Državno natjecanje iz fizike 2019/2020

19.-20. studeni 2020.

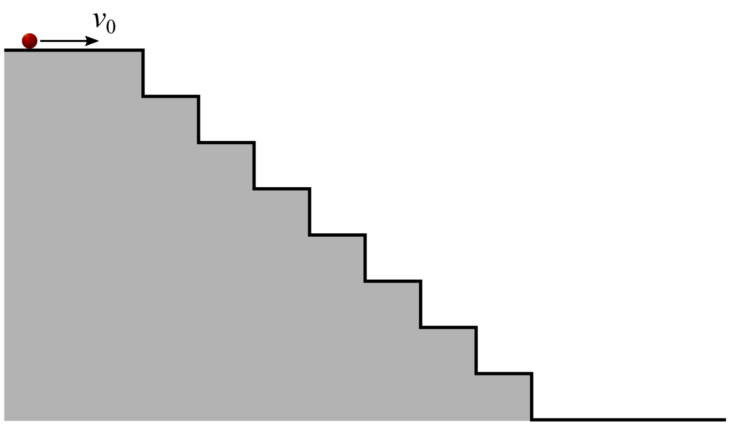
Srednje škole – 1. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijte imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. **Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

1. zadatak (17 bodova)

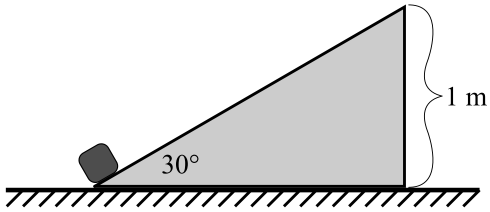
Pikula se kotrlja po horizontalnoj podlozi stalnom brzinom $v_0 = 2.8$ m/s i nailazi na stepenice, kao što je prikazano na slici. Širina svake stepenice iznosi 30 cm, a visina 25 cm. Sudar pikule s podlogom je u potpunosti elastičan. Zanemarite dimenzije pikule i bilo kakve efekte rotacije pikule. Zanemarite otpor zraka. Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje $g = 10$ m/s^2.

a) Na koju stepenicu će pasti pikula?
b) Izračunajte horizontalnu udaljenost na tlu od podnožja stepenica do točke na koju padne pikula.
c) Koliko vremena traje let pikule?
d) Izračunajte brzinu pikule u trenutku pada na tlo.
e) Skicirajte putanju pikule.



2. zadatak (18 bodova)

Malo tijelo mase m miruje u podnožju kosine (vidi sliku). Kosina zatvara kut s horizontalom od 30°. U početnom trenutku kosina miruje na horizontalnoj podlozi i malo tijelo miruje na kosini. Zatim se kosina počinje gibati prema lijevo stalnim ubrzanjem a zbog čega se malo tijelo počinje gibati uz kosinu. U trenutku kada malo tijelo prijeđe 3/4 puta po kosini, kosina prestane ubrzavati i nastavlja se gibati stalnom brzinom. Malo tijelo se zaustavlja na vrhu kosine. Koeficijent trenja između malog tijela i kosine je 0.2.



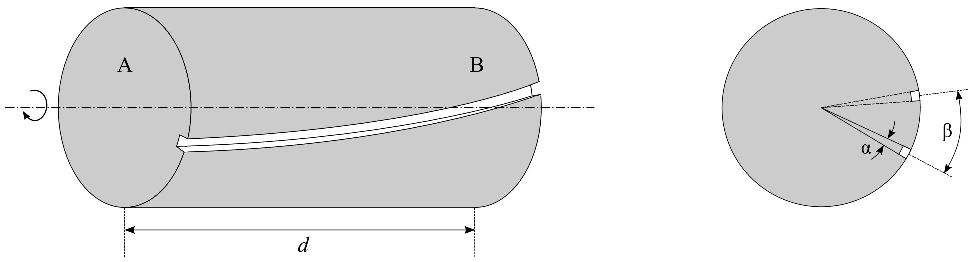
a) Izračunajte ubrzanje kosine.
b) Izračunajte maksimalnu brzinu malog tijela za vrijeme gibanja po kosini.

3. zadatak (17 bodova)

Filter brzina neutrona oblika je valjka s jednim spiralnim utorom, kao što je prikazano na slici. Valjak rotira oko svoje osi stalnom kutnom brzinom $\omega = 90$ okreta/s. Neutroni se gibaju paralelno osi valjka i upadaju na bazu valjka A. Kutna širina utora je α, a kutni razmak utora na ulaznoj bazi valjka A i izlaznoj bazi valjka B je $\beta = 24°$. Duljina valjka je $d = 56$ cm.

a) Pretpostavite da je kutna širina utora proizvoljno mala $\alpha \ll$ te izračunajte brzinu elektrona v_0 koji izlaze iz baze valjka B.

b) Razmotrite slučaj konačne širine utora pri čemu je $\alpha = 2.1°$. Izračunajte rasap $\Delta v/v_0$ brzine neutrona, gdje je Δv razlika maksimalne i minimalne brzine neutrona koji izlaze iz baze valjka B.

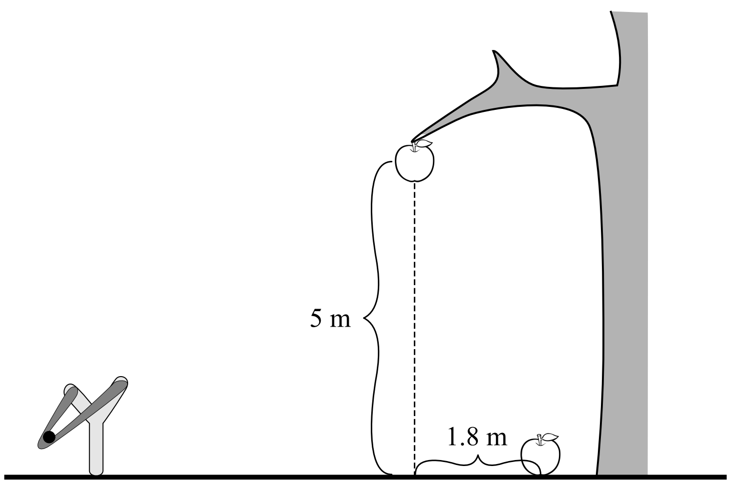


4. zadatak (18 bodova)

Praćka je napravljena od elastične trake nerastegnute duljine 50 cm. U praćku je stavljena kamena kuglica mase 50 g te je zatim praćka nategnuta tako da se duljina elastične trake povećala za 80%. Iz praćke je ispaljena kuglica koja pogađa jabuku koja visi na grani stabla. Masa jabuke je 400 g. Kuglica se zabija u jabuku te zajedno padaju na tlo nakon 0.8 s leta. Visina, na kojoj se nalazi jabuka na grani, i horizontalna udaljenost pada na tlo prikazani su na slici. Zanemarite otpor zraka. Pretpostavite da je kamena kuglica ispaljena s razine tla. Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje $g = 10$ m/s^2.

a) Izračunajte iznos i smjer brzine kuglice neposredno prije sudara s jabukom (prikažite vektor brzine kuglice na skici).

b) Izračunajte konstantu elastičnosti trake praćke.



U prvoj skupini,

zadatak 3. a)

traži se brzina neutrona, a ne elektrona kao što piše u zadatku.

Državno natjecanje iz fizike 2019/2020

19.-20. studeni 2020.
Rješenja i smjernice za bodovanje
Srednje škole – 1. grupa

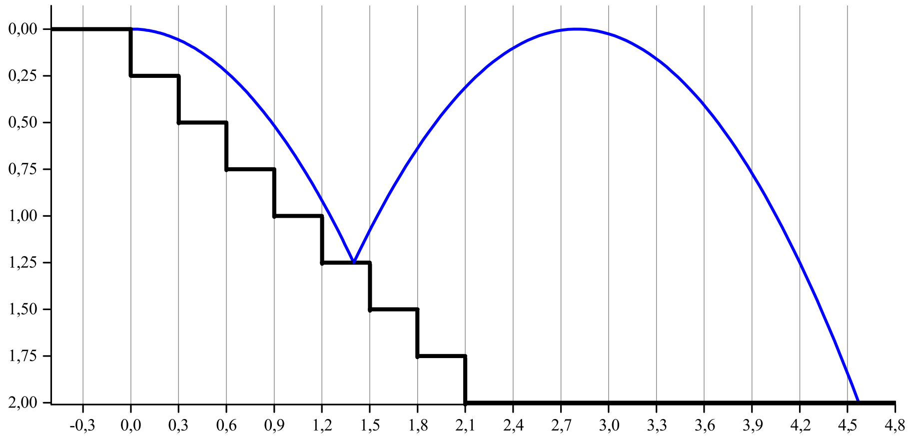
1. zadatak (17 bodova)

Postavimo koordinatnu sustav tako da je x os prema desno, a y os prema dolje. Ishodište koordinatnog sustava neka je u točki u kojoj se pikula odvaja od horizontalne podloge. Za gibanje u x i y smjeru možemo pisati:
$x(t) = v_0 t$, **(1 bod)**
$y(t) = \frac{1}{2}gt^2$. **(1 bod)**
Možemo izračunati horizontalni pomak pikule u tenucima kada se pikula nalazi na visini pojedine stepenice. Stepenice brojimo od tla prema gore. Iz druge jednadžbe izrazimo vrijeme:
$t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$
i uvrstimo u prvu jednadžbu:
$x(y) = v_0\sqrt{\frac{2y}{g}}$.

stepenica	y (m)	x (m)	rub stepenice (m)
7.	0.25	0.63	0.3
6.	0.50	0.89	0.6
5.	0.75	1.04	0.9
4.	1.00	1.25	1.2
3.	1.25	1.40	1.5

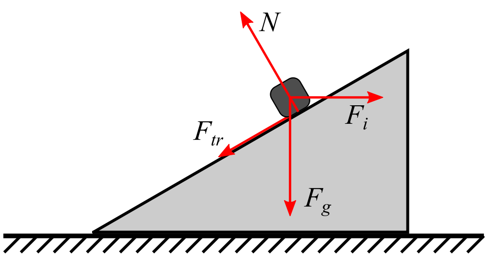
Zaključujemo da će pikula pasti na treću stepenicu od tla. **(4 boda)** Gibanje pikule možemo podijeliti u tri etape: od vrha stepenica do 3. stepenice, od 3. stepenice do najviše točke putanje i zatim od najviše točke putanje do pada na tlo. Vrijeme potrebno za svaku etapu jednako je:
$y_1 = 1.25\text{ m} = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2\cdot 1.25\text{ m}}{g}} = 0.5\text{ s}.$ **(1 bod)**
Pikula se elastično sudara sa stepenicom što znači da nakon sudara y komponenta brzine pikule mijenja smjer, dok x komponenta brzine ostaje nepromijenjena. Vrijeme potrebno pikuli do najviše točke putanje t_2 jednako je vremenu t_1 radi simetrije problema. **(1 bod)**
Vrijeme pada s najviše točke putanje na tlo jednako je:
$y_3 = 2.0\text{ m} = \frac{1}{2}gt_3^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2\cdot 2.0\text{ m}}{g}} = 0.633\text{ s}.$ **(1 bod)**
Prema tome, ukupno vrijeme leta jednako je $t_{ukupno} = t_1 + t_2 + t_3 = 1.633$ s. **(1 bod)**
Ukupna horizontalna udaljenost, koju prijeđe pikula, jednaka je:
$x_{ukupno} = v_0 \cdot t_{ukupno} = 4.57$ m, **(2 boda)**
a udaljenost od podnožja stepenica jednaka je: $x_{ukupno} - 7\cdot 0.3\text{ m} = 2.47$ m. **(1 bod)**
Brzinu v u trenutku pada na tlo možemo izračunati pomoću zakona očuvanja energije:
$E_{pocetna} = E_{konacna}$,
$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_{ukupno} = \frac{1}{2}mv^2$,

$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 6.92$ m/s. **(2 boda)**
Putanja pikule prikazana je na slici. **(2 boda)**



2. zadatak (18 bodova)

Sve sile, koje djeluju na malo tijelo za vrijeme jednoliko ubrzanog gibnja kosine, prikazane su na slici desno u sustavu kosine (skica: **2 boda**). Drugi Newtonov zakon možemo napisati za smjer paralelno kosini i smjer okomito na kosinu:



$ma_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}F_i - \frac{1}{2}mg - F_{tr}$, **(1 bod)**

$0 = N - \frac{\sqrt{3}}{2}mg - \frac{1}{2}F_i$. **(1 bod)**

Inercijalna sila F_i jednaka je umnošku mase malog tijela i ubrzanja kosine a. **(1 bod)**
Sila trenja jednaka je:

$F_{tr} = \mu N$. **(1 bod)**

Iz druge jednadžbe slijedi:

$N = \frac{\sqrt{3}}{2}mg + \frac{1}{2}ma$.

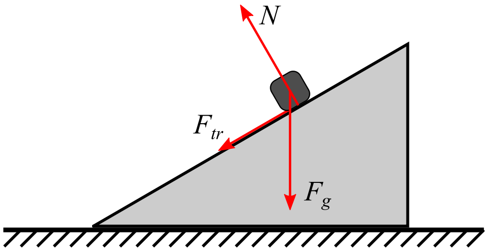
Uvrštavanjem u prvu jednadžbu dobije se:

$ma_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}ma - \frac{1}{2}mg - \mu\frac{\sqrt{3}}{2}mg - \mu\frac{1}{2}ma$.

