu gustoću koju možemo izraziti preko mase punog diska D: $M = \rho R^2 \pi$ i iz nje naći masu malog diska: **(2 boda)**

$$m = \rho \left(\frac{R}{3}\right)^2 \pi = \frac{M}{9}$$

Uvrštavanjem u formule dolazimo do izraza za traženi moment inercije: **(4 boda)**

$$I = I_D - \left(I_d + \left(\frac{2R}{3}\right)^2 \frac{M}{9}\right)$$

$$I = \frac{4}{9} M R^2$$

Centar mase pronalazimo na sličan način. Centar mase punog diska bi bio u njegovom središtu, a dobije se iz centra mase diska s rupom i malog diska. Kako je centar mase s rupom sa suprotne strane malog diska, pišemo: **(4 boda)**

$$\left(M - \frac{M}{9}\right) x_{cm} = \frac{M}{9} \frac{2R}{3}$$

Centar mase je tada: $x_{cm} = \frac{R}{12}$ **(2 boda)**

Državno natjecanje iz fizike

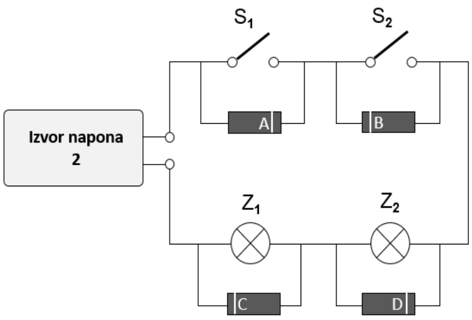
10. do 12. svibnja 2023., Podgora

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA

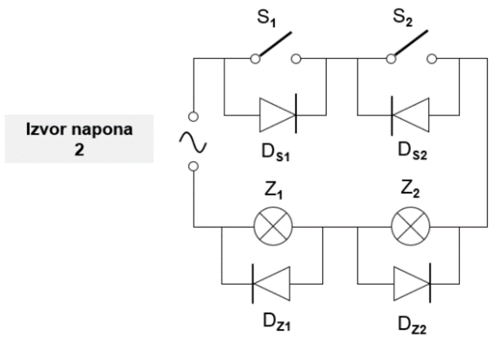
3. skupina

1. dio

A. Shematski prikaz strujnog kruga koji izvršava ono što je tablicom zadano je na slici:



a)



b)

Takav strujni krug moguće je sastaviti i metodom pokušaja i pogrešaka (a). U ovom slučaju su samo prikazani nepoznati elementi i odgovarajući izvor napona, spojeno tako da su ispunjeni uvjeti iz tablice. Moguće je uočiti da je bitna orijentacija nepoznatih elemenata i da propuštaju samo u jednom smjeru. Kada se odgovori na sva daljna pitanja, može se skicirati i konkretni strujni krug (b).

2 boda

B. Nepoznati elementi strujnog kruga su 4 istovrsne poluvodičke diode. Po jedna od dioda spojene su paralelno sa žaruljama i sklopkama, na način kako je prikazano na slici b). Da bi sklop izvršavao zadano tablicom potrebno ga je spojiti na izvor napona 2. Radi se o izmjeničnom izvoru napona.

3 boda

C. Dvije jednake žaruljice spojene su u seriju sa dvije sklopke na izvor napona 1. Ako su obje sklopke isključene, žarulje ne svijetle, ako su obje sklopke uključene one svijetle. Ako je jedna od sklopki uključena, a druga isključena, žaruljice neće svijetliti. Na osnovu opaženog može se zaključiti da je izvor napona 1 izvor istosmjernog napona. Radi se o očekivanim rezultatima za slučaj kad bi izvor bio istosmjeran.

Druga mogućnost je izravno mjerenje napona praznog hoda pomoću voltmetra na izvorima napona. Prvo odaberemo mjerno područje napona u području istosmjernih vrijednosti, nakon toga izmjeničnih. Ukoliko se radi o istosmjernom izvoru, pri odabiru mjerenja izmjeničnih napona na multimetru, neće se dobiti nikakva mjerenja. Obrnuto, ako se radi o izmjeničnom izvoru, neće biti moguća očitavanja ako je na multimetru odabrano istosmjerno područje.

Sa danim priborom postoji i mogućnost da se spoji jedna od LED uz dodatni otpornik u seriju na izvor 1 i zatim na izvor 2. Ako se radi o istosmjernom izvoru, LED u jednom slučaju vodi, u drugom ne. Ako se radi o izmjeničnom izvoru LED uvijek svijetli.

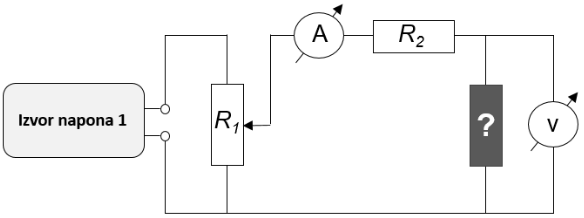
Izvor 1 je istosmjerni izvor napona, a izvor 2 izmjenični. Konkretno izvor 1 je baterija od 9V, a izvor 2 transformator sa naponom od 9V na sekundaru (ili nešto većim).

4 boda

2 dio

D. Nepoznati elementi strujnog kruga pokazuju svojstvo da ako su spojeni na izvor napona 1 u jednom slučaju vode, a u drugom ne vode struju (ovisno o orijentaciji elementa). Ako se spoje na naponski izvor 2, uvijek vode. Kako se radi o poluvodičkim diodama, spojene na izvor izmjenčnog napona, one uvijek vode. No propuštaju samo pozitivne poluperiode. Na taj način se dobiva istosmjerni napon promjenjive jakosti. Stoga je odabir naponski izvor 1, odnosno istosmjerni izvor napona.

2 boda



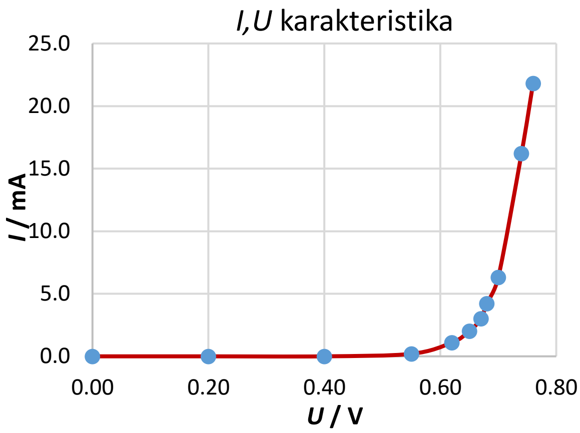
Ampermermetar je spojen serijski, a voltmetar paralelno u strujni krug.

2 boda

Određena je karakteristika poluvodičke diode pri njezinoj propusnoj polarizaciji. S obzirom na rezoluciju mjernih uređaja nije bilo mogućnosti odrediti strujno naponske krakteristike za slučaj kada je nepropusno polarizirana.

Tablični i grafički prikaz mjerenja:

U/V	*I*/mA
0,00	0,0
0,20	0,0
0,40	0,0
0,55	0,2
0,62	1,1
0,65	2,0
0,67	3,0
0,68	4,2
0,70	6,3
0,74	16,2
0,76	21,8



4 boda

E. Dobiveni grafovi su gotovo istovjetni. Radi se o četiri jednaka elementa strujnog kruga. To su poluvodičke diode (1N4007).
Strujno-naponske karakteristike nisu linearne. Diode su poluvodički elementi i za njih ne vrijedi Ohmov zakon. Napon na diodi nije proporcionalan struji. Otpor diode se promjenom napona na diodi mijenja. Kako se povećava napon na diodi, u određenom trenutku uočava se nagli porast struje. Ovaj dio karakteristike je linearan.

