Općinsko natjecanje iz fizike
Zadaci – 1. grupa srednje škole

22. 01. 2019.

VAZNO: Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule). Za pisanje, koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

1. zadatak (10 bodova)

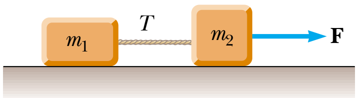
Postavljajući novi svjetski rekord u utrci na 100 m, Marica i Štefica prolaze kroz ciljnu crtu u istom trenutku, s vremenom trčanja 10,2 s. Uz jednoliko ubrzanje, Marici je bilo potrebno 2,0 s da postigne maksimalnu brzinu, a Štefici 3 s, nakon čega su trčale tim brzinama konstantno do kraja utrke. (a) Koliko je bilo ubrzanje svake trkačice? (b) Kolike su bile njihove maksimalne brzine? (c) Koja trkačica je bila u prednosti nakon 6s, i za koliko?

2. zadatak (10 bodova)

Stipe i Cvita počinju plivati iz iste točki na obali široke rijeke koja teče brzinom *v*. Oboje plivaju jednakom brzinom *c* $(c > v)$ u odnosu na vodu. Stipe pliva nizvodno (paralelno s obalom) udaljenost *L*, a zatim uzvodno istu udaljenost. Cvita pliva tako da je njeno kretanje u odnosu na Zemlju) okomito na obale rijeke. Ona također pliva udaljenost *L* u jednom smjeru, i jednaku udaljenost u povratku, tako da se i Stipe i Cvita vraćaju u istu točku. Tko će se prije vratiti u polaznu točku?

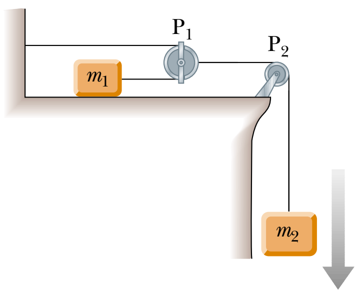
3. zadatak (10 bodova)

Dva bloka, povezana užetom zanemarive mase vuku se horizontalnom silom ***F*** (vidi sliku). Neka je F = 68,0 N, m1 = 12,0 kg, m2 = 18,0 kg a koeficijent kinetičkog trenja između svakog bloka i površine je 0,1. (a) Nacrtaj dijagram sila za svaki blok. (b) Izračunaj silu napetosti *T* i iznos ubrzanja sustava.



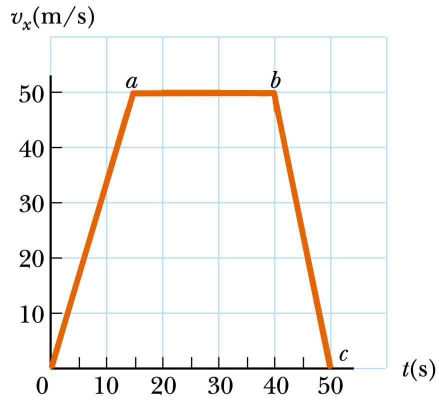
4. zadatak (10 bodova)

Predmet mase m_1 koji leži na površini bez trenja povezan je s predmetom mase m_2 preko koloture P_1 zanemarive mase i fiksne koloture P_2 kao što je prikazano na slici. (a) Ukoliko su a_1 i a_2 ubrzanja predmeta m_1 i m_2, odredi odnos među tim ubrzanjima. Odredi (b) sile napetosti u užadi; i (c) ubrzanja *a1* i *a2* preko masa m_1, m_2, i *g*.



5. zadatak (10 bodova)

Na slici je prikazana vremenska ovisnost brzine automobila čiji je vlasnik student fizike. (a) Izračunaj (pomoću grafa) ukupnu prijeđenu udaljenost. (b) Koliku udaljenost je automobil prešao između t = 10 s i t = 40 s? (c) Nacrtaj graf vremenske ovisnosti ubrzanja automobila između t = 0 i t = 50 s. (d) Napiši jednadžbu ovisnosti x o vremenu za svaki dio gibanja koji je određen točkama (i) 0*a*, (ii) *ab*, (iii) *bc*.



Općinsko natjecanje iz fizike
Rješenja i smjernice za bodovanje – 1. grupa srednje škole

22. 01. 2019.

1. zadatak (10 bodova)

(a) Neka je *x* udaljenost pretrčana s ubrzanjem *a* dok nije postignuta maksimalna brzina *v*. Ukoliko je to postignuto u vremenu t_1 možemo napisati sljedeće tri jednadžbe:

$x=\frac{1}{2}(v+v_1)t_1$, $100-x=v(10.2-t_1)$, i $v=v_1+at_1$. **[3 boda]**

Prve dvije daju:

$$100=\left(10.2-\frac{1}{2}t_1\right)v=\left(10.2-\frac{1}{2}t_1\right)at_1$$

[1 bod]

$$a=\frac{200}{(20.4-t_1)t_1}.$$

Za Maricu: $a=\frac{200}{(18.4)(2.00)}=5.43\,\mathrm{m/s^2}$.

Za Šteficu: $a=\frac{200}{(17.4)(3.00)}=3.83\,\mathrm{m/s^2}$. **[1 bod]**

(b) $v=a_1t$ **[1 bod]**

Za Maricu: $v=(5.43)(2.00)=10.9\,\mathrm{m/s}$.

Za Šteficu: $v=(3.83)(3.00)=11.5\,\mathrm{m/s}$. **[1 bod]**

(c) Nakon 6 s vrijedi:

$x=\frac{1}{2}at_1^2+v(6.00-t_1)$. **[1 bod]**

Za Maricu: $x=\frac{1}{2}(5.43)(2.00)^2+(10.90)(4.00)=54.3\,\mathrm{m}$.