Sređivanjem se za ubrzanje malog tijela dobije:

$a_1 = \frac{1}{2}\left(\left(\sqrt{3} - \mu\right)a - \left(1 + \mu\sqrt{3}\right)g\right)$. **(2 boda)**

Za vrijeme jednolikog gibanja kosine na malo tijelo na kosini djeluju sile prikazane na slici desno (skice: **1 bod**). Drugi Newtonov zakon za smjer paralelno kosini i okomito na kosinu glasi:



$ma_2 = -\frac{1}{2}mg - F_{tr}$, **(1 bod)**

$0 = N - \frac{\sqrt{3}}{2}mg$. **(1 bod)**

Sila trenja u ovom slučaju je jednaka:

$F_{tr} = \mu N = \mu \frac{\sqrt{3}}{2} mg.$
Uvrštavanjem u prvu jednadžbu dobije se:
$ma_2 = -\frac{1}{2} mg - \mu \frac{\sqrt{3}}{2} mg,$
$a_2 = -\frac{1}{2} \left(1 + \mu\sqrt{3}\right) g,$
$a_2 = -6.6 \text{ m/s}^2$. **(2 boda)**
Negativan predznak ubrzanja a_2 označava da je smjer ubrzanja niz kosinu, odnosno da se malo tijelo giba jednoliko usporeno do zaustavljanja. Iz uvjeta zadatka možemo odrediti početnu brzinu ovog jednoliko usporenog gibanja:
$s_2 = \frac{1}{4} l = 0.5 \text{ m} = \frac{v_0^2}{2a_2},$
$v_0 = \sqrt{2s_2a_2} = 2.57 \text{ m/s}$. **(2 boda)**
Ovu brzinu tijelo ima na kraju prvog dijela gibanja koje je jednoliko ubrzano uz kosinu. Vrijedi:
$s_1 = \frac{3}{4} l = 1.5 \text{ m} = \frac{v_0^2}{2a_1}.$
Slijedi da je ubrzanje a_1 jednako:
$a_1 = \frac{v_0^2}{2s_1} = \frac{2s_2a_2}{2s_1} = \frac{s_2}{s_1} a_2 = \frac{1}{3} a_2 = 2.2 \text{ m/s}^2$. **(2 boda)**
Sada možemo izračunati ubrzanje kosine a:
$a = \frac{2a_1 + \left(1 + \mu\sqrt{3}\right) g}{\sqrt{3} - \mu},$
$a = \frac{\frac{1}{3}\left(1 + \mu\sqrt{3}\right) g + \left(1 + \mu\sqrt{3}\right) g}{\sqrt{3} - \mu},$
$a = \frac{4}{3} \cdot \frac{1 + \mu\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \mu} g = a = 11.5 \text{ m/s}^2$. **(1 bod)**

3. zadatak (17 bodova)

U slučaju kada je $\alpha \ll$ kroz valjak će proći neutroni brzine v_0 takve da je vrijeme prolaska neutrona duljinom valjka jednako vremenu u kojem se valjak zakrene za kut β. Prema tome, vrijedi:
$d = v_0 \Delta t$, **(2 boda)**
$\beta = \omega \Delta t$. **(2 boda)**
Iz druge jednadžbe izrazimo Δt i uvrstimo u prvu:
$v_0 = \frac{d\omega}{\beta} = \frac{0.56 \text{ m} \cdot 90 \cdot 2\pi \text{ rad/s}}{24 \cdot \frac{\pi}{180}} = 756 \text{ m/s}$. **(3 boda)**
Minimalna brzina neutrona koji prolaze kroz valjak određena je uvjetom:
$d = v_{min} \Delta t'$, **(1 bod)**
$\beta + \alpha = \omega \Delta t'$. **(2 boda)**
Maksimalna brzina neutrona koji prolaze kroz valjak određena je uvjetom:
$d = v_{max} \Delta t''$, **(1 bod)**
$\beta - \alpha = \omega \Delta t''$. **(2 boda)**
Slijedi:

$$\Delta v = v_{max} - v_{min} = d\left(\frac{1}{\Delta t''} - \frac{1}{\Delta t'}\right) = d\omega\left(\frac{1}{\beta-\alpha} - \frac{1}{\beta+\alpha}\right) = d\omega\frac{2\alpha}{\beta^2-\alpha^2} = \frac{d\omega}{\beta^2}\frac{2\alpha}{1-\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2} \approx$$

$$\frac{2d\omega\alpha}{\beta} = v_0\frac{2\alpha}{\beta}.$$

Prema tome, traženi omjer je jednak:

$$\frac{\Delta v}{v_0} = \frac{2\alpha}{\beta} = 0.175.$$ **(4 boda)**

4. zadatak (18 bodova)

Najprije možemo izračunati vrijeme slobodnog pada s visine $h = 5$ m:

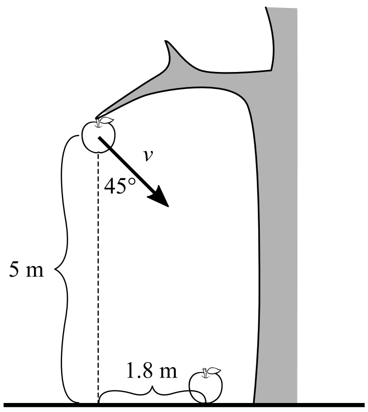
$$h = \frac{1}{2}gt^2 \;\Rightarrow\; t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1 \text{ s.}$$ **(2 boda)**

S obzirom na to da je vrijeme pada jabuke kraće od vremena slobodnog pada zaključujemo da je jabuka u početnom trenutku imala komponentu brzine vertikalno prema dolje. **(1 bod)** Također, s obzirom na to da je jabuka pala na određenoj horizontalnoj udaljenosti od početnog položaja zaključujemo da je u početnom trenutku imala i horizontalnu komponentu brzine. **(1 bod)** Komponente brzine izračunamo na način:

$$d = v_x t_{pad} \;\Rightarrow\; v_x = \frac{d}{t_{pad}} = \frac{1.8 \text{ m}}{0.8 \text{ s}} = 2.25 \text{ m/s.}$$ **(2 boda)**

$$h = v_y t_{pad} + = \frac{1}{2}gt_{pad}^2 \;\Rightarrow\; v_y = \frac{h}{t_{pad}} - \frac{1}{2}gt_{pad} = 2.25 \text{ m/s.}$$ **(2 boda)**

Vidimo da su x i y komponenta brzine jabuke na početku padanje jednake, što znači da je smjer brzine 45° u odnosu na horizontalu prema dolje (vidi sliku). **(1 bod)**



Brzinu kuglice u trenutku neposredno prije sudara s jabukom izračunamo pomoću zakona očuvanja količine gibanja:

$m_{kuglica}\vec{v}_{kuglica} = (m_{kuglica} + m_{jabuka})\,\vec{v}$, **(2 boda)**

gdje je $\vec{v} = v_x\hat{x} - v_y\hat{y} = 2.25 \text{ m/s}\,(\hat{x}-\hat{y})$,a iznos brzine je $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 3.18$ m/s. **(1 bod)**

Smjer brzine kuglice neposredno prije sudara s jabukom je također 45° u odnosu na horizontalu prema dolje. Slijedi:

$$\vec{v}_{kuglica} = \frac{m_{kuglica} + m_{jabuka}}{m_{kuglica}}(v_x\hat{x} - v_y\hat{y}) = \frac{50+400}{50} \cdot 2.25 \text{ m/s}\,(\hat{x}-\hat{y}) = 20.25 \text{ m/s}\,(\hat{x}-\hat{y}).$$

$v_{kuglica} = \sqrt{2} \cdot 20.25 \text{ m/s} = 28.6$ m/s. **(2 boda)**

Ukupna energija kuglice neposredno prije sudara s jabukom jednaka je elastičnoj energiji praćke na početku:

$$\frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{1}{2}m_{kuglica}v_{kuglica}^2 + m_{kuglica}gh,$$ **(2 boda)**

gdje je $\Delta l = 1.8l_0 - l_0 = 0.8l_0 = 0.4$ m produljenje elastične trake.

Slijedi da je konstanta elastičnosti jednaka:

$$k = \frac{m_{kuglica}}{\Delta l^2}\left(v_{kuglica}^2 + 2gh\right) = 288 \text{ N/m.}$$ **(2 boda)**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
19. - 20. studeni 2020.

srednje škole - 1. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK
(30 bodova)

Pribor: Kolica, nosač za utege, 4 utega za nosač (1 uteg oko 0,2 kg), električno tipkalo, 10 papirnatih trakica za tipkalo (minimalna duljina 70 cm), vaga (može digitalna, ali ne mora) čija maksimalna vrijednost vaganja je najmanje 2 kg, dvije hrpe knjiga tako da kada se knjige slože jedna na drugu visina jedne hrpe je 10 cm, trokuti i ravnalo, milimetarski papiri (blok papira A4), škare, ljepilo za papir, selotejp

Zadatak: Kosina

Ispod nogu stola na jednoj strani staviti knjige čija je visina oko 10 cm tako da se dobije kosina.

Pomoću električnog tipkala snimiti gibanje kolica niz kosinu. Treba napraviti pet mjerenja s pet različitih masa kolica.

Za svako mjerenje koristit ćete po jedan milimetarski papir. Na milimetarskom papiru morate napisati kolika je masa kolica.

Trakice za pojedina mjerenja narezati po 5 točkica.

Prvi komadić trakice od 5 točkica treba odbaciti. Znači da početni trenutak gibanja počinje od te pete točkice koja je sada nulta točkica.

Slijedećih 6 komadića trakica po 5 točkica nalijepiti u donji lijevi kut milimetarskog papira redom jedan do drugog, odnosno napraviti histogram (trakice lijepiti na milimetarskoj mreži, a ne na bijelim dijelovima papira.)

Tablice koje vam trebaju napravite iznad histograma, a desno od histograma crtajte graf.

Nacrtati v-t dijagram za svako mjerenje.
Iz v-t dijagrama izračunati akceleracije.
Očitati početne brzine.

Skicirati sve sile koje djeluju na kolica na kosini.
Teorijski izvesti kako akceleracija kolica na kosini ovisi o masi.

Napraviti račun pogreške za akceleraciju. Prikazati rezultat mjerenja akceleracije.

Izračunati rezultantnu silu koja djeluje na kolica za svako mjerenje.

Napomena: Vrijeme između dva udarca tipkala je 0,02s.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
19. - 20. studeni 2020.

srednje škole - 1. grupa

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATAKA
(30 bodova)

Histogram (2 boda)

v-t dijagram

Svaki komadić trakice od 5 točaka predstavlja prevaljeni put kolica Δs u vremenskom intervalu od Δt = 0,1 s. Tako se mogu izračunati srednje brzine za pojedine intervale od 0,1 s.

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Primjer:

t_1/s	t_2/s	Δs/cm	$\bar{v}/(cm/s)$
0	0,1	1,5	15
0,1	0,2	2,2	22
0,2	0,3	3	30
0,3	0,4	3,7	37
0,4	0,5	4,2	42
0,5	0,6	5	50

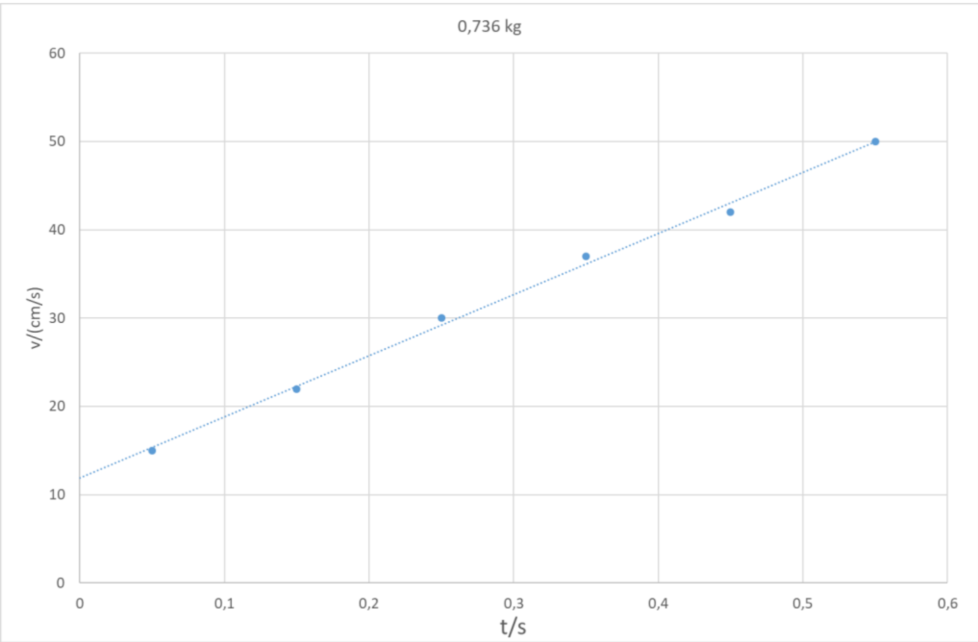
t_1 je početno vrijeme, a t_2 konačno vrijeme.

(3 boda)

Trenutna brzina jednaka je srednjoj brzini kod jednoliko ubrzanog gibanja u trenutku koji je točno u sredini vremenskog intervala u kojem smo računali srednju brzinu.

U ovom primjeru u vremenskom intervalu od 0 s do 0,1 s srednja brzina je 15 cm/s, a trenutna ima vrijednost 15 cm/s u 0,05 s. Srednja brzina od 0,1 s do 0,2 s je 22 m/s, a trenutna je 22 m/s u 0,15 s. **(3 boda)**

t/s	v/(cm/s)
0,05	15
0,15	22
0,25	30
0,35	37
0,45	42
0,55	50



Graf prikazuje v-t dijagram gibanja kolica
Pravac treba potegnuti između točkica. **(2 boda)**
Graf
- podjela na osima **(2 bod)**
- označavanje osi **(1 bod)**

Iz v-t dijagrama akceleracija se izračuna tako da se odabere neko vrijeme t_1 i za to vrijeme očita se iz grafa brzina v_1. Zatim se odabere vrijeme t_2 i iz grafa se očita brzina v_2.
Npr. za t_1=0,3s iz grafa očitamo da je v_1=0,33 m/s, a za t_2=0,5s očitamo v_2=0,47m/s.

