Državno natjecanje iz fizike 2018/2019
Poreč, 10.-13. travnja 2019.
Srednje škole – 1. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijte imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. **Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

1. zadatak (17 bodova)

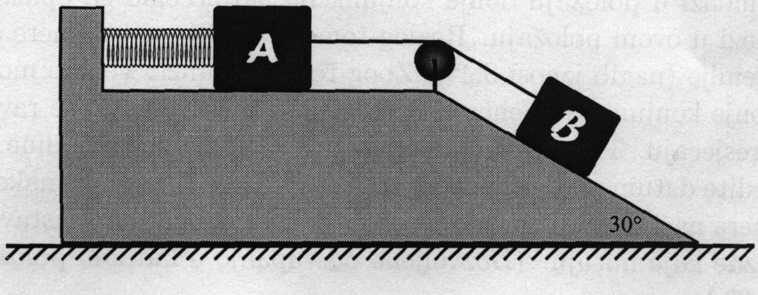
Riba pliva nizvodno rijekom stalnom brzinom 17.6 km/h u odnosu na vodu tik ispod površine vode. Rijeka teče brzinom 4 km/h. Ptica leti stalnom brzinom tako da smjer njezine brzine zatvara kut 60° s horizontalom. Riba i ptica gibaju se jedna prema drugoj i to u istoj vertikalnoj ravnini. Ako je početna udaljenost ribe i ptice 42 m, ptica će nakon 3 s gibanja uloviti ribu. Nakon što je ulovila ribu, ptica se s ribom uzdiže iznad rijeke brzinom jednakog iznosa, dok smjer brzine zatvara pravi kut s pravcem kojim se riba spuštala do rijeke. Nakon 2 s gibanja riba ispušta pticu.

a) Izračunajte brzinu ptice.
b) Izračunajte maksimalnu visinu ribe.
c) Izračunajte položaj pada ribe u rijeku (u odnosu na njezin početni položaj).
d) Skicirajte putanje ribe i ptice te izračunajte udaljenost ribe i ptice u trenutku pada ribe u rijeku.

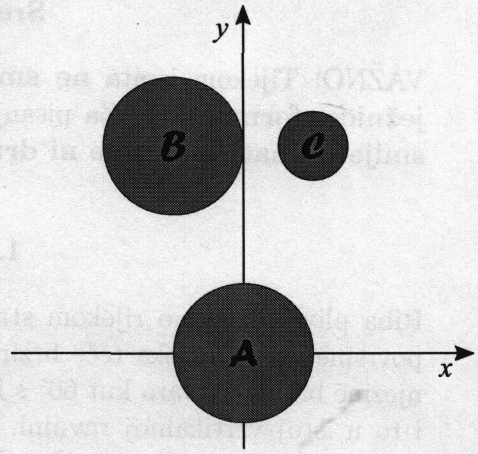
Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje $g = 10$ m/s^2.

2. zadatak (17 bodova)

Platforma miruje na horizontalnoj podlozi. Na platformu postavimo tijela A i B, koja su međusobno povezana nerastezljivim užetom zanemarive mase preko koloture zanemarive mase, a tijelo A povezano je i s platformom preko opruge. Mase tijela A i B odnose se kao $m_A : m_B = 1 : 2$. Koeficijent trenje između tijela A i B i platforme je $\mu = 0.2$. Na početku sustav pridržavamo u položaju u kojem je opruga nerastegnuta te ga zatim pustimo da se giba. Tijela A i B se bigaju u odnosu na platformu, a platforma miruje na horizontalnoj podlozi. U trenutku u kojem je opruga rastegnuta za 10% u odnosu na nerastegnutu duljinu, ubrzanje tijela A i B u odnosu na platformu iznosi $0.1g$. Platforma uslijed djelovanja vanjske sile počinje ubrzavati stalnim ubrzanjem a u odnosu na horizontalnu podlogu. U trenutku u kojem je duljina opruga za 40% veća u odnosu na nerastegnutu duljinu, ubrzanje tijela A i B u odnosu na platformu jednako je nuli. Izračunajte iznos i smjer ubrzanja platforme a. Trenje između platforme i horizontalne podloge je zanemarivo, kao i trenje između užeta i koloture.