3 boda

3. Dio

Provjera eksperimentalnog rješenja…

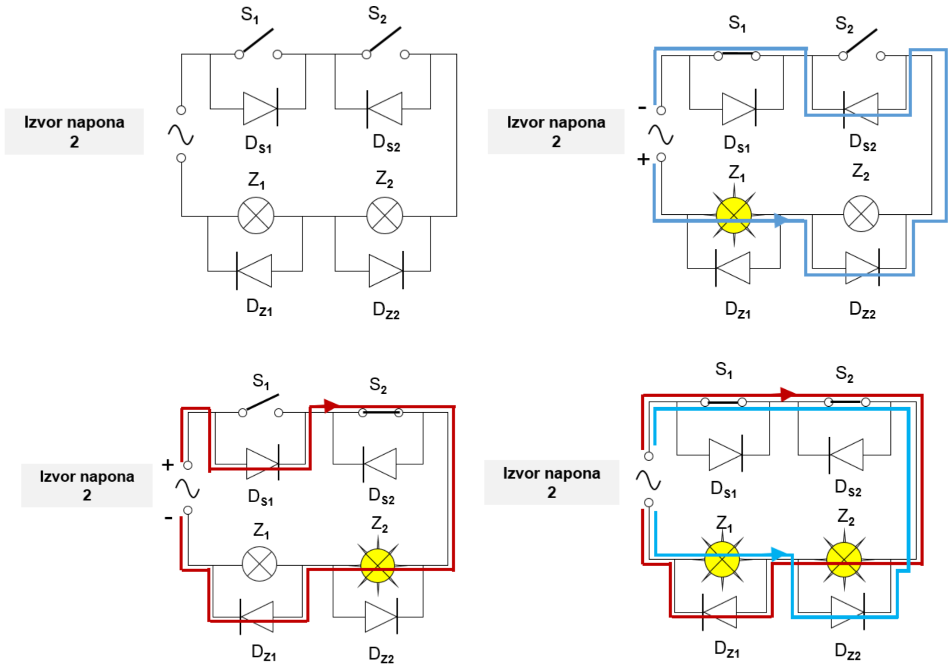
2 boda

F. Poluvodička dioda propušta struju samo u jednom smjeru. U slučaju da se radi o izmjeničnom izvoru napona, propusno polarizirana dioda, propušta pozitivne poluperiode struje, ali blokira negativne. Kod spoja dioda u eksperimentalnom postavu, za vrijeme pozitivne poluperiode izmjenične struje, struja će teći od trenutno pozitivnog pola prema trenutno negativnom polu.
Kad je sklopka otvorena, struja prolazi kroz propusno polariziranu diodu. Druga sklopka je zatvorena i struja prolazi njome, jer je paralelno spojena dioda nepropusno polarizirana. Svjetlit će ona žaruljica s kojom je paralelno spojena dioda u nepropusnom smjeru. Žarulja s kojom je paralelno spojena dioda u propusnom smjeru ne svijetli, jer struja prolazi diodom.
U slučaju da su obje sklopke zatvorene za vrijeme pozitivne poluperiode struja će teči kroz žaruljicu 2, dok je žaruljica 1 preko paralelno spojene diode kratko spojena. Kod negativne poluperiode struja prolazi kroz žaruljicu 1, a žaruljica 2 je preko paralelno spojene diode kratko spojena. Tako

da svijetle obje žaruljice. Izmjenični izvor je frekvencije 50 Hz i teško možemo zamijetiti tiranje svjetlosti kod žarujica.

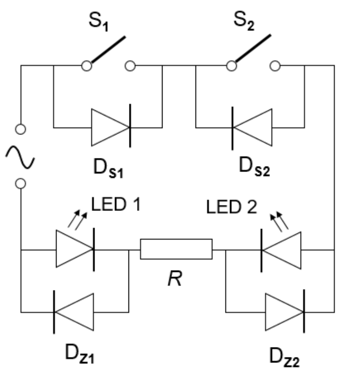
4 boda

Na slikama je shematski prikazano navedeno obrazloženje.



2 boda

G. Zamjena žaruljica sa LED, shematski je prikazano na slici:



2 boda

Tumačenje je analogno prehodno opisanom kod slučaja žaruljica. Razlika je samo u tome da je LED poluvodička dioda koja emitira svjetlost, i za nju vrijedi isto razmatranje koje je provedeno za obične poluvodičke diode.

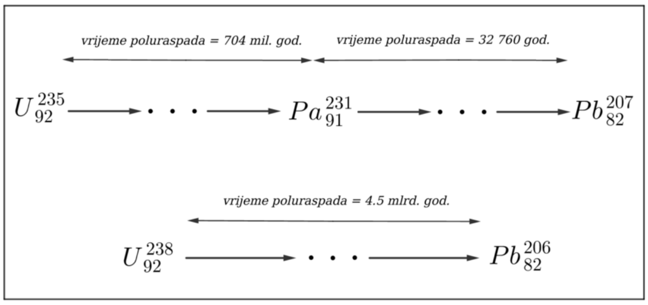
DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2022/2023

Srednje škole 4. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita ne smiješ imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...).
Za pisanje se koristi kemijskom olovkom ili nalivperom. Ne smiješ imati mobitel ni druge elektroničke uređaje. Dopušteno je korištenje kalkulatorom.

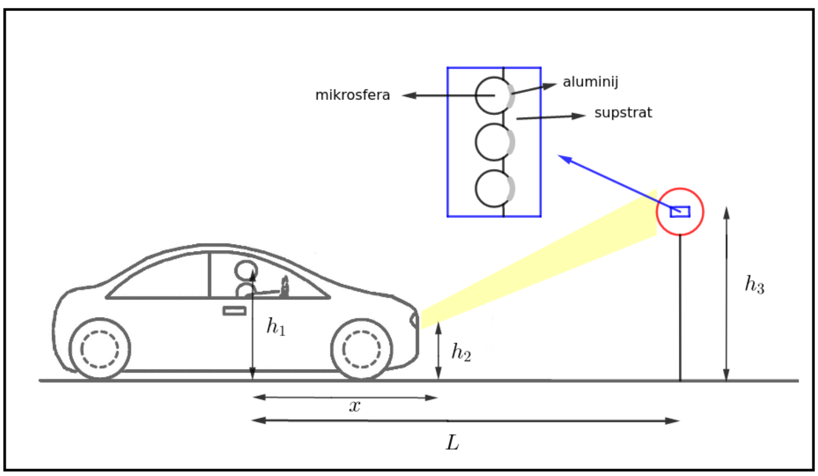
1. zadatak *(11 bodova)*
Uranij-olovo datiranje je tehnika slična datiranju objekata s pomoću C-14 izotopa ugljika. Ta je metoda preciznija u nekim slučajevima, npr. datiranju cirkonskih stijena. Temelji se na određivanju koncentracija uranij-238, uranij-235, olovo-207 i olovo-206 izotopa. Pri formaciji cirkonskih stijena u njima je prisutno i nešto izotopa uranija, ali nema izotopa olova. S vremenom se izotopi uranija raspadaju (serijom α i β^- raspada), a krajnji su produkti izotopi olova, kao što je prikazano na slici 1.

a.) Koliko se α i β^- raspada treba dogoditi da od U-235 nastane Pb-207?
b.) Analizom je ustanovljeno da u određenome uzorku cirkona vrijedi $N(\mathrm{U}-235)/N(\mathrm{U}-238) = 3.86 \times 10^{-3}$ i $N(\mathrm{Pb}-207)/N(\mathrm{U}-235) = 3.23$. Odredi starost uzorka i početni brojčani omjer izotopa U-235 i U-238.
c.) Koliki je maksimalni mogući brojčani omjer Pa-231 i U-235 u uzorku cirkona nepoznate starosti?
Vremena poluraspada U-235 i U-238 (i starost stijena) su znatno veća od vremena poluraspada ostalih izotopa u serijama raspada U-235 i U-238. Protaktinij-231 (Pa-231) se pojavljuje samo u seriji raspada U-235 te je njegovo vrijeme poluraspada znatno veće od vremena poluraspada ostalih izotopa u seriji U-235 (osim U-235 izotopa).



