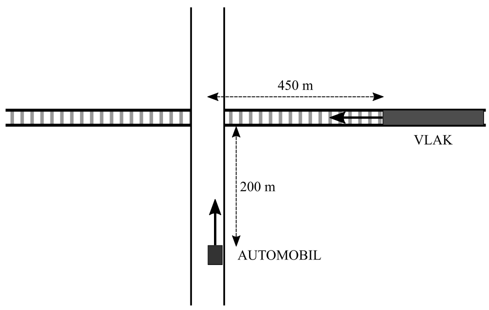
Županijsko natjecanje iz fizike 2018/2019
Srednje škole – 1. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijte imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. **Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

1. zadatak (10 bodova)

Vlak duljine 90 m giba se jednoliko po ravnoj pruzi brzinom 18 m/s. Automobil vozi po ravnoj cesti okomitoj na prugu brzinom 54 km/h. U trenutku, u kojem se vlak i automobil nalaze na položaju prikazanom na slici, automobil počinje usporavati tako da prijeđe prugu neposredno nakon prolaska vlaka i to tako da jednoliko usporava polovicu puta do pruge, a zatim vozi stalnom brzinom.

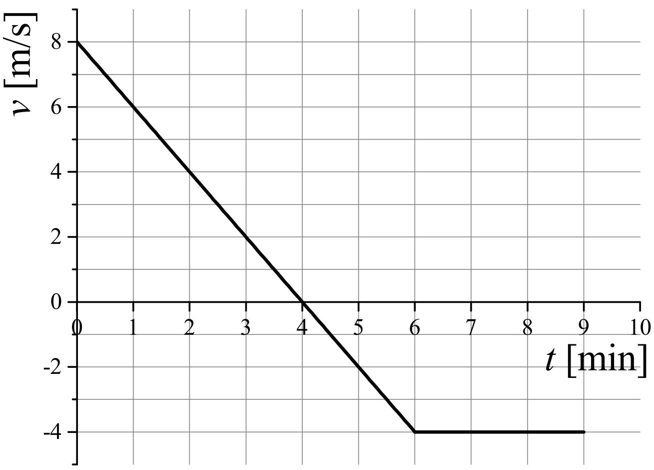


a) Izračunajte iznos i smjer ubrzanja automobila za vrijeme usporenog gibanja.
b) Izračunajte brzinu jednolikog gibanja automobila na drugoj polovici puta prema pruzi.
c) Izračunajte udaljenost između početka vlaka i automobila jednu minutu nakon dolaska automobila do pruge.

2. zadatak (10 bodova)

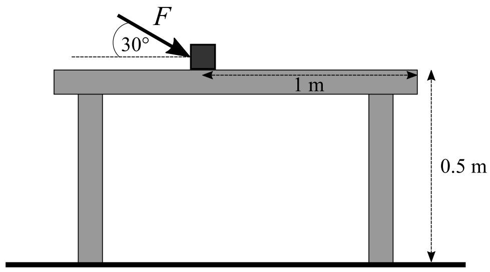
Ivica i Perica trče po istoj ravnoj stazi. Početna udaljenost Ivice i Perice je 2400 m i trče jedan prema drugom. Na grafu je prikazana ovisnost brzine Ivice o vremenu. U trenutku, u kojem se Ivica i Perica sretnu, Ivica mijenja smjer kretanja. Perica do tog trenutka trči stalnom brzinom, a zatim počinje jednoliko usporavati sve do zaustavljanja. Perica se zaustavlja na početnom položaju Ivice.

a) Nacrtajte graf ovisnosti brzine Perice o vremenu.
b) Nacrtajte grafove ovisnosti položaja o vremenu za Ivicu i Pericu. Tko će prije doći do početnog položaja Ivice i za koliko?



3. zadatak (9 bodova)

Malo tijelo mase 1 kg u početnom trenutku miruje na stolu na udaljenosti 1 m od ruba stola. Zatim na malo tijelo djelujemo silom $\vec{F}$ iznosa 9 N. Silom na malo tijelo djelujemo za vrijeme njegovog gibanja po stolu. Tijelo padne na tlo na horizontalnoj udaljenosti 70 cm od ruba stola.

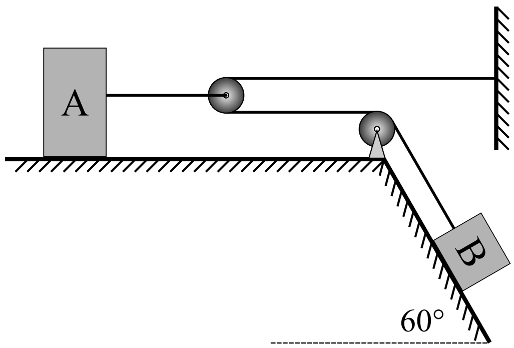


a) Nacrtajte sve sile koje djeluju na malo tijelo dok se giba po stolu.
b) Izračunajte koeficijent trenja između tijela i stola.

Zanemarite otpor zraka. Zanemarite dimenzije malog tijela.

4. zadatak (11 bodova)

Tijela A i B gibaju se u sustavu prikazanom na slici. Masa tijela A je 2 kg, a masa tijela B je 1 kg. Koloture su zanemarive mase i okreću se bez trenja, a tijela su povezana nerastezljivim užima zanemarive mase. Koeficijent trenje između tijela A i B i podloga, po kojim se gibaju, iznosi 0.2.



a) Nacrtajte sve sile koje djeluju na pojedino tijelo.
b) Izračunajte ubrzanje pojedinog tijela.

5. zadatak (10 bodova)

Prva loptica pusti se padati s visine 2 m. Istovremeno se druga loptica izbaci vertikalno u vis početnom brzinom v_0 s dvostruko veće visine. U trenutku, kada prva loptica padne na tlo, druga loptica postiže svoju maksimalnu visinu. Loptice se od tla odbijaju savršeno elastično.

a) Izračunajte početnu brzinu druge loptice v_0.
b) Izračunajte udaljenost od tla te iznos i smjer brzine prve loptice u trenutku pada druge loptice na tlo.

Zanemarite otpor zraka.

Županijsko natjecanje iz fizike 2018/2019
Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

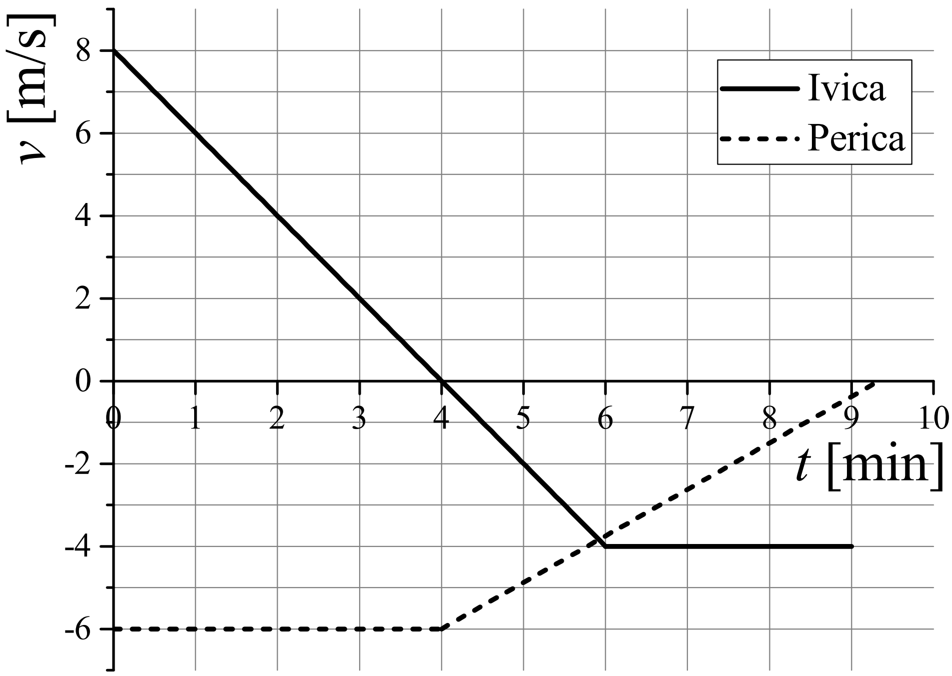
1. zadatak (10 bodova)