3. zadatak (18 bodova)



Tri novčića međusobno različitih gustoća nalaze se na horizontalnoj podlozi po kojoj se mogu gibati bez trenja. Polumjer novčića A i B je $2a$, a novčića C a. Položaj sva tri novčića u početnom trenutku prikazan je na slici: središte novčića A nalazi se u ishodištu koordinatnog sustava, središte novčića B nalazi se na koordinati $(-2a, 6a)$ i središte novčica C nalazi se na koordinati $(2a, 6a)$. U početnom trenutku novčić A giba se brzinom v_A u pozitivnom smjeru osi y, a novčići B i C miruju. Nakon svih sudara novčić A miruje, a novčić C se giba brzinom 10 cm/s. Masa novčića C iznosi 5 g. Sudari novčića su savršeno elastični. Rub svakog novčića je savršeno gladak tako da prilikom sudara ne dolazi do rotacije novčića oko svoje osi. Izračunajte:

a) brzinu novčića A prije sudara v_A,

b) iznos i smjer brzine novčića B nakon sudara i smjer brzine novčića C nakon sudara,

d) mase novčića A i B.

4. zadatak (18 bodova)

Promotrimo gibanje Zemlje i Venere oko Sunca. Pretpostavimo da se planeti gibaju po kružnim putanjama. Polumjer kružne putanje Venere oko Sunca iznosi 108 208 000 km. Period gibanja Zemlje oko Sunca jednak je 365.26 dana. Masa Sunca iznosi $1.989 \cdot 10^{30}$ kg, a gravitacijska konstanta je $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \mathrm{m}^3/\mathrm{kgs}^2$.

a) Izračunajte period gibanja Venere oko Sunca.

Vrijeme potrebno da planet obiđe jednom oko Sunca naziva se još i siderički period. Sinodički period nekog planeta je vrijeme potrebno da planet dođe u isti položaj u odnosu na Zemlju. Sinodički period Venere možemo najlakše odrediti, ako za početni položaj uzmemo položaj donje konjunkcije Venere. U položaju donje konjunkcije Venera se nalazi na pravcu između Zemlje i Sunca i to između njih.

b) Izračunajte koliko će punih krugova oko Sunca napraviti Zemlja, a koliko Venera između dvije uzastopne donje konjunkcije Venere.

c) Izračunajte sinodički period Venere, odnosno vrijeme između dviju uzastopne donje konjunkcije Venere.

Prolazak planeta ispred Sunčeve ploče naziva se tranzit. Tranzit Venere opaža se kad se Venera nalazi u položaju donje konjunkcije, no nećemo ga opaziti svaki put kada se Venera nalazi u ovom položaju. Razlog tome je nagib staze Venere oko Sunca u odnosu na stazu Zemlje (nagib iznosi 3.4°). Zbog toga se tranzit Venere može opaziti samo kad je točka donje konjunkcije Venere istovremeno i točka u kojoj se ravnine gibanja Zemlje i Venere presjecaju. Tranzit Venere opažen je 8. lipnja 2004. godine.