Slika 1: Prikaz serije raspada U-235 i U-238. Tri točke označavaju postojanje dodatnih raspada između početnog i konačnog izotopa, a dana vremena poluraspada su sume pojedinčanih vremena raspada u obuhvaćenom intervalu.

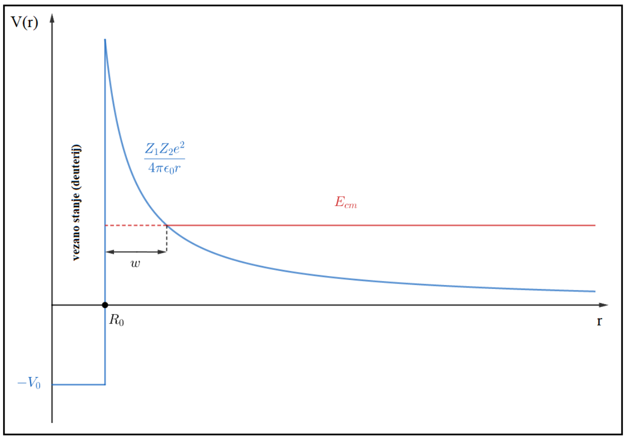
2. zadatak *(12 bodova)*
Retroreflektivni materijal reflektira većinu upadne svjeltosti nazad prema izvoru (tj. u neki mali prostorni kut oko izvora). Promotri automobil koji se kreće ravnom cestom po mraku (slika 2). Svjetla se vozila nalaze na visini h_2, oči vozača na visini h_1, a horizontalna je udaljenost između svjetla i očiju vozača x. Prometni se znak retroreflektivne površine nalazi na udaljenosti L od vozača i na visini h_3. Površina je znaka načinjena od velikog broja mikrosfera ugrađenih u supstrat. Mikrosfere su djelomično obložene reflektirajućim slojem aluminija (koji se ponaša kao zrcalo) i načinjene su od materijala indeksa loma n_m.
a.) Promotri proces kad se zraka lomi na granici zrak-mikrosfera, zatim reflektira od aluminija, te lomi na granici mikrosfera-zrak. Odredi jednadžbu koja opisuje kako upadni kut svjetlosti na granicu zrak-mirkosfera ovisi o h_1, h_2, h_3, x i L tako da povratna zraka pogodi vozačeve oči. Pretpostavi da nakon prvog loma zraka uvijek upada na reflektirajući sloj aluminija. Pojednostavi jednadžbu za slučaj velikih udaljenosti L koristeći se aproksimacijama: $\arcsin(\sin(x)/n) = x/n - (n^2 - 1)x^3/(6n^3)$ i $\arctan(x) = x$. Izračunaj taj upadni kut na mikrosferu za slučaj $n_m = 2$, $L = 40\,\mathrm{m}$, $h_1 = 1.1\,\mathrm{m}$, $h_2 = 0.6\,\mathrm{m}$, $h_3 = 2.1\,\mathrm{m}$ i $x = 1.3\,\mathrm{m}$.
b.) Za parametre iz dijela a.) odredi najmanju udaljenost između mikrosfera d tako da intenzitet svjetlosti valne duljine 550 nm koju vozač vidi bude maksimalan (razmatrajući samo jedan vertikalni red mikrosfera). Koristi se $(1 + x)^n \approx 1 + nx$ za $x \ll 1$.



Slika 2: Automobil osvjetljava retroreflektivni prometni znak.

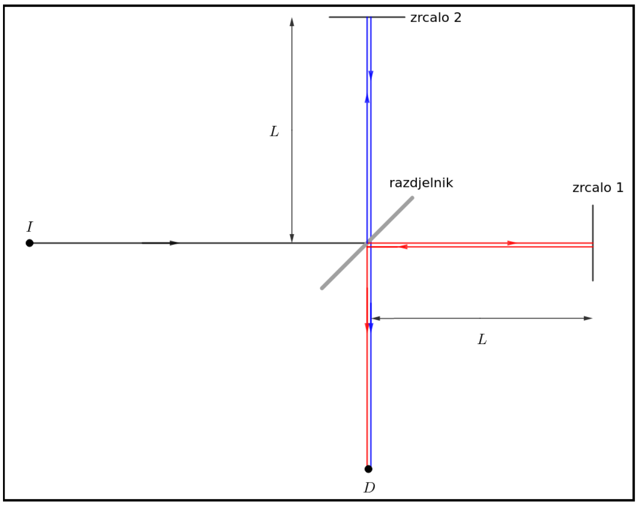
3. zadatak *(13 bodova)*
Pretvorba se vodika u helij u Suncu događa u više koraka. Prvi je korak "pretvorba" dvaju protona u deuterij (pp reakcija). Da se protoni mogu dovoljno približiti, potrebno je nadvladati odbojnu elektromagnetsku silu. Na slici 3. je prikazana kulonska potencijalna energija, gdje je R_0 polumjer deuterija (potrebna udaljenost na koju se protoni trebaju približiti kako bi se reakcija odvila). Ako je energija čestice klasično nedovoljna za nadvladavanje potencijalne barijere (tj. elektromagnetske sile), u kvantnome je svijetu proces i dalje moguć te je njegova vjerojatnost približno proporcionalna $\exp(-a\sqrt{w})$, gdje je w širina potencijalne barijere kroz koju čestica treba tunelirati. Na slici 3. E_{cm} označava ukupnu kinetičku energiju obaju protona u sustavu u kojima njihov centar mase miruje.

a.) Odredi kako vjerojatnost tuneliranja ovisi o E_{cm}. Uzmi da je energija protona puno manja od visine barijere, tj. da je R_0 potpuno zanemariv naspram udaljenosti na koju se protoni mogu klasično približiti.
b.) Na temperaturi T vjerojatnost da kinetička energija dvaju protona u sustavu centra mase iznosi E_{cm} je proporcionalna $\exp(-E_{cm}/(kT))$. Skiciraj (kvalitativno) kako brzina reakcije na temperaturi T ovisi o kinetičkoj energiji protona u sustavu centra mase E_{cm}. Odredi na kojoj je energiji E_{cm} brzina reakcije maksimalna u jezgri Sunca. Temperatura jezgre iznosi oko 15 milijuna kelvina, a konstanta $a = 1.844 \times 10^7\,\mathrm{m}^{-1/2}$. Vrijedi $(1+x)^n \approx 1 + nx$ za $x \ll 1$.
c.) Odredi omjer brzine reakcije u jezgri Sunca s brzinom reakcije na polovici njegovog radijusa. Temperatura na polovici radijusa je oko 5 milijuna kelvina, a gustoća je 100 puta manja od gustoće jezgre. Pretpostavi da se reakcija odvija samo na energiji na kojoj je brzina reakcije maksimalna na temperaturi T.



Slika 3: Ovisnost potencijalne energije o međusobnoj udaljenosti dvaju protona. Ako se protoni dovoljno približe i dođe do tuneliranja kroz potencijalnu barijeru ostvari se vezano stanje (deuterij).

4. zadatak *(14 bodova)*
Promotri interferometar na slici 4. Koherentni snop elektrona iz izvora (točke I) upada na "razdjelnik" gdje se pola snopa reflektira, a pola transmitira. Zatim se dva snopa reflektiraju od "zrcala", reflektiraju/transmitiraju na razdjelniku te napokon upadaju na detektor. Kad je interferometar orijentiran tako da je ravnina koju zatvaraju dva snopa paralelna sa Zemljinom površinom, nema razlike u fazi između dvaju snopova kad dospiju u detektor.
a.) Odredi razliku u fazi za nerelativistički snop kada je interferometar zarotiran za kut ψ oko osi kroz koju prolazi upadna zraka iz izvora I.
b.) Odredi razliku u fazi za ultrarelativistički slučaj, tj. kada je $pc \gg mc^2 \gg mgL$.
U oba slučaja možeš se koristiti $(1+x)^n \approx 1 + nx$ za $x \ll 1$.
c.) Odredi koliko mora iznositi udaljenost razdjelnik-zrcalo L da se barem jednom ostvari uvjet destruktivne interferencije kada se kut ψ mijenja u rasponu između $0°$ i $90°$ za snop u kojemu je ukupna energija pojedinoga elektrona 400 MeV.



