Županijsko natjecanje iz fizike 2019/2020
Srednje škole – 1. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijte imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. **Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

1. zadatak (8 bodova)

Vlak A ima duljinu 180 m, a vlak B 120 m. Vlakovi se gibaju po paralelnim prugama stalnim brzinama v_A i v_B. Ako se vlakovi gibaju u istom smjeru i vlak A prestiže vlak B, onda promatrač iz vlaka A vidi vlak B u vremenu od 80 s. Ako se vlakovi gibaju u suprotnim smjerovima, promatrač iz vlaka B vidi vlak A u vremenu od 9 s. Pretpostavlja se da promatrači miruju u odnosu na vlak u kojem se nalaze te da gledaju prema drugom vlaku okomito na smjer gibanja vlaka. Izračunajte brzine vlakova.

2. zadatak (12 bodova)

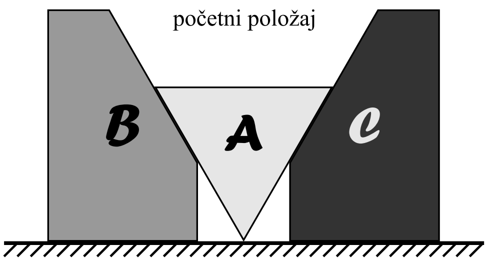
Borna i Domagoj utrkuju se na stazi dugoj 800 m. Obojica istovremeno kreću sa starta. Borna jednoliko ubrzava prvih 14 s gibanja, zatim trči stalnom brzinom te naposlijetku ubrzava zadnjih 10 s gibanja. Borna prolazi ciljnom linijom 234 s nakon početka gibanja brzinom 4.6 m/s. Domagoj jednoliko ubrzava prvih 15% duljine staze, a zatim trči stalnom brzinom od 4 m/s.

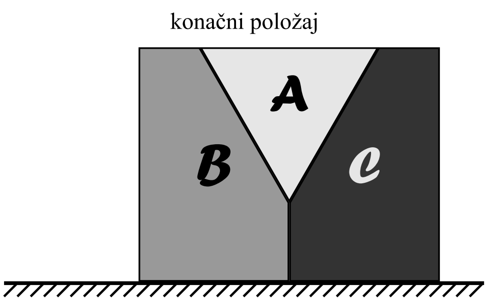
a) Tko prvi prolazi kroz cilj i za koliko vremena?
b) Nacrtajte grafove ovisnosti brzine o vremenu za Bornu i Domagoja.
b) U kojem trenutku se Borna i Domagoj nalaze na jednakoj udaljenosti od starta i koliko iznosi ta udaljenost?

3. zadatak (12 bodova)

Tri tijela A, B i C nalaze se na horizontalnoj podlozi u početnom položaju prikazanom na slici. Tijelo C učvršćeno je za podlogu i ne može se pomaknuti. Na tijelo B djelujemo stalnom silom F u horizontalnom smjeru prema desno zbog čega se tijela A i B gibaju sve dok ne dođu u konačan položaj prikazan na slici. Iznos sile F jednak je težini tijela B. Masa tijela A iznosi $m_A = 1$ kg, a odnos masa tijela A i B je $m_A : m_B = 1 : 2$. Tijelo A oblika je pravilne prizme čija je baza jednakostraničan trokut duljine stranice a. Razmak između tijela B i C u početnom položaju je $a/2$. Trenje između svih površina je zanemarivo.

a) Odredite iznos i smjer ubrzanja tijela A.
b) Odredite iznos i smjer ubrzanja tijela B.
c) Odredite iznos i smjer sile kojom tijelo A djeluje na tijelo C (smjer sile nacrtajte na skici).

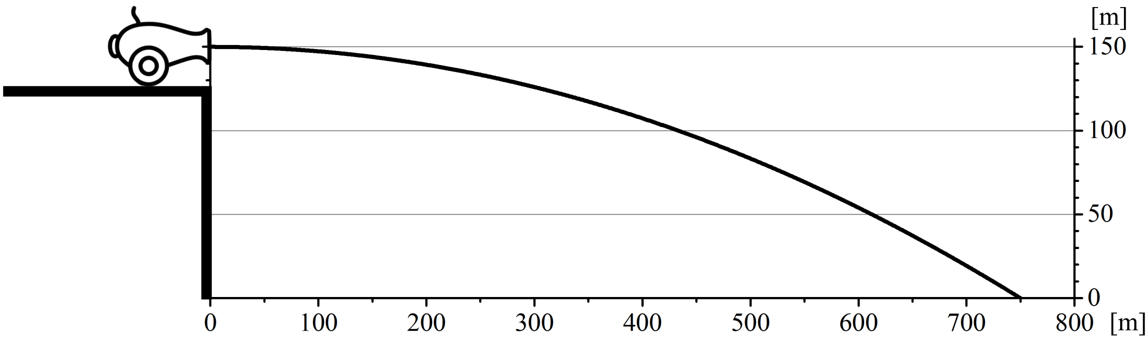




4. zadatak (10 bodova)

Top mase 1 t nalazi se na vrhu brijega. Iz topa je ispaljeno tane mase 2 kg u horizontalnom smjeru. Putanja, po kojoj se tane giba nakon ispaljivanja, prikazana je na slici. Prije ispaljivanja taneta top miruje. Koeficijent trenja između topa i horizontalne podloge je 0.111. Gravitacijsko ubrzanje iznosi $g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$.

a) Izračunajte brzinu kojom je ispaljeno tane iz topa.
b) Izračunajte brzinu taneta u trenutku kada padne na tlo.
c) Izračunajte pomak topa po horizontalnoj podlozi nakon ispaljivanja taneta.



5. zadatak (8 bodova)

Dizalo u zgradi ima masu 7 t, a u njemu se može voziti maksimalno osam ljudi. Pretpostavlja se da je prosječna masa čovjeka 80 kg. Uže dizala može izdržati maksimalno opterećenje od 120 kN. Dizalo se spušta stalnom brzinom od 760 cm/s.

a) Izračunajte minimalni zaustavni put dizala u slučaju maksimalnog opterećenja.
b) Dizalo s maksimalnim opterećenjem giba se prema gore jednakom stalnom brzinom kao u prethodnom slučaju. Izračunajte napetost užeta prilikom kočenja, ako je zaustavni put za 50% veći, nego u prethodnom slučaju.

Županijsko natjecanje iz fizike 2019/2020
Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (8 bodova)

Kada se vlakovi gibaju u istom smjeru, brzina vlaka A u referentnom sustavu u vlaka B je:
$\vec{v}'_A = \vec{v}_A - \vec{v}_B$
$v'_A = v_A - v_B$, **(1 bod)**
što je ujedno i brzina kojom vlak A pretječe vlak B pa je vrijeme u kojem promatrač iz vlaka A vidi vlak B jednako:
$\Delta t_1 = \dfrac{l_B}{v'_A} = \dfrac{l_B}{v_A - v_B}$ **(1 bod)**
Kada se vlakovi gibaju u suprotnim smjerovima, brzina vlaka A u referentnom sustavu vlaka B je:
$\vec{v}'_A = \vec{v}_A - \vec{v}_B$
$v'_A = v_A + v_B$ **(1 bod)**
Vrijeme u kojem promatrač iz vlaka B vidi vlak A je:
$\Delta t_2 = \dfrac{l_A}{v'_A} = \dfrac{l_A}{v_A + v_B}$ **(1 bod)**
Imamo sustav jednadžbi:
$v_A - v_B = \dfrac{l_B}{\Delta t_1}$
$v_A + v_B = \dfrac{l_A}{\Delta t_2}$
Iz kojeg slijedi:
$v_A = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{l_B}{\Delta t_1} + \dfrac{l_A}{\Delta t_2}\right) = 10.75\ \mathrm{m/s}$ **(2 boda)**
$v_B = v_A - \dfrac{l_B}{\Delta t_1} = 9.25\ \mathrm{m/s}$ **(2 boda)**

2. zadatak (12 bodova)