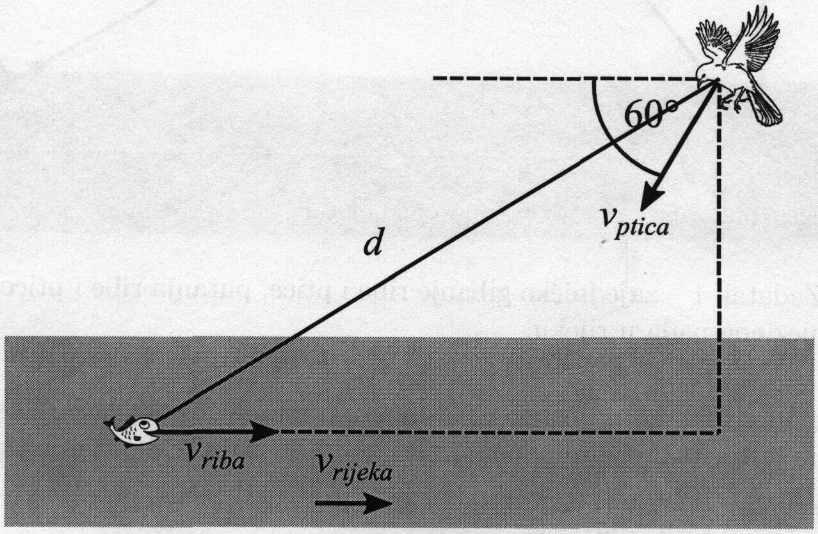
d) Odredite datum prvog sljedećeg tranzita Venere tj. vrijeme nakon kojeg će se Zemlja i Venera naći u približno istom položaju u koordonatnom sustavu vezanom za daleke zvijezde koje miruju. (Dozvoljeno odstupanje u kutnom položaju Zemlje i Venere je $\leq 3°$.)

Državno natjecanje iz fizike 2018/2019
Poreč, 10.-13. travnja 2019.
Srednje škole – 1. skupina

Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (17 bodova)

Položaj ribe i ptice u početnom trenutku, kao i smjer njihove brzine prikazani su na slici 1.



Slika 1: Zadatak 1 – početni položaji i brzine ribe i ptice.

Sa skice se može vidjeti da vrijedi:

$d^2 = \left(\left(v_{riba} + v_{rijeka}\right) t_1 + \frac{1}{2} v_{ptica} t_1\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} v_{ptica} t_1\right)^2$ **(2 boda)**

$\frac{d^2}{t_1^2} = \left(v_{riba} + v_{rijeka}\right)^2 + v_{ptica}\left(v_{riba} + v_{rijeka}\right) + \frac{1}{4} v_{ptica}^2 + \frac{3}{4} v_{ptica}^2$

$\frac{d^2}{t_1^2} = \left(v_{riba} + v_{rijeka}\right)^2 + v_{ptica}\left(v_{riba} + v_{rijeka}\right) + v_{ptica}^2$

Uvrstimo brojeve: $d = 42$ m, $t_1 = 3$ s, $v_{riba} + v_{rijeka} = (17.6 + 4) \cdot \frac{1000}{3600}$ m/s $= 6$ m/s:

$196 = 36 + 6 v_{ptica} + v_{ptica}^2$

$v_{ptica}^2 + 6 v_{ptica} - 160 = 0$

$\left(v_{ptica} - 10\right)\left(v_{ptica} + 16\right) = 0$ **(2 boda)**

Slijedi da je brzina ptice $v_{ptice} = 10$ m/s. **(1 bod)**

Početni položaj uzdizanja ptice s ribom te smjer njezine brzine prikazani su na slici 2.