Slika 4: Skica interferometra. Snop se dijeli na dva na razdjelniku, te oba snopa dolaze na detektor (točka D) nakon refleksije na zrcalu.

Vrijednosti potrebnih fizikalnih konstanta:

permitivnost vakuuma $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\,\mathrm{A^2 s^4 kg^{-1} m^{-3}}$

Boltzmannova konstanta $k = 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{m^2 kg s^{-2} K^{-1}}$

brzina svjetlosti $c = 3 \times 10^8\,\mathrm{ms^{-1}}$

masa elektrona $m_e = 9.11 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$

gravitacijsko ubrzanje Zemlje $g = 9.81\,\mathrm{ms^{-2}}$

Planckova konstanta $h = 6.626 \times 10^{-34}\,\mathrm{kgm^2 s^{-1}}$

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Podgora, 8. – 11. svibnja 2023.

Srednje škole – 4. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor:

- ravnalo
- baterija 1,5 V
- bijeli papir
- karton
- škare
- selotejp
- drveno postolje
- šibice
- 8 lučica
- plastelin
- permanentni marker

Zadatak:

1. Koristeći navedeni pribor pripremite Rumfordov i Riccijev optički fotometar tako da:

a) definirate osnovni princip rada optičkog fotometra i navedete odgovarajući algebarski izraz; …………… 2 boda

b) skicom i riječima objasnite sličnosti i razlike Rumfordova i Riccijeva optičkog fotometra; …………… 4 boda

c) odredite omjer jakosti dva izvora svjetlosti koji se oba sastoje od samo jedne lučice; …………… 2 boda

d) odredite omjer jakosti dva izvora svjetlosti koji se sastoje od jedne i od dvije lučice; …………… 2 boda

e) odredite omjer jakosti dva izvora svjetlosti koji se sastoje od jedne i od tri lučice; …………… 2 boda

f) eksperimentalni rad pod c), d) i e) zorno opišite riječima i skicom za oba fotometra; …………… 4 boda

g) rezultate za minimalno tri mjerenja pod c), d) i e) za oba fotometra prikažite tablično; …………… 4 boda

h) provedite račun pogreške koji uključuje određivanje srednje vrijednosti, odstupanja pojedinačnih mjerenja od srednje vrijednosti, apsolutne vrijednosti maksimalnog odstupanja, relativne maksimalne pogreške i zapis točnog rezultata; …………… 4 boda

i) komentirajte dobivene relativne maksimalne pogreške; …………… 1 bod

j) usporedite teorijske vrijednosti prema algebarskom izrazu pod a) s eksperimentalnim vrijednostima u tablicama pod g); …………… 2 boda

k) prema stečenom eksperimentalnom iskustvu ukratko navedite što sve utječe na preciznost mjerenja; …………… 1 bod

l) odredite koliko biste ukupno kombinacija izvora svjetlosti mogli eksperimentalno provjeriti s dobivenim priborom? …………… 1 bod

m) objasnite na koji biste način odredili jakost jedne lučice ako je drugi izvor žarulja poznatih vrijednosti otpora i napona. …………… 1 bod

---

Ukupno: ……………………………………………………………………….. **30 bodova**

Natjecateljima želimo uspješan rad!

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2022/2023

Srednje škole 4. grupa

Rješenja i upute za bodovanje

VAŽNO: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drukčijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. zadatak *(15 bodova)*

a.) Produkt α-raspada ima 4 nukleona manje od početnog izotopa (2 protona i 2 neutrona). Produkt β^--raspada ima dodatni proton naspram početnog izotopa, ali je broj nukleona očuvan. **[1 bod]**
Dakle, slijedi:

$$\Delta A = -4N(\alpha) \tag{1}$$
$$\Delta Z = -2N(\alpha) + N(\beta^-) \quad [\mathbf{2\,bod}]. \tag{2}$$

Pb-207 ima 28 nukleona manje od početnog U-235 izotopa, tj. 10 protona manje. Uvrštavanjem u (1) i (2) slijedi: $N(\alpha) = 7$ i $N(\beta^-) = 4$. **[1 bod]**

b.) S obzirom da je vrijeme poluraspada izotopa uranija puno veće od vremena poluraspada ostalih izotopa u serijama, vrlo dobra aproksimacija je razmatrati procese kao direktne raspade izotopa uranija u izotope olova. Tada prema zakonu radioaktivnog raspada možemo napisati sljedeće vremenske ovisnosti broja pojedinih izotopa u uzorku:

$$N(U-235) = N_0(U-235)\exp(-\lambda_{235}t), \tag{3}$$
$$N(U-238) = N_0(U-238)\exp(-\lambda_{238}t), \tag{4}$$
$$N(Pb-207) = N_0(U-235)\,[1-\exp(-\lambda_{235}t)], \tag{5}$$
$$N(Pb-206) = N_0(U-238)\,[1-\exp(-\lambda_{238}t)], \tag{6}$$

gdje je $\lambda_{238} = \frac{\ln 2}{t_{1/2,\,238}}$ i $\lambda_{235} = \frac{\ln 2}{t_{1/2,\,235}}$; $t_{1/2,\,X}$ je vrijeme poluraspada izotopa X, a $N_0(X)$ je početni broj izotopa X. **[3 boda]**
Zadani omjeri su tada:

$$\frac{N(U-235)}{N(U-238)} = \frac{N_0(U-235)}{N_0(U-238)}\exp[-t(\lambda_{235}-\lambda_{238})], \tag{7}$$
$$\frac{N(Pb-207)}{N(U-235)} = \frac{1-\exp(-\lambda_{235}t)}{\exp(-\lambda_{235}t)}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{8}$$

Iz jednadbe (8) možemo dobiti starost uzorka:

$$t = \frac{1}{\lambda_{235}}\ln\left[\frac{N(Pb-207)}{N(U-235)}+1\right] = \frac{t_{1/2,\,235}}{\ln 2}\ln\left[\frac{N(Pb-207)}{N(U-235)}+1\right] = 1.465\,\text{mlrd. god.} \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{9}$$

Također je tada jednostavno dobiti početne omjere izotopa uranija:

$$\frac{N_0(U-235)}{N_0(U-238)} = \frac{N(U-235)}{N(U-238)}\exp[t(\lambda_{235}-\lambda_{238})] = 0.013 \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{10}$$

c.) Promjena broja izotopa Pa-231 u vremenskom intervalu Δt je dana razlikom aktivnosti U-235 i Pa-231:

$$\frac{\Delta N(Pa-231)}{\Delta t} = \lambda_{235} N(U-235) - \lambda_{231} N(Pa-231). \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{11}$$

S obzirom da je $t_{1/2,\,235} \gg t_{1/2,\,231}$ broj izotopa $U-235$ će biti gotovo konstantan na vrenenskoj skali na kojoj broj Pa-231 izotopa može značajno varirati. Iz toga možemo zaključiti da je $\Delta N(Pa-231)/\Delta t > 0$ sve dok vrijedi $N(Pa-231)/N(U-235) < \lambda_{235}/\lambda_{231}$, tj. broj Pa-231 izotopa raste sve dok ne dosegne takvu vrijednost da je omjer broja Pa-231 i U-235 jednak:

$$\frac{N(Pa-231)}{N(U-235)} = \frac{\lambda_{235}}{\lambda_{231}} = \frac{t_{1/2,\,231}}{t_{1/2,\,235}} = 4.65 \times 10^{-5}. \quad [\mathbf{3\,boda}]. \tag{12}$$

Egzaktnim rjeašavanjem jednadžbe (11) (gdje $\Delta t \to 0$) i korištenjem (3) uvidjeli bi da se omjer broja Pa-231 i U-235 izotopa asimptotski približava $\lambda_{235}/(\lambda_{231} - \lambda_{235}) \approx \lambda_{235}/\lambda_{231}$ kada $t \to \infty$.