Gibanje Borne podijelimo u tri etape: I) jednoliko ubrzavanje prvih $\Delta t_{B,I} = 14$ s, II) jednoliko gibanje i III) jednoliko ubrzavanje zadnjih $\Delta t_{B,III} = 10$ s do brzine $v_{B,III} = 4.6$ m/s. Ukupno vrijeme gibanja je $t_B = 234$ s, a ukupni prijeđeni put je $s = 800$ m. Vrijedi:
$s = \dfrac{1}{2} v_{B,I}\Delta t_{B,I} + v_{B,I}\Delta t_{B,II} + \dfrac{v_{B,I} + v_{B,III}}{2}\Delta t_{B,III}$
Iz uvjeta zadatka vrijedi:
$t_B = \Delta t_{B,I} + \Delta t_{B,II} + \Delta t_{B,III} \ \Rightarrow\ \Delta t_{B,II} = t_B - \Delta t_{B,I} - \Delta t_{B,III} = 210\ \mathrm{s}$ **(1 bod)**
Iz prve jednadžbe izrazimo jedinu nepoznanicu $v_{B,I}$:
$v_{B,I}\left(\dfrac{1}{2}\Delta t_{B,I} + \Delta t_{B,II} + \dfrac{1}{2}\Delta t_{B,III}\right) = s - \dfrac{v_{B,III}}{2}\Delta t_{B,III}$
$v_{B,I} = \dfrac{2s - v_{B,III}\Delta t_{B,III}}{\Delta t_{B,I} + 2\Delta t_{B,II} + \Delta t_{B,III}} = \dfrac{2\cdot 800\ \mathrm{m} - 4.6\ \mathrm{m/s}\cdot 10\ \mathrm{s}}{14\ \mathrm{s} + 2\cdot 210\ \mathrm{s} + 10\ \mathrm{s}} = 3.5\ \mathrm{m/s}$ **(1 bod)**

Domagoj se giba u dvije etape: I) jednoliko ubrzano prvih $s_{D,I} = 0.15s = 120$ m i II) jednoliko brzinom $v_{D,I} = 4$ m/s. Vrijedi:

$$s_{D,I} = \frac{1}{2} v_{D,I} \Delta t_{D,I}$$

$\Delta t_{D,I} = \frac{2s_{D,I}}{v_{D,I}} = \frac{2 \cdot 120 \text{ m}}{4 \text{ m/s}} = 60 \text{ s}.$ **(1 bod)**

Vrijeme potrebno za ostatak staze duljine $s_{D,II} = s - s_{D,I} = 680$ m je:

$$s_{D,II} = v_{D,I} \Delta t_{D,II}$$

$\Delta t_{D,II} = \frac{s_{D,II}}{v_{D,I}} = \frac{680 \text{ m}}{4 \text{ m/s}} = 170 \text{ s}.$ **(1 bod)**

Ukupno vrijeme u kojem Domagoj pretrči stazu je:

$$t_D = \Delta t_{D,I} + \Delta t_{D,II} = 60 \text{ s} + 170 \text{ s} = 230 \text{ s}.$$

Prema tome, Domagoj će prvi proći kroz cilj i to za $\Delta t = t_B - t_D = 4$ s. **(1 bod)**

Izračunajmo prijeđeni put oba trkača nakon $\Delta t_{B,I}$ vremena:

$$s_B(\Delta t_{B,I}) = \frac{1}{2} v_{B,I} \Delta t_{B,I} = \frac{1}{2} \cdot 3.5 \text{ m/s} \cdot 14 \text{ s} = 24.5 \text{ m}$$

$$s_D(\Delta t_{B,I}) = \frac{1}{2} \frac{v_{D,I}}{\Delta t_{D,I}} (\Delta t_{B,I})^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4 \text{ m/s}}{60 \text{ s}} \cdot (14 \text{ s})^2 = 6.53 \text{ m}$$

Izračunajmo prijeđeni put oba trkača nakon $\Delta t_{D,I}$ vremena:

$$s_B(\Delta t_{D,I}) = 24.5 \text{ m} + v_{B,I} (\Delta t_{D,I} - \Delta t_{B,I}) = 24.5 \text{ m} + 3.5 \text{ m/s} \cdot 46 \text{ s} = 185.5 \text{ m}$$

$$s_D(\Delta t_{D,I}) = \frac{1}{2} v_{D,I} \Delta t_{D,I} = 120 \text{ m}$$

Izračunajmo prijeđeni put oba trkača nakon $\Delta t_{B,I} + \Delta t_{B,II} = 224$ s vremena:

$$s_B(\Delta t_{B,I} + \Delta t_{B,II}) = 24.5 \text{ m} + v_{B,I} \Delta t_{B,II} = 24.5 \text{ m} + 3.5 \text{ m/s} \cdot 210 \text{ s} = 759.5 \text{ m}$$

$$s_D(\Delta t_{B,I} + \Delta t_{B,II}) = 120 \text{ m} + v_{D,I} (\Delta t_{B,I} + \Delta t_{B,II} - \Delta t_{D,I}) = 120 \text{ m} + 4 \text{ m/s} \cdot 164 \text{ s} = 776 \text{ m}$$

Zaključujemo da je Domagoj prestigao Bornu u razdoblju u kojem se oba trkača gibaju jednoliko. **(2 boda)** Vrijedi jednadžba:

$$x_B(t') = x_D(t')$$

$$x_B(\Delta t_{B,I}) + v_{B,I} (t' - \Delta t_{B,I}) = x_D(\Delta t_{D,I}) + v_{D,I} (t' - \Delta t_{D,I})$$

$$24.5 \text{ m} + 3.5 \text{ m/s} \cdot (t' - 14 \text{ s}) = 120 \text{ m} + 4 \text{ m/s} \cdot (t' - 60 \text{ s})$$

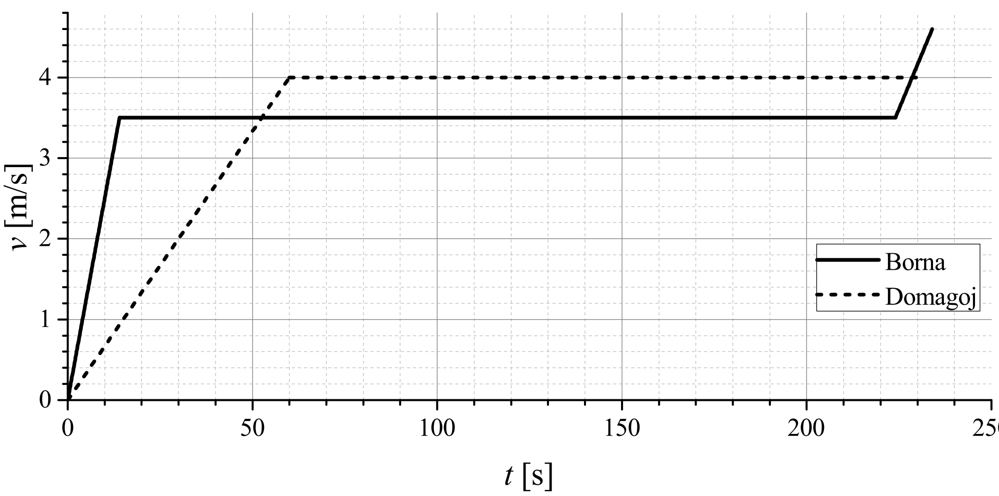
$$0.5 \text{ m/s} \cdot t' = 95.5 \text{ m}$$

$t' = 191$ s **(2 boda)**

Prijeđeni put je:

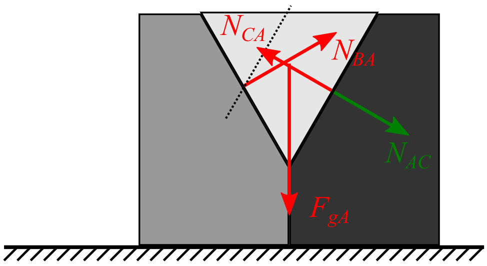
$x_B(t') = x_D(t') = 24.5 \text{ m} + 3.5 \text{ m/s} \cdot (191 \text{ s} - 14 \text{ s}) = 644 \text{ m}.$ **(1 bod)**

Ovisnost brzine Borne i Domagoja o vremenu prikazana je na sljedećem grafu. **(2 boda)**



3. zadatak (12 bodova)

Sa slike početnog i konačnog položaja vidi se da tijelo A prijeđe ukupan put $a/2$ uz kosu stranicu tijela C i da tijelo B prijeđe ukupan put $a/2$ po horizontalnoj podlozi. Budući da tijela A i B u jednakom vremenskom intervalu prelaze jednak put, slijedi da su njihova ubrazanja jednaka: $a_A = a_B = a$. **(1 bod)**

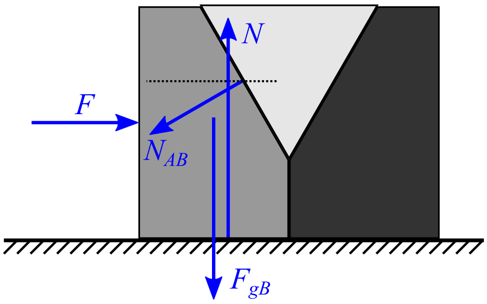


Na slici desno prikazane su sve sile na tijelo A. Sile rastavimo na komponente paralelno kosoj stranici tijela C i okomito na nju. Zatim možemo napisati drugi Newtonov zakon:

$m_A a_A = \frac{\sqrt{3}}{2} N_{BA} - \frac{\sqrt{3}}{2} F_{gA}$ **(1 bod)**

$0 = N_{CA} - \frac{1}{2} N_{BA} - \frac{1}{2} F_{gA}$ **(1 bod)**

Na slici lijevo prikazane su sve sile na tijelo B. Drugi Newtonov zakon za smjer paralelan podlozi glasi:



$m_B a_B = F - \frac{\sqrt{3}}{2} N_{AB}$ **(1 bod)**

Prema trećem Newtonovom zakonu sila tijela A na tijelo B N_{AB} jednakog je iznosa kao sila tijela B na tijelo A N_{BA}:

$N_{AB} = N_{BA}$. **(1 bod)**

Također, uvrštavamo jednakost ubrzanja tijela A i B: $a_A = a_B = a$. Zbrojimo prvu i treću jednadžbu:

$(m_A + m_B)\, a = F - \frac{\sqrt{3}}{2} F_{gA}$.