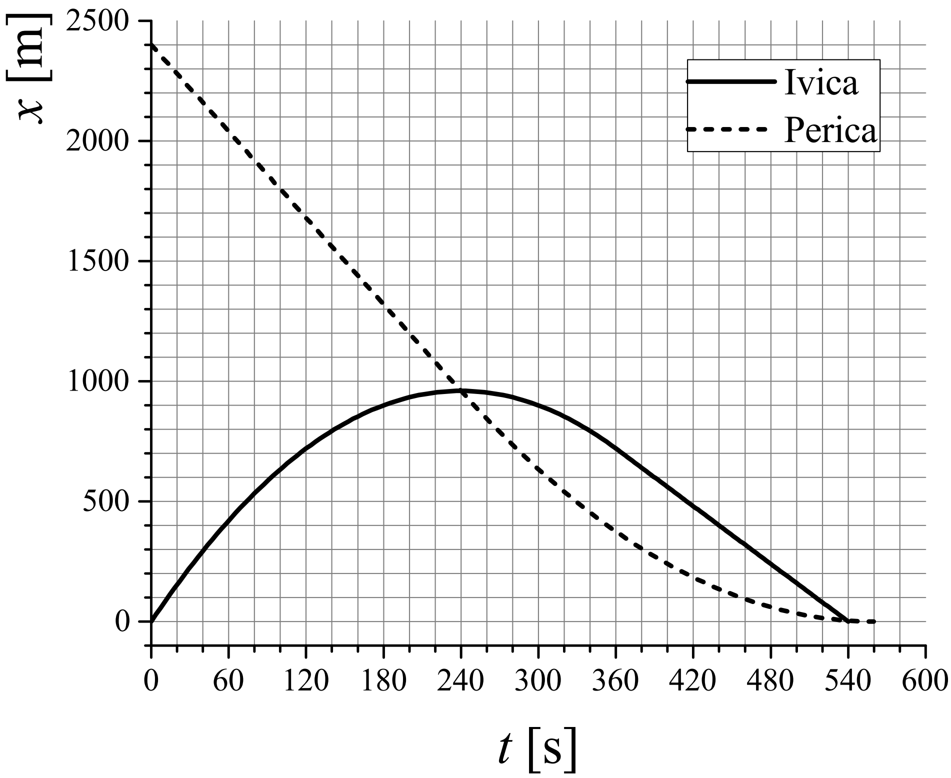
Ukupna udaljenost, koju prijeđe prednji kraj vlaka, u vremenu dolaska automobila do pruge jednaka je zbroju početne udaljenosti prednjeg kraja vlaka od ceste x_0 i duljine vlaka l. Vrijeme potrebno da vlak prijeđe ovu udaljenost jednako je:
$t = \dfrac{x_0 + l}{v_{vlak}} = \dfrac{(450+90)\text{ m}}{18\text{ m/s}} = 30\text{ s.}$ **(1 bod)**
Gibanje automobila podijeljeno je u dva dijela: prvu polovicu puta $s = y_0/2 = 100$ m automobil se giba jednoliko usporeno iznosom ubrzanja a, a drugu polovicu puta stalnom brzinom, koju je imao na kraju usporenog gibanja. Možemo postaviti jednadžbe:
$s = v_0 t_1 - \dfrac{1}{2} a t_1^2$
$v_1 = v_0 - a t_1$ **(1 bod)**
$s = v_1 t_2$ **(1 bod)**
$t = t_1 + t_2$ **(1 bod)**
Iz druge jednadžbe izrazimo ubrzanje:
$a = \dfrac{v_0 - v_1}{t_1}$
i uvrstimo u prvu jednadžbu pa dobijemo:
$s = \dfrac{v_0 t_1}{2} + \dfrac{v_1 t_1}{2}$
Kombiniranjem treće i četvrte jednadžbe izrazimo v_1:
$v_1 = \dfrac{s}{t - t_1}$
i uvrstimo u prethodan izraz. Nakon sređivanja i uvrštavanja brojeva dobijemo sljedeću kvadratnu jednadžbu:
$t_1^2 - \left(\dfrac{3s}{v_0} + t\right) t_1 + \dfrac{2st}{v_0} = 0$
$t_1^2 - 50 t_1 + 400 = 0$
$(t_1 - 10)(t_1 - 40) = 0$ **(2 boda)**
Iz uvjeta zadatka zaključujemo da je rješenje $t_1 = 10$ s. **(1 bod)**
Slijedi da je brzina v_1 jednaka:
$v_1 = \dfrac{s}{t - t_1} = 5\text{ m/s}$ **(1 bod)**
Ubrzanje automobila je:
$a = \dfrac{v_0 - v_1}{t_1} = 1\text{ m/s}^2$ u smjeru suprotnom brzini automobila. **(1 bod)**
Nakon $t' = 1$ min gibanja prednji kraj vlaka i automobila udaljeni su:
$s' = \sqrt{(l + v_{vlak} t')^2 + (v_1 t')^2} = 1201\text{ m.}$ **(1 bod)**

2. zadatak (10 bodova)

Iz grafa ovisnosti brzine Ivice o vremenu zaključujemo da Ivica mijenja smjer kretanja u $t = 4$ min u kojem mu brzina mijenja predznak. Ivica se od početnog trenutka do $t = 6$ min giba jednoliko ubrzano s početnom brzinom $v_{0Ivica} = 8$ m/s. Ubrzanje Ivice jednako je:

$a_{Ivica} = \frac{v(6\text{ min}) - v_{0Ivica}}{6\text{ min}} = \frac{-4\text{ m/s} - 8\text{ m/s}}{6 \cdot 60\text{ s}} = -\frac{1}{30}\text{ m/s}^2$ **(1 bod)**
Ako uzmemo da je ishodište koordinatnog sustava na početnom položaju Ivice, onda je ovisnost položaja Ivice o vremenu za prvih 6 minuta gibanja dana izrazom:
$x_{Ivica}(t) = v_{0Ivica}t + \frac{1}{2}a_{Ivica}t^2$
Što znači da Ivica do zaustavljanja prijeđe put
$s_{Ivica} = x_{Ivica}(4\text{ min}) = 8\text{ m/s} \cdot 240\text{ s} - \frac{1}{2}\frac{1}{30}\text{ m/s}^2 \cdot (240\text{ s})^2 = 960\text{ m}$ **(1 bod)**
Iz uvjeta zadatka slijedi da je u istom vremenu Perica prešao $s_{Perica} = 2400\text{ m} - 960\text{ m} = 1440\text{ m}$, što znači da je trčao jednoliko brzinom:
$v_{0Perica} = \frac{s_{Perica}}{240\text{ s}} = 6\text{ m/s}$ **(1 bod)**
Smjer brzine Perice je negativan jer trči u smjeru prema Ivici. Nakon promjene smjera trčanja Ivica jednoliko ubrzava dvije minute, a zatim se giba stalnom brzinom. Trebamo odrediti nakon koliko vremena će se Ivica vratiti u svoju početnu točku. Za vrijeme ubrzavanja prijeđe put:
$s'_{Ivica} = \frac{1}{2}\Delta v \cdot \Delta t = \frac{4\text{ m/s} \cdot 120\text{s}}{2} = 240\text{ m}$ **(1 bod)**
Ostatak puta do početne točke iznosi: $s''_{Ivica} = s_{Ivica} - s'_{Ivica} = 960\text{ m} - 240\text{ m} = 720\text{ m}$ i na tom putu Ivica trči stalnom brzinom 4 m/s te mu za to treba vremena:
$t''_{Ivica} = \frac{720\text{ m}}{4\text{ m/s}} = 180\text{ s} = 3\text{ min}$ **(1 bod)**
Dakle, ukupno vrijeme potrebno Ivici da od trenutka promjene smjera brzine dođe do svog početnog položaja iznosi 5 minuta. Vrijeme potrebno Perici da dođe do početnog položaja Ivice iznosi:
$s_{Ivica} = \frac{v_{0Perica}t_{Perica}}{2} \Rightarrow t_{Perica} = \frac{2s_{Ivica}}{v_{0Perica}} = \frac{2 \cdot 960\text{ m}}{6\text{ m/s}} = 320\text{ s} = 5\text{ min i } 20\text{ s.}$ **(1 bod)**
Prema tome Ivica će doći 20 sekundi prije Perice u svoj početni položaj. **(1 bod)** Ovisnost brzine Perice o vremenu te ovisnosti položaja Ivice i Perice o vremenu prikazani su na sljedećim grafovima **(3 boda)**.