Za Šteficu: $x=\frac{1}{2}(3.83)(3.00)^2+(11.50)(3.00)=51.7\,\mathrm{m}$. **[1 bod]**

Marica je u prednosti za 2.62 m. **[1 bod]**

2. zadatak (10 bodova)

Kada Stipe pliva nizvodno, njegova brzina je $c+v$, a kada pliva uzvodno tada je $c-v$.

[2,5 boda]

Stoga je ukupno Stipino vrijeme jednako:

$t_1=\frac{L}{c+v}+\frac{L}{c-v}=\frac{\frac{2L}{c}}{1-\frac{v^2}{c^2}}$. **[2 boda]**

Brzina kojom Cvita pliva (i u jednom i u drugom smjeru) je $\sqrt{c^2-v^2}$. **[2,5 boda]**

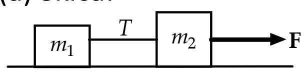
Njeno ukupno vrijeme je:

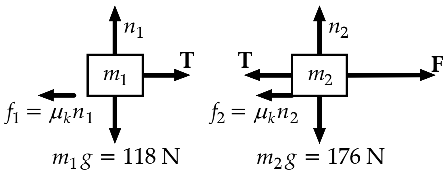
$t_2=\frac{2L}{\sqrt{c^2-v^2}}=\frac{\frac{2L}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$. **[2 boda]**

Budući da je $1-\frac{v^2}{c^2}<1$, $t_1 > t_2$, odnosno Cvita će se prije vratiti u početni položaj. **[1 bod]**

3. zadatak (10 bodova)

(a) Skica:





[3 boda]

(b)

$68{,}0 - T - \mu m_2 g = m_2 a$ (za blok #2) **[1 bod]**

$T - \mu m_1 g = m_1 a$ (za blok #1) **[1 bod]**

Iz toga dobivamo:

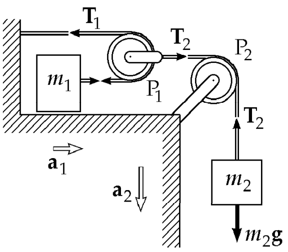
$68{,}0 - \mu(m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a$ **[1 bod]**

$a = \frac{68{,}0}{(m_1 + m_2)} - \mu g = 1{,}29\,\mathrm{m/s^2}$ **[2 boda]**

$T = m_1 a + \mu m_1 g = 27{,}2\,\mathrm{N}$. **[2 boda]**

4. zadatak (10 bodova)

Skica:



[2 boda]

(a) Kolotura P_1 ima ubrzanje a_2.
Budući da m_1 prijeđe *dvostruko veću* udaljenost u odnosu na koloturu P_1 u istom vremenu, ubrzanje od m_1 je dvostruko veće od ubrzanja P_1, odnosno $a_1 = 2a_2$. **[1 bod]**

(b) Koristeći oznake sa slike, možemo napisati:

$\sum F = ma$: $m_2 g - T_2 = m_2 a_2$ **[1 bod]**

$T_1 = m_1 a_1 = 2 m_1 a_2$ **[1 bod]**

$T_2 - 2T_1 = 0$ **[1 bod]**

To možemo srediti i napisati:

$$\frac{T_1}{m_1}\left(2m_1+\frac{m_2}{2}\right)=m_2 g\ .$$ **[1 bod]**

Time dobivamo:

$$T_1=\frac{m_1 m_2}{2m_1+\frac{1}{2}m_2}g \text{ i } T_2=\frac{m_1 m_2}{m_1+\frac{1}{4}m_2}g\ .$$ **[1 bod]**

(c) Iz T_1 i T_2 dobivamo:

$$a_1=\frac{T_1}{m_1}=\frac{m_2 g}{2m_1+\frac{1}{2}m_2} \text{ i } a_2=\frac{1}{2}a_1=\frac{m_2 g}{4m_1+m_2}\ .$$ **[2 boda]**

5. zadatak (10 bodova)

(a) Ukupan pomak je jednak površini ispod krivulje (v, t) od t = 0 do 50 s. **[1 bod]**

$$\Delta x=\frac{1}{2}(50\text{ m/s})(15\text{ s})+(50\text{ m/s})(40-15)\text{s}+\frac{1}{2}(50\text{ m/s})(10\text{ s}).$$

$$\Delta x=1875\text{ m}\ .$$ **[1 bod]**

(b) Između t = 10 s i t = 40 s, pomak je

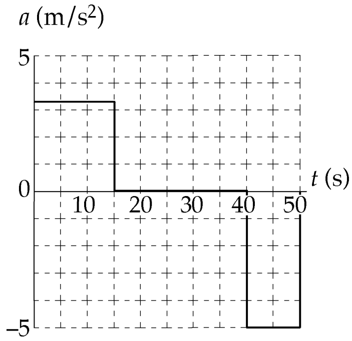
$$\Delta x=\frac{1}{2}(50\text{ m/s+}33.3\text{m/s})(5\text{ s})+(50\text{ m/s})(25\text{ s})=1458\text{ m}.$$ **[1 bod]**

(c) $0\le t\le 15\text{ s};\quad a_1=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{(50-0)\text{m/s}}{15\text{ s}-0}=3{,}3\text{m/s}^2\ .$ **[1 bod]**

$15\le t\le 40\text{ s};\quad a_2=0\text{ m/s}^2\ .$ **[1 bod]**

$40\le t\le 50\text{ s};\quad a_3=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{(0-50)\text{m/s}}{50\text{ s}-40\text{ s}}=-5\text{ m/s}^2\ .$ **[1 bod]**

Skica:



[1 bod]

(d) (i) $x_1=\frac{1}{2}a_1 t^2=\frac{1}{2}(3{,}3\text{m/s}^2)t^2=(1{,}67\text{ m/s}^2)t^2\ .$ **[1 bod]**