Uvrstimo omjere masa $m_B = 2m_A$ i iznos sile $F = m_B g$:

$3m_A a = 2m_A g - \frac{\sqrt{3}}{2} m_A g$.

Slijedi da je ubrzanje tijela jednako:

$a = \frac{1}{3}\left(2 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) g = 0.378g = 3.71\ \mathrm{m/s^2}$. **(2 boda)**

Oduzimanjem prve jednadžbe od treće dobijemo:

$(m_B - m_A)\, a = F - \sqrt{3} N_{AB} + \frac{\sqrt{3}}{2} m_A g$

$\frac{1}{3}\left(2 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) m_A g = 2m_A g - \sqrt{3} N_{AB} + \frac{\sqrt{3}}{2} m_A g$

$\sqrt{3} N_{AB} = \left(\frac{4}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3}\right) m_A g$

$N_{AB} = \left(\frac{4}{3\sqrt{3}} + \frac{2}{3}\right) m_A g = 14.09\ \mathrm{N}$ **(2 boda)**

Iz druge jednadžbe i trećeg Newtonovog zakona za silu tijela A na tijelo C N_{AC} slijedi:

$N_{AC} = N_{CA} = \frac{1}{2} N_{BA} + \frac{1}{2} F_{gA}$

$N_{AC} = \left(\frac{2}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{3}\right) m_A g + \frac{1}{2} m_A g$

$N_{AC} = \left(\frac{2}{3\sqrt{3}} + \frac{5}{6}\right) m_A g = 11.95\ \mathrm{N}$ **(2 boda)**

Smjer sile N_{AC} označen je na gornjoj slici zelenom bojom. **(1 bod)**

4. zadatak (10 bodova)

Sa slike se može vidjeti da je početni položaj taneta: $x(0) = 0$ m i $y(0) = h = 150$ m, a položaj u trenutku pada na tlo: $x(t_{pad}) = d = 750$ m i $y(t_{pad}) = 0$ m. **(1 bod)** Jednadžbe gibanja taneta za x i y smjer su:

$x(t) = v_0 t$,

$y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2$,

gdje je v_0 početna brzina taneta. **(1 bod)** Početnu brzinu izračunamo na sljedeći način:

$y(t_{pad}) = 0 = h - \frac{1}{2}gt_{pad}^2 \;\Rightarrow\; t_{pad} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 150\text{ m}}{9.81\text{ m/s}^2}} = 5.53\text{ s}.$ **(1 bod)**

$x(t_{pad}) = d = v_0 t_{pad} \;\Rightarrow\; v_0 = \frac{d}{t_{pad}} = \sqrt{\frac{g}{2h}}d = \sqrt{\frac{9.81\text{ m/s}^2}{2 \cdot 150\text{ m}}} \cdot 750\text{ m} = 135.6\text{ m/s}.$ **(1 bod)**

Brzina u trenutku pada na tlo jednaka je:

$v(t_{pad}) = \sqrt{v_0^2 + (v_y(t_{pad}))^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt_{pad})^2} = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 146.1\text{ m/s}.$ **(2 boda)**

Prilikom ispaljivanja taneta iz topa vrijedi zakon očuvanja količine gibanja:

$MV = mv_0,$ **(1 bod)**

gdje su M masa topa i V početna brzina topa koja je u suprotnom smjeru od početne brzine taneta v_0. Slijedi da je početna brzina topa jednaka:

$V = \frac{m}{M}v_0 = 27.12\text{ cm/s}.$ **(1 bod)**

Top se zbog sile trenja giba jednoliko usporeno prema lijevo. Ubrzanje je jednako:

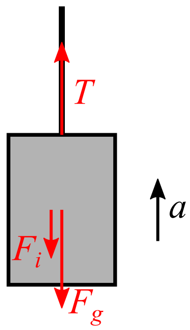
$Ma = -F_{tr} = -\mu Mg \;\Rightarrow\; a = -\mu g = -1.09\text{ m/s}^2.$ **(1 bod)**

Top će se do zaustavljanja prijeći put:

$s = \frac{V^2}{2a} = 3.4\text{ cm}.$ **(1 bod)**

5. zadatak (8 bodova)

Kada se dizalo giba prema dolje i prilikom zaustavljanja, ubrzanje dizala je u smjeru prema gore. Sile, koje djeluju na dizalo u sustavu dizala, prikazane su na slici desno. Drugi Newtonov zakon glasi:



$0 = T_{max} - F_i - F_g,$ **(1 bod)**

gdje je T_{max} maksimalna sila napetosti užeta, F_g ukupna težina dizala i maksimalnog broja ljudi i F_i je inercijalna sila. Nadalje slijedi:

$0 = T_{max} - m_{ukupno}g - m_{ukupno}a$

$a = \frac{T_{max}}{m_{ukupno}} - g = \frac{120 \cdot 10^3\text{ N}}{7000 + 8 \cdot 80\text{ kg}} - 9.81\text{ m/s}^2 = 5.9\text{ m/s}^2.$ **(2 boda)**

Gibanje dizala je jednoliko usporeno pa jednadžbe gibanja glase:

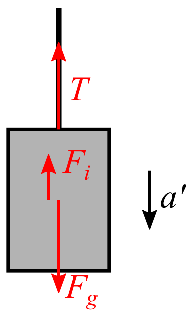
$v(t) = v_0 - at$

$y(t) = v_0 t - \frac{1}{2}at^2$

U trenutku zaustavljanja brzina je nula pa je put zaustavljanja jednak:

$s = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{(7.6\text{ m/s})^2}{2 \cdot 5.9\text{ m/s}^2} = 4.9\text{ m}$ **(2 boda)**

Kada se dizalo giba prema gore i prilikom zaustavljanja, ubrzanje dizala je u smjeru prema dolje. Sile na dizalo u sustavu dizala prikazane su na slici desno. Drugi Newtonov zakon sada glasi:



$0 = T - m_{ukupno}g + m_{ukupno}a'.$ **(1 bod)**

Ako je brzina gibanja dizala jednaka, a zaustavni put za 50% veći ($s' = 1.5s = 7.35$ m), nego prilikom spuštanja dizala, za ubrzanje slijedi:

$s' = \frac{v_0^2}{2a'} \;\Rightarrow\; a' = \frac{v_0^2}{2s'} = 3.93\text{ m/s}^2.$ **(1 bod)**

Slijedi da je napetost užeta jednaka:

$T = m_{ukupno}(g - a') = 44.9\text{ kN}.$ **(1 bod)**

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 2020

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijete koristiti nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. ***Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora***.

1. zadatak (10 bodova)
Kuglasto šuplje kućište izrađeno od željeza lebdi u potpunosti potopljeno u vodi. Vanjski polumjer je R = 0,3m, gustoća željeza je ρ_{Fe} = 7870 kg/m^3. Odredite unutarnji polumjer r. Ukoliko se u vodu u kojoj se nalazi kućište uspe sol, u količini da kućište sad pluta na površini tako da se središte kugle nalazi točno na razini površine vode, kolika je sad gustoća vode s dodanom soli (sol se u potpunosti otopi u vodi).