3. zadatak (9 bodova)

Vrijeme pada malog tijela na tlo jednako je:

$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.5\ \mathrm{m}}{9.81\ \mathrm{m/s^2}}} = 0.32\ \mathrm{s}$ **(1 bod)**

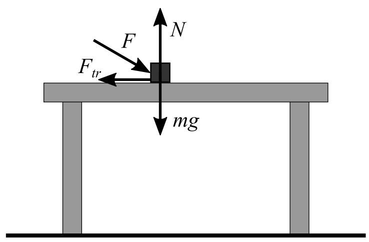
Brzina malog tijela u horizontalnom smjeru u trenutku napuštanja stola izračunamo iz prijeđene horizontalne udaljenosti x i vremena pada:

$x = vt \Rightarrow v = \frac{x}{t} = x\sqrt{\frac{g}{2h}} = 2.19\ \mathrm{m/s}$ **(1 bod)**

Ubrzanje malog tijela za vrijeme gibanja po stolu izračunamo iz njegove konačne brzine i ukupne prijeđene udaljenosti:

$s = \frac{v^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{v^2}{2s} = \frac{x^2 g}{4hs} = \frac{0.7^2\ \mathrm{m^2} \cdot 9.81\ \mathrm{m/s^2}}{4 \cdot 0.5\ \mathrm{m} \cdot 1\ \mathrm{m}} = 2.4\ \mathrm{m/s^2}$ **(1 bod)**

Sile na malo tijelo prikazane su na slici desno. **(1 bod)**
Za gibanje malog tijela po stolu vrijedi drugi Newtonov zakon kojeg možemo napisati po komponentama paralelno i okomito na stol. Slijede jednadžbe:



$ma = \frac{\sqrt{3}}{2}F - F_{tr}$ **(1 bod)**

$0 = N - mg - \frac{1}{2}F$ **(1 bod)**

Iz druge jednadžbe slijedi da je sila stola na malo tijelo jednaka:

$N = mg + \frac{1}{2}F$

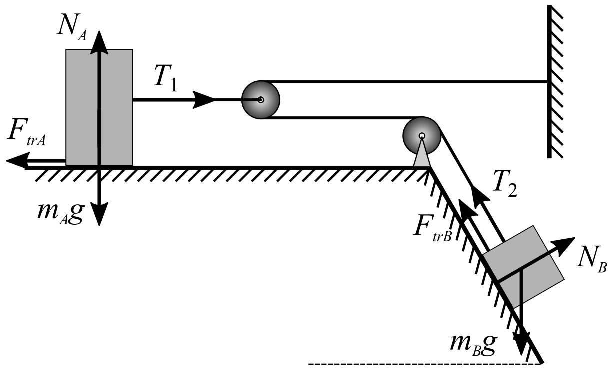
pa je prema tome sila trenja jednaka:

$F_{tr} = \mu\left(mg + \frac{1}{2}F\right)$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem izraza za silu trenja u prvu jednadžbu dobijemo:

$$ma = \frac{\sqrt{3}}{2}F - \mu\left(mg + \frac{1}{2}F\right)$$
$$\mu = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}F - ma}{mg + \frac{1}{2}F} = 0.377 \text{ } \mathbf{(2\ boda)}$$

4. zadatak (11 bodova)



Sve sile koje djeluju na pojedino tijelo prikazane su na slici desno. **(2 boda)** Tijelo A se giba prema desno, a tijelo B niz kosinu. Drugi Newtonov zakon za svako tijelo pišemo po komponentama paralelno i okomito na podlogu po kojoj se gibaju:
$m_A a_A = T_1 - F_{trA}$ **(1 bod)**
$0 = N_A - m_A g$ **(1 bod)**
$m_B a_B = \frac{\sqrt{3}}{2} m_B g - T_2 - F_{trB}$ **(1 bod)**
$0 = N_B - \frac{1}{2} m_B g$ **(1 bod)**
Tijelo B u istom vremenskom intervalu prijeđe dvostruko veći put od tijela A pa se stoga i ubrzanja tijela A i B odnose kao:
$a_B = 2a_A$ **(1 bod)**
Napetosti užeta odnose se na način:
$T_1 = 2T_2$ **(1 bod)**
Sile trenja jednake su:
$F_{trA} = \mu N_A$ i $F_{trB} = \mu N_B$ **(1 bod)**
Iz druge i četvrte jednadžbe izrazimo sile podloge na tijelo A i B:
$N_A = m_A g$, $N_B = \frac{1}{2} m_B g$
Uvrstimo u prvu i treću jednadžbu te dobijemo sustav:
$m_A a_A = 2T_2 - \mu m_A g$
$2m_B a_A = \frac{\sqrt{3}}{2} m_B g - T_2 - \mu \frac{1}{2} m_B g$
Rješavanjem sustava jednadžbi dobije se:
$(m_A + 4m_B)\, a_A = \left(\sqrt{3} m_B - \mu\,(m_A + m_B)\right) g$
$a_A = \frac{\sqrt{3} m_B - \mu\,(m_A + m_B)}{m_A + 4m_B} g = 0.189g = 1.85 \text{ m/s}^2$ **(1 bod)**
$a_B = 2a_A = 3.7 \text{ m/s}^2$ **(1 bod)**

5. zadatak (10 bodova)

Vrijeme pada prve loptice na tlo izračunamo na način:
$h_{0,1} = \frac{1}{2} g t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h_{0,1}}{g}} = 0.64 \text{ s}$ **(1 bod)**
Brzina druge kuglice mijenja se u vremenu na način:
$v(t) = v_0 - gt,$
a u trenutku, u kojem druga kuglica postiže maksimalnu visinu, jednaka je:
$v(t_1) = 0 = v_0 - g t_1$

Slijedi da je početna brzina druge kuglice jednaka:
$v_0 = gt_1 = 6.26$ m/s. **(2 boda)**
Nakon što je postigla maksimalnu visinu, druga kuglica pada na tlo. Najprije izračunamo maksimalnu visinu druge kuglice:
$h_2 = h_{0,2} + \frac{1}{2}gt_1^2 = h_{0,2} + \frac{1}{2}g\frac{2h_{0,1}}{g} = h_{0,2} + h_{0,1} = 6$ m. **(1 bod)**
Vrijeme pada druge loptice na tlo s njezine maksimalne visine iznosi:
$h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = 1.11$ s **(1 bod)**
Nakod što se odbila od tla, prva kuglica ima početnu brzinu $v_0 = gt_1$ prema gore. Iz prethodnog slijedi da će prva kuglica nakon t_1 vremena postići maksimalnu (početnu) visinu, a nakon $2t_1$ vremena ponovo pasti na tlo. Usporedbom t_1 i t_2, odnosno s obzirom na to da je $t_1 < t_2 < 2t_1$ slijedi da će se prva kuglica gibati prema tlu u trenutku pada druge kuglice na tlo. **(1 bod)** Gibanje prve kuglice nakon što se odbila od tla opisano je jednadžbama (pri čemu je ishodište sustava na tlu, a pozitivan smjer prema gore):
$y(t) = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$
$v(t) = v_0 - gt$
Slijedi da su položaj i brzina prve kuglice u trenutku t_2 jednaki:
$y(t_2) = v_0 t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 = \sqrt{2h_{0,1}g\frac{2h_2}{g}} - \frac{1}{2}g\frac{2h_2}{g} = 2\sqrt{h_{0,1}h_2} - h_2 = 0.93$ m **(2 boda)**
$v(t_2) = v_0 - gt_2 = \sqrt{2h_{0,1}g} - g\sqrt{\frac{2h_2}{g}} = \sqrt{2g}\left(\sqrt{h_{0,1}} - \sqrt{h_2}\right) = -4.59$ m/s **(2 boda)**

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 2019.

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijete koristiti nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. ***Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora***.

1. zadatak (10 bodova)

Posuda od nepoznatog metala ima masu od 4 kg i sadrži 15 kg ulja čija temperatura vrelišta je 313°C i toplinski kapacitet c_{ulje} = 1800 J/kg°C . U početku sustav je na temperaturi od 15,5°C. U određenom trenutku tijelo od istog materijala kao i posuda, mase 2 kg i temperature 182°C, uronimo u vodu. Znajući da je konačna temperatura sustava 18,3°C, odredite specifični toplinski kapacitet metala od kojeg je napravljana posuda i od kojeg sastoji se tijelo uronjeno u vodu.