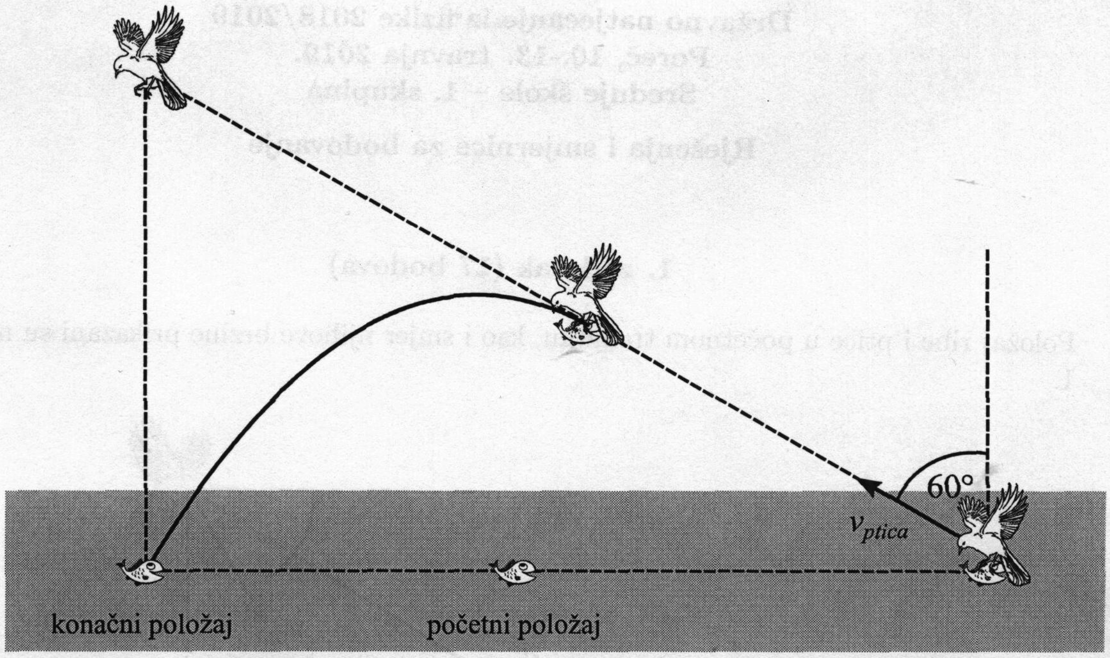
Ptica će se za $t_2 = 2$ s popesti na visinu:

$y_2 = \frac{1}{2} v_{ptica} t_2 = 10$ m **(1 bod)**

U trenutku ispuštanja riba ima početnu brzinu iznosa $v_0 = v_{ptica}$ u smjeru 30° u odnosu na horizontalu. Za gibanje ribe vrijede sljedeće jednadžbe:

$y(t) = y_2 + \frac{1}{2} v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ **(1 bod)**

$x(t) = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 t$ **(1 bod)**



Slika 2: Zadatak 1 – zajedničko gibanje ribe i ptice, putanja ribe i ptice nakon ispuštanja ribe do njezinog pada u rijeku.

Maksimalnu visinu, koju postiže riba, možemo odrediti iz sljedeće relacije gdje smo uzeli u obzir da je vertikalna komponenta brzine u najvišoj točki putanje jednaka nuli:

$\left(\frac{1}{2}v_0\right)^2 = 2gy_3 \Rightarrow y_3 = \frac{v_0^2}{8g} = 1.25$ m **(1 bod)**

$y_{max} = y_2 + y_3 = 11.25$ m **(1 bod)**

U trenutku pada ribe u rijeku vrijedi:

$y(t_4) = 0 = y_2 + \frac{1}{2}v_0 t_4 - \frac{1}{2}gt_4^2$

$0 = 10 + 5t_4 - 5t_4^2$

$t_4^2 - t_4 - 2 = 0$

$(t_4 - 2)(t_4 + 1) = 0$ **(1 bod)**

Prihvatljivo rješenje za vrijeme pada ribe u rijeku je $t_4 = 2$ s nakon što ju je riba ispustila. **(1 bod)**

Udaljenost točke pada ribe u vodu od početne točke jednaka je:

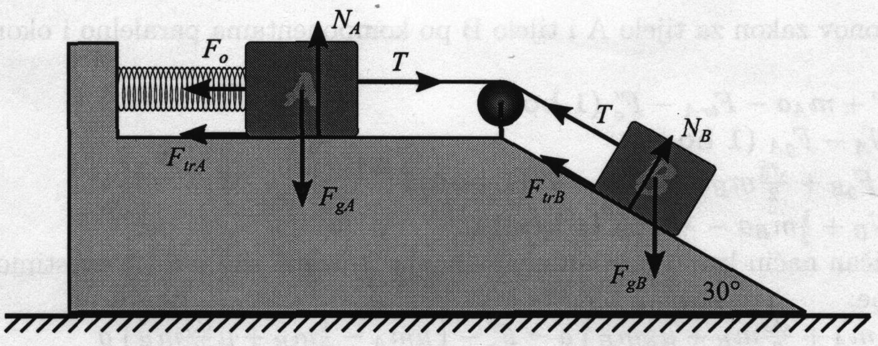
$(v_{riba} + v_{rijeka})\, t_1 - \frac{\sqrt{3}}{2} v_{ptica}\,(t_2 + t_4) = 6\ \text{m/s} \cdot 3\ \text{s} - \frac{\sqrt{3}}{2} 10\ \text{m/s} \cdot 4\ \text{s} = -16.6$ m, odnosno 16.6 m lijevo od početnog položaja **(2 boda)**. Riba i ptica se u horizontalnom smjeru gibaju jednakom brzinom pa prelaze i jednaku horizontalnu udaljenost. U trenutku pada ribe u rijeku njhova udaljenost jednaka je:

$\frac{1}{2} v_{ptica}\,(t_2 + t_4) = 20$ m. **(1 bod)**

Putanje ribe i ptice prikazane su na slici: **(2 boda)**.

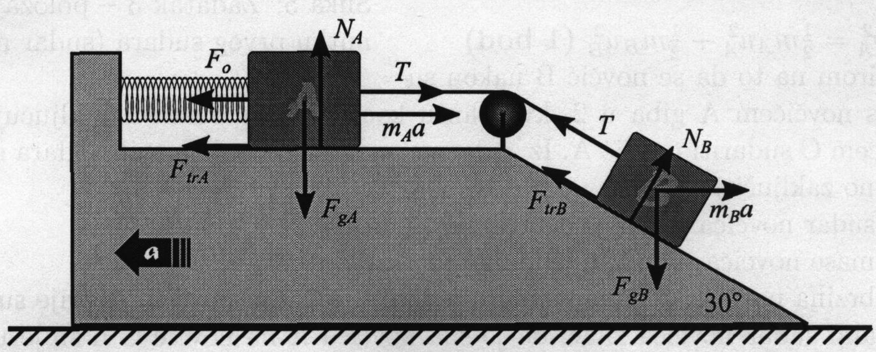
2. zadatak (17 bodova)

Tijelo B gibat će se niz kosinu zbog čega će se tijelo A gibati prema desno. Sile na tijela A i B za vrijeme njihovog gibanja prikazane su na slici 3. Ubrzanje tijela A i B a' se mijenja za vrijeme gibanja jer se mijenja iznos sile opruge. Možemo napisati 2. Newtonov zakon za tijelo A i tijelo B po komponentama paralelno i okomito na podlogu:



Slika 3: Zadatak 2 – sile na tijelo A i B dok platforma miruje na horizontalnoj podlozi.

$m_A a' = T - F_{trA} - F_o$ **(1 bod)**
$0 = N_A - F_{gA}$ **(1 bod)**
$m_B a' = \frac{1}{2} F_{gB} - F_{trB} - T$ **(1 bod)**
$0 = N_B - \frac{\sqrt{3}}{2} F_{gB}$ **(1 bod)**
Sila trenja jednaka je umnošku koeficijenta trenja i sile podloge na tijelo pa slijedi:
$F_{trA} = \mu N_A = \mu F_{gA}$ **(1 bod)**
$F_{trB} = \mu N_B = \mu \frac{\sqrt{3}}{2} F_{gB}$ **(1 bod)**
Uvrštavanjem izraza za sile trenja u prvu i treću jednadžbu i njihovim zbrajanjem dobije se:
$F_o = \left(\frac{1}{2} m_B - \mu \left(m_A + \frac{\sqrt{3}}{2} m_B\right)\right) g - (m_A + m_B)\, a'$
Sila opruge je:
$F_o = k\,(l - l_0) = k\,(1.1 l_0 - l_0) = 0.1 k l_0.$ **(1 bod)**
Uvrštavanjem omjera masa $m_B = 2m_A$, ubrzanja tijela $a' = 0.1g$, izraza za silu opruge i koeficijenta trenja $\mu = 0.2$ dobije se:
$0.2 k l_0 = \left(1 - 0.3\left(1 + \sqrt{3}\right)\right) m_A g$
$k = \left(5 - 2\sqrt{3}\right) \frac{m_A g}{l_0}$ **(1 bod)**
Kada platforma ubrzava, na tijela A i B djeluje inercijalna sila u smjeru suprotnom od ubrzanja platforma. Iz uvjeta zadatka da će se opruga dodatno produljiti zaključujemo da inercijalna sila na tijela A i B djeluje prema desno što znači da je ubrzanje platforme prema lijevo **(1 bod)**. U ovom slučaju sve sile na tijela A i B u sustavu platforme prikazane su na slici 4.