(ii) $x_2=\frac{1}{2}(15\text{ s})(50\text{ m/s}-0)+(50\text{ m/s})(t-15\text{ s})=(50\text{ m/s})\text{t}-375\text{ m}\ .$ **[1 bod]**

(iii) Za $40\text{ s}\le t\le 50\text{ s}$:

$$x_3=\begin{pmatrix}\text{povrsina ispod } v-t \text{ grafa}\\ \text{od } t=0 \text{ do } 40\text{ s}\end{pmatrix}+\frac{1}{2}a_3(t-40\text{ s})^2+(50\text{ m/s})(t-40\text{ s})\ ,$$

odnosno

$$x_3=375\text{ m}+1250\text{ m}+\frac{1}{2}(-5{,}0\text{ m/s}^2)(t-40\text{ s})^2+(50\text{ m/s})(t-40\text{ s}),$$

što se u konačnici svodi na:

$$x_3 = (250\,\mathrm{m/s})t - (2{,}5\,\mathrm{m/s^2})t^2 - 4375\,\mathrm{m}\,.$$ **[1 bod]**

OPĆINSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 22. siječnja 2019.

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. ***Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora***.

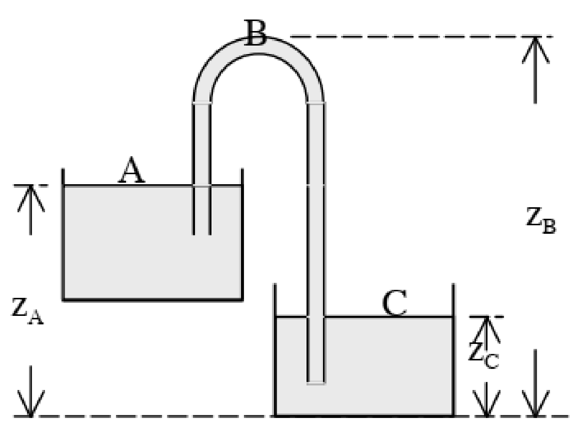
1. zadatak (12 bodova)

Spremnik kapaciteta 20 dm^3 sadrži dušik na tlaku 10^7 Pa i temperaturi 20 °C. Spremnik se zatim spoji s drugim spremnikom koji je potpuno prazan, kapaciteta 10 dm^3. Ukoliko je nakon ekspanzije plin iste temperature kao i na početku, izračunajte koliki je tlak plina poslije ekspanzije i koliko kg dušika se nalazi u svakom spremniku.
(Molarna masa dušika M(N)=14 g/mol, kemijska formula dušika je N_2)

2. zadatak (14 bodova)

Dvije posude međusobno su spojena pomoću sifona kojim se prenosi voda koja se nalazi u njima; razine vode su prikazane na slici.

a) U početku sifon sadrži samo zrak; izvedite izraz za tlak kojim se mora djelovati na površinu vode u posudi A da bi se pokrenulo pretakanje.
b) Izračunajte protok vode koja se pretače kada su oba kraja sifona uronjena a razina vode u oba spremnika se drži konstantnom ubrizgavanjem vode u gornji spremnik i izvlačenjem iz donjeg kroz rupu presjeka S=2 cm^2 pri površini vode u posudi C.
c) Odredite tlak u cijevi sifona ABC u točkama A, B i C, uz pretpostavku da je njena površina S i da je pretakanje vode u tijeku.
(z_A = 140 cm, z_B = 180 cm, z_C = 60 cm, p_{atm} = 101300 Pa, ρ_{vode} = 997 kg/m^3).



3. zadatak (8 bodova)

Opruga, elastične konstante k = 20,0 N/m postavljena je uspravno na stolu i jednim krajem pričešćena za stol. Balon mase 2.00 g napunjen je helijem do volumena 50 l i stavljen na oprugu, izazivajući njeno produljenje. Odredite produljenje opruge l kada je sustav (balon + opruga) u ravnoteži.
(ρ_{zraka}=1,29 kg/m^3 g; ρ_{He}=0,180 kg/m^3)

4. zadatak (8 bodova)

Čelična šipka ima promjer 3.000 cm na 25 ° C. Prsten od mesinga ima unutarnji promjer od 2.992 cm na 25 ° C. Pronađite najnižu temperaturu pri kojoj će štap stati u prsten.
($\alpha_{čelik}$=11x10^{-6} °C^{-1}; α_{mesing}=19x10^{-6} °C^{-1})

5. zadatak (8 bodova)

Kipar radi na skulpturi koja će biti smještena u središtu jedne fontane. Iz usta skulpture će u fontanu teći vodeni mlaz. Unutar tijela skulpture umetnut će se cijev presjeka A = 3,14 cm^2 kojom će voda u vodoravnom smjeru izlaziti brzinom v = 90,0 cm/s.
Rupica usta skulpture mora biti takva da izlazni vodeni mlaz dostiže udaljenost od izvora d = 60,0 cm na visini h = 120,0 cm ispod usta, tako da puni posudu fontane. Koliki promjer rupice kipar mora napraviti?