2. zadatak (12 bodova)

U cilindru koji stoji na podlozi nalazi se pomični klip zanemarive mase koji može klizati bez trenja. Unutrašnjost komore cilindra je termički savršeno izolirana od okoline. Komora sadrži n mola idealnog plina i masu m leda pri temperaturi T_0 = 0°C. Početni tlak unutar komore je atmosferski tlak p_0. Iz ovog početnog stanja, polaganim djelovanjem vanjske sile, klip se spusti dok se pola mase leda otopi u konačno stanje s tlakom p_k. Ako je latentna toplina taljenja leda jednaka λ, izrazite konačni tlak p_k pomoću zadanih veličina (n, T_0, p_0, m i λ). Promjena volumena leda uslijed otapanja je zanemariva u odnosu na ukupni volumen.

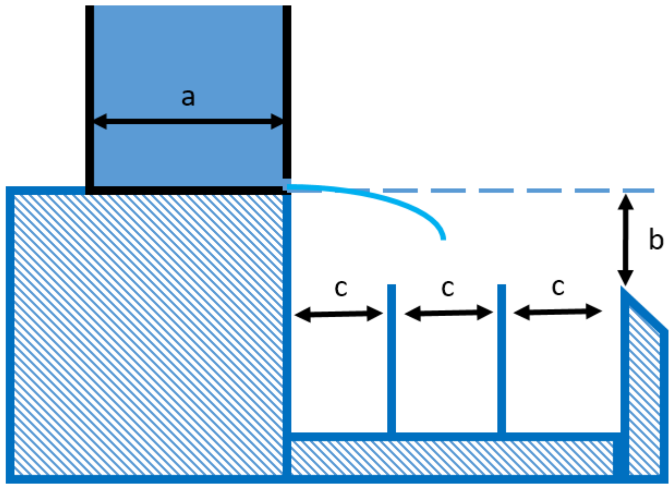
3. zadatak (8 bodova)

Izračunati količinu topline koju toplinski stroj, s n = 2 mola jednoatomnog radnog plina, u jednom ciklusu kružnog procesa pretvori u rad, ako se kružni proces A → B → C → D → A sastoji od: A→B = izohora, B → C = izoterma, C → D = izohora i D → A = izoterma. Zadano je:

T_A = 122K; P_A = 2,00x10^5 Pa; P_B = 4P_A; P_C = 2,285x10^5 Pa.

4. zadatak (12 bodova)

Odredite količinu vode u posudama 1, 2, 3 nakon pražnjenja kockastog spremnika stranice a = 1m, kroz otvor zanemarive dimenzije na dnu spremnika. Promjer mlaza i debljine pregrada su zanemarive. Kako su postavljeni spremnik i posude prikazano je na slici. U početnom stanju spremnik je potpuno napunjen i voda u vodoravnom smjeru izlazi kroz otvor i teče bez trenja. Dimenzije sustava su slijedeće: b = 3,3m i c = 0,7m.



5. zadatak (8 bodova)

Savrešno toplinski izolirana posuda volumena $V = 10^{-3}\text{m}^3$ je ispumpana i u njoj je vakuum. Oko nje se nalazi zrak na temperaturi od 310K pri atmosferskom tlaku. Odredite temperaturu zraka unutar posude i promjenu unutarnje energije mase zraka koja uđe u posudu, odmah nakon što naglo otvorimo ventil na posudi dok se unutarnji tlak ne izjednači s vanjskim tlakom. Uzmite da je zrak idealni dvoatomni plin (npr. samo dušik N_2) te uzmite u obzir da je sveukupni proces adijabatski. Zanemarite promjenu temperature stijenke posude.

Uzmite u obzir sljedeće vrijednosti za fizikalne konstante, ako nije drugačije navedeno u zadatku:

R = 8,31 J/K mol

P_{atm}= 1 atm = 101300 Pa

g = 9,81 m/s^2

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 2019.

Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Zadatak (10 bodova)

Može gu se postaviti podatke za rješenje na slijedeći način:

$m_1 = 4\ kg$
$m_2 = 15\ kg$
$m_3 = 2\ kg$
$c_1 = c_3 = x$
$c_2 = 1800\ J/(kg \cdot K)$
$T_1 = T_2 = 15{,}5\ °C$
$T_3 = 182\ °C$
$T_k = 18{,}3\ °C$

Znajući da:
$Q = Q \cdot c \cdot \Delta T$ **(2 boda)**

Možemo pisati:
$m_2 \cdot c_2\ (T_k - T_2) + m_1 \cdot c_1 \cdot (T_k - T_1) = m_3 \cdot c_3 \cdot (T_3 - T_k)$ **(2 boda)**

Može se isto dodatno pojednostaviti, postavljajući:
$c_1 = c_3 = x$
$T_1 = T_2$

Slijedi:
$m_2 \cdot c_2\ (T_k - T_1) + m_1 \cdot x \cdot (T_k - T_1) = m_3 \cdot x \cdot (T_3 - T_k)$ **(2 boda)**

Premještajući članove u jednadžbi:
$m_3 \cdot x \cdot (T_k - T_3) + m_1 \cdot x \cdot (T_k - T_1) = m_2 \cdot c_2\ (T_1 - T_k)$

Dakle, dobije se:
$x \cdot [m_3 \cdot (T_k - T_3) + m_1 \cdot (T_k - T_1)] = m_2 \cdot c_2\ (T_1 - T_k)$

$x = \frac{m_2 \cdot c_2\ (T_1 - T_k)}{m_3 \cdot (T_k - T_3) + m_1 \cdot (T_k - T_1)} = 239\ J/(kg \cdot K)$ **(4 boda)**

2. Zadatak (12 bodova)

Za plin, rad je negativan (smanjenje volumena) i prijenos topline je također negativan (toplina ispuštena u led), sve na konstantnoj temperaturi.

$\Delta U=0$, zato što je $\Delta T=0$; **(2 boda)**

Slijedi:

$|Q| = |W|$

Da se otopi pola mase leda:

$$|Q| = \lambda \frac{m}{2}$$ **(2 boda)**

Za izotermu kompresiju vrijedi:

$$|W| = -nRT_0 ln \frac{V_{Konačni}}{V_{Početni}}$$ (zbog $V_{Konačni} < V_{Početni}$) **(2 boda)**

Za idealni plin i izotermu transformaciju:

$$p_0 V_{Početni} = p_{Konačni} V_{Konačni}$$ **(2 boda)**

$$|W| = nRT_0 ln \frac{p_{Konačni}}{p_0}$$ **(2 boda)**

Slijedi:

$$ln \frac{p_{Konačni}}{p_0} = \frac{\lambda m}{2nRT_0}$$

Konačni izraz za tlak je dakle:

$$p_{Konačni} = p_0 e^{\frac{\lambda m}{2nRT_0}}$$ **(2 boda)**

3. Zadatak (8 bodova)

Treba izračunati rad *W* koji obavi plin, te toplina *Q* znajući da promjena unutarnje energije je $\Delta U=0$, u svakom termičkom ciklusu:

$Q = W$

Rad je:

$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$ **(2 boda)**

$$W_{BC} = nRT_B ln\frac{V_C}{V_B} = nRT_B ln\frac{p_B}{p_C}$$

$$W_{DA} = nRT_D ln\frac{V_A}{V_D} = nRT_D ln\frac{p_D}{p_A}$$ **(2 boda)**

Iz podataka zadatka ima se da:

P_A = 2,00x10^5 Pa; $P_B = 4P_A$; P_C = 2,285x10^5 Pa; $P_D = P_C/4$;

$T_B = 4T_A = 488K$ $T_D = T_A = 122K$; **(2 boda)**

Slijedi:

$$Q = W = nR(T_B - T_D)ln\frac{4p_A}{P_c} = 7622J$$ **(2 boda)**

4. Zadatak (12 bodova)

Iz jednadžbi za kosi hitac mogu će je pronaći minimalnu brzinu koja je potrebna da bi fluid ulazio u svaki spremnik. Također postoje brzine koje prebacuju fluid preko sva tri spremnika. U tome slučaju:

$$b = \frac{g}{2}t^2$$
$$3 \cdot c = v_1 t$$
$$b = \frac{g}{2}\left(3\frac{c}{v_1}\right)^2$$
$$v_1 = 3c\sqrt{\frac{g}{2b}} = 2{,}56\ m/s$$