2. zadatak *(17 bodova)*

a.) Promotri prikaz na slici 1. Kut ϕ je upadni kut zrake na mikrosferu, γ je kut između upadne zrake i horizontale, γ' je kut izlazne zrake u odnosu na horizontalu, β je kut pod kojim se zraka svjetlosti lomi. Kut refleksije (na aluminiju) je također β što se može zaključiti iz dane geometrije. Korisno je odrediti ukupni kut devijacije zrake. On iznosi:

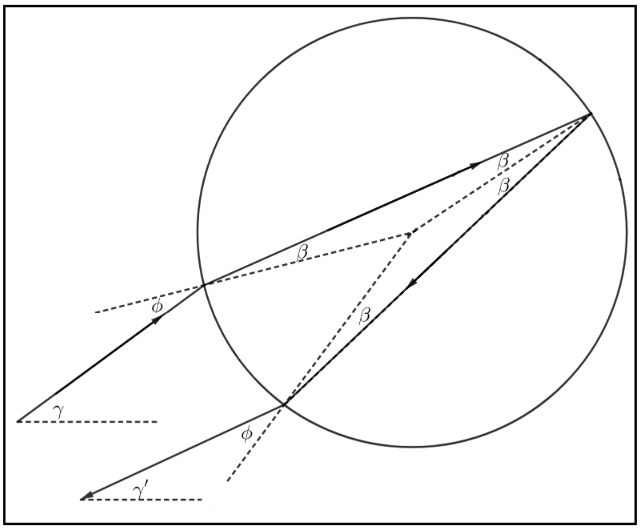
$$\Delta = (\phi - \beta) + (\pi - 2\beta) + (\phi - \beta) = \pi + 2\phi - 4\beta, \quad [\mathbf{3\,boda}] \tag{13}$$

gdje je Δ pozitivan kada se zraka zakreće u smjeru kazaljke na satu. Da povratna zraka upadne u vozačeve oči mora vrijediti:

$$\Delta = \pi + \gamma - \gamma', \quad \gamma = \arctan\left(\frac{h_3 - h_2}{L - x}\right), \quad \gamma' = \arctan\left(\frac{h_3 - h_1}{L}\right), \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{14}$$

Kombiniranjem (13) i (14) i korištenjem Snellovog zakona ($\sin\phi = n_m \sin\beta$) napokon slijedi:

$$2\phi - 4\arcsin\left(\frac{\sin\phi}{n_m}\right) = \arctan\left(\frac{h_3 - h_2}{L - x}\right) - \arctan\left(\frac{h_3 - h_1}{L}\right). \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{15}$$



Slika 1: Upadna zraka se lomi na mikrosferi, zatim reflektira na drugom kraju, te ponovno lomi.

Nadalje, možemo koristiti zadane aproksimacije čime jednadžba (15) prelazi u:

$$\frac{2(n_m^2 - 1)}{3n_m^3}\phi^3 + \left(2 - \frac{4}{n_m}\right)\phi + \frac{h_3 - h_1}{L} - \frac{h_3 - h_2}{L - x} = 0. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{16}$$

Za zadani $n_m = 2$ član uz ϕ iščezava, te slijedi (uvrštavanjem ostalih zadanih parametara):

$$\phi = \sqrt[3]{4\left(\frac{h_3 - h_2}{L - x} - \frac{h_3 - h_1}{L}\right)} = 0.38\,\mathrm{rad}\,(21.8\,^\circ) \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{17}$$

b.) Ako promotrimo upadnu svjetlost na dvije susjedne mikrosfere (jedna na visini $h_3 + Nd$, a druga na visini $h_3 + (N+1)d$), razlika puteva tih zraka je:

$$x_1 = \sqrt{(L-x)^2 + [h_3 + (N+1)d - h_2]^2} - \sqrt{(L-x)^2 + (h_3 + Nd - h_2)^2} \approx \frac{h_3 - h_2}{L - x}\,d, \quad [\mathbf{3\,boda}] \tag{18}$$

kada iskoristimo $(1+x)^n \approx 1 + nx$ za $x \ll 1$ uz činjenicu da je $L - x$ puno veći od ostalih dimenzija, te zanemarimo članove proporcionalne d^2.
Slično možemo dobiti razliku puteva za dvije zrake od mikrosfere do vozačevih očiju:

$$x_2 = \sqrt{L^2 + [h_3 + (N+1)d - h_1]^2} - \sqrt{L^2 + (h_3 + Nd - h_1)^2} \approx \frac{h_3 - h_1}{L}\,d. \quad [\mathbf{3\,boda}] \tag{19}$$

Minimalna udaljenost mikrosfera za koju se postigne konstruktivna interferencija za svjetlost valne duljine λ je tada:

$$\lambda = x_1 + x_2 \ \rightarrow\ d = \lambda\left(\frac{h_3 - h_1}{L} + \frac{h_3 - h_2}{L - x}\right)^{-1} = 8.626\,\mu\mathrm{m}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{20}$$

3. zadatak *(18 bodova)*

a.) Udaljenost na koju se protoni mogu klasično približiti je dana s jednakošću:

$$\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = E_{cm}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{21}$$

Iz toga slijedi za vjerojatnost tuneliranja:

$$P(E_{cm}) \propto \exp\left(-a\sqrt{\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 E_{cm}}}\right). \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{22}$$

b.) Brzina reakcije za protone energije E_{cm} proporcionalna je umnošku vjerojatnosti da protoni energije E_{cm} tuneliraju kroz potencijalnu barijeru i vjerojatnosti da je njihova energija jednaka E_{cm}:

$$F(E_{cm}) \propto P(E_{cm})n(E_{cm}) \propto \exp\left(-a\sqrt{\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 E_{cm}}} - \frac{E_{cm}}{kT}\right). \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{23}$$

$P(E_{cm})$ je funkcija koja teži u nulu kada je E_{cm} mali, a za velike E_{cm} se polako približava maksimalnoj vrijednosti, dok je $n(E_{cm})$ "obična" padajuća eksponencijalna funkcija koja se za velike vrijednosti približava nuli. Dakle, njihov umnožak će težiti u nulu kada E_{cm} teži u nulu i za velike E_{cm}, a između tih vrijednosti će postići maksimum, kao što vidimo na slici 2. **[2 boda]**
Nagib funkcije iznosi nula na poziciji maksimuma, tj. za energiju na kojoj se postiže maksimum vrijedi:

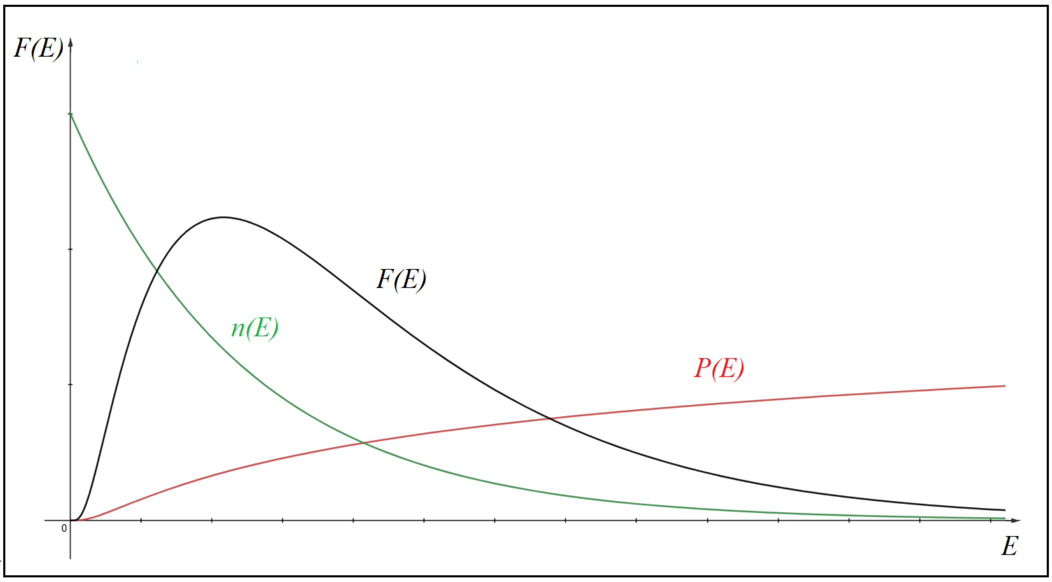
$$\lim_{\Delta E \to 0} \frac{\left(\frac{-\alpha}{\sqrt{E_{cm}+\Delta E}} - \frac{E_{cm}+\Delta E}{kT}\right) - \left(\frac{-\alpha}{\sqrt{E_{cm}}} - \frac{E_{cm}}{kT}\right)}{\Delta E} = 0; \quad \alpha = a\sqrt{\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0}}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{24}$$

Koristeći $(1+x)^n \approx 1 + nx$ za $x \ll 1$ za prvi član u prvoj zagradi i sređivanjem dobivamo:

$$\frac{\alpha}{2E_{cm}\sqrt{E_{cm}}} - \frac{1}{kT} = 0 \ \rightarrow\ E_{cm} = \left(\frac{\alpha k T}{2}\right)^{2/3} \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{25}$$

Za jezgru Sunca se uvrštavanjem parametara dobije da je brzina reakcija najveća za:

$$E_{cm} = 9.43 \times 10^{-16}\,\text{J}\;(5.9\,\text{keV}). \quad [\textbf{1 bod}] \tag{26}$$



Slika 2: Brzina reakcije u ovisnosti o energiji dvaju protona.

c.) Uvrstimo li uvjet na energiju iz (25) u (23) dobivamo da je brzina reakcije:

$$F(E_{cm}) \propto \exp\Big[-(2^{1/3} + 2^{-2/3})\alpha^{2/3}(kT)^{-1/3}\Big]. \quad [\textbf{2 boda}] \tag{27}$$

Faktor proporcionalnosti ovisi o tome koliko parova protona postoji u nekom malom volumenu, što je onda proporcionalno kvadratu gustoće. **[3 boda]**
Tada vrijedi da je omjer brzina reakcija jednak:

$$\frac{r_{0.5}}{r_{\text{jezgra}}} = \frac{1}{100^2}\frac{\exp\big[-(2^{1/3} + 2^{-2/3})\alpha^{2/3}(kT_{0.5})^{-1/3}\big]}{\exp\big[-(2^{1/3} + 2^{-2/3})\alpha^{2/3}(kT_{\text{jezgra}})^{-1/3}\big]} = 2.37 \times 10^{-7}. \quad [\textbf{1 bod}] \tag{28}$$

Može se zaključiti da se *pp* proces odvija gotovo isključivo u jezgri Sunca.

4. zadatak *(20 bodova)*

a.) Za nerelativistički elektron zakon očuvanja mehaničke energije glasi:

$$\frac{p_0^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} + mgH \;\Rightarrow\; \frac{h^2}{2m\lambda_0^2} = \frac{h^2}{2m\lambda^2} + mgH, \quad [\textbf{2 boda}] \tag{29}$$

gdje je p_0 impuls elektrona na visini x, a p na visini $H + x$. Sređivanjem izraza dobivamo:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0}\sqrt{1 - \frac{2m^2 gH\lambda_0^2}{h^2}}. \quad [\textbf{1 bod}] \tag{30}$$

Faza snopa elektrona koji prijeđe malu udaljenost Δl se promjeni za $2\pi\Delta l/\lambda(l)$, gdje je $\lambda(l)$ valna duljina snopa na promatranom dijelu puta. Promatrajući dva snopa elektrona vidimo da se njihove putanje razlikuju na intervalu razdjelnik-zrcalo-razdjelnik. Jedan od snopova na tom intervalu je konstante valne duljine (jer je na konstantnoj visini koju možemo prozvati visinom 0), dok se visina drugog snopa mijenja od 0 do $L\sin\psi$, te nazad do 0. Dakle, za prvi snop ukupna promjena faze je:

$$\Delta\phi_1 = \frac{2\pi\Delta l}{\lambda_0} \;\Rightarrow\; \phi_1 = \frac{4\pi L}{\lambda_0} \quad [\textbf{1 bod}] \tag{31}$$

Za drugi snop promjena faze na malom dijelu na visini H je:

$$\Delta\phi_2(H) = \frac{2\pi\Delta l}{\lambda_0}\sqrt{1 - \frac{2m^2gH\lambda_0^2}{h^2}} \approx \frac{2\pi\Delta l}{\lambda_0}\left(1 - \frac{m^2gH\lambda_0^2}{h^2}\right), \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{32}$$

gdje smo koristili $(1+x)^n \approx 1 + nx$ za $x \ll 1$. Prvi član nema ovisnost o H dok je drugi linearan u H. Sumiranjem svih doprinosa na cijelom intervalu slijedi da prvi član jednostavno treba pomnožiti sa $2L$, a doprinos drugog člana je jednak onomu koji bi dobili da uzmemo $H = const = L\sin\psi/2$ (prosječna visina) i pomnožimo sve s $2L$. Tada slijedi:

$$\phi_2 = \frac{4\pi L}{\lambda_0} - 2\pi\frac{m^2gL^2\lambda_0\sin\psi}{h^2} \tag{33}$$

Napokon dobivamo razliku u fazi dva snopa za nerelativistički slučaj:

$$\Delta\phi = 2\pi\frac{m^2gL^2\lambda_0\sin\psi}{h^2} \quad [\mathbf{3\,boda}] \tag{34}$$

b.) Za relativistički slučaj zakon očuvanja energije poprima sljedeću formu:

$$\sqrt{\frac{h^2c^2}{\lambda_0^2} + m^2c^4} = \sqrt{\frac{h^2c^2}{\lambda^2} + m^2c^4} + mgH. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{35}$$

Kvadriranjem i sređivanjem dobivamo (zanemarujući član $m^2g^2H^2$):

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0}\sqrt{1 - \frac{2mgH\lambda_0}{hc}\sqrt{1 + \frac{m^2c^2\lambda_0^2}{h^2}}} \approx \frac{1}{\lambda_0}\sqrt{1 - \frac{2mgH\lambda_0}{hc}}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{36}$$

U unutarnjem korijenu smo zanemarili drugi član koji je puno manji od 1 (ultrarelativistički limit) jer je sami faktor koji množi unutarnji korijen puno manji od 1, pa je to doprinos drugog reda. Za prvi snop ukupna promjena faze ima isti oblik kao i za nerelativsitički slučaj ([**1 bod**]), dok za drugi snop vrijedi:

$$\Delta\phi_2(H) = \frac{2\pi\Delta l}{\lambda_0}\sqrt{1 - \frac{2mgH\lambda_0}{hc}} \approx \frac{2\pi\Delta l}{\lambda_0}\left(1 - \frac{mgH\lambda_0}{hc}\right). \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{37}$$

Kao i u nerelativističkom slučaju javlja se konstantni i linearni član u H, te je ukupna promjena faze na intervalu za drugi snop:

$$\phi_2 = \frac{4\pi L}{\lambda_0} - 2\pi\frac{mgL^2\sin\psi}{hc}, \tag{38}$$

tj. razlika u fazi dva snopa za ultrarelativistički slučaj je:

$$\Delta\phi = 2\pi\frac{mgL^2\sin\psi}{hc}. \quad [\mathbf{3\,boda}] \tag{39}$$

Napomena: Isti rezultat se dobije ako umjesto jednadžbe (35) krenemo s izrazom:

$$\frac{hc}{\lambda_0} = \frac{hc}{\lambda} + mgH. \tag{40}$$

c.) Elektron kinetičke energije 400 MeV je ultrarelativistički (energija mirovanja elektrona je 0.511 MeV), pa je razlika u fazi dva snopa dana sa (39). **[2 boda]**
Minimalna udaljenost L se dobije kad je razlika u fazi jednaka π za $\psi = 90°$:

$$\pi = 2\pi\frac{mgL^2\sin(90°)}{hc} \;\Rightarrow\; L = \sqrt{\frac{hc}{2mg}} = 105.46\,\mathrm{m}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{41}$$

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
8. – 11. svibnja 2023.