Fizikalne konstante:

g=9,81 m/s^2

R= 8.31 J·mol^{-1}·K^{-1}

Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Zadatak (12 bodova)

Početno stanje plina je:

$p_p = 10^7\ Pa$; $T_p = 20 + 273 = 293K$

$V_p = 20 \times 10^{-3} m^3 = 2.0 \times 10^{-2} m^3$ **(1 bod)**

Broj molova je:

$n = \frac{pV}{RT} = 82\ mol$ **(2 boda)**

Konačno stanje plina je:

$V_k = 2.0 \times 10^{-2} m^3 + 1.0 \times 10^{-2} m^3 = 3.0 \times 10^{-2} m^3$

$T_p = T_k = 293K$ **(1 bod)**

$p_k = \frac{nRT_k}{V_k} = 6{,}67 \times 10^6\ Pa$ **(2 boda)**

Za svaki spremnik vrijedi:

$p_k V_1 = n_1 R T_k;\ p_k V_2 = n_2 R T_k$ **(1 bod)**

Slijedi:

$\frac{n_1}{n_2} = \frac{V_1}{V_2} \quad \Longrightarrow \quad n_1 = 2n_2$ **(1 bod)**

Slijedi sustav jednadžbi:

$$\begin{cases} n_1 = 2n_2 \\ n_1 + n_2 = 82 \end{cases}$$

Čije rješenje je:

$$\begin{cases} n_1 = 54{,}7\ mol \\ n_2 = 27{,}3\ mol \end{cases}$$ **(2 boda)**

Jedan mol dušika ima masu 2x14 g, iz čega slijedi da su mase:

$$\begin{cases} m_1 = 0{,}766\ kg \\ m_2 = 1{,}53\ kg \end{cases}$$ **(2 boda)**

2. Zadatak (14 bodova)

a) Da bi se pokrenulo pretakanje u sifon potrebno je u njega unijeti vodu do najviše razine (točke B); kada se ta razina dostigne voda će početi teći iz gornje u donju posudu i nastavit će sve dok ne dosegne jednaku razinu u dvije posude.
Za točku B vrijedi:

$$p_0 + \Delta p + \rho g z_A = p_0 + \rho g z_B$$ **(2 boda)**

$$\Delta p = \rho g (z_B - z_A)$$ **(2 boda)**

b) Kada se protok pokrene kroz sifon, voda teče iz posude A u posudu C i održavajući razine površine vode z_A *i* z_C konstantnima, zadovoljeni su stacionarni uvjeti za koje vrijedi Bernoullijev teorem:

$$p_0 + \rho g z_A = p_0 + \frac{1}{2}\rho {v_C}^2 + \rho g z_C$$ **(2 boda)**

Slijedi:

$$\Phi = v_C S = S\sqrt{(2g(z_A - z_C))} = 7{,}91 \times 10^{-4} m^3/s = 0.791 l/s$$ **(2 boda)**

c) Primjenjujući Bernoullijev teorem u točkama A, B i C :

$$p_0 + \rho g z_A = p_A + \frac{1}{2}\rho {v_C}^2 + \rho g z_A = p_B + \frac{1}{2}\rho {v_C}^2 + \rho g z_B = p_C + \frac{1}{2}\rho {v_C}^2 + \rho g z_C$$ **(2 boda)**

Uzimajući u obzir $v_C = \sqrt{(2g(z_A - z_C))}$ dobije se:

$$p_0 + \rho g z_A = p_A + 2\rho g z_A - \rho g z_C = p_B + \rho g z_B + \rho g z_A - \rho g z_C = p_C + \rho g z_A$$

$$p_A = p_0 - \rho g (z_A - z_C)$$
$$p_B = p_0 - \rho g (z_B - z_C)$$
$$p_C = p_0$$ **(2 boda)**

$p_A = 9{,}34 \times 10^4 Pa$
$p_B = 8{,}96 \times 10^4 Pa$
$p_C = 1{,}01 \times 10^5 Pa$ **(2 boda)**

3. Zadatak (8 bodova)

U ravnoteži vrijedi (u smjeru sile teže):

$\sum Fz = 0$ **(1 bod)**

$F_U - F_{opruga} - F_{g,He} - F_{g,balon} = 0$ **(2 boda)**

Sile su:

$F_{opruga} = kL$

$F_U = \rho_{zraka} V g$

$F_{g,He} = \rho_{He} V g$

$F_{g,balon} = m_{balon}\, g$

$F_{opruga} = kL = F_U - F_{g,He} - F_{g,balon}$ **(2 boda)**

Slijedi:

$L = \frac{(\rho_{zraka} - \rho_{He})V - m_{balon}}{k} g$ **(1 bod)**

$L = 0{,}0262\ m = 2{,}62\ cm$ **(2 boda)**

4. Zadatak (8 bodova)

Ako čelična šipka može ući u prsten, to znači da su obje su istog promjera i temperatura mora biti jednaka. Možemo postaviti sustav jednadžbi s nepoznatom temperaturom i promjerom.

$$\begin{cases} l = 2{,}992(1 + 19 \times 10^{-6}(T - 25) \\ l = 3{,}000(1 + 11 \times 10^{-6}(T - 25) \end{cases}$$ **(2 boda)**

Oduzimajući jednadžbe:

$3{,}000 - 2{,}992 + 33 \cdot 10^{-6}\,(T - 25) - 2{,}992 \times 19 \cdot 10\,(T - 25) = 0$ **(2 boda)**

Slijedi:

$$0{,}008 = 23{,}848 \cdot 10^{-6}(\mathrm{T} - 25)$$ **(2 boda)**

Dobije se za temperaturu:

$$T = 25 + \frac{0{,}008}{23{,}848 \cdot 10^{6}} = 360°C$$ **(2 boda)**

5. Zadatak (8 bodova)
Nakon izlaska iz cijevi, voda teče paraboličnom putanjom, za koju su poznati sljedeći odnosi iz klasične mehanike:

$$\begin{cases} d = v't \\ h = \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$v' = d\sqrt{\frac{g}{2h}}$$ **(2 boda)**

Primjenom jednadžbe kontinuiteta, dobivamo:

$$A'v' = Av$$ **(2 boda)**

Slijedi:

$$A' = \frac{Av}{d}\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Iz čega slijedi da $A' = 2{,}33\ cm^2$ **(2 boda)**