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

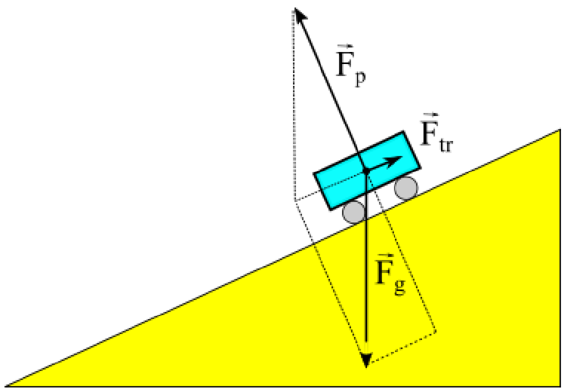
$$a = 0{,}70 m/s^2$$

(3 boda)

Iz grafa očita se gdje pravac sječe os brzine. U ovom primjeru je

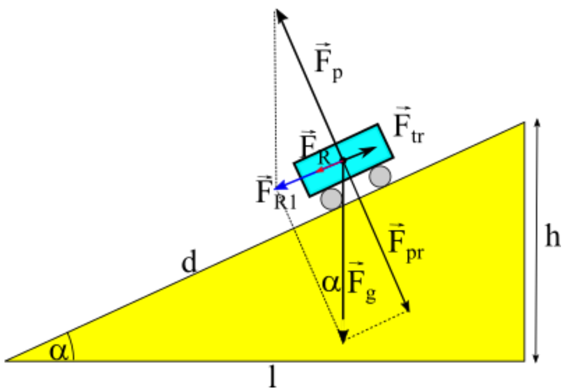
$$v_o = 0{,}12\ m/s$$

(1 bod)



Sile na kosini
F_g – sila teža, F_p – sila podloge, F_{tr} – sila trenja **(2 boda)**

Ovisnost akceleracije o masi



Rezultantna sila F_R jednaka je razlici rezultantne sile F_{R1} i sile trenja F. F_{R1} je rezultantna sila sile teže i sile podloge koja djeluje na kolica.

$$F_R = F_{R1} - F_{tr}$$

Sila trenja je:

$$F_{tr} = \mu F_{pr}$$

μ - koeficijent trenja
F_{pr} - pritisna sila kolica na podlogu
Iz sličnih trokuta dobijemo:

$$\frac{F_{R1}}{F_g} = \frac{h}{d}$$

$$F_{R1} = F_g \frac{h}{d}$$

h – visina kosine

d – duljina kosine

$$F_{pr} = \sqrt{F_g^2 - F_{R1}^2}$$

$$F_R = F_{R1} - \mu\sqrt{F_g^2 - F_{R1}^2}$$

$$F_R = F_g\left(\frac{h}{d} - \mu\sqrt{1 - \frac{h^2}{d^2}}\right)$$

Sila F_R ubrzava kolica niz kosinu:

$$F_R = ma$$

m – masa kolica
a – akceleracija kolica niz kosinu

$$F_g = mg$$

g- je ubrzanje tijela pri slobodnom padu

$$a = g\left(\frac{h}{d} - \mu\sqrt{1 - \frac{h^2}{d^2}}\right)$$

Može i preko trigonometrijskih funkcija:

$$\frac{F_{R1}}{F_g} = sin\alpha$$

$$\frac{F_{pr}}{F_g} = cos\alpha$$

$$a = g(sin\alpha - \mu cos\alpha)$$

Akceleracija kolica niz kosinu ne ovisi o masi klica. **(3 boda)**

Račun pogreške za akceleraciju

m/kg	a/(m/s^2)	Δa/(m/s^2)
0,736	0,70	0,01
0,991	0,68	0,03
0,201	0,70	0,01
1,405	0,75	-0,04
1,609	0,73	-0,02
$\bar{a}/(m/s^2)$	0,71	

Iz svih mjerenja napravi se tablica akceleracija. Izračuna se srednja vrijednost podataka $\bar{a}$.
U ovom primjeru iznosi $\bar{a} = 0{,}71\ m/s^2$.
Izračuna se odstupanje mjerenja od srednje vrijednosti:

$$\Delta a = \bar{a} - a$$

U podacima pronađe se maksimalno odstupanje od srednje vrijednosti po apsolutnom iznosu. U ovom primjeru to je:

$$\Delta a_m = 0{,}04\ m/s^2$$

Rezultat mora biti prikazan:

$$a = \bar{a} \pm \Delta a_m$$

U primjeru:

$$a = (0{,}71 \pm 0{,}04) m/s^2$$

Relativna pogreška mjerenja:

$$r = \frac{\Delta a_m}{\bar{a}} = 5{,}6\%$$

(3 boda)

Rezultantna sila
Rezultantna sila računa se:

$$F_R = ma$$

Najbolje bi bilo pomnožiti masu s prosječnom akceleracijom, ali uvažit će se ako ste pomnožili s akceleracijom za pojedino mjerenje.

(1 bod)

Preciznost mjerenja

(2 bod)

Zaokruživanje na pouzdane znamenke

(2 boda)

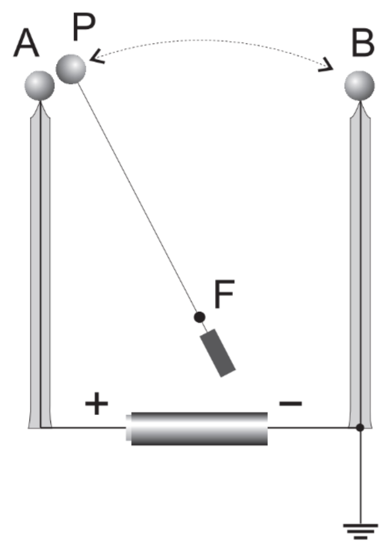
DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE – 19.-20. 11. 2020.

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijete koristiti nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. ***Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora***.

1. zadatak (15 bodova)

Razmotrite uređaj prikazan na slici koji oscilira u okomitoj ravnini oko fiksne točke uporišta F. Protuuteg je pričvršćen na donji kraj štapa, dok se na gornjem kraju nalazi malena metalna kugla P, polumjera *r*. U istoj okomitoj ravnini nalaze se još dvije metalne kugle A i B, iste kao kugla P, smještene u simetričnom položaju, na udaljenosti mnogo većoj od njihovog polumjera i leže na istoj plohi kojoj se giba P. A i B povezani su pomoću dva vodiča velikog otpora i zanemarivog kapaciteta sa baterijom: A je povezan s pozitivnim polom, a B s negativnim koji je uzemljen. Neka je *V* napon baterije. Prilikom gibanja kugla P je povremeno i naizmjenično u dodiru s A i B. Pretpostavite da je električni otpor vodiča koji povezuju te kugle s baterijom i zemljom dovoljno visok da ih se može smatrati električno izoliranima od kruga tijekom vrlo kratkog vremena dodira sa P kuglom, ali dovoljno malen da se kugle vrate u ravnotežan položaj za manje od polovice razdoblja vremena gibanja od A do B i natrag do A.



A) Odredite, kao funkciju od V, iznos naboja Q_A koji se sakuplja na kugli A kada je P daleko od A a isto tako i naboj Q_B koji se sakuplja na B kad je P udaljen od B. Izračunajte numeričke vrijednosti uz uvjete da je V = 2000 V i r = 2 cm.

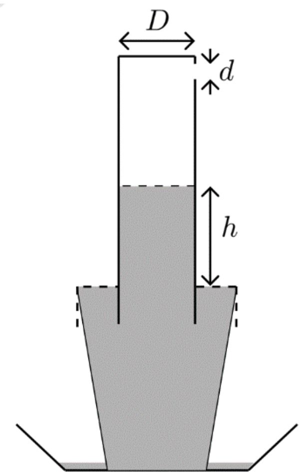
B) Nađite iznos kao funkciju od Q_A, naboja q_1 koji se nalazi na P prilikom gibanja od A do B, i onog q_2 koji se nalazi pri povratku od B do A. Razmotrite situaciju nakon puno „njihanja“ u kojoj q_1 i q_2 održavaju ista vrijednost pri svakom zamahu. Također izračunajte numeričke vrijednosti naboja u tom slučaju.

C) Rezultat dobiven u prethodnom dijelu zadatka pokazuje da, uzimajući u obzir cijeli ciklus gibanja od A do povratka do A, postoji ukupan prijenos naboja iz A u B, a time i električna struja prosječnog intenziteta I. Odredite struju I i ekvivalentni otpor R_E, kao funkciju od Q_A, perioda oscilacija T (vrijeme potrebno od A do B i natrag do A), i napona baterije V. Izračunajte numeričke vrijednosti uz pretpostavku da P čini 95 oscilacija u minuti.

Napomena: zanemarite doprinose trenja kod uređaja i indukcijske efekte između nabijenih kugla.

2. zadatak (15 bodova)

Na bočnoj strani i na dnu prozirnog cilindra promjera *D* probušena je mala kružna rupa promjera *d*. Rupa je u početku zatvorena i cilindar se puni vodom gustoće ρ_{voda}. Zatim se cilindar zaokrene i stavi u kantu do vrha napunjenu vodom. Rupa se otvori, zrak ulazi u clindar i visina *h(t)* razine vode (mjereno od razine površine vode u kanti) se mjeri u različitim vremenima *t*. Pretpostavimo da je zrak nekompresibilan fluid gustoće ρ_{zrak} i njegovo ulaženje u cilindar se može opisati pomoću laminarnog toka. Vanjski tlak je atmosferski.



A) Nađite trenutnu brzinu razine vode u cilindru kod visine *h* vode.

B) Jedan učenik je pomoću udžbenika iz fizike odredio ovisnost *h* o vremenu:

$$\sqrt{h} = \sqrt{h_0} - \frac{d^2}{D^2}\sqrt{\frac{\rho_{voda} g}{2\rho_{zrak}}}\, t$$

No, nije siguran u ispravnost jednadžbe i želi učitinit malu eksperimentalnu provjeru. U donjoj tablici prikazana je visina *h* kao funkciju vremena *t* koju je student izmjerio. Nacrtajte prikladni „linearizirani“ graf, tj. kako ovisi $\sqrt{h}$ o vremenu t. (U idelanom slučaju takav prikaz bi trebao rezultirati linearnom ovisnošću.)

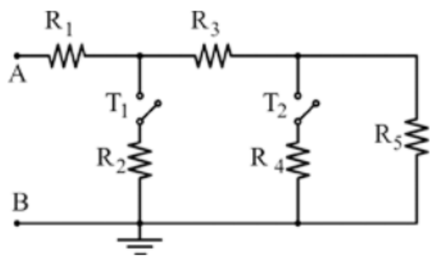
t(s)	*h*(cm)
0.57	21.54
1.20	20.10
1.81	18.67
2.47	17.23
3.07	15.80
3.86	14.36
4.55	12.92
5.34	11.49

C) Pomoću ovakvog „lineariziranog“ grafa, povlačenjem najboljeg pravca (npr. ravnalom), mogu se odrediti (očitati) nagib i odsječak na osi y. Iz grafa i sljedećih podataka *D* = 6.66 cm, ρ_{zraka} = 1.142 kg /m^3, ρ_{vode} = 1.000 × 10^3 kg / m3, izračunajte:

- Početnu visinu i brzinu vode za *t*=0;
- Vrijednost od *d*.

3. zadatak (20 bodova)

U strujnom krugu prikazanom na slici poznate su vrijednosti R_1=2.7KΩ, R_2=8KΩ, R_3=400Ω, R_4=6KΩ, R_5=1KΩ. T_1 i T_2 su sklopke.



Izračunajte otpor među čvorovima A i B u sljedećim slučajevima:

A) T_1 otvoren, T_2 zatvoren.

B) T_1 zatvoren, T_2 otvoren.

C) T_1 i T_2 zatvoreni

D) T_1 i T_2 otvoreni

E) U kojem položaju moraju biti sklopke T_1 i T_2, tako da spajanjem izvora od 3 V na točke A i B, struja kroz R_5 bude minimalna? Odredite tu struju.

4. zadatak (20 bodova)

Dvoatomni idealni plin nalazi se u spremniku koji je na vrhu zatvoren klipom, površine S = 200 cm^2 i zanemarive mase, i koji je pričvršćen na opuštenu oprugu. U početku plin zauzima volumen V_0 = 5 l, nalazi se na temperaturi T_0 = −30°C i na tlaku P_0 = 1 atm. Sustav dolazi u kontakt s okolinom i postiže toplinsku ravnotežu s njim pri T_k = 27°C, sabijajući oprugu za Δh = 2 cm. Izračunajte:

A) konačni volumen V_k;

B) konačni tlak plina p_k;

C) elastičnu konstantu opruge k;

D) izmijenjenu toplinu s okolinom Q ako je rad plina L= 43 J.

Fizikalne konstante:

R = 8,31 J/K mol, P_{atm}= 1 atm = 101300 Pa, g = 9,81 m/s^2

Rješenja i smjernice za bodovanje – 2. skupina

1. Zadatak (15 bodova)

A) Kada je P daleko od A, kugla je potpuno nabijena i nalazi se na potencijalu *V* u odnosu na zemlju. Budući da se može tretirati kao izolirana sfera, veza između naboja i potencijala je:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_\mathrm{A}}{r}$$

Iz čega proizlazi $Q_\mathrm{A} = 4\pi\varepsilon_0 r V$

Kad je P daleko od B, nalazi se na potencijalu zemlje, pa je $Q_B = 0$.
Slijedi Q_A=4.451 nC.

(5 bodova)

B) Kad se P pomakne iz A u B ("prema van"), naboj na P je q_1. Kad pogodi B, potpuno se isprazni i stoga je naboj na P nula. Tijekom kontakta između dviju identičnih sfera naboj se među njima ravnomjerno raspoređuje, radi simetrije, pa će naboj koji P nosi na povratku biti $q_2 = q_1/2$. Kad pogodi A (koji se u međuvremenu sam napunio i stoga nosi naboj Q_A), ukupni naboj $Q_A + q_1/2$ podijeljen je jednako između A i P, pa mu P uzima polovicu. U stanju ravnoteže, taj će naboj biti jednak q_1:

$$\frac{1}{2}\left(Q_\mathrm{A} + \frac{1}{2}q_1\right) = q_1 \quad \Rightarrow \quad q_1 = \frac{2}{3}Q_A \quad \mathrm{e} \quad q_2 = \frac{1}{3}Q_A$$

Slijedi: q_2 =2.967 nC i q_1=1.148 nC

(5 bodova)

C) U konačnici, pri svakom titraju količina naboja $Q_A/3$ prenosi se iz A u B. Budući da je period T titranja 1/95 minute, prosječni intenzitet struje je:

$$I = Q_\mathrm{A}/3T = 2.349\mathrm{nA}$$

Slijedi da je otpor:

$$R_\mathrm{e} = V/I = 851\ \mathrm{G\Omega}$$

(5 bodova)

2. Zadatak (15 bodova)

A) Ako se primjeni Bernullieva jednadžba između vodostaja vode u cilindru i razine ruba posude, uzimajući u obzir, p_0 atmosferski tlak i p tlak zraka iznad vode u cilindru:

$$\frac{1}{2}\rho_{voda}v_{voda}^2 + gh\rho_{voda} + p = \frac{1}{2}\rho_{voda}v_{voda}^2 + p_0$$

Kako se presjek ne mijenja brzina vode je ista, dakle:

$p_0 = \mathrm{p} + \mathrm{h}\rho_{\mathrm{voda}}\mathrm{g}$

$\Delta\mathrm{p} = \mathrm{p}_0 - \mathrm{p} = \mathrm{h}\rho_{\mathrm{w}}\mathrm{g}$ (jednadžba koja veže razliku tlaka zraka van cilindra i u cilindru).