2. zadatak (10 bodova)
Da bi se sagradili temelji mosta, građevinska dizalica spušta kockasti betonski blok gustoće ρ_b = 2300 kg/m^3 u rijeku, duljina brida kocke je 3m; pokretna protuteža manje mase osigurava da je težište sustava točno na osi dizalice (kao što bi bilo bez opterećenja i protuteže). Kada je blok potpuno uronjen, za koliko se udaljenost protuteže od osi dizalice mora (u postocima) varirati, tako da se ravnoteža cjelokupnog sustava ne promjeni.
Izračunajte rad potreban da se betonski blok izvadi iz vode, ako se u početnom trenutku gornja ploha kocke nalazila u visini razine vode, a na kraju se donja ploha kocke nalazila u visini razine vode.

3. zadatak (12 bodova)
Toplinski stroj izvodi kružni proces u p-V ravnini tako da prolazi kroz sljedeća stanja:
Stanje A (p_0,V_0); stanje B ($3p_0,V_0$); stanje C ($3p_0,2V_0$); stanje D ($2p_0,2V_0$); stanje E ($2p_0,3V_0$); stanje F ($p_0,3V_0$); i opet se vraća u stanje A (p_0,V_0).
Nacrtajte na grafu p-V procese koji se sastoje od kvazistacionarnih procesa. Radni plin motora sastoji se od n molova savršenog jednoatomskog plina.
Odredite i obrazložite:
a. U kojim procesima plin obavlja rad i u kojima se rad obavlja na plinu.
b. U kojim se procesima plin zagrijava, a u kojima se hladi.
c. Pri kojim se procesima povećava unutarnja energija plina, a pri kojima se smanjuje.
d. U kojim procesima plin apsorbira toplinu, a u kojima ju otpušta.
e. Izračunajte učinkovitost stroja.
f. Ako se uzme u obzir da je $p_0=p_{atm}$ i V_0= 0.03 m^3, n= 1 mol, izračunajte najnižu temperaturu T_n i najvišu temperaturu T_v koju dosegne plin tijekom ciklusa i utvrdite u kojim stanjima sustav dostiže te vrijednosti. Odredite učinkovitost motora koji provodi Carnotov ciklus između tih dviju temperatura.

4. zadatak (8 bodova)

Voda izlazi iz cijevi i pod kutem od 45 stupnjeva udara na okomiti zid brzinom od 20 m/s. Nakon udara, voda klizi duž zida. Izračunajte tlak kojim mlaz vode djeluje na područje zida koje udara.

5. zadatak (10 bodova)

Izumitelj tvrdi da je konstruirao četiri toplinska stroja od kojih svaki radi između dva izvora topline na 400 i 300 K. Podaci svakog toplinskog stroja, za svaki radni ciklus, su sljedeći: stroj a): Q_1 = 200 J; Q_2 = −175 J; W = 40 J; stroj b): Q_1 = 500 J; Q_2 = −200 J; W = 400 J; stroj c): Q_1 = 600 J; Q_2 = −200 J; W = 400 J; stroj d): Q_1 = 100 J; Q_2 = -90 J; W = 10 J. Odredite koji su od ovih strojeva mogući, a koji su nemogući. Detaljno obrazložite vaše odgovore.

Uzmite u obzir sljedeće vrijednosti za fizikalne konstante, ako nije drugačije navedeno u zadatku:

R = 8,31 J/K mol

ρ_{voda} = 1000 kg/m^3

P_{atm}= 1 atm = 101300 Pa

g = 9,81 m/s^2

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 2020.

Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Zadatak (10 bodova)

Šuplje kućište lebdi blizu površine gotovo u potpunosti uronjena. Sila uzgona F_A uravnotežuje težinu P kućišta:

$$F_U = P$$

Sila uzgona, jednaka je težini volumena ististnute tekućine. Volumen istisnute vode jednak je vanjskom volumenu šuplje kugle, dakle:

$$F_A = \rho_{Voda} V_{\text{vanjski}}\, g = \rho_{Voda} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi R^3 g$$ **(2 boda)**

Težina P željezne šuplje kugle jednaka je:

$$P = m_{Fe} g = \rho_{Fe} (V_{\text{vanjski}} - V_{\text{šupljine}}) g = \rho_{Fe} \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3) g$$ **(2 boda)**

Uvrštavanjem izraza dobivenih za F_U i P:

$$\rho_{Voda} \frac{4}{3} \pi R^3 g = \rho_{Fe} \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3) g$$ **(2 boda)**

Slijedi:

$$r = R \sqrt[3]{\frac{\rho_{Fe} - \rho_{voda}}{\rho_{Fe}}} = 0.287\text{m}$$ **(2 boda)**

Kad se doda sol u vodu vrijedi:

$$\rho_{Voda+sol} \frac{V_{\text{vanjski}}}{2} g = \rho_{Voda+sol} \frac{2}{3} \pi R^3 g = \rho_{Fe} \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3) g$$

$$\rho_{Voda+sol} = 2\rho_{Fe} \left(1 - \frac{r^3}{R^3}\right) = 1959\ kg/m^3$$ **(2 boda)**

2. Zadatak (10 bodova)

Neka je M masa bloka i m mase protuteže, A, a na odgovarajućim razmacima od okomite osi dizalice; za ono što je rečeno, s obzirom na to da je težište konstrukcije bez opterećenja i protuteže već na osi dizalice, kada je blok izvan vode, dovoljno je da je MgA = mga iz kojeg je a = MA/m.

Kad je blok potpuno uronjen u vodu, na njega utječe i sila uzgona stoga se mora približiti protuteža količine Δa. Ravnoteža sada daje odnos:

$$(Mg - F)A = mg(a - \Delta a) \Rightarrow FA = mg\Delta a$$ **(2 boda)**

Slijedi:

$$\Delta a = \frac{FA}{mg}$$ **(2 boda)**

Dakle dobije se:

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{FA}{mg}\frac{m}{MA} = \frac{(Mg\rho_v/\rho_b)A}{MgA} = \frac{\rho_v}{\rho_b} = 0.435 = 43.5\%$$ **(2 bod)**

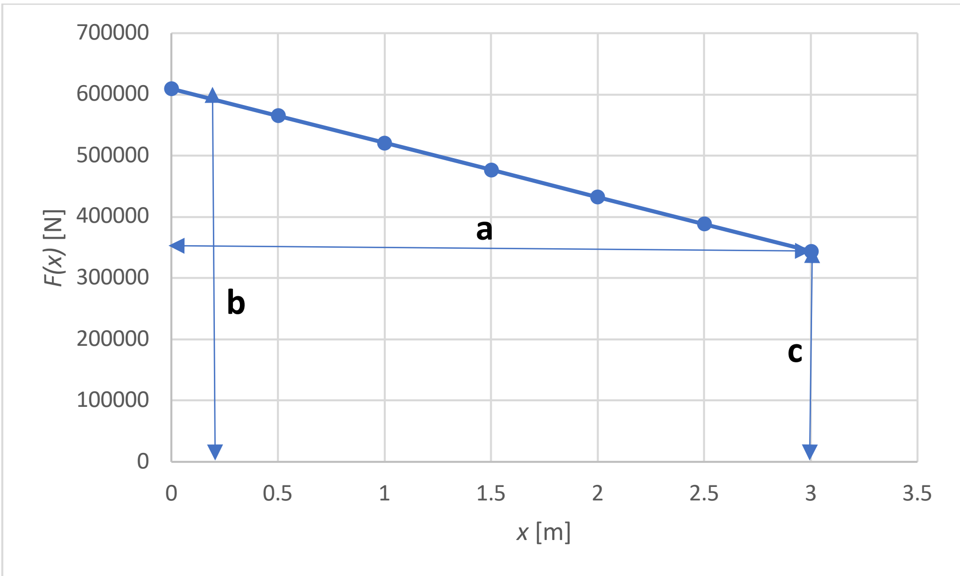
Ako je *l* duljina brida kocke i izrazimo masu kocke kao *m = ρSl*g možemo pisati za 0 ≤ x ≤ 3m (gdje x je uronjena dubina), sila koja djeluje na kocku jednaka je razlici težine i sile uzgona:

$$F(x) = F_g - F_u = mg - \rho_v g V_{uronjen} = \rho_b V_b g - \rho_v g x l^2 = \rho_b l^3 g - \rho_v g x l^2$$

$$F(x) = \rho_b l^2 g\left[l - \frac{x\rho_v}{\rho_b}\right] \quad 0 \le x \le 3m$$

$$F(x) = 203067 kg/s^2\,[3 - 0{,}435x]\mathrm{m} \quad 0 \le x \le 3m$$ **(2 bod)**