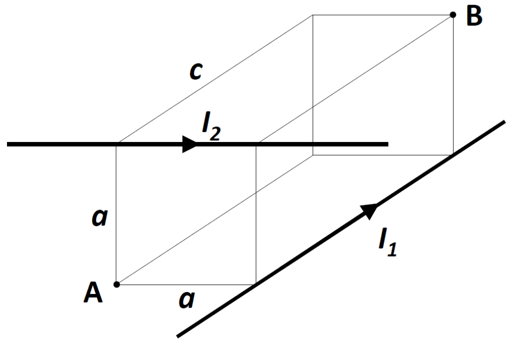
$$D = \sqrt{\frac{4A'}{\pi}}$$

D = 1,72 cm. **(2 boda)**

Zadaci za općinsko natjecanje 2019. – 3. skupina

Zadatak 1 (10 bodova)

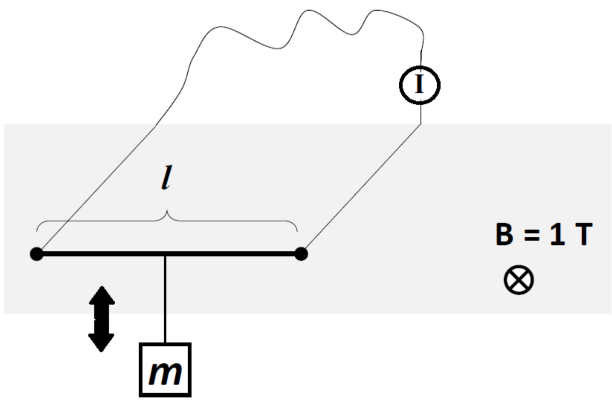
Dvije žice idu duž bridova zamišljenog kvadra $a \times a \times c$ kao na slici. Duljine bridova su $a = 30$ cm te $c = 60$ cm.



a) Izrazi iznos ukupnog magnetskog polja u točkama A i B u ovisnosti o strujama I_1 i I_2.
b) Koliki trebaju biti iznosi struja I_1 i I_2 tako da polje u točki A bude $B_A = 7.45\ \mu$T a polje u točki B $B_B = 4.70\ \mu$T.

Zadatak 2 (10 bodova)

Na slici je prikazana verzija Ampereove vage. Čelični vodič duljine $l = 0.6$ m i presjeka $A = 10$ mm^2 se nalazi položen u magnetskom polju $B = 1$ T, a na njega je obješen uteg mase m. Vodič se može gibati samo gore-dolje. Prolazi li određena vrijednost struje iz strujnog izvora I kroz vodič, uteg će mirovati (neće se spuštati ni dizati). Odredi smjer struje i koliki mora biti uteg da bi kroz vodič morala teći struja $I = 1$ A. Nađi napon V potreban da bi ta struja tekla vodičem ako je otpornost čelika $\rho = 7 \cdot 10^{-7}\ \Omega$m.



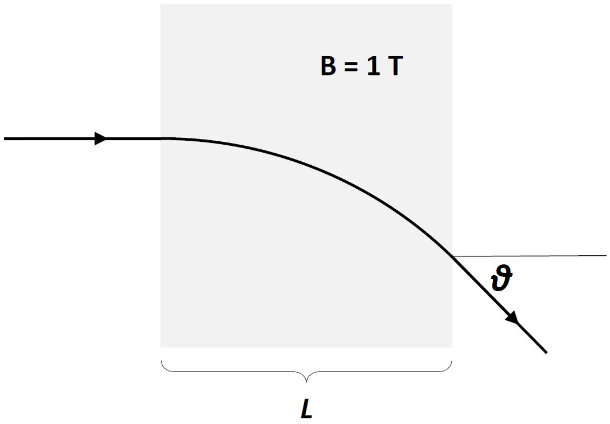
Zadatak 3 (8 bodova)

Astronaut ima uteg m, oprugu konstante $k = 100$ N/m i bezmasenu nerastezljivu nit duljine l. Od toga može napraviti njihalo i oscilator s oprugom. Oba oscilatora na Zemljinoj površini imaju period $T_Z = 1$ s. Koliki je njihov period na Marsu, gdje je gravitacijsko ubrzanje $g = 3.69$ m/s^2. Nađi masu m i duljinu niti l!

Zadatak 4 (12 bodova)

Veliki hadronski supersudarač je sinkrotronski prsten u kojem se ubrzavaju atomske jezgre do brzina približno jednakih brzini svjetlosti. Unatoč popularnom mišljenju, prsten nije kružnog oblika već se sastoji od pravocrtnih dijelova unutar kojih se jezgre ubrzavaju i zakrivljenih djelova gdje zakreću zbog djelovanja snažnog magnetskog polja. Zakretni magnet u Velikom hadronskom supersudaraču je jačine $B = 1$ T i stvara magnetsko polje okomito na smjer gibanja nabijene jezgre, koja se giba brzinom $v \lesssim c = 3 \cdot 10^8$ m/s. Za potrebe zadatka možemo aproksimirati $v = c$.

a) Nađi smjer magnetskog polja koje zakreće jezgru olova ${}^{208}_{82}$Pb (vidi sliku). Napomena: jezgra je potpuno ogoljena od elektrona!
b) Nađi duljinu magneta L potrebnu da se jezgra zakrene za kut ϑ. Pritom vrijedi $0 < \vartheta < 90°$.
c) Kolika je duljina magneta da bi se jezgra zakrenula za $45°$.



Masa jezgre atoma olova ${}^{208}_{82}$Pb je $M = 207.98$ g/mol.

Zadatak 5 (10 bodova)

Dva utega jednake mase $m = 1$ kg su postavljeni na glatkom stolu bez trenja i povezani nerastegnutom oprugom konstante $k = 100$ N/m i neke duljine l_0. Pomaknemo utege tako da je sada udaljenost među njima $l = l_0 + x_0$ i potom ih pustimo da se slobodno gibaju tako da centar mase miruje. U trenutku kada je opruga ponovno nerastegnuta brzina oba utega je $v = 1$ m/s (s tim da se gibaju u suprotnim smjerovima). Nađi početnu vrijednost rastegnutosti opruge x_0 i skiciraj rastegnutost utega u ovisnosti o vremenu $x(t)$. Izračunaj period titranja utega.