Brzina vode na izlazu rupice ovisi o visine vode u spremniku i vezane su kroz Bernullievu jednadžbu:

$$h_1 = \frac{v_1^2}{2g} = 0{,}334\ m$$ **(2 boda)**

Za drugi spremnik vrijedi:

$$b = \frac{g}{2}t^2$$
$$2 \cdot c = v_2 t$$
$$b = \frac{g}{2}\left(2\frac{c}{v_2}\right)^2$$

$$v_2 = c\sqrt{\frac{2g}{b}} = 1{,}707\ m/s$$

$$h_2 = \frac{v_2^2}{2g} = 0{,}148\ m$$ **(2 boda)**

Za treći spremnik vrijedi:

$$b = \frac{g}{2}t^2$$
$$c = v_3 t$$
$$b = \frac{g}{2}\left(2\frac{c}{v_3}\right)^2$$

$$v_3 = c\sqrt{\frac{g}{2b}} = 0{,}853 \ m/s$$

$h_3 = \frac{v_3^2}{2g} = 0{,}037 \ m$ **(2 boda)**

Količina vode što ne uđe niti u jedan spremnik je:

$$V = a^2(a - h_1) = 0{,}666 \ m^3$$

U tri spremnika rasporede se slijedeće količine:

$V_1 = a^2(h_1 - h_2) = 0{,}186 \ m^3$ **(2 boda)**

$V_2 = a^2(h_2 - h_3) = 0{,}111 \ m^3$ **(2 boda)**

$V_3 = a^2 h_3 = 0{,}037 \ m^3$ **(2 boda)**

5. Zadatak (8 bodova)

Kako se radi o adijabatskoj transformaciji:

$$\Delta U = -W; Q = 0$$

Za rad vrijedi, uzimajući u obzir da na početku masa zraka zauzima volumen V_0 (van posude) a u konačnom stanju je 0 jer tada masa zraka nalazi se u posudi:

$W = p\Delta V = p(0 - V_0) = -pV_0 = -nRT_0$ **(1 bod)**

Ako je *T* konačna temperatura zraka promjena unitarnije energije vrijedi:

$\Delta U = nc_v(T - T_0) = -W = pV_0 = nRT_0$ **(1 bod)**

Za biatomski plin $\gamma = 7/5$:

$T = \frac{(R + c_v)T_0}{c_v} = \gamma T_0 = 434K$ **(2 boda)**

Iz jednadžbe idealnog plina može se izračunati broj mola plina u posudi:

$n = \frac{PV}{RT} = 2,82 \times 10^{-2}$ **(2 boda)**

Slijedi:

$\Delta U = ncv(T - T0) = 19,3J$

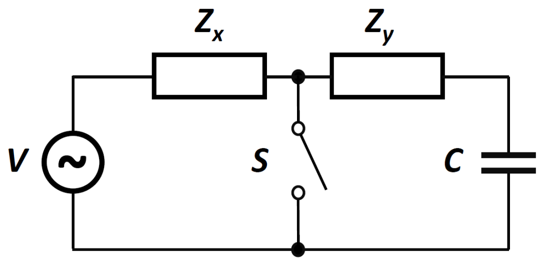
Dakle rad je:

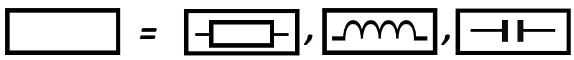
$W = -\Delta U = -19,3J$ **(2 boda)**

Zadaci za županijsko natjecanje 2019. – 3. skupina

Zadatak 1 (10 bodova)

Strujni krug je prikazan kao na slici i sastoji se od izvora izmjeničnog napona V, kondenzatora C, nepoznatih elemenata Z_x i Z_y te sklopke koja se po potrebi može zatvoriti. Nepoznati element može biti otpornik, zavojnica ili kondenzator. Frekvencija izvora je $f = 50$ Hz, kondenzator $C = 22$ mF. Kada je sklopka otvorena (kroz nju ne teče struja) struja na frekvenciji izvora je u fazi sa naponom, a impedancija kruga je $Z = 50\ \Omega$. Kada je sklopka zatvorena, struja je pomaknuta za $90°$ u odnosu na napon (rani ili kasni). Nađi elemente Z_x i Z_y te njihove vrijednosti.





Zadatak 2 (10 bodova)

Kuglica mase $m = 10$ g je vezana za oprugu konstante k u horizontalnoj ravnini. Položaj kuglice u vremenu možemo opisati s:

$$x(t) = -20\ \text{mm} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{0.2\ \text{s}} \cdot t\right)$$

(a) Nađi konstantu opruge k.

(b) Nađi srednju brzinu kuglice v od trenutka $t = 0$ do trenutka kada prijeđe pola amplitude.

(c) Nađi srednju brzinu kuglice v od trenutka kada je prešla pola amplitude do ravnotežnog položaja.

Zadatak 3 (12 bodova)

Unutar pločastog kondenzatora, na sredini, nalazi se ploča paralelna s vanjskim pločama, čija je debljina $w = 0.6\ d$, gdje je d udaljenost među vanjskim pločama. Bez unutarnje ploče, kapacitet kondenzatora je $C = 20$ nF. Kondenzator prvo spojimo na istosmjerni izvor napona $V = 200$ V. Nakon što struja prestane teči odspojimo kondenzator. Potom polagano izvučemo unutarnju ploču izvan kondenzatora. Koliki smo rad obavili izvlačenjem ploče ako je ploča:

(a) metalna;

(b) staklena ($\varepsilon = 4$).

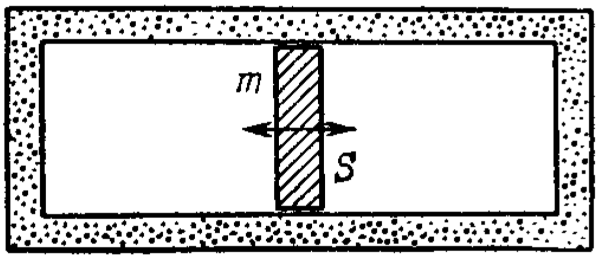
Zadatak 4 (8 bodova)

Magnetizirana čelična kuglica mase m se pusti s visine H da pada i potom udari o nemetalnu tvrdu podlogu. Sudar s podlogom je potpuno elastičan. Nađi period T gibanja kuglice. Je li riječ o harmoničkom gibanju? Sada modificiramo eksperiment i kuglica prije pada prolazi kroz zavojnicu na koju je spojen voltmetar. U kojem slučaju će kuglica prolaskom kroz zavojnicu izgubiti više energije: ako je zavojnica spojena na voltmetar, kratko spojena ili spojena na otpornik od $100\ \Omega$?

Zadatak 5 (10 bodova)

U cilindru s klipom mase m, poprečnog presjeka S, nalazi se idealni plin s obje strane klipa. Tlak plina je p_0. Klip dijeli cilindar na dva jednaka dijela, svaki volumena V_0. Klip malo pomaknemo u jednu stranu ($x \ll V_0/S$) i potom pustimo. Nađi frekvenciju f oscilacija klipa izraženu pomoću zadanih veličina p_0, V_0, m i S. Pretpostavi da su svi procesi izotermni te zanemari efekte trenja. U zadatku iskoristi sljedeću aproksimaciju:

$$\frac{1}{1 \pm u} \approx 1 \mp u\ ; \quad \text{za } u \ll 1$$



Konstante korištene u zadacima:

$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{F/m}$;
$g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$.

VAŽNO:
Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…). Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Zadaci za županijsko natjecanje 2019. – 3. skupina
Rješenja

Zadatak 1 (10 bodova)

Kada je sklopka zatvorena struja teče cijelim strujnim krugom i u fazi je s naponom što znači da impedancija sadrži samo otpor 50 Ω: **(2 boda)**

$$Z_1 = 50\Omega = Z_x + Z_y - i\frac{1}{\omega C}$$

Kada je sklopka otvorena struja teče samo kroz Z_x i pomaknuta je za 90° u odnosu na napon, što znači da se impedancija sastoji samo od reaktancije pa možemo pisati $Z_x = iX_x$. Zaključujemo kako je element Z_x ili zavojnica ili kondenzator. Kako u prvoj jednadžbi postoji realna impedancija, drugi element, Z_y mora biti realan, tj. **(3 boda)**

$$Z_y = R$$

Sada je prva jednadžba:

$$50\Omega + 0 \cdot i = R + i\left(X_x - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Izjednačimo realni i imaginarni dio lijevo i desno: **(2 boda)**

$$R = 50\Omega$$

$$X_x - \frac{1}{\omega C} = 0$$

Vidimo da je reaktancija X_x pozitivna, što znači da se radi o zavojnici: **(2 boda)**

$$Z_x = i\omega L$$

Induktivitet zavojnice je tada: **(1 bod)**

$$L = \frac{1}{\omega^2 C} = 0.46\text{mH}$$

Zadatak 2 (10 bodova)

(a) Iz jednadžbe gibanja $x(t)$ očitamo period gibanja $T = 0.2$ s. Povežemo li period s jednažbom za harmonički oscilator:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

izračunamo da je $k = 9.86\ \mathrm{N/m}$. **(2 boda)**

(b,c) Srednju brzinu kuglice računamo kao omjer prijeđenog puta i vremena koje nam treba za taj put, $v = s/t$.