Ako se Bernoullijeva jednadžba primjeni na ulazu rupice (atmosferski tlak) i nakon rupice u cilindru (tlak p) slijedi:

$$\frac{1}{2}\rho_{zrak}v_{zrak}^2 + p = p_0$$

Ako se uzme u obzir jednadžba dobivena za vodu i razlike tlaka:

$$\frac{1}{2}v_{zrak}^2\rho_{zrak} = \Delta p = h\rho_{voda}g$$

$$v_{zrak} = \sqrt{\frac{2\rho_{voda}g}{\rho_{zrak}}}\sqrt{h}$$

Brzina strujanja zraka kroz malu rupu povezana je s brzinom pada razine vode

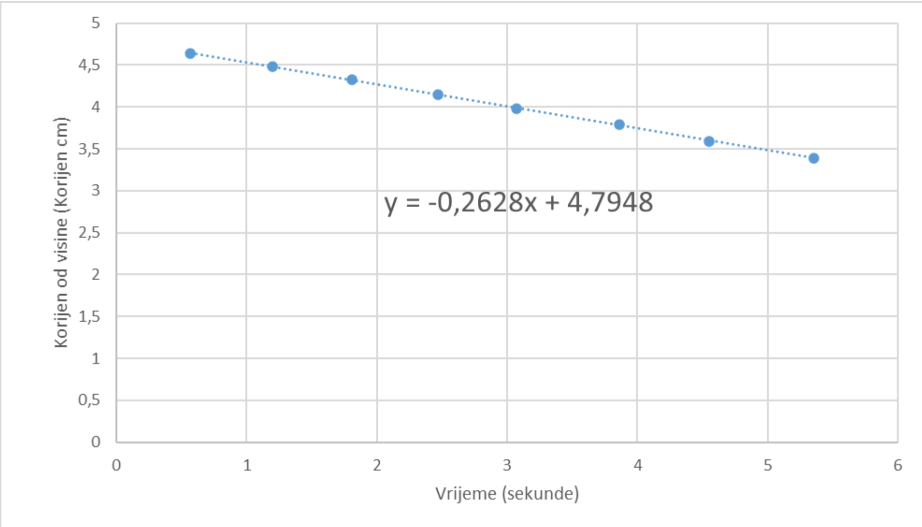
$\frac{\pi d^2}{4}v_{zrak} = \frac{\pi D^2}{4}v_{voda}$, slijedi

$$v_{vode} = \frac{d^2}{D^2}\sqrt{\frac{2\rho_w g}{\rho_{zrak}}}\sqrt{h}$$

(5 bodova)

A) Da bi dobili linearni prikaz mora se uzeti korijen od visine na *y* osi:

t(s)	$\sqrt{h(cm)}$
0.57	4.64
1.20	4.48
1.81	4.32
2.47	4.15
3.07	3.97
3.86	3.79
4.55	3.59
5.34	3.39



(5 bodova)

B) Iz grafa se može zaključiti da su početna brzina i visina vode:

$$22.0 \leq h_0(\mathrm{cm}) \leq 24.0$$

$$2.35 \leq v_{vode}(\mathrm{cm/s}) \leq 2.65$$

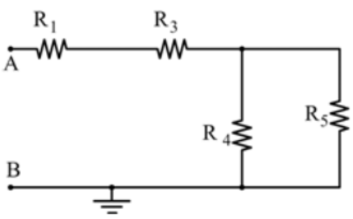
Promjer rupice je, koji se dobije iz nagiba pravca:

$$0.13 \leq d(\mathrm{cm}) \leq 0.14$$

(5 bodova)

3. Zadatak (20 bodova)

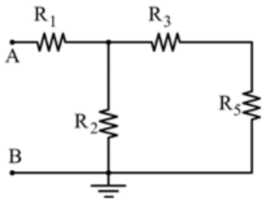
Slučaj A)



$$R_{AB} = R_1 + R_3 + R_4//R_5$$
$$R_{AB} = 2{,}7 + 0{,}4 + \frac{1 \cdot 6}{7} = 3{,}95\mathrm{k\Omega}$$

(4 boda)

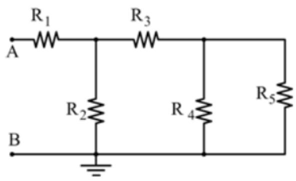
Slučaj B)



$$R_{AB} = R_1 + R_2//(R_3 + R_5)$$
$$R_{AB} = 2{,}7 + \frac{8 \cdot 1{,}4}{9{,}4} = 3{,}89k\Omega$$

(4 boda)

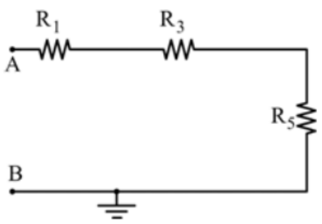
Slučaj C)



$$R_{AB} = R_1 + R_2//[R_3 + (R_4//R_5)]$$
$$R_{AB} = 2{,}7 + 8/\left[0{,}4 + \frac{6}{7}\right] = 2{,}7 + \frac{8 \cdot 1{,}25}{9{,}25} = 3{,}78k\Omega$$

(4 boda)

Slučaj D)



$$R_{AB} = R_1 + R_3 + R_5$$
$$R_{AB} = 2{,}7 + 0{,}4 + 1 = 4{,}1k\Omega$$

(4 boda)

E)

T_1 i T_2 otvoreni

$$\mathrm{I_1} = \frac{\mathrm{E_{AB}}}{\mathrm{R_1 + R_3 + R_5}} = 732\ \mu A$$

T_1 i T_2 zatvoreni

$$\mathrm{I_5} = \frac{\mathrm{R_2R_4E_{AB}}}{\mathrm{R_1R_2R_4 + R_1R_2R_5 + R_1R_3R_4 + R_1R_3R_5 + R_1R_4R_5 + R_2R_3R_4 + R_2R_3R_5 + R_2R_4R_5}} = 587\ \mu A$$

T_1 zatvoren, T_2 otvoren

$$\mathrm{I_5} = \frac{\mathrm{R_2 E_{AB}}}{\mathrm{R_1R_2 + R_1R_3 + R_1R_5 + R_2R_3 + R_2R_5}} = 656\ \mu A$$

T_1 otvoren, T_2 zatvoren

$$\mathrm{I_5} = \frac{\mathrm{R_4 E_{AB}}}{\mathrm{R_1R_4 + R_1R_5 + R_3R_4 + R_3R_5 + R_4R_5}} = 650\ \mu A$$

Dakle T_1 zatvoren i T_2 zatvoren konfiguracija daje najmanju struju kroz otpornik R_5.

(4 boda)

4. Zadatak (20 bodova)

A) Plin izmjenjuje toplinu s okolinom dok ne postigne ravnotežnu temperaturu T_k = 27°C = 300 K i širi se dok ne zauzme obujam $V_F = V_0 + \Delta V$, $\Delta V = S\Delta h = 4 * 10^{-4} m^3$, slijedi $V_F = 54 * 10^{-3}\mathrm{m}^3$.

(5 bodova)

B) Za izračunavanje konačnog tlaka koristi se jednadžba stanja, zapravo u procesu *n* ostaje konstantna

$$\frac{P_k V_k}{T_k} = \frac{P_0 V_0}{T_0} \rightarrow P_k = P_0 \frac{T_k}{T_0}\frac{V_0}{V_k} = 1.16 * 10^5\mathrm{Pa}$$

(5 bodova)

Na kraju postupka rezultanta sila na klip mora biti jednaka nuli, pa se sila prema gore zbog povećanja tlaka mora nadoknaditi elastičnom silom kojom na njega djeluje opruga:

C) $\Delta PS = k\Delta h \quad \rightarrow \quad k = \frac{\Delta PS}{\Delta h} = 1.54 * 10^4\mathrm{N/m}$

(5 bodova)

D) Znamo da $Q = L + \Delta U$

i $\Delta U = nc_V\Delta T = \frac{P_0V_0}{RT_0}\frac{5}{2}R(T_F - T_0) = 297.0\mathrm{J}$

Sijedi: $Q = 43\mathrm{J} + 297.0\mathrm{J} = 340\mathrm{J}$

(5 bodova)

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 19.-20. studeni 2020

Eksperimentalni zadatak – 2. grupa

Temperatura zraka

Zadatak

- Odrediti temperaturu zraka uz pretpostavku da je zrak idealni plin te da mu je poznata molarna masa 29 g/mol i gustoća 1,29 kg/m^3.

Pribor

- staklena U-cijev učvršćena na drvenu daščicu
- plastična čaša s vodom
- injekcijska šprica
- list milimetarskog papira A4
- škare za papir
- prozirna samoljepljiva vrpca

U sklopu zadatka treba:

1. Objasniti fizikalne osnove za rješenje zadatka i opisati precizno uz skice koje veličine i kako ćeš mjeriti (14 bodova)
2. Napraviti što više mjerenja, a budući da ova metoda određivanja temperature nije baš precizna tabelarno prikažite i obradite 5, po vašoj procjeni, najboljih mjerenja. (11 bodova)
3. Provesti račun pogreške za temperaturu (5 bodova)

   Ukupno eksperimentalni zadatak 30 bodova

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 19.-20. studeni 2020

Rješenje eksperimentalnog zadatka – 2. grupa

Uz pretpostavku da je zrak idealni plin temperaturu zraka možemo odrediti pomoću jednadžbe stanja plina:

$pV = nRT$ (1 bod)

Ako uvrstimo da je količina tvari $n = m/M$ gdje je m masa, a M molarna masa i izrazimo temperaturu T dobivamo:

$T = \frac{pVM}{mR}$ (1 bod)

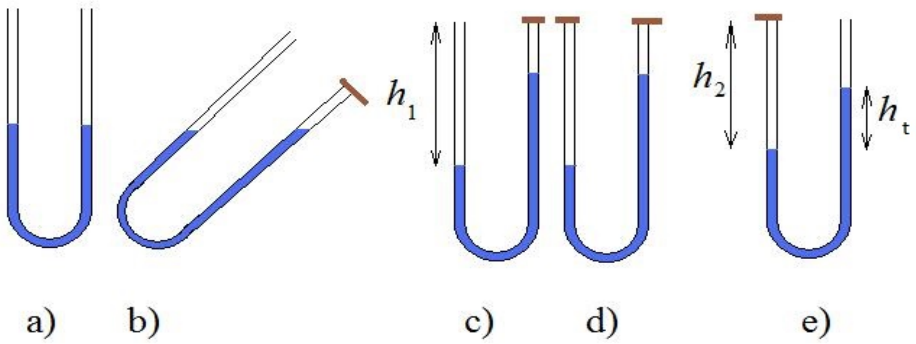
Budući da je $\frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$ recipročna vrijednost gustoće zraka dobivamo konačno za temperaturu T zraka:

$T = \frac{pM}{\rho R}$ (1 bod)

pri čemu je p atmosferski tlak, M = 29 g/mol molarna masa zraka, ρ = 1,29 kg/m^3 gustoća zraka i R = 8,314 J/(Kmol) univerzalna plinska konstanta.

Da bi odredili temperaturu, trebamo odrediti atmosferski tlak zraka. To ćemo napraviti koristeći U-cijev.

Najprije natočimo vodu u U-cijev tako da u oba kraka nivoi vode budu otprilike do polovine (sl.a). Nakon toga nagnemo U-cijev (sl. b) npr. na desnu stranu tako da više vode bude u desnom kraku U-cijevi i tada prstom začepimo desni krak. Sada U-cijev vratimo u vertikalni položaj, držeći začepljen desni krak, te očitamo duljinu stupca zraka h_1 u lijevom kraku (sl. c), u kojem je tlak zraka jednak atmosferskom tlaku: $p_1 = p$. Zatim, prstom druge ruke, začepimo i lijevi krak U-cijevi (sl. d), a tek nakon što je lijevi krak začepljen, otvorimo desni krak (sl. e) te sada opet očitamo duljinu stupca zraka h_2 u lijevom kraku i razliku nivoa vode h_v u krakovima, držeći lijevi krak zatvoren. Sada je tlak tog stupca zraka duljine h_2 jednak zbroju atmosferskog tlaka i hidrostatskog tlaka stupca vode duljine h_v: $p_2 = p + \rho g h_v$.



(7 bodova)

Budući da se u opisanom postupku dogodila izotermna promjena stanja stupca zraka u lijevom kraku U-cijevi, možemo pisati:

$$p_1 h_1 = p_2 h_2 \quad \text{tj.} \quad p h_1 = (p + \rho g h_v) h_2.$$

Iz zadnjeg izraza sređivanjem se dobije atmosferski tlak p:

$$p = \frac{\rho g h_v h_2}{h_1 - h_2}$$

(4 boda)

5 mjerenja prikažemo tabelarno:

Br. mjerenja	h_1 **/ m**	h_2 **/ m**	h_v **/ m**	p **/ Pa**	T **/ K**	ΔT **/ K**
1.						
2.						
.						

(11 bodova)

Račun pogreške za temperaturu. (5 bodova)

Državno natjecanje iz fizike, 19. - 20. studeni 2020.
Zadaci – 3. skupina

Zadatak 1 (16 bodova)

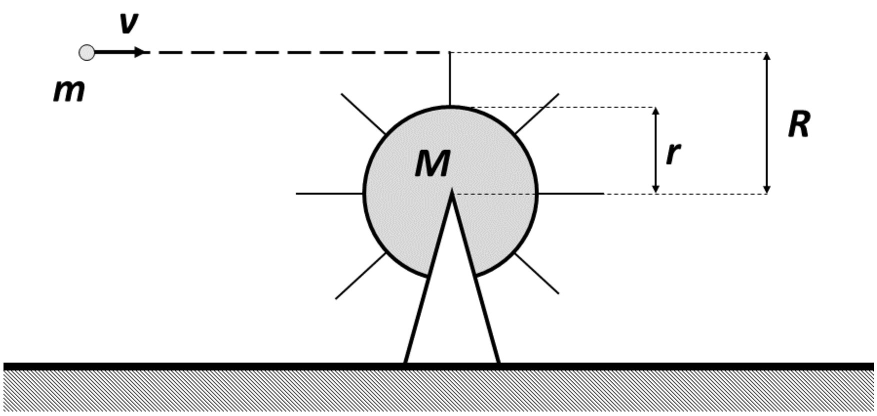
Električni krug sastoji se od pločastog kondenzatora i zavojnice zanemarivog otpora žice. Krug oscilira kružnom frekvencijom ω_0, tako da je ukupna energija sustava E_0. Kondenzator se nalazi u zraku. Međusobno udaljavamo ploče kondenzatora, čime se frekvencija strujnog kruga promijeni za η puta ($\eta > 1$). Ploče se pomiču jako polagano, a rezultat toga je da se maksimalni naboj na ploči kondenzatora ne mijenja za vrijeme trajanja pomicanja.

a) Da li se frekvencija poveća ili smanji?

b) Za koji faktor se povečala udaljenost među pločama?

b) Nađi je li rad utrošen ili dobiven udaljavanjem ploča kondenzatora, te ga izrazi preko vrijednosti u tekstu.