Uputa: rastegnutost $x(t)$ je definirana kao razlika udaljenosti dvaju utega od nerastegnute duljine opruge $x(t) = l - l_0$.

Konstante korištene u zadatku:

$u = 1.6605 \cdot 10^{-27}$;
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m / A;
$g = 9.81$ m/s^2.
$e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C

VAŽNO:
Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Zadaci za općinsko natjecanje 2019. – 3. skupina
Rješenja

Zadatak 1 (10 bodova)

Magnetsko polje u točki od žice kroz koju teče struja je definirano s formulom $B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$, gdje je I struja a r najmanja udaljenost žice od točke.

a) I_1 i I_2 u točkama A i B stvaraju međusobno okomita polja, pa je ukupno polje suma njihovih kvadrata. **(2 boda)**

$$B_A = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}\right)^2}$$

$$B_B = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi c}\right)^2}$$

(2+2 boda)

b) Kvadriramo dvije jednadžbe i oduzmemo B_A^2 od B_B^2. Dobijemo izraz za I_2:

$$I_2^2 = \frac{4\pi^2(B_A^2 - B_B^2)}{\mu_0^2(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{c^2})}$$

(2 boda)

Konačan rezultat je $I_2 = 10$ A, $I_1 = 4.98$ A. **(2 boda)**

Zadatak 2 (10 bodova)

Na žicu kojom teče struja u magnetskom polju djeluje sila $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$, gdje je $\vec{l}$ duljina žice sa smjerom toka struje. Da bi žica mirovala sila težine utega mora biti po iznosu jednaka sili F, a njen smjer mora biti suprotan. Pravilom desne ruke određujemo, budući da smjer sile $\vec{F}$ mora biti prema gore, da je smjer struje u žici prema "desno." **(2 boda)**

Iznos mase utega mora biti

$$mg = IlB \Rightarrow m = \frac{IlB}{g} = 61\text{g}$$

(3 boda)

Da bi našli vrijednost napona moramo izračunati otpor iz $R = \rho\, l/A = 42$ mΩ. **(2 boda)**
Napon je stoga $V = IR = 42$ mV. **(3 boda)**

Zadatak 3 (8 bodova)

Periodi njihala i oscilatora s oprugom su:

$$T_{\text{njih.}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad ; \quad T_{\text{opr.}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Primjećujemo da period opruge ne ovisi o gravitaciji, pa će biti jednak na Marsu i na Zemlji. **(2 boda)**

Iz perioda $T_Z = 1$ s možemo naći masu $m = 2.53$ kg. **(2 boda)**

Duljina njihala na Zemlji se može naći iz perioda $T_Z = 1$ s. Duljina njihala je stoga $l = 24.8$ cm. **(2 boda)**

Period njihala na Marsu je $T_M = 1.63$ s. **(2 boda)**

Zadatak 4 (12 bodova)

Jezgra je pozitivno nabijena čestica naboja $q = +82e$. **(2 boda)**

Sila koja ju zakreće je Lorentzova sila $\vec{F}_L = q\vec{v} \times B$. Po pravilu desne ruke smjer magnetskog polja je "iz papira." **(2 boda)**

Da bismo našli potrebnu duljinu magneta skicirajmo radijus kružnice po kojoj se jezgra giba unutar magnetskog polja. Primjetimo da zakrivljena putanja čini kružni isječak kojem je kut točno traženi kut zakretanja ϑ. Korištenjem trigonometrijskih relacija:

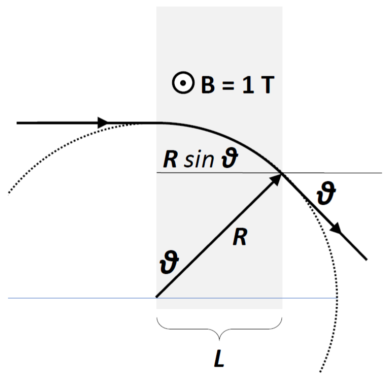
$$L = R\sin\vartheta$$

(3 boda)

Radijus zakrivljenosti R nađemo izražavajući Lorentzovu silu kao centripetalnu:

$$m\frac{v^2}{R} = qvB \Rightarrow R = \frac{208uc}{82eB}$$

(2 boda)



Da bi zakrenuli jezgru za $\vartheta = 45°$, trebamo

$$L = \frac{208uc}{82\sqrt{2}eB} = 5.58\text{m}$$

(3 boda)

Zadatak 5 (10 bodova)

Promatramo li sustav kao dva odvojena sustava, utega i dijela opruge do centra mase, imamo gibanje jednog tijela (utega) i rastezanje polovice opruge (slika). Jedina razlika sada je što smo oprugu "prepolovili" te smo joj time promijenili konstantu k. Oprugu možemo zamisliti kao dvije opruge spojene u seriju – njihove konstante se tada recipročno zbrajaju:

$$\frac{1}{k_{uk}} = \frac{1}{k_{1/2}} + \frac{1}{k_{1/2}}$$

Iz toga proizlazi da je konstanta polovice opruge $k_{1/2} = 2k_{uk}$. (bodovi se dodaju i za drugačiji pristup) **(3 boda)**