Srednje škole – 4. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK - RJEŠENJE

Zadatak:

1. Koristeći navedeni pribor pripremite Rumfordov i Riccijev optički fotometar tako da:

a) definirate osnovni princip rada optičkog fotometra i navedete odgovarajući algebarski izraz; …………… 2 boda

Osvijetljenost neke površine ovisi o jakosti svjetlosnog izvora I, kutu upada svjetlosti na površinu α i udaljenosti svjetlosnog izvora od površine:

$$E = (I \cos \alpha) / r^2 \qquad (1)$$

Osvijetljenost površine smanjuje se s kvadratom udaljenosti od izvora svjetlosti.

Fotometri (svjetlomjeri) su instrumenti kojima određujemo osvijetljenost.

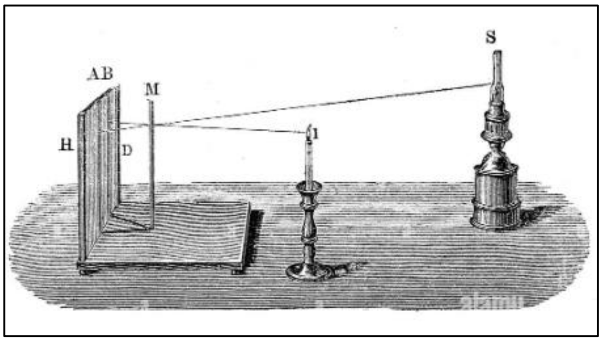
Kod optičkih fotometara uspoređujemo osvijetljenost (rasvjetu) na zastoru dobivenu od dva različita izvora svjetlosti. Poznata nam je jakost I_1 jednog od izvora koji je udaljen od ravnine zastora za r_1 i koji daje osvijetljenost E. Želimo li odrediti jakost drugog izvora I_2, mijenjamo njegovu udaljenost r_2 dok ne dobijemo jednaku osvijetljenost na istoj ravnini.

Uz poznate veličine jakosti jednog izvora i udaljenost oba izvora od zastora, jakost drugog izvora ili omjer jakosti dva nepoznata izvora svjetlosti možemo odrediti prema relaciji:

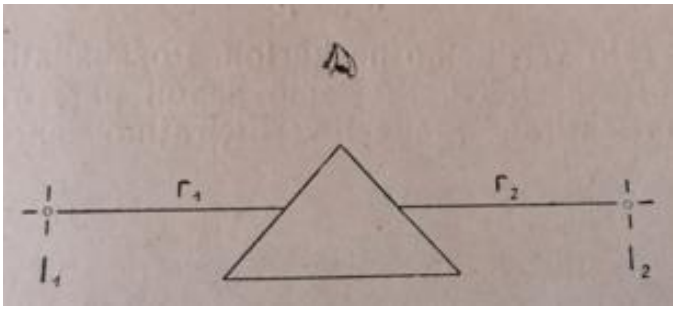
$$\mathbf{I_1 : r_1^2 = I_2 : r_2^2} \qquad (2)$$

U fotometriji su razvijene mjerne tehnike uspoređivanja različitih svjetlosnih podražaja koji dolaze do oka i definirane su svjetlosne veličine: jakost izvora svjetlosti I [1cd], svjetlosni tok Φ [1lm] i osvijetljenost E [1lx].

b) skicom i riječima objasnite sličnosti i razlike Rumfordova i Riccijeva optičkog fotometra; …………… 4 boda



*Slika 1. Rumfordov fotometar, povijesni prikaz**



*Slika 2. Riccijev fotometar prema stručnoj literaturi***

Sličnosti: oba fotometra rade na istom principu usporedbe dva izvora svjetlosti, prema izrazu (2).

Razlike: kod Rumfordova fotometra na zaslonu uspoređujemo sjene vertikalnog štapa od dva izvora i pomičemo izvore (ili jedan držimo na istoj udaljenosti a drugi pomičemo) dok na zaslonu ne dobijemo jednako osvijetljene sjene; kod Riccijeva fotometra uspoređujemo osvijetljenost ploha prizme kojoj je baza pravokutan istokračan trokut i pomičemo izvore (tj. jedan držimo na istoj udaljenosti a drugi pomičemo) dok ne dobijemo jednako osvijetljene plohe prizme.

* izvor slike 1.: https://antikstock.com/product/rumford-photometer-for-the-intensity-of-light/

**izvor slike 2.: dr. Branimir Marković: Pokusi iz fizike, Nakladni zavod Hrvatske, Zagreb, 1950., str. 57

c) odredite omjer jakosti dva izvora svjetlosti koji se oba sastoje od samo jedne lučice;

…………… 2 boda

Omjer jakosti dva izvora svjetlosti odredit ćemo primjenom izraza (2):

$$I_1 / I_2 = r_2^2 / r_1^2 \qquad (3)$$

Prema izrazima (2) i (3) jasno je da će primjenom oba fotometra za dva ista izvora omjer na bilo kojim udaljenostima biti broj 1.

d) odredite omjer jakosti dva izvora svjetlosti koji se sastoje od jedne i od dvije lučice;

…………… 2 boda

e) odredite omjer jakosti dva izvora svjetlosti koji se sastoje od jedne i od tri lučice;

…………… 2 boda

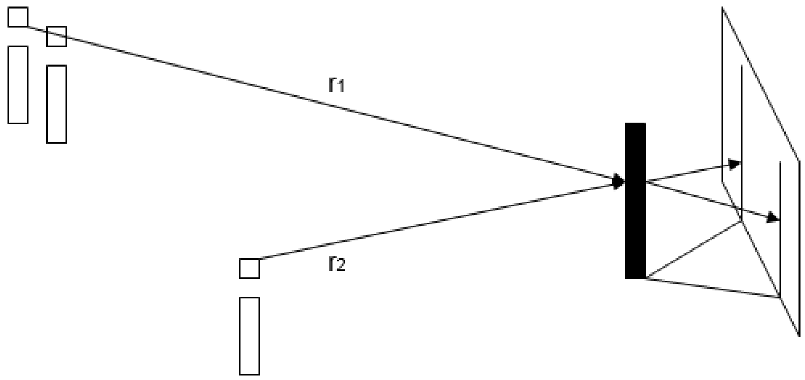
Zapis srednjih vrijednosti pod h) za oba fotometra i dvije kombinacije izvora svjetlosti donosi po 2 boda za d) i e).

f) eksperimentalni rad pod c), d) i e) zorno opišite riječima i skicom za oba fotometra;

…………… 4 boda

Sastavljanje Rumfordova fotometra (slika 3):