Zadatak 2 (18 bodova)



Mala Monika se dosađuje za vrijeme trajanja izolacije uzrokovane koronom, pa pronalazi razne načine zabave. Jedan od omiljenih je gađanje kotača s lopaticama, kao na slici, s komadićima glinamola. Kotač se zbog toga počinje rotirati na svom ležaju. Monika pogađa svaku lopaticu kotača na približno isto mjesto, koje je udaljeno za $R = 0.3$ m od osi vrtnje. Brzina komadića glinamola je $v = 5$ m/s, a masa je $m = 0.1$ g. Glinamol se pri udaru zalijepi za lopaticu i ostaje na njoj, no masa mu je zanemariva u odnosu na masu kotača u računu. Kotač s lopaticama svu svoju masu $M = 1$ kg ima koncentriranu u samom kotaču radijusa $r = 0.2$ m. Moment inercije kotača jednak je momentu inercije punog valjka.

a) Ako krenemo iz mirovanja, napiši kutnu brzinu kotača ω_n koju kotač ima nakon n udara glinamola.

b) Monika se nada zarotirati kotač tako da mu kružna brzina bude 1 okretaj u sekundi. Koliko puta ga mora pogoditi s glinamolom?

b) Nađi maksimalnu kutnu brzinu kotača ω_{max} u okretajima u sekundi, koju Monika može postići.

Zadatak 3 (18 bodova)

Tri valjka pustimo istovremeno s vrha kosine nagiba $\alpha = 30°$. Valjci na kosini prođu put od $l = 10$ m. Sva tri valjka imaju istu masu. Valjak A je puni homogeni valjak radijusa $R = 0.2$ m; Valjak B je šuplji valjak sa cijelom masom na rubu radijusa R. Valjak C je homogeni valjak radijusa $2R$.

a) Skiciraj sile na valjak na kosini.
b) Poredaj valjke od onog koji prvi prođe zadani put do zadnjeg.
c) Kolika će brzina biti svakom valjku na dnu kosine?

Zadatak 4 (18 bodova)

Bakrena šipka duljine $l = 2$ m stegnuta je na sredini. Broj prirodnih frekvencija šipke u rasponu od $f = 20$ do $f = 50$ kHz je $N = 13$. Nađi gornju i donju granicu za brzinu zvuka u bakru. Ako bismo htjeli poboljšati preciznost određivanja brzine zvuka, treba li nam duža ili kraća šipka? Što bismo još mogli promijeniti u eksperimentalnom postavu da poboljšamo preciznost?

VAŽNO: Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Državno natjecanje iz fizike, 19. - 20. studeni 2020.
Rješenja i smjernice za bodovanje – 3. skupina

Zadatak 1 (16 bodova)

a) Udaljavanjem ploča kondenzatora smanjuje mu se kapacitet, po relaciji:

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{x}$$

(2 boda)

gdje je x udaljenost među pločama a S površina ploča. Frekvencija je u strujnom krugu dana relacijom:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

(2 boda)

pa se smanjivanjem kapaciteta kondenzatora povećava frekvencija strujnog kruga: $\omega_1 = \eta\omega_0$. **(1 bod)**

b) Novi kapacitet kondenzatora može se izraziti preko nove frekvencije strujnog kruga:

$$C_1 = \frac{1}{L\omega_1^2} = \frac{1}{\eta^2 L\omega_0^2} = \frac{1}{\eta^2} C_0$$

Iz te relacije možemo izraziti pomak ploča kondenzatora:

$$\varepsilon_0 \frac{S}{x_1} = \frac{1}{\eta^2}\, \varepsilon_0 \frac{S}{x_0}$$

Nova udaljenost među pločama je veća za faktor η^2 od početne. **(4 boda)**

c) Energija u oscilatornom strujnom krugu se nalazi u kondenzatoru i zavojnici. Radi jednostavnosti, možemo ukupnu energiju izraziti kao maksimalnu energiju na kondenzatoru:

$$E_0 = \frac{1}{2} \frac{Q_{max}^2}{C_0}$$

(4 boda)

S obzirom da se maksimalni naboj ne mijenja na kondenzatoru, jedina promjena dolazi od promjene kapaciteta, pa je ukupna energija u novom sustavu:

$$E_1 = \frac{1}{2} \frac{Q_{max}^2}{C_1} = \eta^2 E_0$$

Utrošeni rad jednak je razlici konačne i početne energije, te iznosi:

$$W = E_1 - E_0 = \left(\eta^2 - 1\right) E_0$$

(3 boda)

Zadatak 2 (18 bodova)

Moment inercije za puni cilindar dan je s

$$I = \frac{1}{2}Mr^2$$

a) Udarom glinamola o lopaticu prenosi se kutna količina gibanja na kotač. Kutna količina gibanja ovisi o izboru ishodišta, a mi biramo ishodište na osi rotacije kotača. Komadić glinamola s obzirom na ishodište ima kutnu količinu gibanja koja u trenutku udara o kotač iznosi $L_g = Rmv$. **(3 boda)**

Iz zakona očuvanja kutne količine gibanja:

$$Rmv = I\omega_1$$

Direktno možemo pisati:

$$\omega_1 = \frac{mR}{2Mr^2}v$$

Za udar druge kuglice, kotač se već rotira. Pišemo:

$$Rmv + I\omega_1 = 2Rmv = I\omega_2$$

Vidimo da je povećanje kutne količine gibanja jednako Rmv za svaki udar. Općenito, dakle, izraz za brzinu rotacije kotača nakon n-tog udara je:

$$\omega_n = \frac{2nRmv}{Mr^2}$$

(4 boda)

b) Da bi brzina kotača odgovarala jednom okretaju u sekundi, moramo imati kutnu brzinu $\omega = 2\pi$ rad/s. **(2 boda)**
Iz toga možemo naći broj udara:

$$n = \frac{Mr^2\omega_n}{2Rmv}$$

(3 boda)
Rezultat je $n = 837.76$, tj. nešto više od 837 puta.

c) Maksimalna brzina koju kotač može dobiti dobije se kada je brzina lopatice kotača jednaka brzini glinamola. Tada se glinamol neće sudariti s lopaticom, već će proći pored nje. **(2 boda)**

Kutna brzina koja odgovara brzini lopatice od $v = 5$ m/s na udaljenosti R je:

$$\omega_{max} = \frac{v}{R} = 16.67 \text{ rad/s}$$

(3 boda)
Preračunato u okretaje u sekundi, radi se o $\omega = 2.65$ o/s. **(1 bod)**

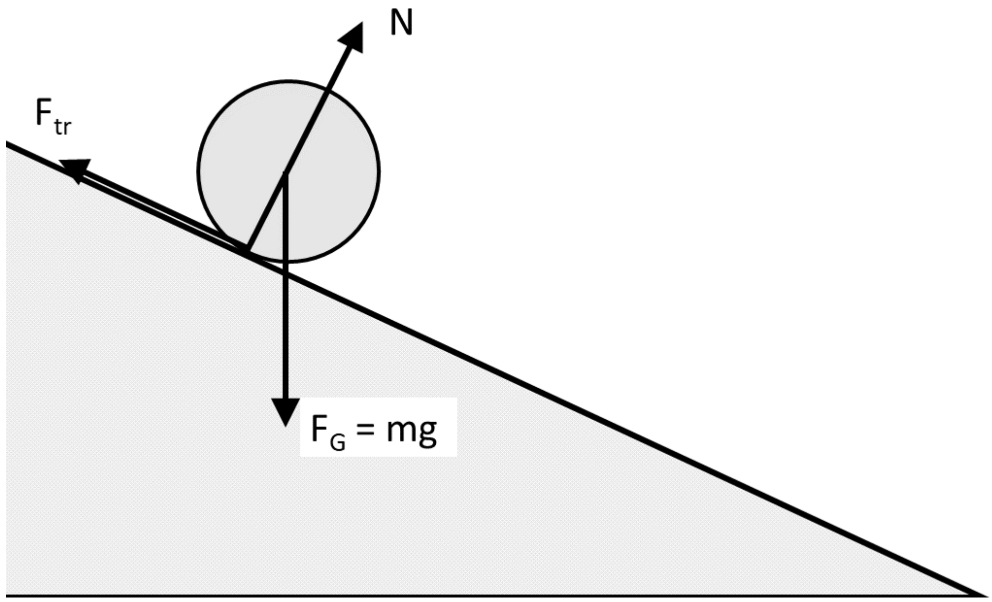
Zadatak 3 (18 bodova)

Valjak se kotrlja niz kosinu. Sva tri valjka imaju iste mase, ali različit moment inercije:

$$I_A = \frac{1}{2}mR^2 \ ; \ I_B = mR^2 \ ; \ I_C = 2mR^2$$

(2 boda)

a) Tri su sile na valjak na kosini: gravitacijska sila, sila trenja i sila otpora podloge. Gravitacijska sila ima hvatište u centru mase valjka, dok druge dvije sile imaju hvatište u dodirnoj točki valjka s podlogom. **(4 boda)**



b) Napišemo li jednadžbu gibanja za valjak na kosini u smjeru gibanja:

$$ma = mg\sin\alpha - F_{tr}$$

Povežemo li silu trenja s kotrljanjem valjka

$$I\alpha = RF_{tr}$$

te izrazimo li kutnu akceleraciju preko translacijske (valjak ne proklizava):

$$\alpha = \frac{a}{R}$$

Uvrštavanjem ove dvije relacije u prvu pišemo:

$$ma = mg\sin\alpha - \frac{I}{R^2}a$$

Možemo izraziti akceleraciju valjka:

$$a = \frac{g\sin\alpha}{1 + \frac{I}{mR^2}}$$

Iz jednadžbe je očito da će tijela s većim momentom inercije sporije ubrzavati niz kosinu. Redosljed dolaska na dno kosine je dakle A, B, C.
Drugi način da se dođe do ovog podatka je opisom. Moment inercije se opire rotacijskom gibanju, pa će tijelo s većim momentom inercije sporije ubrzavati svoju rotaciju, a time i gibanje niz kosinu. Za detaljni i jasan opis daju se svi bodovi. **(3 boda)**

c) Ako smo riješili jednadžbu gibanja i dobili izraz za akceleraciju, lagano ćemo naći brzinu na dnu kosine, preko formule

$$v = \sqrt{2al}$$

Drugi, jednostavniji način, bez jednadžbe gibanja, je promatrajući energiju valjka. Na vrhu kosine valjak ima gravitacijsko potencijalnu energiju koju na dnu kosine svu pretvori u kinetičku energiju translacije i kotrljanja:

$$mgl\sin\alpha = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

(3 boda)

Izrazimo kutnu brzinu preko translacijske $\omega = v/R$ te napišimo jednadžbu po brzini v:

$$v = \sqrt{\frac{2gl\sin\alpha}{1+\frac{I}{mR^2}}}$$

(3 boda)

Ovaj izraz je identičan izrazu preko jednadžbe gibanja. Rješenje za brzinu, uz poznate vrijednosti je:

$$v_A = 8.09\mathrm{m/s}, \quad v_B = 7.00\mathrm{m/s}, \quad v_C = 5.72\mathrm{m/s}.$$

(3 boda)

Zadatak 4 (18 bodova)

Bakrena šipka stegnuta je na sredini, što znači da u sredini postoji čvor stojnog vala. Rubovi šipke se ponašaju kao slobodni krajevi. Moguće valne duljine stojnog vala dane su rubnim uvjetom:

$$l = \frac{2n+1}{2}\lambda\ ;\ n = 0, 1, 2, ...$$

(3 boda)

Relacija između frekvencije i valne duljine je: $f = c/\lambda$. Moguće frenvekcije titranja su dakle:

$$f = (2n+1)\frac{c}{2l}\ ;\ n = 0, 1, 2, ...$$

Dakle, dozvoljene frekvencije titranja šipke su redom: $f = \frac{c}{2l}, 3\frac{c}{2l}, 5\frac{c}{2l}$,... Drugim riječima, udaljenost među frekvencijama je konstantna, i iznosi:

$$\Delta f = \frac{c}{l}$$

Znamo da je $f_n > 20$ kHz, za neki n, i da ukupno ima $N = 13$ frekvencija, tj. znamo i $f_{n+12} < 50$ kHz. **(3 boda)**

Možemo napisati tri nejednadžbe:

$$\begin{aligned} f_{min} &> 20\text{kHz} \\ f_{max} = f_{min} + 12\Delta f &< 50\text{kHz} \\ f_{max+1} = f_{min} + 13\Delta f &> 50\text{kHz} \end{aligned}$$

(4 boda)

Oduzimanjem prve od druge dobijemo:

$$12\Delta f = 12\frac{c}{l} < 30\text{kHz}$$

tj. $c < 5000$ m/s. Oduzimanjem prve od treće dobijemo:

$$13\Delta f = 13\frac{c}{l} > 30\text{kHz}$$

tj. $c > 4615$ m/s.

Dakle rješenje je

$$4615 < c(m/s) < 5000$$

(2 boda)

Pravi rezultat za bakar je $c = 4760$.

Preciznost mjerenja ovisi o veličini s kojom mjerimo. U ovom postavu mjerimo brzinu zvuka uspoređujući razmak prirodnih frekvencija, Δf. Stoga, smanjivanjem te vrijednosti možemo povećati preciznost – treba nam duža šipka. **(3 boda)**
Drugi način mjerenja, kojim bi efektivno povećali duljinu šipke je da je uhvatimo na jednom kraju. Efekt toga je kao da smo povećali duljinu šipke za 2! **(3 boda)**

Greška u rješenju trećeg zadatka u trećoj skupini

25/11/2020

U rješenju je navedeno da će redoslijed stizanja valjaka biti A-B-C, što nije točno. Budući da je valjak C veći od druga dva, time se mijenja njegovo ponašanje.

Točan odgovor je da će redoslijed stizanja biti A i C – B, gdje će A i C stići u isto vrijeme, a B nakon njih.

Nadalje, na kraju rješenja dani su iznosi brzine u tom trenutku. Iznosi za A i B su točni, dok je iznos za C kriv i treba iznositi kao i za A (8.09 m/s).

Napomena: svi testovi su ispravljeni uzimajući u obzir ispravna rješenja.

Ispravak rješenja četvrtog zadatka u trećoj skupini

29/11/2020

U 4. zadatku je krivo postavljena i rješena nejednadžba.

Naime, oduzimanje jedne od druge nejednadžbe nije dobro definirano matematički te se mora izbjegavati.

Zbrajanje nejednadžbi istog oblika je pak dozvoljeno.
Zato su prve dvije nejednadžbe i njihov rezultat točne:

1) $f_{min} > 20$ kHz
2) $f_{min} + 12df < 50$ kHz 1) * (-1) => $-f_{min} < -20$ kHz
2) $f_{min} + 12\,df < 50$ kHz
Sada možemo zbrojiti nejednadžbe i dobijemo:
$12\,df < 30$ kHz

Za drugi izraz moramo uzeti u obzir još dvije nejednadžbe koju možemo izraziti iz zadatka:
1) $f_{min-1} < 20$ kHz 2) $f_{max+1} > 50$ kHz => $f_{min} + 13df > 50$ kHz
1)*(-1)+ 2) => $14\,df > 30$ kHz

Zbog toga izraz $13df > 30$ kHz moramo zamijeniti izrazom $14\,df > 30$ kHz. Donja granica dakle postaje: 4286 umjesto 4615.