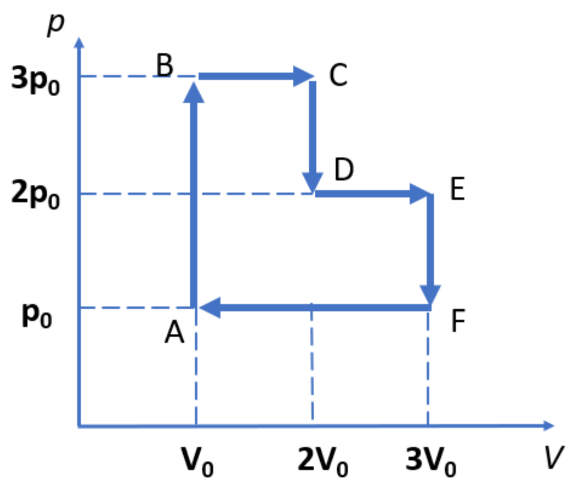
Ako prikažemo ovisnost na grafu, dobijemo slijedeće



Iz površine ispod grafa možemo izračunati rad potreban za izvaditi kockasti blok iz vode.

$$L = \frac{a*(b-c)}{2} + a*c = 397503\,J + 1032595\,J = 1{,}43 \times 10^6\,J$$ **(2 bod)**

3. Zadatak (15 bodova)



(2 boda)

a. Plin prenosi energiju u okoliš u obliku rada u ekspanzijama, dok ga prima u kompresijama. Posljedično, obavlja rad u BC i DE pretvorbama i apsorbira ih u FA kompresiji. U konstantnim pretvorbama volumena nema izmjene energije u obliku rada. **(1 bod)**

b. Iz jednadžbe stanja idealnog plina lako je zaključiti da je temperatura pri konstantnom volumenu izravno proporcionalna tlaku, dok je pri konstantnom tlaku izravno proporcionalna volumenu. Kao rezultat toga, temperatura raste u izohonom AB i u izobarnoj ekspanziji BC, smanjuje se u izohornom CD-u, opet se povećava u drugoj izobarnoj ekspanziji DE i ponovo smanjuje u izohornom EF i u izobarnoj kompresiji FA. **(1 bod)**

c. Jedna od karakteristika koja razlikuje sustave koji se sastoje od idealnih plinova je činjenica da unutarnja energija ovisi samo o temperaturi. Posljedično, unutarnja energija se povećava kada temperatura raste i obrnuto. **(1 bod)**

d. U izohornim pretvorbama Q = *ncV ΔT*, u izobarnm pretvorbama *Q = ncpΔT*. Iz toga slijedi da je Q pozitivan (što odgovara prijenosu energije iz okoline u sustav) u pretvorbama u kojima je ΔT pozitivan: AB, BC, DE i negativan u ostala tri. **(1 bod)**

e. Učinkovitost ciklusa dana je $\eta = \frac{L}{Q_{ADS}}$ gdje Q_{ADS} je toplina što sustav preuzme od okoliša. Rad je površina određena ciklusom $L = 3p_0V_0$. **(2 boda)**

Adsorbirana toplina je:

$$Q_{\text{ads}} = Q_{\text{AB}} + Q_{\text{BC}} + Q_{\text{DE}} = nc_V\Delta T_{\text{AB}} + nc_p\Delta T_{\text{BC}} + nc_p\Delta T_{\text{DE}} =$$
$$= \frac{3}{2}nR\Delta T_{\text{AB}} + \frac{5}{2}nR\Delta T_{\text{BC}} + \frac{5}{2}nR\Delta T_{\text{DE}}$$

Iz jednadžbe za idealne plinove za pretvorbu s konstantnim volumenom vrijedi *VΔp = nRΔT, za konstantan tlak ΔVp =nRΔT. Dakle:*

$Q_{\mathrm{ads}} = \frac{3}{2}V_0 \cdot 2p_0 + \frac{5}{2}3p_0V_0 + \frac{5}{2}2p_0V_0 = \frac{31}{2}p_0V_0$

Slijedi:

$\eta = \frac{L}{Q_{ADS}} = 6/31 = 19\%$ **(2 boda)**

f. Iz prethodnog razmatranja zaključuje se da je najniža temperatura u stanju A i vrijedi

$T_A = p_0 V_0/nR = 365.7$ K

Najviša temperatura postiže se u stanjima C i E i vrijedi $T_C = T_E = 6\, p_0 V_0/nR = 6T_A = 2194$ K.

Slijedi:

$\eta = 1 - \frac{T_A}{6T_A} = 1 - 1/6 = 83\%$ **(2 boda)**

4. Zadatak (8 bodova)

Jednadžba što veže promjenu količine gibanja i sile je slijedeća

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{q}}{\Delta t}$$

Nas interesira komponenta u smjeru okomice zida, na koju djeluje tlak vode

$F_n = \frac{\Delta q_n}{\Delta t}$ **(2 boda)**

Promjena količine gibanja uzrokovan količinom m mase vode u vremenskom intervalu Δt je

$\Delta q_n = (\rho a v \Delta t) v \cos\theta$ $\quad (a = \text{ poprečni presjek mlaza })$ **(2 boda)**

Slijedi da je okomita komponenta sile na zid:

$F_n = \rho a v^2 \cos\theta$ **(2 boda)**

Površina na koju mlaz djeluje na zidu je $\left(\Delta S = \frac{a}{\cos\theta}\right)$, dakle slijedi za tlak:

$p = \frac{F_n}{\Delta S} = \frac{\rho a v^2 \cos^2\theta}{a}$

$p = \varrho v^2 \cos^2\theta = 2.83 \times 10^5 Pa$ **(2 boda)**

5. Zadatak (10 bodova)

Idealan motor koji radi između dva navedena izvora topline ima učinkovitost jednaku:

$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 0.25$ **(2 boda)**

Slučaj a) Za svaki ciklus postoji neto prijenos topline jednak 25 J u usporedbi s radom od 40 J. Stoga je prekršen prvi zakon (i ako učinkovitost ovog motora je $\eta = 1 - \frac{175}{200} = 0.125$, kompatibilno s idealnom učinkovitošću).

(2 boda)

Slučaj b) Za svaki ciklus postoji neto prijenos topline jednak 300 J u usporedbi s radom od 400 J. Stoga je prekršen prvi zakon (učinkovitost je $\eta = 1 - \frac{200}{500} = 0.6$ nespojiva s idealnom učinkovitost).

(2 boda)

Slučaj c) Učinkovitost ovog motora je $\eta = 1 - \frac{200}{600} = 0.667$, nespojiva s idealnom učinkovitost; za svaki ciklus postoji neto prijenos topline jednak 400 J u usporedbi s radom od 400 J. Stoga je prekršen drugi zakon.

(2 boda)

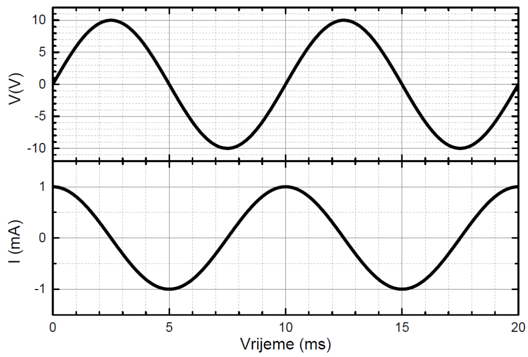
Slučaj d) Učinkovitost ovog motora je $\eta = 1 - \frac{100}{90} = 0.10$, kompatibilno je s idealnom učinkovitost; za svaki ciklus postoji neto prijenos topline od 10 J u usporedbi s radom od 10 J. Niti jedan zakon nije narušen.

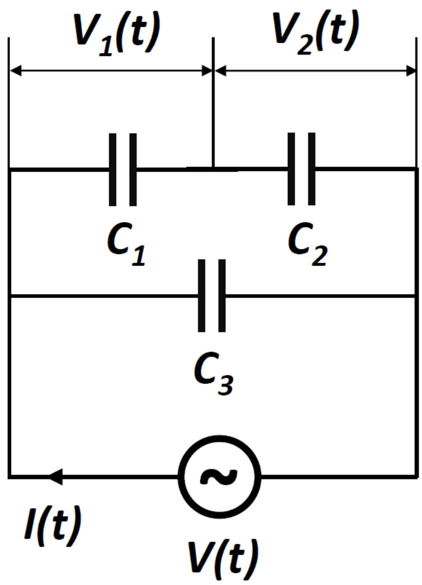
(2 boda)

Zadaci za županijsko natjecanje 2020. – 3. skupina

Zadatak 1 (10 bodova)

Strujni krug je prikazan kao na slici i sastoji se od izvora izmjeničnog napona V i tri kondenzatora C_1, C_2, C_3. Na grafovima su dane vrijednosti struje $I(t)$ i napona na izvoru $V(t)$. Nađi vrijednost kapaciteta C_1, C_2, C_3, ako su naponi $V_1(t)$ i $V_2(t)$ jednaki, a samo jedan od tri kondenzatora ima dvaput veći kapacitet od (barem) jednog od preostalih.