Za slučaj (b) tražimo vrijeme kada je kuglica u položaju $x(t_b) = -A/2$, gdje je $A = 20$ mm amplituda gibanja a $T = 0.2$ s period gibanja:

$$\frac{1}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t_b\right)$$

Funkcija $\cos\vartheta$ je na pola svoje vrijednosti za $\vartheta = \pi/3$ **(2 boda)**

Pišemo:

$$\frac{2\pi}{T} \cdot t_b = \frac{\pi}{3}$$
$$t_b = \frac{T}{6}$$

Srednja brzina je:

$$v_b = \frac{A/2}{T/6} = 3\frac{A}{T}$$

Srednja brzina je stoga $v_b = 0.3$ m/s. **(3 boda)**

Za slučaj (c) tražimo razliku vremena kada je kuglica u položaju $x(t_b) = -A/2$ i $x(t_0) = 0$. Poznato nam je da je kuglici do ravnotežnog položaja trebalo četvrt perioda, tj. $t_0 = T/4$, a vrijeme do pola amplitude smo izračunali iz (b), pa je razlika vremena

$$t_b = t_0 - t_c = \frac{T}{4} - \frac{T}{6} = \frac{T}{12}$$

Srednja brzina je stoga $v_c = 6A/T = 0.6$ m/s. **(3 boda)**

Zadatak 3 (12 bodova)

Kapacitet kondenzatora bez ploče je dan s **(1 bod)**

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

U slučaju da se unutar kondenzatora nalazi metalna ploča debljine $w = 0.6d$, možemo kondenzator zamisliti kao paralelni spoj dva kondenzatora, svaki debljine $0.2\,d$. **(3 boda)**
Tada vrijedi:

$$C_1 = \varepsilon_0 \frac{S}{0.2\,d} = \frac{C}{0.2}$$

pa je ukupni kapacitet:

$$\frac{1}{C_m} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_1} \Rightarrow C_m = \frac{C}{0.4}$$

Ako kondenzator prvo dovedemo na napon $V = 200$ V, a potom ga odspojimo, naboj Q doveden na njega ostaje konstantan jer nema gdje otići. **(2 boda)**

U slučaju metalne ploče, taj naboj je

$$Q_m = C_m V$$

Izvlačenjem unutarnje ploče kapacitet se mijenja sa C_m na C, a s njim i napon (jer je naboj konstantan). Konačni napon nakon izvlačenja ploče je

$$V_{mk} = \frac{Q_m}{C} = \frac{C_m}{C} V$$

Obavljeni rad je promjena energije kondenzatora, koja je dana s

$$E = \frac{1}{2}QV \Rightarrow W_m = \Delta E = \frac{1}{2}Q_m(V_{mk} - V)$$

Obavljeni rad je dakle: **(2 boda)**

$$W_m = \frac{1}{2}C_m(\frac{C_m}{C} - 1)V^2 = 1.5 \text{ mJ}$$

Za staklenu ploču kondenzator možemo razložiti na tri paralelna kondenzatora: dva debljine $0.2\ d$ i jedan sa staklenim dielektrikom debljine $0.6\ d$: **(2 boda)**

$$C_2 = \varepsilon_0\varepsilon\frac{S}{0.6d} = \frac{\varepsilon}{0.6}C$$

Sada je ukupni kapacitet:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_1} \Rightarrow C_s = \frac{C}{0.55}$$

U posljednjem koraku smo iskoristili $\varepsilon = 4$. Daljnji postupak je identičan, uz novi naboj Q_s i novi konačni napon V_{sk}. Obavljeni rad je: **(2 boda)**

$$W_s = \frac{1}{2}C_s\left(\frac{C_s}{C} - 1\right)V^2 = 0.595 \text{ mJ}$$

Zadatak 4 (8 bodova)

Kuglica pada s visine H. Vrijeme pada računamo iz slobodnog pada: **(1 bod)**

$$H = \frac{1}{2}gt_{pad}^2 \Rightarrow t_{pad} = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Brzina u trenutku udara u podlogu je $v_0 = gt_{pad} = \sqrt{2Hg}$. Nakon elastičnog odbijanja brzina je po iznosu nepromijenjena ali suprotnog smjera. Vrijeme koje će trebati kuglici da prestane rasti je: **(1 bod)**

$$0 = v_0 - gt_{up} \Rightarrow t_{up} = v_0/g = t_{pad}$$

Naravno, vrijeme uspona jednako je vremenu pada kuglice jer energija nije izgubljena pri sudaru s tlom. Ukupni period takvog gibanja je **(1 bod)**

$$T = 2t_{pad} = 2\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Vertikalni pomak je sada $y(t) = H - \frac{1}{2}gt^2$ pri padu ili $y(t) = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$ pri usponu. Obje jednadžbe opisuju parabolu, što očito nije pomak harmoničkog oscilatora, koji ima sinusoidalni oblik. Ne radi se o harmoničkom gibanju, iako je gibanje periodičko. **(2 boda)**

Kuglica padom kroz zavojnicu, budući da je magnetska, mijenja magnetski tok unutar zavojnice, što inducira napon na krajevima zavojnice. Ako zbog tog napona poteče struja, ta struja stvara magnetsko polje koje se protivi promjeni magnetskog polja kuglice (Lenzovo pravilo), efektivno ga usporavajući. **(2 boda)**

Što je struja jača, to će kuglica više usporiti. Struja će biti to jača što je otpor slabiji. Poznato je da voltmetar ima jako veliki otpor ($R > 10$ MΩ), a kratki spoj ima jako mali otpor $R \approx 0$. Zato će kuglica najmanje usporiti ako je na zavojnicu spojen voltmetar a najviše ako je zavojnica kratko spojena.

Prema tome, kuglica će najviše energije izgubiti u slučaju kada je zavojnica kratko spojena. **(1 bod)**

Zadatak 5 (10 bodova)

Kada je klip u sredini duljina cilindra lijevo i desno je jednaka i iznosi l tako da je volumen u oba dijela
$$V_0 = Sl \ .$$

Bez narušenja općenitosti pretpostavimo da smo klip pomaknuli u lijevo. Tada su volumeni lijeve i desne strane **(1 bod)**

$$V_L = S(l-x) = V_0 - Sx \ ; V_D = S(l+x) = V_0 + Sx$$

To je uzorkovalu promjenu tlaka izotermnom promjenom ($pV = const$):

$$p_L V_L = p_0 V_0 \Rightarrow p_L = \frac{V_0}{V_0 - Sx}\, p_0$$

Istodobno, vrijedi **(1 bod)**

$$p_D = \frac{V_0}{V_0 + Sx} p_0$$

Koristimo li pokratu $u = Sx/V_0$ vidimo da je $u \ll 1$, jer je $x \ll S/V_0$, i sada izrazi za tlak postaju, iskoristimo li aproksimaciju: **(3 boda)**

$$p_{L,D} = \frac{1}{1 \mp u}\, p_0 \approx (1 \pm u) p_0$$

Sila koja se javlja na klip jer se pomaknuo u smjeru "$-x$" djeluje tako da ga vraća i iznosi: **(2 boda)**

$$F = S\Delta p = S(p_L - p_D) = 2S\, u\, p_0 = 2\, \frac{S^2\, p_0}{V_0} x$$

Budući da sila $F = ma$ djeluje suprotno od pomaka, a proporcionalna je s pomakom, zaključujemo da se radi o harmoničkom oscilatoru frekvencije titranja **(3 boda)**

$$f = 2\pi \sqrt{\frac{2\, p_0}{m\, V_0}}\, S$$

Županijsko natjecanje iz fizike

- srednje škole: IV. grupa -

05.03.2019.