Svi testovi bodovani su u skladu s ispravnim rješenjem.

Državno natjecanje iz fizike

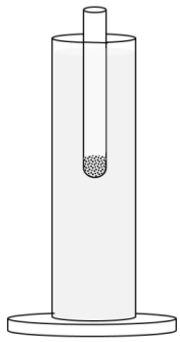
19. i 20. studeni 2020.

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

3. skupina

<u>Pribor:</u> Menzura 1000 mL (ili veća posuda), epruveta promjera 18 mm, digitalna vaga, zaporni sat, ravnalo duljine 30 cm, olovna sačma u plastičnoj čaši, milimetarski papir (2 arka), boca sa običnom vodovodnom vodom (1,5 L), spajalice za papir (20 komada), gumice za domaćinstvo (nekoliko komada), flomaster, selotejp, škare za papir, plastična čaša, papirnati ubrusi ili salvete.

Prvo pročitajte zadatak, a onda započnite sa rješavanjem!



<u>Upute:</u>

Menzuru napunite vodom do visine 3 do 4 cm ispod njezinog gornjeg ruba.
U epruvetu promjera 18 mm stavite nešto olovne sačme. Sačme treba biti toliko da epruveta sa sačmom nakon uranjanja u vodu u menzuri ostane uspravno plivati. Neka epruveta izranja do otprilike 3 cm iznad razine vode i neka pliva stabilno.
Poznata je gustoća vode 1000 kgm^{-3} i akceleracija sile teže 9,81 ms^{-2}.

<u>Zadaci:</u>

1) Epruveta početno miruje na površini vode. Radi pojednostavljenja, pretpostavite cilindrični oblik epruvete. *Što sve djeluje na sustav epruveta-opterećenje? Skicirajte i imenujte sile kojima se na dani sustav djeluje.*

2) Ako epruvetu sa sačmom malo potisnemo prema dolje ili povučemo prema gore i pustimo, epruveta i sačma titraju oko ravnotežnog položaja.
Unatoč gušenju, pretpostavka je da se radi o harmonijskom titranju.
Istražite kako period titranja ovisi o masi sustava epruveta-opterećenje.
Prvo mjerenje izvedite za već postavljeni sustav. Mjerenje perioda izvedite mjerenjem vremena 3 do 5 titraja. Izvedite ukupno 5 mjerenja za dani sustav epruveta-sačma. Procijenite točnost mjerenja.
Izvedite još 4 serije mjerenja za različita opterećenja. Dodavanjem spajalica povećavajte opterećenje. Svaki puta povećajte masu tako da na postojeću olovnu sačmu dodate na primjer po 2 spajalice. Svako od ovih mjerenja ponovite tri puta. Za daljnju obradu uzmite srednju vrijednost svake serije mjerenja. Sva potrebna mjerenja prikažite tablično.
Kako ste odredili masu 1 spajalice?
Nacrtajte grafički prikaz ovisnosti T^2 - m, (kvadrata perioda o masi sustava). Graf nacrtajte na milimetarskom papiru! *O kakvom grafičkom prikazu se radi? Može li se na osnovu grafičkog prikaza zaključiti da se radi o harmonijskom titranju?*

3) Zanemarite učinak gušenja titranja sustava epruveta-sačma koja pluta na vodi.
Na osnovu analogije sa poznatim titrajnim sustavima (harmonijski oscilator), odgovorite na pitanja:

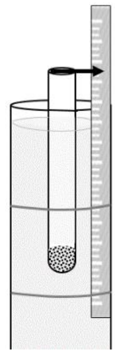
- **a)** *Koja sila ima ulogu povratne sile?*
- **b)** *Izvedite matematički izraz za povratnu silu.*
- **c)** *Napišite izraz prema kojem možete odrediti period sustava izraženo preko parametara sustava. Koji su parametri sustava o kojima ovisi vlastiti period titranja i kako period o njima ovisi?*
  Izračunajte period prema podacima iz 2. zadatka za sustav epruveta sačma. Usporedite ovu teorijsku vrijednost sa izmjerenim periodom iz 2. zadatka. Uzmite srednju vrijednost prve serije mjerenja. Koliko je odstupanje teorijskog i eksperimentalnog rezultata?
- **d)** *Pokažite da se za dani sustav radi o harmonijskiom titranju.*
  Koji uvjeti moraju biti ispunjeni da bi titranje bilo harmonijsko?

4) Za sustav epruveta-sačma (bez dodatnog opterećenja spajalicama) istražite **ovisi li period titranja o početnoj amplitudi** (u t=0s). Izvedite mjerenja za 5 različitih početnih amplituda. Mjerenja prikažite tablično. Procijenite točnost mjerenja.

5) Odredite **akceleraciju sile teže** na osnovu mjerenja perioda titranja sustava epruveta-sačma koja pliva na vodi, no bez izravnog mjerenja i određivanja mase sustava.
Izvedite matematički izraz prema kojemu ćete na osnovu svojih mjerenja izračunati akceleraciju sile teže. Imenujte sve veličine u zapisu. Izvedite niz od 5 mjerenja u kojem varirate potrebne veličine.
Mjerenja prikažite tablično. Zapišite rezultat mjerenja u propisanom obliku, uzimajući u obzir procjenu točnosti mjerenja. Koliko je odstupanje vašeg mjerenja od teorijske vrijednosti akceleracije sile teže, 9,81 ms^{-2}?

6) Realno gušenje postoji. U nastavku razmotrite smanjenje amplituda titranja za vrijeme do 5 perioda titranja. Pretpostavlja se da su oscilacije harmonijske.

Zašto je amplituda titranja sve manja?



Istražite eksperimentalno opada li amplitauda s vremenom pravilno.

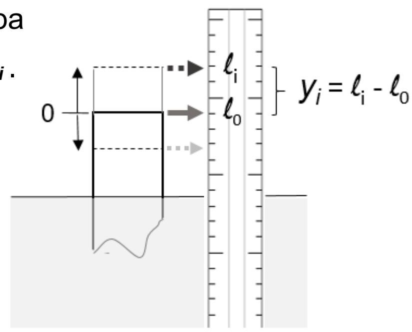
Uputa: očitajte na ravnalu položaj gornjeg ruba epruvete kad je u ravnotežnom položaju. Povucite epruvetu 1 do 2 cm prema gore, očitajte položaj gornjeg ruba i pustite sustav epruveta-sačma titrati.

S obzirom da se titranje odvija relativno brzo neće biti moguće odjednom odrediti sve amplitude i istovremeno mjeriti vrijeme potrebno za 5 potpuna titraja.Prvo izmjerite potrebno vrijeme za 5 potpuna titraja.

Početna amplituda neka je u svim mjerenjima ista! Možete više puta ponoviti mjerenja i zapisivati u tablicu amplitude koje nisu očitane u prethodnim mjerenjima.

Prema skici i tablici sa l_i su označeni položaji gornjeg ruba epruvete očitane na ravnalu, a amplitude su označene sa y_i.

i	l_i/cm	y_i/cm	t/s
0			0
1			
2			



Prema podacima iz tablice nacrtajte grafički prikaz ovisnosti amplituda o vremenu titranja. Graf nacrtajte na milimetarskom papiru.

Prepišite u novu tablicu redom vrijednosti amplituda iz pozitivnog dijela grafičkog prikaza. **Istražite zakonitost po kojoj se amplitude u vremenu smanjuju.** Što možete zaključiti? Procjenite kolika je točnost mjerenja. Može li se uzeti da su titranja kvaziperiodična? Obrazložite!

Spojite vrhove amplituda na svojem grafu ovisnosti amplituda o vremenu titranja. Dobivena je određena krivulja. *O kakvoj se krivulji rad?*

Napišie matematički izraz prema kojem bi opisali dobivenu krivulju.

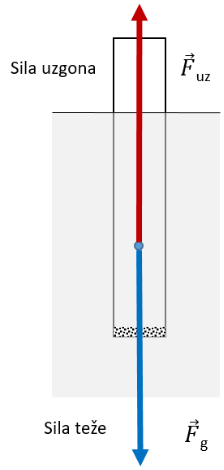
Napišite i jednadžbu prema kojoj bi za dani slučaj mogli opisati *ovisnost elongacije titranja o vremenu.*

7) Navedite barem četiri moguća uzroka koja koja uvjetuju točnost vaših mjerenja!

Državno natjecanje iz fizike
19. i 20. studeni 2020.

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA

3. skupina



1. Na sustav epruveta-sačma u ravnotežnom položaju djeluju sila teže i sila uzgona. Suprotnog su smjera, jednakog iznosa.

1 bod

2.

N=5

m = 38 g	
t/s	T/s
3,65	0,73
3,54	0,71
3,56	0,71
3,62	0,72
3,56	0,71
$\bar{T}$= 0,72 s ΔT_m = 0,02 s r_m = 3%	

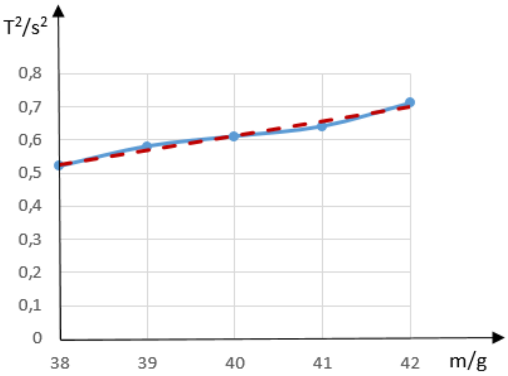
$m_{s,20}$=9,8 g … masa 20 spajalica

$m_{s,1}$=0,49 g ≈ 0,5 g

m = 39 g		m = 40 g		m = 41g		m = 42 g	
t/s	T/s	t/s	T/s	t/s	T/s	t/s	T/s
3,85	0,77	3,89	0,78	4,07	0,81	4,21	0,84
3,77	0,75	3,85	0,77	4,00	0,80	4,17	0,83
3,77	0,75	3,90	0,78	3,96	0,79	4,26	0,85
$\bar{T}$= 0,76 s		$\bar{T}$= 0,78 s		$\bar{T}$= 0,80 s		$\bar{T}$= 0,84 s	

1 bod

m/g	T/s	T^2/s^2
38	0,72	0,52
39	0,76	0,58
40	0,78	0,61
41	0,80	0,64
42	0,84	0,71

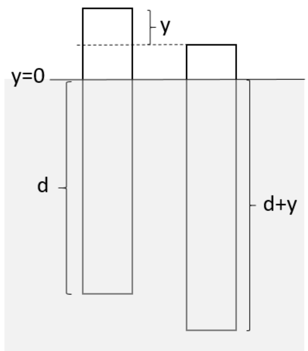


2 boda

Grafički prikaz je približno linearan. Tako da možemo pretpostaviti da se radi o harmonijskom titranju.

3.

a)



Označimo sa y pomak od ravnotežnog položaja.

Ako tijelo potisnemo prema dolje, tijelo je za d+y uronjeno u vodu. Sila uzgona se povećava. Smjer sile je prema gore.

Ulogu povratne sile ima **dodatna sila uzgona**.

1 bod

b) Dodatna sila uzgona je po iznosu jednaka težini dodatno istisnute tekućine:

$$F_{uz} = \Delta m_{tek} \cdot g \;=\; \Delta V \rho_{tek} g \;=\; S y \rho_{tek} g$$

S je površina poprečnog presjeka tijela, ρ_{tek} je gustoća tekućine u koju je tijelo uronjeno.

Smjer povratne sile je suprotan smjeru pomaka tijela (prema položaju ravnoteže), stoga povratnu silu možemo izraziti kao:

$$F_p = -\rho_{tek} g S y$$ **1 bod**

c) Za sustav uteg-opruga vrijedi: $ma = -ky$ i $\omega^2 = \frac{k}{m}$.
Slijedi da je $a = -\omega^2 \cdot y$, ω je kružna frekvencija.

Analogno slijedi za sustav epruveta-opterećenje.

Primjenom 2. Newtonovog zakona: $ma = F_p$
i uvrštavanjem izraza za povratnu silu $ma = -\rho_{tek} g S y$ **1 bod**

možemo izraziti akceleraciju sustava: $a = -\frac{\rho_{tek} \cdot g \cdot S}{m} y$

Usporedbom sa sustavom uteg-opruga slijedi da je $\omega^2 = \frac{\rho_{tek} \cdot g \cdot S}{m}$, **1 bod**

odnosno **period** titranja sustava epruveta-opterećenje jednak je: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{\rho_{tek} \cdot g \cdot S}}$

Parametri danog sustava su njegova masa ***m*** i poprečni presjek ***S***. Period titranja danog sustava je dulji, što je njegova masa veća i što je njegov poprečni presjek manji.

m = 38 g = 0,038 kg
2r=18mm ⇒ r = 9mm = $9 \cdot 10^{-3}$ m ⇒ $S = r^2 \cdot \pi = 2{,}5434 \cdot 10^{-4} m^2$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{\rho_{tek} \cdot g \cdot S}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}038kg}{1000kgm^{-3} \cdot 9{,}81ms^{-2} \cdot 2{,}5434 \cdot 10^{-4}m^2}} = 0{,}775s$$ **1 bod**

T_{teor} = 0,78 s

T_{eksp} = 0,72 s Odstupanje = $\frac{|T_{teor} - T_{eksp}|}{T_{teor}} \cdot 100\% = 8\%$ **1 bod**

d) Dva su uvjeta koja moraju biti ispunjena da bi se radilo o harmonijskom titranju:

- Postojanje povratne sile (djeluje prema ravnotežnom položaju) i njezina linearna ovisnost o pomaku iz ravnotežnok položaja. Uvjet je za sustav epruveta-opterećenje ispunjen $F_p \sim -y$.
- Dio sustava koji titra mora imati tromost (inerciju) da bi pri prolasku kroz ravnotežni položaj nastavio gibanje.

1 bod

4.

y_0/cm	t/s	N	T/s
2,5	3,70	5	0,74
2	3,75	5	0,75
1,5	3,85	5	0,77
1	3,62	5	0,72
0,5	3,64	5	0,73

$\bar{T}$ = 0,74 s
ΔT_m = 0,03 s
$r_m = \frac{\Delta T_m}{\bar{T}} \cdot 100(\%) = 4\%$

2 boda

Na osnovu mjerenja može se zaključiti da period titranja sustava epruveta-sačma ne ovisi o početnoj amplitudi.

1 bod

5. Za ravnotežni položaj vrijedi:

$$F_{uz} = F_g$$
$$\rho_{tek} g V_{ur} = mg$$
$$\rho_{tek} g S d = mg$$
$$\frac{\boldsymbol{\rho_{tek} \cdot S}}{\boldsymbol{m}} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{d}}$$

1 bod

U 3.c zadatku je pokazano da vrijedi

$$\boldsymbol{\omega^2} = \frac{\boldsymbol{\rho_{tek} \cdot g \cdot S}}{\boldsymbol{m}}.$$

1 bod

Usporedbom tog i prethodnog izraza slijedi da je $\omega = \sqrt{\frac{g}{d}}$, odnosno $\boldsymbol{T = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g}}}$.