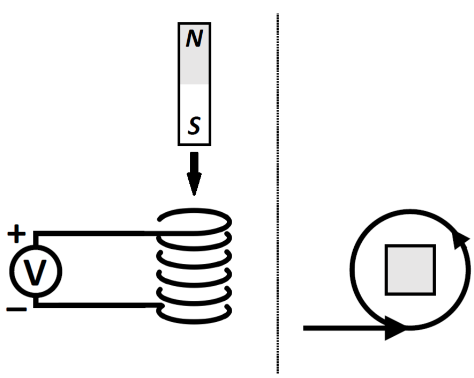


Zadatak 2 (8 bodova)

Transformator pretvara napon s američkog 120 V na europski standard 240 V. Kolika je iskoristivost (korisnost) transformatora ako je struja sekundara $I_2 = 12$ A, a struja na primaru $I_1 = 25$ A. Iskoristivost računamo kao omjer izlazne i ulazne snage. Koliko topline transformator generira kroz jednu minutu, ako pretpostavimo da se sva neiskorištena snaga troši na zagrijavanje?

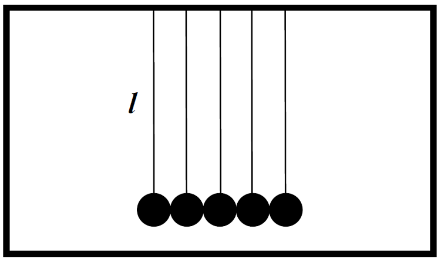
Zadatak 3 (12 bodova)

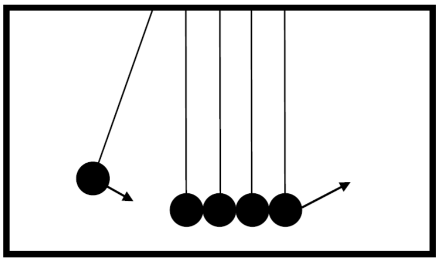
Magnet ulazi u zavojnicu i izlazi kroz drugu stranu tako da mu je južni pol prema dolje. Magnet cijelo vrijeme ima konstantnu brzinu gibanja. Zavojnica je namotana tako da, gledano od "gore" se žica kreće u smjeru suprotno od kazaljke na satu (slika). Skiciraj na grafu kako će ovisiti inducirani napon o vremenu kojeg vidi voltmetar V (obratiti pozornost na $+$ i $-$ polove voltmetra). Obrazloži odgovor! Hoće li graf biti simetričan s obzirom na neki specifični trenutak? Gdje će biti magnet u tom trenutku? Kakvo je asimptotsko ponašanje grafa (što kada je magnet jako daleko od zavojnice)?



Zadatak 4 (10 bodova)

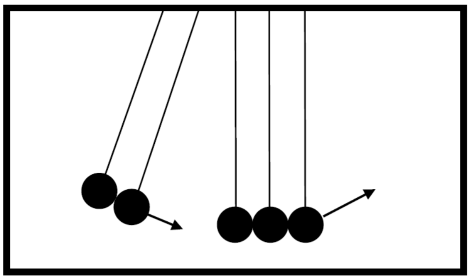
Newtonova kolijevka je zabavna igračka koja se sastoji od okvira na kojem visi 5 identičnih kuglica koje se međusobno dodiruju, kao na prvoj slici. Pomaknemo li lijevu kuglicu i pustimo, kuglica će udariti u drugu kuglicu, a krajnja desna kuglica će se tada odbiti i popeti na visinu na kojoj je prije bila prva kuglica. Period takve oscilacije kolijevke je $T = 1$ s.

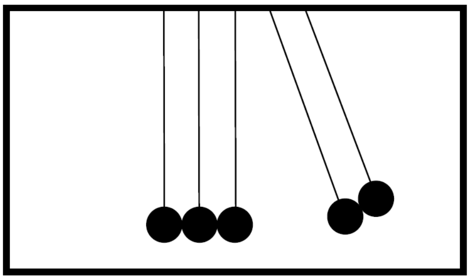




a) Nađi duljinu niti na kojoj mase vise.

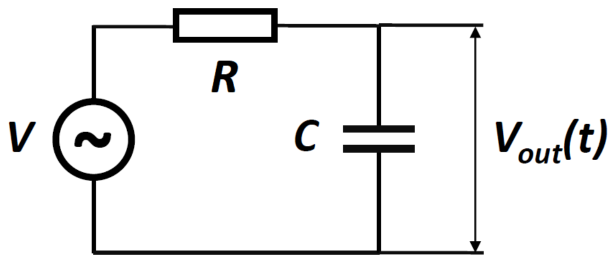
b) Pomaknemo dvije kuglice s jedne strane i pustimo. Nakon sudara s ostalim kuglicama dvije kuglice miruju, a dvije s druge strane se odbiju. Pretpostavi da se kuglice odbiju s brzinama u_1 i u_2 te poveži te brzine s brzinom dvije početne kuglice v! Kolika će im tada biti frekvencija oscilacija?





Zadatak 5 (10 bodova)

Jednostavni električni filtar je sklop koji ovisno o frekvenciji ulaznog napona V, daje izlazni napon $V_{out}(t)$ čija je amplituda usporediva, tj. puno manja od ulaznog napona. Za sklop na slici odredi da li odgovara niskofrekventnom filtru (amplituda izlaznog napona jako pada ako je frekvencija previsoka) ili visokofrekventnom filtru. Nađi izraz za amplitudu napona V_{out} u ovisnosti o frekvenciji. Za koju frekvenciju f je napon maksimalan? Nađi područje frekvencija za koje je $V_{out} \geq \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$, gdje je V_{max} amplituda ulaznog napona. Vrijednosti komponenti su $R = 1\ k\Omega$ i $C = 2$ nF.



VAŽNO:
Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Zadaci za županijsko natjecanje 2020. – 3. skupina
Rješenja

Zadatak 1 (10 bodova)

Jednaki pad napona na kondenzatorima C_1 i C_2 implicira da ta dva kondenzatora imaju isti kapacitet, tj. $C_1 = C_2 = C_A$. **(2 boda)**

Iz zadatka znamo da jedan kondenzator ima dvaput veći kapacitet od nekog drugog, dakle $C_3 = 2C_A$. **(1 bod)**

Ukupni kapacitet je tada serijski spoj dva C_A kondenzatora: $C_x = \frac{C_A}{2}$ i paralelni spoj sa C_3:

$$C_{uk} = C_x + C_3 = \frac{C_A}{2} + 2C_A = \frac{5}{2}\,C_A$$

(2 boda)

Intenzitet napona i struje je povezan s impedancijom:

$$|Z| = \frac{|V|}{|I|}$$

Impedancija sustava kondenzatora je

$$Z = \frac{1}{\omega C}$$

gdje je $\omega = 2\pi f$ frekvencija koja se lako očita iz grafa. Jedan period traje $T = 10$ ms, što znači da je $f = 100$ Hz. **(2 boda)**

Omjer iznosa napona i struje je $|V|/|I| = 10^4$. Uvrštavajući sve brojeve dobijamo rezultat: $C_A = 64$ nF, odnosno $C_1 = C_2 = 64$ nF a $C_3 = 128$ nF. **(3 boda)**

Zadatak 2 (8 bodova)

Ulazni napon transformatora je $V_1 = 120$ V, a izlazni $V_2 = 240$ V. Vrijedi pravilo transformatora

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

(1 bod)

Struja primara je $I_1 = 25$ A. Po pravilu transformatora, struja koja se koristi za induciranje struje sekundara je $I_1^0 = 24$ A. Prema tome, 1 A struje na 120 V odlazi u toplinu. Snaga oslobođena je $P_Q = V_1 \cdot (I_1 - I_1^0) = 120$ W. **(3 boda)**

Korisna snaga je na sekundaru $P = V_2 \cdot I_2 = 2.88$ kW. Iskoristivost je stoga: $\eta = \frac{P}{P+Q} = 96\%$. **(2 boda)**

U jednoj minuti oslobodi se $Q = P_Q \cdot t = 7.2$ kJ topline. **(2 boda)**

Zadatak 3 (12 bodova)

Magnetska polje inducira struju u zavojnici preko Lenzovog pravila: na način da inducirana struja stvara magnetsko polje koje se protivi promjeni prvog polja. Izraz za inducirani napon (elektromotornu silu) dan je s:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta B \cdot A}{\Delta t}$$