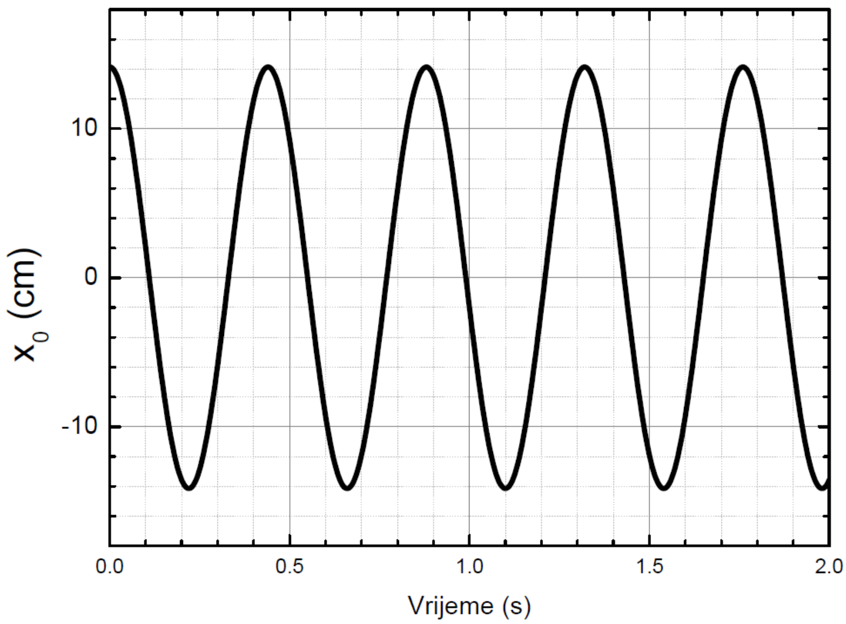
Sada možemo izračunati da je period titranja $T = 2\pi\frac{m}{2k} = 0.44$ s. **(2 boda)**

Kada je opruga nerastegnuta utezi imaju brzinu $v = 1$ m/s, što je ujedno i njihova maksimalna brzina (brzina je najveća kad je opruga nerastegnuta jer je tada sva elastična energija pretvorena u kinetičku). Izjednačavanjem energija možemo dobiti maksimalni pomak x_0:

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = 2 \cdot \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow x_0 = \sqrt{\frac{2m}{k}}v = 14.14 \text{ cm}$$

(2 boda)

Za skicu bodovi se daju za dobro ucrtan/naznačen period, za dobru funkciju (kosinus!) i za dobro ucrtanu/naznačenu amplitudu. **(3 boda)**



Općinsko natjecanje iz fizike

- srednje škole: IV. grupa -

22.01.2019.

1. Jabuka se nalazi na grani stabla na visini $h = 3\,\mathrm{m}$ od tla. U jednom trenu jabuka počne padati slobodnim padom, uz zanemariv otpor zraka. Nađite vrijeme pada jabuke t za opažača $\mathcal{S}$ koji miruje pored stabla. (Jabuka se giba nerelativistički.) Odredite i vrijeme padanja jabuke t' kako ga mjeri opažač $\mathcal{S}'$ koji se u odnosu na opažača $\mathcal{S}$ giba brzinom $v = 0.9c$ u horizontalnom smjeru. Za koliko bi se zadnji rezultat promijenio kad bi se opažač $\mathcal{S}'$ gibao istom brzinom vertikalno, a ne horizontalno, u odnosu na opažača $\mathcal{S}$?

[10 BODOVA]

2. Kuglica mase (mirovanja) m naleti brzinom $v = \frac{1}{2}c$ na mirujuću kuglicu dvostruko veće mase. Sudar je neelastičan, tako da se kuglice nastave zajedno gibati. Odredite omjer energije izgubljene u sudaru i ukupne energije koju su kuglice imale prije sudara.

[10 BODOVA]

3. Na dnu bazena dubokog $h = 2\,\mathrm{m}$ nalazi se mala svjetiljka, koju možemo zamisliti kao točkasti izvor svjetlosti. Kada je svjetiljka upaljena, na površini vode se pojavi svijetli krug. Odredite polumjer r tog kruga. Ako se na površinu vode nadolije sloj ulja visine $h' = 10\,\mathrm{cm}$, za koliko će se promijeniti polumjer svijetlog kruga? Indeks loma vode je $n_\mathrm{v} = 1.33$, dok je indeks loma ulja $n_\mathrm{u} = 1.46$.

[10 BODOVA]

4. Nepolarizirana zraka svjetlosti upada iz vakuuma pod određenim kutom na optičko sredstvo indeksa loma n. Odredite n, ako je poznato da se reflektirana zraka potpuno polarizira, a lomljena zraka otkloni za kut $\delta = 10^\circ$ u odnosu na upadnu zraku.

[10 BODOVA]

5. Kad svjetlost valne duljine λ upada okomito na optičku rešetku konstante d, maksimum prvog reda se opazi na kutu $\theta_1 = 18^\circ$. Nađite položaje svih vidljivih difrakcijskih maksimuma ako istu rešetku obasjamo svjetlošću valne duljine $\lambda' = \frac{2}{3}\lambda$.

[10 BODOVA]

Vrijednosti fizikalnih konstanti:

- brzina svjetlosti: $c = 3 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$;
- ubrzanje sile teže: $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$.

VAŽNO: Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule). Za pisanje, koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Općinsko natjecanje iz fizike - rješenja

- srednje škole: IV. grupa -

22.01.2019.