Period titranja danog sustava ne ovisi izravno o masi tijela. Period se može odrediti iz dubine početnog urona d.

Određivanjem perioda i mjerenjem početnog urona može se odrediti akceleracija sile teže:

$$\boldsymbol{g = \frac{4\pi}{T^2} \cdot d}$$

Rezultati mjerenja:

d/cm	t/s	N	T/s	d/m	g/ms^{-2}	Δg/ms^{-2}
14,5	3,82	5	0,76	0,145	9,90	-0,36
15,4	3,92	5	0,78	0,154	9,98	-0,44
15,7	4,03	5	0,81	0,157	9,44	0,10
16,1	4,13	5	0,83	0,161	9,22	0,32
16,4	4,2	5	0,84	0,164	9,17	0,37

2 boda

$\bar{g}$ = 9,54 ms^{-2}

Δg_m = 0,44 ms^{-2}

$r_m = \frac{\Delta g_m}{\bar{g}} \cdot 100(\%) = 4,6\%$

1 bod

g = (9,54$\pm$0,44) ms^{-2}

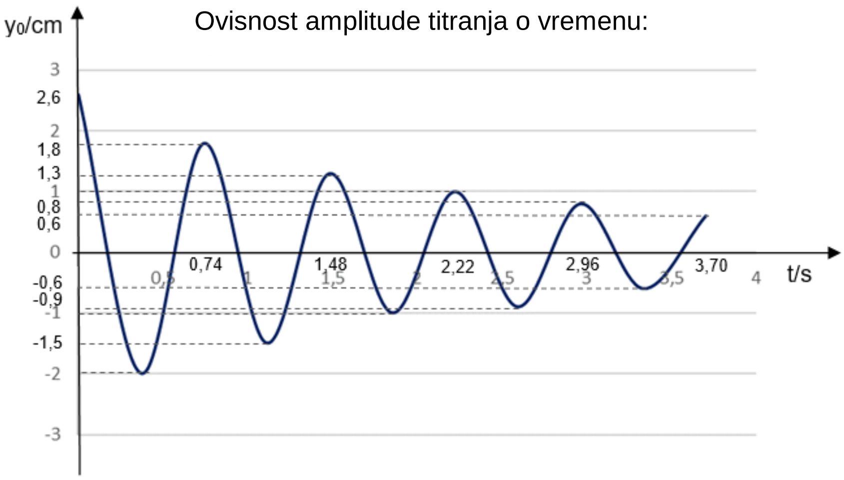
Odstupanje = $\frac{|g_{teor} - g_{eksp}|}{g_{teor}} \cdot 100\% = 2{,}8\%$

6.

l_0*= 19,4 cm; *N=5: t=3,7 s

i	l_i/cm	y_i/cm	t/s
1	**22**	2,6	**0**
2	17,4	-2	0,37
3	**21,2**	1,8	**0,74**
4	17,9	-1,5	1,11
5	**20,7**	1,3	**1,48**
6	18,4	-1	1,85
7	**20,4**	1	**2,22**
8	18,5	-0,9	2,59
9	**20,2**	0,8	**2,96**
10	18,8	-0,6	3,33
11	20	0,6	**3,7**

Ovisnost amplitude titranja o vremenu:



3 boda

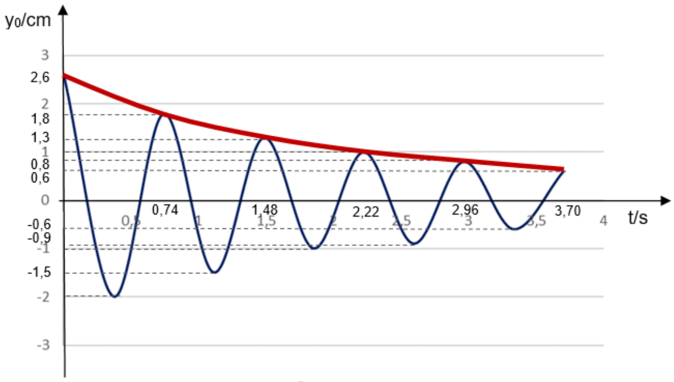
i	A_i/cm	$\frac{A_i}{A_{i+1}}$
0	2,6	-
1	1,8	1,44
2	1,3	1,38
3	1	1,3
4	0,8	1,25
5	0,6	1,33

1 bod

Da bi utvrdili zakonitost prema kojoj se zbiva smanjenje amplituda određuju se omjeri svake sljedeće amplitude, $\frac{A_i}{A_{i+1}}$. Ovaj omjer određuje faktor slabljenja ili prigušenja.
Očekivano je da bi taj omjer trebao biti konstantan, $\frac{A_i}{A_{i+1}} = konst.$
Na osnovu mjerenja može se zaključiti o konstantnosti omjera. Maksimalna relativna pogreška je r_m = 7,4%.

Za dani sustav epruveta-sačma mase m = 35 g amplitude se približno pravilno smanjuju. Omjer je mali broj što upućuje na slabo gušenje.
Uz povoljan odabir mase ovo titranje je kvaziperiodično.
Za veće mase se može dogoditi da gušenje postane jako i periodičnost nestane. Može doći i do kritičnog gušenja.

2 boda



1 bod

Ova krivulja je padajuća eksponencijalna funkcija:

$$A = A_0 \cdot e^{-kt}$$

Jednadžba ovisnosti elongacije o vremenu:

$$y(t) = A_0 \cdot e^{-kt} \cdot cos\omega t$$

k je faktor slabljenja ili prikušenja.

2 boda

7.

- postoji gušenje sustava zbog trenja (viskoznosti) i otpora sredstva
- mala je razlika u izmjerenim vremenskim intervalima
- utjecaj gibanja vode na vertikalne oscilacije epruvete koja se lagano za vrijeme titranja otklanja od uzdužne osi
- vrijeme reakcije opažača
- očitavanja kroz staklo i efekt leće
- mjerne nepreciznosti (mase, dubine urona, vremena)
- gustoća vode ovisi i o temperaturi
- adhezija …

2 boda

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

19.-20. studeni 2020.

Srednje škole - 4. skupina

1. Elastični sudar neutrona n i neutralnog piona π^0 ima sljedeće zanimljivo svojstvo: U laboratorijskom sustavu gdje pion miruje, a neutron nalijeće na njega, neutron se ne može raspršiti pod kutom većim od $\theta_{\text{max}} = 8.25°$ u odnosu na početni smjer gibanja, neovisno o (relativističkoj) brzini kojom nalijeće na pion. Ako vam je poznata masa neutrona $m_n = 940\,\text{MeV}/c^2$, odredite masu neutralnog piona m_π (u istim mjernim jedinicama).

   Uputa: za računanje ekstrema koristite derivacije.

   [22 BODOVA]

2. Promotrite kvantnu česticu mase m koja se giba u jednoj dimenziji tako da su joj položaj i količina gibanja neodređeni prema Heisenbergovoj relaciji $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$. Odredite pri kojoj će minimalnoj neodređenosti u položaju, neodređenost u energiji čestice biti $\Delta E = mc^2$. Interpretirajte dobiveni rezultat. Prilikom računa možete pretpostaviti da je neodređenost u količini gibanja Δp usporediva sa samom vrijednošću p.

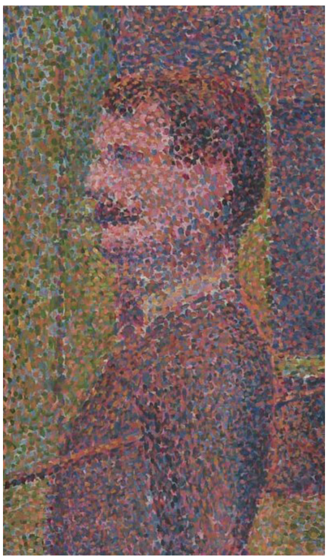
   [14 BODOVA]

3. U krvotok osobe ubrizga se mala količina otopine koja sadrži radionuklid ^{24}Na vremena poluživota $T = 15\,\text{h}$. Ako je aktivnost (broj raspada u sekundi) ubrizganog radionuklida $A = 2000\,\text{s}^{-1}$, dok aktivnost uzorka krvi volumena $V' = 1\,\text{cm}^3$, uzetog $t = 5\,\text{h}$ nakon ubrizgavanja radionuklida, iznosi $A' = 16\,\text{min}^{-1}$, odredite ukupni volumen V ljudskog krvotoka.

   [18 BODOVA]

4. Georges Seurat, čuveni francuski slikar postimpresionističkog doba, razvio je tehniku slikanja poznatu pod nazivom poentilizam. U toj se tehnici malim jasnim točkama (približnog promjera $d = 2\,\text{mm}$) osnovnih boja stvara dojam velikog broja sekundarnih i ostalih boja. Odredite s koje se minimalne udaljenosti L mora gledati ova slika kako se ne bi opazila njena zrnata struktura? Uzmite da je srednja valna duljina svjetlosti $\lambda = 500\,\text{nm}$, a promjer zjenice $D = 4\,\text{mm}$.

   [16 BODOVA]



Detalj sa slike *Parade de cirque* (1887–88).

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

19.-20 studeni 2020.

Srednje škole - 4. skupina, rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ukoliko učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Neka je $\vec{p}$ količina gibanja neutrona prije raspršenja, $\vec{p}'$ količina gibanja nakon raspršenja, a $\vec{p}''$ količina gibanja piona nakon raspršenja. Tada možemo pisati zakon očuvanja količine gibanja

$$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}''. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Ako $\vec{p}'$ prebacimo na lijevu stranu i kvadriramo, dobijemo

$$p^2 + p'^2 - 2pp'\cos\theta = p''^2, \qquad \text{[2 BODA]}$$

gdje je θ kut raspršenja neutrona. Ako sad iskoristimo vezu između energije i količine gibanja,

$$E^2 = (m_n c^2)^2 + (pc)^2, \quad E'^2 = (m_n c^2)^2 + (p'c)^2, \quad E''^2 = (m_\pi c^2)^2 + (p''c)^2, \qquad \text{[3 BODA]}$$

imamo

$$E^2 + E'^2 - 2(m_n c^2)^2 - 2\sqrt{E^2 - (m_n c^2)^2}\sqrt{E'^2 - (m_n c^2)^2}\cos\theta = E''^2 - (m_\pi c^2)^2. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Konačno, ako još iskoristimo zakon očuvanja energije

$$E + m_\pi c^2 = E' + E'', \qquad \text{[2 BODA]}$$

dolazimo do relacije koja povezuje kut raspršenja θ s energijama E i E',

$$\cos\theta = \frac{EE' - (E - E')(m_\pi c^2) - (m_n c^2)^2}{\sqrt{E^2 - (m_n c^2)^2}\sqrt{E'^2 - (m_n c^2)^2}}. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Za fiksnu upadnu energiju E, nađimo vrijednost raspršene energije E' za koju je $\cos\theta$ ekstremalan. Derivirajmo, stoga, gornju relaciju po E' i izjednačimo s nulom,

$$\frac{\mathrm{d}\cos\theta}{\mathrm{d}E'} = 0 \quad \rightsquigarrow \quad E' = \frac{(E + m_\pi c^2)(m_n c^2)^2}{E m_\pi c^2 + (m_n c^2)^2}. \qquad \text{[4 BODA]}$$

Dobiveni izraz uvrstimo u izraz za $\cos\theta$ i dobijemo

$$\cos\theta = \sqrt{1 - \left(\frac{m_\pi}{m_n}\right)^2} \quad \rightsquigarrow \quad \theta_{\text{max}} = \arcsin\frac{m_\pi}{m_n} \qquad \text{[3 BODA]}$$

Budući da dobiveni izraz ne ovisi o upadnoj energiji E, vrijedi na svim upadnim energijama. Vidimo da ovaj kut ima smisla samo za $m_\pi \leq m_n$. Prema tome, granični kut raspršenja može postojati samo u slučaju kad teža čestica upada na lakšu česticu, što je i intuitivno. Konačno, masa neutralnog piona je

$$m_\pi = m_n \sin\theta_{\text{max}} = 135\,\text{MeV}/c^2. \qquad \text{[2 BODA]}$$

2. Pošto tražimo minimalnu neodređenost u položaju, pisat ćemo jednakost u Heisenbergovim relacijama i povezati neodređenost u količini gibanja s neodređenosti u položaju na način

$$\Delta p = \frac{\hbar}{2\Delta x}. \qquad [3 \text{ BODA}]$$

Budući da se od nas traži neodređenost u energiji koja je jednaka energiji mirovanja, koristimo relativističku vezu između energije i količine gibanja

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Odavde je jasno da je veza između neodređenosti u energiji i količini gibanja,

$$(\Delta E)^2 = (\Delta pc)^2. \qquad [3 \text{ BODA}]$$

Prema tome, imamo

$$\Delta E = mc^2 \quad \rightsquigarrow \quad \Delta p = mc. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Odnosno, minimalna neodređenost u položaju koja vodi do tražene neodređenosti u energiji je

$$\Delta x = \frac{1}{2}\frac{\hbar}{mc}. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Veličina $\hbar/(mc)$ se naziva Comptonova valna duljina. Ona nam govori da je neodređenost u energiji na tako niskim skalama dovoljno velika da može doći do spontanog stvaranja novih čestica. [2 BODA]

3. Prema zakonu radioaktivnog raspada, broj neraspadnutih jezgri u trenutku t je povezan s početnim brojem jezgri N_0 formulom

$$N(t) = N_0\, 2^{-t/T}, \qquad [3 \text{ BODA}]$$

gdje je T vrijeme poluživota nestabilnih jezgri. Aktivnost uzorka u svakom trenu, $A(t)$ je broj jezgri koje se raspadnu u sekundi,

$$A(t) = -\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\ln 2}{T} N(t). \qquad [4 \text{ BODA}]$$

Prema tome, aktivnost uzorka u početnom trenu je

$$A = \frac{\ln 2}{T} N(0) = \frac{\ln 2}{T} N_0, \qquad [3 \text{ BODA}]$$

dok je aktivnost u uzorku izvađenom nakon nekog vremena

$$A' = \frac{\ln 2}{T} N(t) \times \frac{V'}{V} = \frac{V'}{V}\frac{\ln 2}{T} N_0\, 2^{-t/T}, \qquad [4 \text{ BODA}]$$

gdje je V'/V udio uzorka krvi u cijelom krvotoku. Ovdje smo pretpostavili da se radionukleid ravnomjerno proširio krvotokom. Sad možemo eliminirati nepoznanicu N_0 i dobiti ukupni volumen krvotoka

$$V = V' \frac{A}{A'} 2^{-t/T} \qquad [2 \text{ BODA}]$$

$$= 6\,\mathrm{l}. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

4. Dvije točkice boje na platnu možemo shvatiti kao dva odvojena izvora svjetlosti. Ako su točkice gusto poslagane, tada će dvije susjedne točkice biti udaljene za svoj promjer, d. Prema tome, moramo odrediti na kojoj će maksimalnoj udaljenosti od platna biti moguće razlučiti dva izvora svjetlosti na udaljenosti d, pod pretpostavkom da je platno točno ispred nas. [3 BODA]