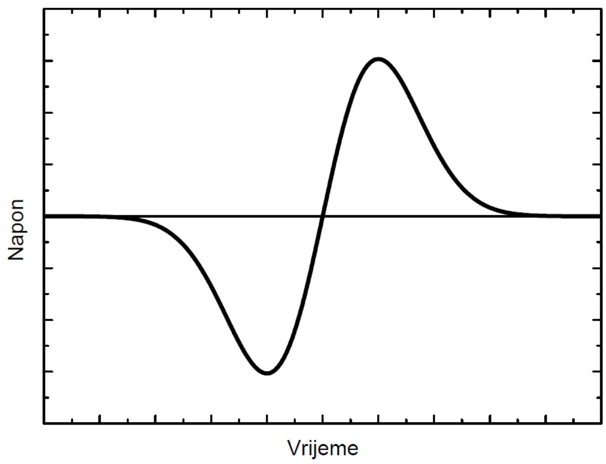
(1 bod)

Inducirani napon ovisi o promjeni magnetskog polja u vremenu (presjek A zavojnice ostaje isti. Budući da magnet "ulazi" prvo s južnim polom, silnice magnetskog polja unutar zavojnice gledaju prema "gore" (magnetu) i jačaju, pa će ih inducirana struja htjeti smanjiti. Kako bi se smanjile, struja mora poteći po pravilu desne ruke u smjeru kazaljke na satu. **(3 boda)**

Napon u $+$ konektoru voltmetra će biti negativniji od napona u $-$ konektoru. **(1 bod)**

Kada je magnet cijeli u zavojnici magnetsko polje neće više rasti, pa će napon pasti na nulu. Nakon toga magnetsko polje će slabiti tako da su silnice i dalje prema "gore", ali slabe. Zato će inducirana struja htjeti pojačati silnice, pa će napon u $+$ konektoru biti pozitivniji od napona u $-$ konektoru. **(bodovati graf)**

Prvi dio puta magneta će napon biti negativan, a drugi pozitivan. Oblik krivulje na grafu nije lako pronaći, ali znamo da neće biti konstanta (to bi značilo da se magnetsko polje uniformno mijenja), a neće biti ni pravac (to je u slučaju kvadratne ovisnosti magnetskog polja). Graf će otprilike izgledati kao na slici: **(5 bodova)**



Graf će biti simetričan oko točke kada je magnet u sredini zavojnice, jer se magnet giba jednoliko. Asimptote grafa će biti u nuli, jer kada je magnet daleko, magnetsko polje unutar zavojnice iščezava i ne mijenja se. **(2 boda)**

Zadatak 4 (10 bodova)

Zbog očuvanja količine gibanja, njihanje možemo razdvojiti u dva jednaka dijela – polovica gibanja uključuje lijevu kuglicu, a druga polovica gibanja uključuje desnu kuglicu. Budući da su obje kuglice identične, period gibanja je isti kao i kod običnog njihala duljine niti l. **(2 boda)**

Stoga je duljina niti određena periodom:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$$

Duljina niti $l = 25$ cm. **(1 bod)**

Kako bi doznali brzinu kuglica u drugom dijelu zadatka, moramo iskoristiti zakon očuvanja količine gibanja i zakon očuvanja energije. **(1 bod)**

Masa jedne kuglice je m, i da nakon što 2 kuglice s brzinom v udare u ostale, druge dvije se odbiju s brzinama u_1 i u_2. Imamo dvije jednadžbe:

$$2mv = mu_1 + mu_2$$
$$\frac{1}{2}\,2mv^2 = \frac{1}{2}\,mu_1^2 + \frac{1}{2}\,mu_2^2$$

(2 boda)

Preslagivanjem jednadžbi dobijemo:

$$2v = u_1 + u_2$$
$$2v^2 = u_1^2 + u_2^2$$

Iz prve izrazimo $u_2 = 2v - u_1$ i uvrstimo u drugu:

$$2v^2 = u_1^2 + 4v^2 - 4vu_1 + u_1^2$$

Razmještajem i kraćenjem faktora 2 dobijemo:

$$u_1^2 - 2u_1 v + v^2 = 0 \Rightarrow (u_1 - v)^2 = 0$$

Rješenje je $u_1 = v$ i $u_2 = v$. **(2 boda)**

Budući da se svaka kuglica zasebno njiše na niti duljine l, frekvencija oscilacija im je nepromijenjena, dakle $f = 1$ Hz. **(2 boda)**

Zadatak 5 (10 bodova)

Ovaj sklop je niskofrekventni filtar. Do rješenja se može doći na nekoliko načina. Najjednostavnije je primjetiti da za istosmjernu struju izlazni napon je jednak ulaznom, što znači da ovaj krug propušta $f = 0$, samim time i niske frekvencije. **(2 boda)**

Napomena: točno se boduje i objašnjenje nakon provedenog računa, gdje se jasno pokaže koje frekvencije i u kojem intenzitetu filtar propušta.

Ukupna impedancija kruga je

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

(2 boda)

Napon na izlazu je jednak naponu na kondenzatoru i dan je s:

$$|V_{out}| = |V_C| = \frac{\frac{1}{\omega C}|V|}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} = \frac{|V|}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2 + 1}}$$

(2 boda)

Maksimalni napon nastaje u slučaju niske frekvencije($\omega \to 0$), kada kondenzator praktički predstavlja beskonačnu impedanciju. Tada je $V_{out} = V$. Postavljamo jednadžbu za određivanje rubne frekvencije:

$$\frac{1}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Rješenje za frekvenciju je $f = \frac{1}{2\pi RC}$, pri čemu smo odbacili negativnu frekvenciju kao ne-fizikalnu. **(2 boda)**

Uz kapacitet $C = 2$ nF i otpor $R = 1$ kΩ, gornja frekvencija do koje filtar "propušta" frekvencije je $f = 79.6$ kHz. **(2 boda)**

Županijsko natjecanje iz fizike

- srednje škole: IV. grupa -

28.09.2020.

1. Pretpostavite da je elektron mala homogena kuglica naboja. Procijenite njegovu veličinu vođeni sljedećim uputama:

   - Prije svega, iz elektrostatike je dobro poznato da je potrebno obaviti određeni rad W da se izgradi homogeno nabijena kuglica naboja q i polumjera r. Jednostavnosti radi, pretpostavite da je taj rad jednak električnoj potencijalnoj energiji dva *točkasta* naboja q koji se nalaze na udaljenosti r.
   - Nakon što se dobili izraz za W, pretpostavite da je taj rad pohranjen kao energija mirovanja elektrona i, na temelju toga, odredite numeričku vrijednost za r. Dobivena vrijednost se naziva klasični polumjer elektrona.

   [7 bodova]

2. Dokažite da se kružnica u gibanju relativističkom brzinom v deformira u elipsu i nađite vezu između ekscentriciteta elipse ϵ i brzine gibanja kružnice.

   Podsjetnik: ekscentricitet elipse s velikom poluosi a i malom poluosi b je

   $$\epsilon = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}.$$

   [11 bodova]

3. Faradayev rotator je uređaj koji se koristi za zakretanje ravnine polarizacije elektromagnetskih valova putem tzv. magneto-optičkog efekta. Rotator možemo zamisliti kao cilindar duljine ℓ u kojem postoji homogeno magnetsko polje B. Ako pustimo EM val kroz Faradayev rotator, tako da se val širi uzduž osi simetrije cilindra, pri izlasku iz rotatora doći će do zakretanja smjera polarizacije EM vala prema formuli

   $$\beta = \mathcal{V} B \ell,$$

   gdje je β kut zakreta (u radijanima), a $\mathcal{V}$ tzv. Verdeteova konstanta koja ovisi o materijalu unutar rotatora.

   Zamislite sad sljedeći eksperiment: Dva identična snopa svjetlosti putuju paralelno, tako da jedan prolazi kroz Faradayev rotator, a drugi pored njega. Nakon izlaska iz rotatora snopovi interferiraju. Odredite pri kojoj će najmanjoj vrijednosti magnetskog polja B_{min} doći do destruktivne interferencije među snopovima.

   Uzmite da je Faradayev rotator cilindar duljine $\ell = 10\,\text{cm}$, te da je ispunjen materijalom Verdetove konstante $\mathcal{V} = 134\,\text{rad}/\text{Tm}$.

   [8 bodova]

4. Tanki bakreni disk polumjera $R = 20\,\mathrm{cm}$ i zanemarive debljine izložen je sunčevom zračenju intenziteta $I = 1000\,\mathrm{W/m^2}$ koje upada okomito na disk. Pod pretpostavkom da je disk savršeno crno tijelo, odredite mu ravnotežnu temperaturu T_R nakon što je dovoljno dugo izložen suncu. Zanemarite sve druge izvore topline.