1. Homogeno nabijena kuglica polumjera $R = 1\,\mathrm{cm}$ nosi naboj $Q = 1\,\mu\mathrm{C}$. Oko kuglice kruži elektron, tik uz njenu površinu. Odredite kojom se brzinom elektron giba. Pretpostavite da je kuglica fiksna, te da elektron ne gubi kinetičku energiju uslijed zračenja.

[9 bodova]

2. Kada svjetlošću frekvencije $\nu_1 = 1.0 \times 10^{15}\,\mathrm{Hz}$ obasjamo fotokatodu, prema anodi poteče struja koju možemo poništiti stavljanjem zakočnog napona $V_1 = 1\,\mathrm{V}$ na elektrode. Ako pak fotokatodu obasjamo svjetlošću frekvencije $\nu_2 = 1.5 \times 10^{15}\,\mathrm{Hz}$, potreban je zakočni napon $V_2 = 3\,\mathrm{V}$ da se struja poništi. Iz ovih podataka odredite izlazni rad metala (u elektronvoltima) od kojeg je načinjena fotokatoda, te izračunajte vrijednost Planckove konstante koja se dobije iz ovog eksperimenta.

[10 bodova]

3. Kondenzator se sastoji od dviju paralelnih kvadratnih ploča stranice $a = 5\,\mathrm{cm}$ na udaljenosti $d = 1\,\mathrm{cm}$. Prostor između ploča kondenzatora ispunjen je kristalom koji pokazuje tzv. elektro-optički efekt što znači da mu je indeks loma pod normalnim uvjetima neovisan o smjeru polarizacije upadne svjetlosti. S druge, pak, strane, kad se kristal stavi u vanjsko električno polje E, tada se indeks loma za svjetlost polariziranu u smjeru vanjskog električnog polja poveća za

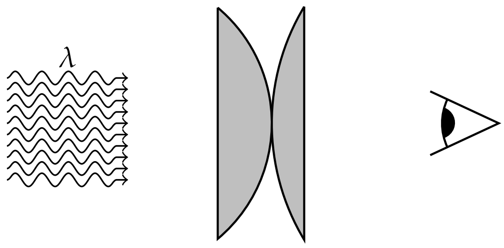
$$\Delta n = \kappa E,$$

gdje je $\kappa = 6 \times 10^{-4}\,(\mathrm{V/m})^{-1}$ konstanta svojstvena kristala. Indeks loma za svjetlost koja je polarizirana okomito na vanjsko električno polje se ne mijenja.

Odredite napon na kondenzatoru V ako zraci svjetlosti koja je polarizirana paralelno električnom polju u kondenzatoru treba $\Delta t = 1\,\mathrm{ns}$ duže da prođe kroz kristal od zrake svjetlosti koja je polarizirana okomito električnom polju u kondenzatoru? Svjetlost upada okomito na kristal.

[8 bodova]

4. Dvije plankonveksne leće imaju polumjere zakrivljenosti $R_1 = 10\,\text{cm}$ i $R_2 = 15\,\text{cm}$ te se diraju kao na slici. Na leću 1 okomito upada crvena svjetlost valne duljine $\lambda = 740\,\text{nm}$, te se iza leće 2 promatra interferencijska slika Newtonovih kolobara. Odredite polumjere prvog svijetlog, odnosno tamnog prstena. Je li središnja točka svijetla ili tamna? Prilikom računa možete zanemariti lom svjetlosti i refleksije na ravnom dijelu leća.



[11 BODOVA]

5. Bez atmosfere i efekta staklenika, srednja temperatura na Zemlji bi iznosila $T_Z = -18\,^\circ\text{C}$. Pod pretpostavkom da Zemlja svu svoju energiju dobiva zračenjem od Sunca, odredite temperaturu (u stupnjevima Celzija) na površini Sunca. Za razliku od Zemlje, Sunce ima i unutarnji izvor topline, termonuklearne reakcije. Izračunajte snagu ovih reakcija. Pretpostavite da su Sunce i Zemlja savršena crna tijela u termodinamičkoj ravnoteži te zanemarite utjecaj ostalih nebeskih tijela i pozadinskog kozmičkog zračenja. Polumjer Sunca iznosi $R_S = 7 \times 10^5\,\text{km}$, polumjer Zemlje $R_Z = 6.4 \times 10^3\,\text{km}$, a udaljenost između Sunca i Zemlje $d = 1.5 \times 10^8\,\text{km}$.

[12 BODOVA]

Vrijednosti fizikalnih konstanti:

- brzina svjetlosti: $c = 3.00 \times 10^8\,\text{m/s}$;
- elementarni naboj: $e = 1.60 \times 10^{-19}\,\text{C}$;
- masa elektrona: $m = 9.11 \times 10^{-31}\,\text{kg}$;
- permitivnost vakuuma: $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\,\text{F/m}$;
- Stefan-Boltzmannova konstanta: $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\,\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$.

VAŽNO: Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule). Za pisanje, koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Županijsko natjecanje iz fizike - rješenja

- srednje škole: IV. grupa -

05.03.2019.

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Uzrok kruženju je Coulombova privlačna sila koja igra ulogu centripetalne sile. Ako naivno uvrstimo brojeve, dobijemo nefizikalan rezultat

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{eQ}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \quad \rightsquigarrow \quad v = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{eQ}{mR}} > c. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Ovdje su e i m naboj i masa elektrona. Prema tome, zaključujemo da brzinu elektrona moramo računati relativistički. Sila na naboj e u stacionarnom električnom polju je i dalje dana Coulombovom silom, bez obzira na brzinu naboja, no izraz za centripetalnu silu će promijeniti oblik. Naime, za relativističko gibanje sila je i dalje jednaka promjeni količine gibanja,

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{\Delta(\gamma m\vec{v})}{\Delta t}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Međutim, za jednoliko kružno gibanje, iznos brzine v je stalan, a samo se smjer mijenja. Budući da Lorentzov faktor γ ovisi samo o iznosu brzine, on je stalan, pa imamo

$$\vec{F}_{\text{cp}} = \gamma m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Primjetimo da, za jednoliko kružno gibanje, akceleracija $\Delta\vec{v}/\Delta t$ nije ništa drugo nego centripetalna akceleracija, po iznosu jednaka v^2/R. Prema tome, izjednačavanje Coulombove sile s relativističkom centripetalnom silom daje

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{eQ}{R^2} = \gamma m\frac{v^2}{R} \quad \rightsquigarrow \quad \gamma v^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{eQ}{mR} = \chi, \qquad \text{[2 BODA]}$$

gdje smo u posljednjem koraku uveli pokratu $\chi = eQ/(4\pi\epsilon_0 mR)$. Izražavanje Lorentzovog faktora preko brzine, $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$, i rješavanjem za brzinu v imamo

$$\begin{aligned} v &= \frac{\chi}{\sqrt{2}c}\sqrt{\sqrt{1+\left(\frac{2c^2}{\chi}\right)^2} - 1} && \text{[2 BODA]} \\ &\approx 2.67 \times 10^8\,\text{m/s}. && \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

2. Ako svjetlost frekvencije ν upada na metal izlaznog rada W, tada izbijeni elektron nosi kinetičku energiju

$$E_\mathrm{k} = h\nu - W, \qquad [1\ \text{BOD}]$$

gdje je h Planckova konstanta. Elektron se može usporiti zakočnim naponom V koje po iznosu mora biti jednako

$$V = \frac{E_\mathrm{k}}{e}, \qquad [1\ \text{BOD}]$$

gdje je e elementarni naboj. Prema tome, iz zadanih veličina možemo pisati

$$h\nu_1 = eV_1 + W, \qquad [1\ \text{BOD}]$$

i

$$h\nu_2 = eV_2 + W. \qquad [1\ \text{BOD}]$$

Ovo je sustav od dvije jednadžbe za dvije nepoznanice, izlazni rad W i Planckovu konstantu h. Rješavanjem dobivamo

$$\begin{aligned} h &= e\frac{V_2 - V_1}{\nu_2 - \nu_1} && [2\ \text{BODA}] \\ &= 6.40 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}, && [1\ \text{BOD}] \end{aligned}$$

te

$$\begin{aligned} W &= e\frac{\nu_1 V_2 - \nu_2 V_1}{\nu_2 - \nu_1} && [2\ \text{BODA}] \\ &= 3.00\,\mathrm{eV}. && [1\ \text{BOD}] \end{aligned}$$