   Da bismo to odredili, koristimo standardni uvjet razlučivosti koji kaže da su dva izvora svjetlosti razlučiva ako, iz točke promatranja, razapinju kut

$$\theta \geq 1.22\frac{\lambda}{D}, \qquad [3\ \text{BODA}]$$

   gdje je λ valjna duljina svjetlosti, a D promjer otvora optičkog sustava, u ovom slučaju oka. Ako uvrstimo poznate veličine, lako je dobiti vrijednost minimalnog kuta θ_{min} pri kojem možemo (granično) razlučiti dva izvora svjetlosti

$$\begin{aligned}\theta_{\text{min}} &= 1.22\frac{\lambda}{D} \\ &= 1.53 \times 10^{-4}\,\text{rad}.\end{aligned} \qquad [3\ \text{BODA}]$$

   Vidimo da se radi o jako malom kutu, tako da u nastavku možemo koristiti aproksimaciju malog kuta. Ako se nalazimo na udaljenosti L od platna, te promatramo dvije točkice boje međusobno udaljene za d, vrijedi

$$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{d}{2L}, \qquad [3\ \text{BODA}]$$

   odnosno, u aproksimaciji malog kuta

$$\theta \approx \frac{d}{L}. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

   Prema tome, minimalna udaljenost na kojoj nećemo vidjeti zrnatu strukturu slike je

$$\begin{aligned}L_{\text{min}} &= \frac{d}{\theta_{\text{min}}} \\ &= 13.11\,\text{m}.\end{aligned} \qquad [2\ \text{BODA}]$$

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
19.-20. studenog 2020.

Srednje škole – 4. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor:

- jedna svijeća lučica
- krojački metar
- ravnalo
- kutomjer
- jedan bijeli papir A4
- milimetarski papir
- karton debljine do 2 mm, formata A4
- škare koje mogu rezati karton
- selotejp
- plastelin

Zadatak:

1. Istražite odnos upadnog kuta zraka svjetlosti, osvijetljenosti površine i udaljenosti od izvora tako da:

1.1.	Opišete teorijsku osnovu eksperimentalnog postupka …………	4 boda
1.2.	Nacrtate skicu postupka s naznačenim dijelovima i veličinama ..	4 boda
1.3.	Sažeto opišete proces mjerenja …………………………………..	3 boda
1.4.	Rezultate mjerenja za isti kut i tri različite udaljenosti prikažete tablično …………………………………………………………….	2 boda
1.5.	Ponovite postupak i tablično prikažete rezultate mjerenja za različite kutove i iste udaljenosti kao pod 1.4. ……………..…….	4 boda
1.6.	Sažeto opišete proces računanja prije unosa eksperimentalnih vrijednosti u grafički prikaz ……………………………………….	2 boda
1.7.	Na milimetarskom papiru nacrtate dijagram s minimalno 15 eksperimentalnih točaka …………………………………………..	6 bodova
1.8.	Analizirate eksperimentalne rezultate tako da navedete što je utjecalo na preciznost ……………………………………………..	2 boda
1.9.	Izvedete zaključak u kojem ćete dobivene grafičke prikaze povezati s odgovarajućim algebarskim izrazom ………………..	3 boda

---

Ukupno: ……………………………………………………………………… **30 bodova**

Natjecateljima želimo uspješan rad!

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
19. – 20. rujna 2020.

Srednje škole – 4. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK – rješenje

1. Istražite odnos upadnog kuta zraka svjetlosti, osvijetljenosti površine i udaljenosti od izvora tako da:

1.1. Opišete teorijsku osnovu eksperimentalnog postupka ………… 4 boda

Prostorni kut **Ω** koji emitira izvor svjetlosti jakosti **I** na udaljenosti **r** na površinu ploštine **A** definiramo izrazom:

$$\Omega = \frac{A}{r^2} \qquad (1)$$

Svjetlosni tok **ϕ** kojeg izvor jakosti I emitira u prostorni kut **Ω** definiramo izrazom:

$$\Phi = \Omega\, I \qquad (2)$$

Osvijetljenost neke površine je jedan luks ('lx') ako na svaki kvadratni metar te površine upada svjetlosni tok od jednog lumena ('lm'):

$$E = \frac{\phi}{A} \qquad (3)$$

Osvijetljenost ili iluminacija omjer je svjetlosnog toka **ϕ** i površine ploštine **A** koja sa zrakama iz izvora svjetlosti zatvara kut **α** :

$$E = \frac{\phi \cos\alpha}{r^2} \qquad (4)$$

Prema izrazima (1) i (2) definiramo osvijetljenost površine ploštine **A** kao omjer jakosti svjetlosnog izvora **I** i kvadrata udaljenosti **r^2** svjetlosnog izvora, pri čemu treba uzeti u obzir i kut **α** između zraka svjetlosti i površine:

$$E = \frac{I\ \cos\alpha}{r^2} \qquad (5)$$

U zadatku je potrebno eksperimentalno dokazati odnos upadnog kuta zraka svjetlosti i udaljenosti, te je stoga potrebno navesti relaciju (4) ili (5) i odnos (2 boda):

$$E \sim \frac{1}{r^2} \qquad (6)$$

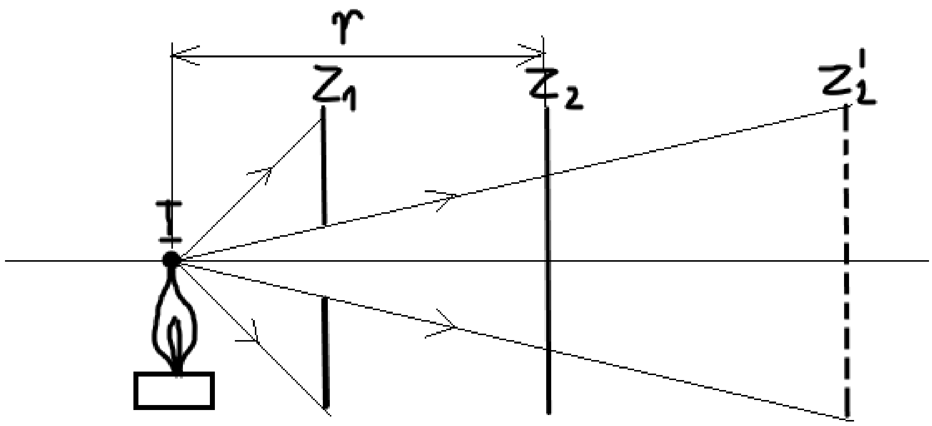
Potrebno je napisati i relaciju (3) i zatim istaknuti tražene međuodnose (2 boda):

$$E \sim \cos\alpha \qquad (7)$$

$$1/A \sim \cos\alpha \qquad (8)$$

1.2. Nacrtate skicu postupka s naznačenim dijelovima i veličinama ……. 4 boda

Skica na zoran način treba prikazati razmještaj elemenata u eksperimentalnom setu:



Potrebno je nacrtati i označiti: izvor svjetlosti (1 bod); zastori Z_1 i Z_2 (1 bod); udaljenost r (1 bod); put zraka svjetlosti (1 bod).

1.3. Sažeto opišete proces mjerenja ……………………………………….. 3 boda

Priprema eksperimentalnog seta:

- krojački metar zalijepi se selotejpom za površinu stola tako da čini optičku os najmanje duljine 60 cm;
- lučica kao izvor svjetlosti postavi se na jednom kraju optičke osi;
- od plastelina se oblikovanjem pripreme držači za kartone koji čine zaslon;
- na prvom zaslonu nacrta se i izreže otvor kojem je potrebno točno odrediti površinu (1.6.);
- drugi zaslon je pravokutni karton na koji se selotejpom pričvrsti bijeli papir jednake veličine;
- zasloni se postavljaju pomoću držača od plastelina na krojački metar tako da je prvi zastor s otvorom okomit na optičku os tijekom svih mjerenja, dok se drugi zastor prvo postavlja okomito na tri različite udaljenosti, a zatim pod kutom kojeg je potrebno još četiri puta promijeniti na svakoj udaljenosti (minimalan broj eksperimentalnih točaka u grafičkom prikazu 1.7. je 15);
- za prvu seriju mjerenja (1.4.) oba zastora postavljena su okomito na izvor svjetlosti; za drugu seriju mjerenja (1.5.) na istoj udaljenosti potrebno je odrediti površinu osvijetljenosti za još četiri različita kuta drugog zastora;
- udaljenosti između izvora i zaslona potrebno je pažljivo namjestiti tako da rubovi sjene na drugom zastoru budu dovoljno oštri kako bi omogućili precizna mjerenja.

Mjerenja:

- udaljenost izvora do sredine zastora mjeri se ravnalom ili prema položaju na optičkoj osi – krojačkom metru, pri čemu se sa strane po stolu mogu olovkom povući pomoćne linije koje predstavljaju sredinu lučice i drugog zastora na različitim udaljenostima;
- rubovi geometrijskog oblika osvijetljene površine /sjene/ izravno se mjere ravnalom i zatim slijedi račun za površinu (1.6.);
- kut postavljanja drugog zaslona prema optičkoj osi može se mjeriti izravno postavljanjem kutomjera na gornji rub zaslona ili također iscrtavanjem na stolu pomoćnih linija za okomiti položaj i za novi položaj drugog zastora pod kutom.

Priznaje se i svaki drugi način rada koji dovodi do točnog fizikalnog zaključivanja.

1.4. Rezultate mjerenja za isti kut i tri različite udaljenosti prikažete tablično …. 2 boda

Prva tablica na organizirani način koji omogućuje preglednost i zornost (1 bod) sadrži:

- redni broj mjerenja, udaljenost zaslona i duljine rubova osvijetljenog lika na drugom zastoru prema geometrijskom obliku izrezanom na prvom zaslonu /duljine stranica za oblik kvadrata, pravokutnika ili trokuta/ (1 bod);
- preporuka je, radi veće zornosti, da u tablicu također budu upisani i izračunati podaci za površinu sjene.

1.5. Ponovite postupak i tablično prikažete rezultate mjerenja za različite kutove i iste udaljenosti kao pod 1.4. …………….……. 4 boda

Podaci izmjereni pod 1.5. mogu biti pregledno svrstani u novu tablicu ili zajedničku s rezultatima mjerenja pod 1.4. – jasno trebaju biti vidljive različite udaljenosti (1 bod) i različiti kutovi (1 bod), što znači da je ključna dobra organizacija tablice (1 bod) u kojoj bi trebale biti vidljive i vrijednosti koje će biti na koordinatnim osima za grafički prikaz (1 bod);

1.6. Sažeto opišete proces računanja prije unosa eksperimentalnih vrijednosti u grafički prikaz …………………… 2 boda

Radi veće zornosti, preporuka je skicirati otvor na prvom zaslonu koji će odrediti i oblik osvijetljenog lika na drugom, s oznakama bridova geometrijskog lika (rubova osvijetljene površine) kako su navedene u tabličnom prikazu – umjesto skice moguće je oblik lika i oznake mjerenih veličina opisati i riječima (1 bod) i zatim napisati i odgovarajući izraz pomoću kojeg se računa površina sjene (1 bod).

1.7. Na milimetarskom papiru nacrtate dijagram s minimalno 15 eksperimentalnih točaka …………………. 6 bodova

Prema tekstu zadatka traži se jedan, sumarni dijagram za sva mjerenja, nacrtan uredno na milimetarskom papiru (1 bod); s točno navedenim veličinama i mjernim jedinicama **na y-osi - 1/A** (1 bod) i **x-osi – cos α** (1 bod).
Ovim načinom za parove površine **A** i kuta **α** za istu udaljenost u grafičkom prikazu bit će dobivene točke kroz koje se može provući pravac i dokazati linearna ovisnost veličina na koordinatnim osima; za tri različite udaljenosti potrebno je imati grupirane točke oko tri pravca (3 boda), za svaki po pet točaka; pravce nije potrebno izravno ucrtavati (zbog nepreciznosti mjerenja eksperimentalne točke imat će izražena manja ili veća odstupanja od pravca) iz razloga što bi se za to trebala koristiti metoda najmanjih kvadrata (čije algebarske izraze za određivanje jednadžbe pravca nije potrebno poznavati napamet) – moguće je, radi veće zornosti, točke koje predstavljaju isti set podataka istaknuti oznakom ili međusobno pravocrtno povezati.

1.8. Analizirate eksperimentalne rezultate tako da navedete što je utjecalo na preciznost mjerenja i rezultata ……………….. 2 boda

Jasno i opisno potrebno je navesti minimalno dvije različite uočene poteškoće koje su utjecale na preciznost mjerenja i time i na izgled grafičkog prikaza (svaka po 1 bod) – primjerice, što je poduzeto u postavljanju eksperimentalnog seta da se točno može mjeriti udaljenost izvora od zaslona (lučica ima promjer i držač od plastelina zauzima površinu, tako da je trebalo odrediti ishodišta za krajnje točke kod mjerenja udaljenosti); ili, npr., kako je pomoću pribora koji je na raspolaganju mjeren kut zakretanja zaslona.
Preporuka je navesti, prema stečenom eksperimentalnom iskustvu, i načine kako bi se uspješnije mogao sastaviti novi eksperimentalni set i izvoditi potrebna mjerenja – u smislu što bi se moglo promijeniti i poboljšati, tj. napraviti drugačije.

1.9. Izvedete zaključak u kojem ćete eksperimentalne rezultate i grafički prikaz povezati s odgovarajućim algebarskim izrazom ………………. 3 boda

Zaključak eksperimentalnog rada treba sadržavati odnos bitnih veličina za određivanje traženog međuodnosa – relacija (8) (1 bod), jasno navedenu poveznicu tog međuodnosa s veličinama na koordinatnim osima grafičkog prikaza – zbog čega su točke ucrtane za jednu udaljenost približno na istom pravcu, čime se dokazuje linearna ovisnost (1 bod) i kratak osvrt o eksperimentalnim odstupanjima u odnosu na očekivanu linearnu ovisnost – točke će biti grupirane na i oko pravca, a odstupanja će biti veća ukoliko je preciznost mjerenja manja (1 bod).

Ukupno: ……………………………………………………………………………30 bodova