- zastor: bijeli papir selotejpom pričvrstimo za drveno postolje postavljeno okomito;
- predmet za sjenu: tanku bateriju od 1,5 V postaviti okomito na određenu udaljenost od zastora, prethodno određenu pomicanjem jednog ili dva ista izvora svjetlosti – ako je potrebno zbog stabilnosti, za postolje koristiti oblikovani plastelin ili zalijepiti bateriju pomoću otopljenog voska od lučice;
- podloga: bijeli papir na kojem je potrebno, radi lakšeg pozicioniranja lučica, označiti okomicu na zastor i pravce pod istim kutom (umjesto kutomjera koristiti iste stranice pravokutnog trokuta) s presjecištem u središtu predmeta za sjenu;
- izvori svjetlosti: na stranama kutija u kojima su lučice permanentnim markerom označiti dvije crte na istom pravcu koji prolazi kroz središte posudice i zatim lučice postavljati tako da se te crte podudaraju s pravcima nacrtanim na podlozi;
- pomicanjem jednog izvora svjetlosti - lučica namjestimo sjene štapa - baterije na zastoru tako da budu jednako tamne i zatim izmjerimo udaljenosti (pod d) i e) praktično je dvije, tj. tri lučice postavljene u nizu na pravcu držati na fiksnoj udaljenosti, a pomicati jednu lučicu);
- od kartona pripremiti bočni zaslon kojeg treba postaviti između izvora svjetlosti s dvije ili tri lučice i zastora, tako da njihova svjetlost ne utječe na sjenu od jednog izvora;
- mjeriti udaljenost od središta izvora svjetlosti do štapa koji baca sjenu (slika 3) – potrebno je komentirati kako je to napravljeno za više lučica u nizu;
- omjer jakosti izvora svjetlosti određujemo prema omjeru kvadrata njihovih udaljenosti (relacija 3).



Slika 3. Skica eksperimentalnog seta za Rumfordov fotometar

Sastavljanje Riccijeva fotometra (slika 2):

- savijanjem bijelog papira potrebno je napraviti prizmu i dobiveni oblik učvrstiti selotejpom, tako da nagibi na obje strane prema izvorima svjetlosti – lučicama budu jednaki;
- bijeli papir za podlogu potrebno je pripremiti tako da se na njemu označe pravci međusobno razmaknuti 1 cm i paralelni s obje strane ucrtanih položaja stranica prizme;
- lučice s oznakama na posudicama postavljaju se na pravce i pomiču s jedne strane, što omogućava točnije mjerenje udaljenosti; dvije i tri lučice mogu biti postavljene na jednu udaljenost koja se zadržava stalnom i zatim je potrebno s druge strane pomicati jednu lučicu dok obje plohe prizme pod kutom ne budu jednako osvijetljene – tada se od označenog položaja na posudici lučice koji ujedno označava i položaj plamena mjeri udaljenost okomito do plohe prizme (slika 2);
- potrebno je navesti je li pri mjerenu udaljenosti u obzir uzet i nagib na visini plamena lučice ili je mjerenje vršeno samo do baze prizme.

g) rezultate za minimalno tri mjerenja pod c), d) i e) za oba fotometra prikažite tablično; **…………… 4 boda**

Tablični prikaz treba precizno sadržavati naziv fotometra i na koju se kombinaciju izvora svjetlosti odnosi (u samoj tablici ili u nazivu tablice), redni broj mjerenja, te izmjerene udaljenosti r_1 i r_2. Obzirom na točku h), u istom tabličnom prikazu mogu biti dodani i stupci za relativno odstupanje od srednje vrijednosti i omjer intenziteta.

Primjer jednostavne tablice:

Fotometar / Kombinacija	Redni broj mjerenja	r_1 / cm	r_2 / cm	I_1/I_2	$(d_i - \bar{d})$/ cm
	1.				
	2.				
	3.				

h) provedite račun pogreške koji uključuje određivanje srednje vrijednosti, odstupanja pojedinačnih mjerenja od srednje vrijednosti, apsolutne vrijednosti maksimalnog odstupanja, relativne maksimalne pogreške i zapis točnog rezultata; **………. 4 boda**

Određivanje srednje vrijednosti: $\bar{d} = \Sigma\, d_i / n$, n – broj mjerenja (4)

Apsolutna vrijednost maksimalnog pojedinačnog odstupanja: $|\Delta d_{max}|$ (5)

Relativna maksimalna pogreška: $r_m = [\,(\,|\Delta d_{max}| / \bar{d}\,) \cdot 100\,]\,\%$ (6)

Zapis točnog rezultata: $d = (\bar{d} \pm \Delta d_{max})$ m (7)

Napomena: d ~ r_1, tj. r_2 ~ račun pogreške odnosi se na onu udaljenost koja je tijekom mjerenja bila varijabilna, ako je jedan od izvora svjetlosti ostavljen na istom položaju.

i) komentirajte dobivene relativne maksimalne pogreške; **…………… 1 bod**

Potrebno je na jednom mjestu sumirati sve dobivene r_m i kratko komentirati njihove vrijednosti – jesu li kod nekih mjerenja rezultati točniji nego kod drugih i slično, odgovor pod i) može se povezati s odgovorom pod k).

j) usporedite teorijske vrijednosti prema algebarskom izrazu pod a) s eksperimentalnim vrijednostima u tablicama pod g); **…………… 2 boda**

Primjenom izraza (3) jednostavno je izračunati omjere za dva i tri jednaka izvora, jer ovise o kvadratima udaljenosti – zatim je potrebno kratko usporediti vrijednosti koje su dobivene u mjerenjima i iskazati odstupanja, što je ponovno dobro povezati s odgovorom pod k).

k) prema stečenom eksperimentalnom iskustvu ukratko navedite što sve utječe na preciznost mjerenja; …………… 1 bod

Pravilno postavljanje lučica u određeni položaj i određivanje udaljenosti od početka posudice do njezine sredine gdje je plamen najviše utječe na mjerenje udaljenosti, čemu pomažu oznake na posudama lučica i oznake na podlogama za oba fotometra.

Na preciznost mjerenja utječe i pravilno postavljanje zaslona tako da izvori dnevne svjetlosti u učionici imaju jednak utjecaj, a dodatni zaslon od kartona onemogućava da svjetlost drugih lučica u nizu umanji jačinu sjene kod Rumfordova fotometra.

l) odredite koliko biste ukupno kombinacija izvora svjetlosti mogli eksperimentalno provjeriti s dobivenim priborom? …………… 1 bod

Ako na raspolaganju imamo 8 lučica (svijeća), možemo uspoređivati jednu svijeću kao izvor svjetlosti s dvije, odnosno tri, četiri i sve do 7 svijeća, a također i dvije svijeće kao jedan izvor svjetlosti s tri, četiri i pet svijeća i tako dalje. Potrebno je dokazati i jednake udaljenosti za dva izvora od istog broja svijeća: po jedna, tj. po dvije, tri ili četiri svijeće u izvoru. Pri svim ovim kombinacijama treba uzeti u obzir veličinu postolja lučica, što će sigurno utjecati na mogućnosti postavljanja eksperimentalnog seta i na realan broj lučica koje je moguće koristiti.

m) objasnite na koji biste način odredili jakost jedne lučice ako je drugi izvor žarulja poznatih vrijednosti otpora i napona. …………… 1 bod

Prema izrazu (2) jakost nepoznatog izvora određuje se preciznim mjerenjem udaljenosti:

$$\mathbf{I_1 = I_2 (r_1 : r_2)^2} \qquad (8)$$

Obzirom da svijeća predstavlja svjetlosni izvor jakosti od približno jedne kandele (jedna kandela je definirana kao svjetlosna jakost izvora koji emitira svjetlost valne duljine 555 nm i kojemu je snaga po jediničnom prostornom kutu 1/683 W), prema zadanim parametrima moguće je izravno prema relaciji (8) odrediti svjetlosnu jakost žarulje, a snagu žarulje primjenom Ohmova zakona prema poznatim vrijednostima napona i otpora.

Ukupno: ………………………………………………………………………….. 30 bodova