3. Neka je n indeks loma kristala u normalnim uvjetima. Ako se kristal nalazi u električnom polju, tada će, prema uvjetima zadatka, indeks loma za okomitu polarizaciju biti

$$n_\perp = n, \qquad [1 \text{ BOD}]$$

a za paralelnu polarizaciju

$$n_\parallel = n + \Delta n. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

Razlika u vremenu potrebnom da dvije zrake svjetlosti različitih polarizacija prođu kroz kristal duljine a je

$$\Delta t = \frac{a}{c/n_\parallel} - \frac{a}{c/n_\perp} = \frac{a}{c}\Delta n. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Budući da napon V na kondenzatoru stvara električno polje u kristalu

$$E = \frac{V}{d}, \qquad [1 \text{ BOD}]$$

možemo odmah izračunati traženi napon

$$V = \frac{c\Delta t}{a}\frac{d}{\kappa} \qquad [2 \text{ BODA}]$$

$$= 100\,\mathrm{V}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

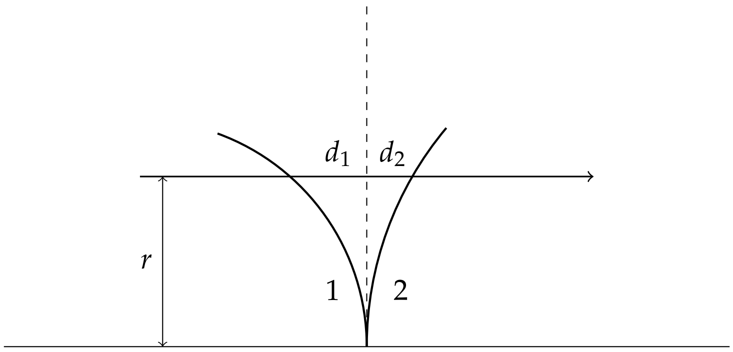
4. Promotrimo zraku svjetlosti koja upada na udaljenosti r od optičke osi sustava. Ako je r dovoljno malen, tj. ako je zraka blizu optičke osi, možemo zanemariti lom prilikom izlaska zrake iz prve leće, kao i prilikom ulaska u drugu leću. Također, možemo zanemariti i otklon prilikom refleksija, tj. uzimamo da je zraka cijelo vrijeme paralelna optičkoj osi. Dalje, zbog zanemarivanja refleksija na ravnim djelovima leća, jedini izvor interferencije su refleksije na zakrivljenim dijelovima leća. Odnosno, do interferencije će doći između zrake koja se nije reflektirala nego izravno prošla iz prve u drugu leću, te one zrake koja se nakon izlaska iz prve leće reflektirala na drugoj leći, okrenula smjer pa se opet reflektirala na prvoj leći te konačno ušla u drugu leću. [1 BOD]

   Budući da se reflektirana zraka je dva puta reflektirala na čvrstom kraju, zraka je dobila ukupni skok u hodu od λ koji ne doprinosi u daljnjem razmatranju. [1 BOD]

   Da bismo odredili pomak u hodu Δx između zrake koja se reflektirala i one koja je izravno prošla iz prve u drugu leću, primjetimo da vrijedi

$$\Delta x = 2(d_1 + d_2), \qquad [1\ \text{BOD}]$$

   gdje su d_1 i d_2 označeni na slici.



   Iz geometrije lako vidimo da vrijedi

$$R_1^2 = r^2 + (R_1 - d_1)^2, \quad R_2^2 = r^2 + (R_2 - d_2)^2. \qquad [1\ \text{BOD}]$$

   Za mali r, lako je vidjeti da vrijedi $d_1 \ll R_1$ i $d_2 \ll R_2$, pa prilikom kvadriranja možemo zanemariti kvadratne članove d_1^2 i d_2^2. Ovo je standardna aproksimacija prilikom izvođenja Newtonovih prstena. Prema tome, lako je sad dobiti vezu između pomaka u hodu Δx i udaljenosti od optičke osi r

$$\Delta x = 2\left(\frac{r^2}{2R_1} + \frac{r^2}{2R_2}\right) = \frac{r^2}{R_1} + \frac{r^2}{R_2} \quad \rightsquigarrow \quad r = \sqrt{\frac{\Delta x R_1 R_2}{R_1 + R_2}}. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

   Za prvi tamni prsten, interferencija mora biti destruktivna, $\Delta x = \lambda/2$, pa imamo

$$r_{1.\ \text{tamni}} = \sqrt{\frac{\lambda R_1 R_2}{2(R_1 + R_2)}} = 0.15\,\text{mm}, \qquad [2\ \text{BODA}]$$

   dok je za prvi svijetli prsten interferencija konstruktivna, $\Delta x = \lambda$, odnosno

$$r_{1.\ \text{svijetli}} = \sqrt{\frac{\lambda R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = 0.21\,\text{mm}. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

   Središnja točka odgovara slučaju $r = 0$, što je ekvivalentno uvjetu $\Delta x = 0$, što pak znači da se radi o konstruktivnoj interferenciji i središnja je točka svijetla. [1 BOD]

5. Budući da su Sunce i Zemlja, po pretpostavci, crna tijela u termodinamičkoj ravnoteži, snaga koju primaju u bilo kojem trenu mora biti jednaka snazi koju sami zrače. Zemlja, kao crno tijelo zrači proporcionalno četvrtoj potenciji svoje temperature, prema Stefan-Boltzmannovom zakonu

$$P_{\mathrm{Z,out}} = \sigma T_{\mathrm{Z}}^4 \times 4\pi R_{\mathrm{Z}}^2. \qquad \text{[1 BOD]}$$

S druge strane, Zemlja prima zračenje sa Sunce. Budući da Sunce zrači izotropno, udio zračenja koji Zemlja primi jednak je omjeru površine Zemlje na koju pada zračenje i ukupne površine sfere u koju Sunce zrači, odnosno

$$P_{\mathrm{Z,in}} = \sigma T_{\mathrm{S}}^4 \times 4\pi R_{\mathrm{S}}^2 \times \frac{\pi R_{\mathrm{Z}}^2}{4\pi d^2}, \qquad \text{[2 BODA]}$$

gdje smo uzeli u obzir da je udaljenost između Sunca i Zemlje puno veća od polumjera i Sunca i Zemlje pa ova dva nebeska tijela jedna drugom izgledaju kao plosnati disk. Izjednačavanjem $P_{\mathrm{Z,out}} = P_{\mathrm{Z,in}}$ dobivamo temperaturu Sunca

$$\begin{aligned} T_{\mathrm{S}} &= \sqrt{\frac{2d}{R_{\mathrm{S}}}} T_{\mathrm{Z}} && \text{[2 BODA]} \\ &= 5.01 \times 10^3\,^\circ\mathrm{C}, && \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

gdje smo u međuračunu temperaturu morali računati u kelvinima, a tek na kraju vratiti u stupnjeve Celzija.

Sad isti račun provodimo za Sunce. Izračena snaga iznosi

$$P_{\mathrm{S,out}} = \sigma T_{\mathrm{S}}^4 \times 4\pi R_{\mathrm{S}}^2, \qquad \text{[1 BOD]}$$

dok je primljena snaga većim dijelom zbog termonuklearne reakcije, a dijelom zbog povratnog zračenja sa Zemlje,

$$P_{\mathrm{S,in}} = \sigma T_{\mathrm{Z}}^4 \times 4\pi R_{\mathrm{Z}}^2 \times \frac{\pi R_{\mathrm{S}}^2}{4\pi d^2} + P_{\mathrm{TN}}. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Odavde je snaga termonuklearnih reakcija

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{TN}} &= \sigma T_{\mathrm{S}}^4 \times 4\pi R_{\mathrm{S}}^2 - \sigma T_{\mathrm{Z}}^4 \times 4\pi R_{\mathrm{Z}}^2 \times \frac{\pi R_{\mathrm{S}}^2}{4\pi d^2} \\ &= \sigma T_{\mathrm{Z}}^4 \times 4\pi R_{\mathrm{S}}^2 \left[\left(\frac{2d}{R_{\mathrm{S}}} \right)^2 - \left(\frac{R_{\mathrm{Z}}}{2d} \right)^2 \right] && \text{[2 BODA]} \\ &= 2.71 \times 10^{26}\,\mathrm{W}. && \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

Efekt povratnog zračenja sa Zemlje na Sunce je numerički zanemariv, no konceptualno je bitan. Ako ga učenik nije uzeo u obzir, a sve drugo je korektno izračunato, umanjiti ukupni broj bodova za dva boda.