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Za promatrača $\mathcal{S}$ jabuka pada nerelativistički, dakle slobodnim padom. [1 bod]

   Prema tome, vrijeme t je dano formulom

   $$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad [1\ \text{bod}]$$
   $$= 0.78\,\text{s}. \quad [1\ \text{bod}]$$

   Da bismo odredili vrijeme t', označimo trenutak kad jabuka počne padati kao događaj 1. Njegova vremenska koordinata je $t_1 = 0$, a prostorne koordinate su $x_1 = 0$ i $y_1 = h$, gdje x predstavlja horizontalnu koordinatu, a y vertikalnu. Slično, događaj 2, kad jabuka padne ima koordinate $t_2 = t$, $x_2 = 0$, $y_2 = 0$. [1 bod]

   Koristeći formulu za Lorentzovu transformaciju vremena, lako je odrediti t'. U slučaju kad se $\mathcal{S}'$ giba u horizontalnom smjeru imamo

   $$t' = t_2' - t_1' = \gamma \left[(t_2 - t_1) \pm \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1) \right], \quad [1\ \text{bod}]$$

   gdje je $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} = 10/\sqrt{19}$ Lorentzov faktor, a predznak $\pm$ ovisi giba li se $\mathcal{S}'$ udesno ili ulijevo. Budući da je $x_1 = x_2$, gornji izraz se pojednostavi na

   $$t' = \gamma t = 10\sqrt{\frac{2h}{19g}} \quad [1\ \text{bod}]$$
   $$= 1.79\,\text{s}. \quad [1\ \text{bod}]$$

   U slučaju vertikalnog gibanja, u formuli za Lorentzovu transformaciju moramo x koordinate zamijeniti y koordinatama. Budući da je $y_2 - y_1 = h \neq 0$, mjereno vrijeme ovisi o tome giba li se $\mathcal{S}'$ prema gore ili dolje. [1 bod]

   Razlika u mjerenom vremenu u odnosu na horizontalno gibanje je

   $$\delta t' = \pm\gamma \frac{vh}{c^2} = \pm\frac{9h}{19c} \quad [1\ \text{bod}]$$
   $$= \pm 2.06 \times 10^{-8}\,\text{s}, \quad [1\ \text{bod}]$$

   gdje „+” predznak odgovara gibanju prema gore, a „−” predznak gibanju prema dolje.

2. Početna količina gibanja sustava je

$$p_1 = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{mc}{\sqrt{3}}, \qquad \text{[2 BODA]}$$

dok je početna energija

$$E_1 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + 2mc^2 = \frac{2}{\sqrt{3}}(1+\sqrt{3})mc^2. \qquad \text{[2 BODA]}$$

U sudaru je nužno očuvana količina gibanja, pa nakon sudara vrijedi

$$p_2 = p_1. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Budući da je sudar savršeno neelastičan, nakon sudara tijelo ima masu $3m$ i njegova je energija

$$E_2 = \sqrt{(3mc^2)^2 + (p_2 c)^2} = 2\sqrt{\frac{7}{3}}mc^2. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Prema tome, dio početne energije koji je izgubljen u sudaru je

$$\eta = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = 1 - \frac{\sqrt{7}}{1+\sqrt{3}} = 0.03. \qquad \text{[2 BODA]}$$

3. Svijetli krug na površini vode je slika svjetiljke sa dna bazena. Polumjer kruga je određen totalnom refleksijom. Za kutove veće od graničnog, svjetlost se na površini vode totalno reflektira i ne izlazi van. [2 BODA]

Prema tome, ako je α granični kut za totalnu refleksiju u vodi, onda iz geometrije slijedi

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{r}{h}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

S druge strane, kut totalne refleksije je određen Snellovim zakonom

$$\sin\alpha = \frac{1}{n_\mathrm{v}}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Kombiniranjem ovih jednadžbi imamo

$$\begin{aligned} r &= \frac{h}{\sqrt{n_\mathrm{v}^2 - 1}} && \text{[1 BOD]} \\ &= 2.28\,\mathrm{m}. && \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

Ako na vodu nadolijemo sloj ulja, tada će granična zraka u ulju zatvarati kut β s okomicom, gdje prema Snellovom zakonu vrijedi

$$n_\mathrm{u}\sin\beta = n_\mathrm{v}\sin\alpha = 1. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Odavde vidimo da će se dolijevanjem ulja svijetlom krugu proširiti polumjer za

$$\begin{aligned} \delta r &= h'\mathrm{tg}\,\beta = \frac{h'}{\sqrt{n_\mathrm{u}^2 - 1}} && \text{[1 BOD]} \\ &= 9.40\,\mathrm{cm}. && \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

4. Ako svjetlost upada pod kutom α, a lomi se pod kutom β, tada iz uvjeta zadatka vrijedi

$$\alpha - \beta = \delta \qquad \text{[2 BODA]}$$

Nadalje, iz činjenice da je reflektirana zraka u potpunosti polarizirana, zaključujemo da kut upada odgovara Brewsterovom kutu te da mora vrijediti

$$\operatorname{tg} \alpha = n. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Sada možemo gornje jednakosti uvrstiti u Snellov zakon

$$\sin \alpha = n \sin \beta \qquad \text{[2 BODA]}$$

i dobiti jednadžbu

$$n = n(n \cos \delta - \sin \delta). \qquad \text{[2 BODA]}$$

Rješenje ove jednadžbe je

$$\begin{aligned} n &= \frac{1 + \sin \delta}{\cos \delta} && \text{[1 BOD]} \\ &= 1.19. && \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

5. Maksimumi difrakcije na optičkoj rešetci se javljaju pod kutovima koji zadovoljavaju jednadžbu

$$d \sin \theta_k = k\lambda, \qquad \text{[2 BODA]}$$

pa iz podataka danih u zadatku možemo odrediti omjer λ/d

$$\frac{\lambda}{d} = \sin \theta_1. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Ako rešetku obasjamo svjetlošću valne duljine $\lambda' = \frac{2}{3}\lambda$, difrakcijski maksimumi će biti vidljivi pod kutovima

$$\sin \theta'_k = k \frac{\lambda'}{d} = \frac{2}{3} k \sin \theta_1. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Odavde lako nađemo

$$\theta'_1 = 11.89^\circ,\ \theta'_2 = 24.33^\circ,\ \theta'_3 = 38.17^\circ,\ \theta'_4 = 55.49^\circ. \qquad \text{[4 BODA]}$$