   Nakon što sunce zađe, disk se počinje hladiti. Pretpostavite da sunčevo zračenje trenutno nestane i procijenite za koliko će se vremena disk ohladiti za jedan stupanj.

   Masa diska je $m = 1\,\mathrm{kg}$, a specifični toplinski kapacitet bakra $c_\mathrm{Cu} = 375\,\mathrm{J/kgK}$.

   [14 BODOVA]

5. Maleni predmet se nalazi točno na polovici između konveksnog zrcala polumjera $R = 15\,\mathrm{cm}$ i sabirne leće žarišne daljine $f = 10\,\mathrm{cm}$. Tjeme zrcala i leća nalaze se na udaljenosti $d = 10\,\mathrm{cm}$. Zbog prepreke koja je postavljena između predmeta i leće, slika predmeta se kroz leću vidi tek nakon što se zrake svjetlosti prvo reflektiraju od zrcala. Odredite položaj konačne slike, te utvrdite radi li se o realnoj ili virtualnoj slici.

   [10 BODOVA]

Vrijednosti fizikalnih konstanti:

- brzina svjetlosti: $c = 3.00 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$;
- elementarni naboj: $e = 1.60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$;
- masa elektrona: $m = 9.11 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$;
- permitivnost vakuuma: $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F/m}$;
- Stefan-Boltzmannova konstanta: $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$.

VAŽNO: Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule). Za pisanje, koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Županijsko natjecanje iz fizike - rješenja

- srednje škole: IV. grupa -

28.09.2020.

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Prema uputi u zadatku, pretpostavljamo da je rad potreban da se stvori homogena kuglica naboja q i polumjera r jednak električnoj potencijalnog energiji dva točkasta naboja q, koja se nalaze na udaljenosti r. Prema tome, možemo odmah pisati

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r}, \qquad \text{[2 BODA]}$$

gdje je $q = e$ naboj elektrona, a r njegov polumjer koji pokušavamo odrediti. S druge strane, taj rad možemo interpretirati kao energiju mirovanja elektrona, odnosno

$$W = mc^2, \qquad \text{[2 BODA]}$$

gdje je m masa elektrona. Prema tome, lako je odrediti klasični polumjer elektrona

$$\begin{aligned} r &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{mc^2} && \text{[2 BODA]} \\ &= 2.81 \times 10^{-15}\,\text{m}. && \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

2. Promotrimo kružnicu

$$x^2 + y^2 = R^2.$$ [2 BODA]

Dvije točke na kružnici, npr. $(-\sqrt{R^2 - y^2}, y)$ i $(+\sqrt{R^2 - y^2}, y)$ za neki $y \in [-R, +R]$ možemo shvatiti kao krajeve štapa koji se proteže paralelno osi x, na udaljenosti y od nje. Ako se sad cijela kružnica počne gibati u smjeru osi x relativitičkom brzinom v, štap će se kontrahirati, no i dalje će ostati na istoj udaljenosti od osi x. Prema tome, štap u gibanju će imati nove koordinate: $(-\sqrt{R^2 - y^2}/\gamma, y)$ i $(+\sqrt{R^2 - y^2}/\gamma, y)$, gdje je γ Lorentzov faktor. [3 BODA]

Prema tome, ako pogledamo sve moguće krajeve štapova, vidimo da oni opisuju krivulju

$$\gamma^2 x^2 + y^2 = R^2,$$ [2 BODA]

što je jednadžba elipse

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$$ [2 BODA]

s poluosima $a = R$ i $b = R/\gamma$. Prema tome, ekscentricitet elipse je

$$\epsilon = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \frac{v}{c}.$$ [2 BODA]

3. Do destruktivne interferencije obično dolazi kad su dva koherentna vala jednakih polarizacija pomaknuta u hodu za neparan višekratnih polovica valnih duljina. Međutim, destruktivnu interferenciju možemo postići i okretanjem smjera polarizacije jednom valu. Tada će valovi, strogo gledano, i dalje biti u fazi, ali će im polarizacije biti suprotne te će se valovi u sumi poništiti. [3 BODA]

   To znači da će do destruktivne interferencije doći kad god je polarizacija vala koji prolazi kroz Faradayev rotator zakrenuta za neparan višekratnik broja π u odnosu na val koji ne prolazi kroz rotator. Drugim riječima, do prve destruktivne interferencije će doći za kut zakreta

$$\beta = \pi. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

   Za to nam je potrebno magnetsko polje

$$\begin{aligned} B_{\text{min}} &= \frac{\pi}{\mathcal{V}\ell} && [2 \text{ BODA}] \\ &= 0.23\,\text{T}. && [1 \text{ BOD}] \end{aligned}$$

4. Budući da sunce obasjava samo jednu stranu diska, upadna snaga sunčevog zračenja koju disk apsorbira je

$$P_{\mathrm{up}} = IR^2\pi, \qquad \text{[2 BODA]}$$

gdje je R polumjer diska. S druge strane, disk zrači snagu kroz sve plohe, tj. dvije baze i oplošje. Kako se radi o tankom disku, oplošje je zanemarivo, pa je snaga koju disk zrači

$$P_{\mathrm{zr}} = 2R^2\pi\sigma T^4, \qquad \text{[2 BODA]}$$

gdje je T temperatura diska. U termodinamičkoj ravnoteži ove dvije snage moraju biti iste, pa lako izračunamo ravnotežnu temperaturu

$$T_{\mathrm{R}} = \left(\frac{I}{2\sigma}\right)^{1/4} \qquad \text{[2 BODA]}$$

$$= 306\,\mathrm{K} = 33\,^{\circ}\mathrm{C}. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Kad nestane sunčevog zračenja, disk i dalje zrači kao crno tijelo, što znači da gubi energiju. U malenom vremenskom intervalu Δt disk izgubi energiju $\Delta E = -P_{\mathrm{zr}}\Delta t$, odnosno promijeni mu se temperatura za $\Delta T = \Delta E/(mc_{\mathrm{Cu}})$. Drugim riječima, jednadžba koja opisuje gubitak temperature je

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = -\frac{2R^2\pi\sigma}{mc_{\mathrm{Cu}}}T^4. \qquad \text{[3 BODA]}$$

Ova se jednadžba može riješiti integracijom, odakle se dobije da je vrijeme t potrebno da se disk ohladi s temperature T na temperaturu T' dano izrazom

$$t = \frac{mc_{\mathrm{Cu}}}{6R^2\pi\sigma}\left(\frac{1}{T'^3} - \frac{1}{T^3}\right). \qquad \text{[2 BODA]}$$

Odavde je vrijeme potrebno da se disk u početku ohladi za jedan stupanj

$$t = 3.02\,\mathrm{s}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

NAPOMENA: od učenika se ne očekuje znanje integrala, već kreativnost prilikom procjene potrebnog vremena. Npr. vrijeme t se može dobro aproksimirati pretpostavkom da je snaga zračenja konstantna i odgovara početnoj (ravnotežnoj) temperaturi

$$t_1 \approx \frac{mc_{\mathrm{Cu}}}{2R^2\pi\sigma}\frac{1\,\mathrm{K}}{(306\,\mathrm{K})^4} = 3.00\,\mathrm{s}.$$

Bilo koja druga smislena aproksimacija koji vodi na rezultat koji se numerički slaže s točnim rezultatom unutar 10% treba bodovati svim bodovima.

5. Neka se predmet nalazi na udaljenosti $x > 0$ od tjemena zrcala. Tada će slika koju daje konveksno zrcalo biti na udaljenosti y koju određujemo iz jednadžbe konveksnog zrcala

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -\frac{2}{R}, \qquad [1\ \text{BOD}]$$

odakle slijedi

$$y = -\frac{Rx}{R+2x}. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

Negativna vrijednost za y znači da je slika virtualna i da se nalazi iza zrcala. Ta slika postaje predmet za leću koji se nalazi na udaljenosti

$$x' = d - y \qquad [2\ \text{BODA}]$$

od leće. Prema tome, jednadžba leće

$$\frac{1}{x'} + \frac{1}{y'} = \frac{1}{f} \qquad [1\ \text{BOD}]$$

daje položaj konačne slike

$$y' = \frac{fx'}{x'-f} = f\frac{d(R+2x)+Rx}{(d-f)(R+2x)+Rx}. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

U našem je slučaju $x = d/2$, $f = d$ pa se gornji rezultat pojednostavi na

$$y' = \frac{(3R+2d)d}{R} = 43\,\text{cm}. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

Budući da je slika izvan fokusa, ona je realna.