Slika 4: Zadatak 2 – sile na tijelo A i B dok platforma ubrzava prema lijevo. Sile su prikazane u sustavu platforme.

U trenutku u kojem je ubrzanje tijela A i B u odnosu na platformu jednako nuli, 2.

Newtonov zakon za tijelo A i tijelo B po komponentama paralelno i okomito na podlogu glasi:

$0 = T + m_A a - F_{trA} - F'_o$ **(1 bod)**

$0 = N_A - F_{gA}$ **(1 bod)**

$0 = \frac{1}{2}F_{gB} + \frac{\sqrt{3}}{2}m_B a - F_{trB} - T$ **(1 bod)**

$0 = N_B + \frac{1}{2}m_B a - \frac{\sqrt{3}}{2}F_{gB}$ **(1 bod)**

Na sličan način kao u prethodnom slučaju izrazimo sile trenja, uvrstimo i zbrojimo jednadžbe:

$0 = \left(m_A + \frac{\sqrt{3}}{2}m_B + \mu\frac{1}{2}m_B\right)a - F'_o - \left(\mu m_A - \frac{1}{2}m_B + \mu\frac{\sqrt{3}}{2}m_B\right)g$

Sila opruge je u ovom slučaju $F'_o = k\,(l' - l_0) = 0.4kl_0$. Uvrštavanjem poznatih vrijednosti dobije se:

$\left(1.2 + \sqrt{3}\right)m_A a = 0.4l_0\left(5 - 2\sqrt{3}\right)\frac{m_A g}{l_0} + \left(0.2\sqrt{3} - 0.8\right)m_A g$

$$a = \frac{1.2 - 0.6\sqrt{3}}{1.2 + \sqrt{3}}g = 0.055g = 0.54\ \mathrm{m/s^2}\ \textbf{(4 boda)}$$

3. zadatak (18 bodova)

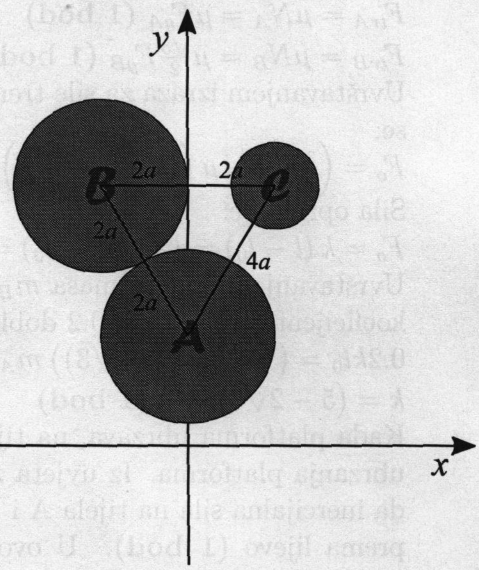
Novčić A najprije će se sudariti s novčićem B. Njihovi položaji u trenutku sudara prikazani su na slici 5. Sila novčića A na novčić B djeluje okomito na tangentu u točki njihova dodira te će stoga brzina novčića B nakon sudara u_B imati isti smjer. Iz pravokutnog trokuta prikazanog na slici hipotenuze $4a$ i jedne katete $2a$ zaključujemo da je kut između smjera djelovanja sile i pozitivnog smjera osi y 30° **(1 bod)**. Zakon očuvanja količine gibanja za sudar novčića A i B možemo napisati po komponentama u koordinatnom sustavu:

$0 = m_A u_{Ax} - m_B\frac{1}{2}u_B$ **(1 bod)**

$m_A v_A = m_A u_{Ay} + m_B\frac{\sqrt{3}}{2}u_B$ **(1 bod)**

Zakon očuvanja energije za ovaj sudar glasi:

$\frac{1}{2}m_A v_A^2 = \frac{1}{2}m_A u_A^2 + \frac{1}{2}m_B u_B^2$ **(1 bod)**



Slika 5: Zadatak 3 – položaji novčića u trenutku prvog sudara (sudar novčića A i B).

S obzirom na to da se novčić B nakon sudara s novčićem A giba u 2. kvadrantu koordinatnog sustava zaključujemo da će se s novčićem C sudariti novčić A. Iz zadanog podatka da nakon svih sudara novčić A miruje, možemo zaključiti sljedeće:

- sudar novčića A i C je centralan, **(1 bod)**
- mase novčića A i C su jednake, **(1 bod)**
- brzina novčića C nakon sudara jednaka je brzini novčića A prije sudara. **(1 bod)**

Centralni sudar novčića znači da je sila novčića A na novčić C u smjeru brzine novčića A prije sudara. U suprotnom, slično kao u sudaru novčića A i B, smjer brzine novčića C nakon sudara bila bi u smjeru okomitom na tangentu u točki njihova dodira, odnosno pod određenim kutem u odnosu na brzinu novčića A prije sudara. Prethodno bi zbog zakona očuvanja količine gibanja nužno značilo da bi novčić A nakon sudara imao komponentu brzine okomitu na smjer brzine prije sudara. No, budući da je zadano da novčić A nakon sudara miruje, zaključujemo da je sudar novčića A i C centralan **(2 boda)**. Dalje možemo analizirati centralni elastični sudar novčića A i C gdje su brzine novčića prije sudara: u_A i $u_C = 0$, a nakon sudara: u'_A i u'_C. Zakoni očuvanja količine gibanja i energije su kako slijedi (gibanje novčića prije i nakon sudara je duž osi paralelne smjeru brzine u_A):

$m_A u_A = m_A u'_A + m_C u'_C$

$\frac{1}{2} m_A u_A^2 = \frac{1}{2} m_A u_A'^2 + \frac{1}{2} m_C u_C'^2$

Iz zakona očuvanja količine gibanja izrazimo u_A:

$u_A = u'_A + \frac{m_C}{m_A} u'_C$,

uvrstimo u zakon očuvanja energije i sredimo pa dobijemo jednadžbu:

$u'_C \left(\left(1 - \frac{m_C}{m_A}\right) u'_C - 2u'_A \right) = 0$

Rješenje $u'_C = 0$ i $u'_A = u_A$ odbacujemo jer ne odgovara uvjetima ovog sudara. Iz drugog rješenja za brzine novčića A i C nakon sudara slijedi:

$$u'_A = \frac{m_A - m_C}{m_A + m_C} u_A, \; u'_C = \frac{2m_A}{m_A + m_C} u_A$$

Iz zahtjeva zadatka da je $u'_A = 0$ slijedi $m_A = m_C = 5$ g, a nadalje za brzinu novčića A prije sudara s novčićem C slijedi $u_A = u'_C = 10$ cm/s. **(4 boda)**

Ako je sudar novčića A i C centralan, to znači da se novčić A prije sudara s novčićem C, a nakon sudara s novčićem B gibao duž spojnice središta novčića A i C. Iz slike možemo vidjeti da iz toga slijedi da brzina novčića A nakon sudara s novčićem B zatvara kut od 30° s pozitivnim smjerom osi y, odnosno da je $u_{Ax} = \frac{1}{2} u_A$ i $u_{Ay} = \frac{\sqrt{3}}{2} u_A$ **(1 bod)**. Prethodno uvrstimo u zakon očuvanja količine gibanja za sudar novčića A i B pa dobijemo:

$0 = m_A \frac{1}{2} u_A - m_B \frac{1}{2} u_B$

$m_A v_A = m_A \frac{\sqrt{3}}{2} u_A + m_B \frac{\sqrt{3}}{2} u_B$

Iz prve jednadžbe slijedi $m_A u_A = m_B u_B$. Uvrštavanjem u drugu dobijemo:

$v_A = \sqrt{3} u_A = \sqrt{3} u'_C = 17.3$ cm/s **(1 bod)**

Uvrštavanjem prethodnih izraza u zakon očuvanja energije dobije se omjer masa novčića:

$\frac{m_A}{m_B} = 2$ **(1 bod)**

Pa je prema tome masa novčića B $m_B = \frac{1}{2} m_A = 2.5$ g **(1 bod)**.

Nadalje za brzinu novčića B nakon sudara slijedi:

$u_B = \frac{m_A}{m_B} u_A = 2u_A = 20$ cm/s **(1 bod)**.

4. zadatak (18 bodova)

Venera se giba oko Sunca po kružnoj putanju radi djelovanja gravitacijske sile te stoga 2. Newtonov zakon glasi:

$$m_{Venera} \frac{v^2}{r} = G \frac{m_{Venera} m_{Sunce}}{r^2}, \; \textbf{(2 boda)}$$

gdje je v orbitalna brzina Venere, a r polumjer kružne putanje Venere oko Sunca. Brzina v nadalje je jednaka:

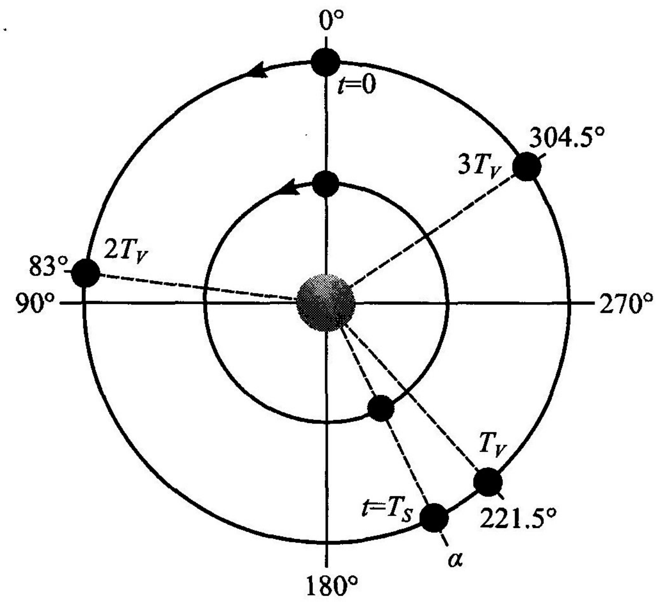
$$v = \frac{2r\pi}{T_{Venera}}. \; \textbf{(1 bod)}$$

Uvrštavanjem prethodnog u 2. Newtonov zakon dobijemo:

$$\frac{4r\pi^2}{T_{Venera}^2} = G \frac{m_{Sunce}}{r^2} \Rightarrow T_{Venera} = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G m_{Sunce}}} = 224.7 \text{ dana } \textbf{(2 boda)}$$

Uzmimo da se u početnom trenutku $t = 0$ Venera nalazi u položaju donje konjunkcije na kutu 0°. Smjer rotacije Zemlje i Venere oko Sunca prikazan je na slici 6. Uspoređujući sideričke periode Venere i Zemlje zaključujemo da se Venera giba brže od Zemlje. Za vrijeme jednog sideričkog perioda Venere Zemlja će se pomaknuti za kut:

$\Delta\phi = \frac{360^\circ}{T_{Zemlja}} T_{Venera} = 221.5^\circ$ **(1 bod)**



Slika 6: Zadatak 4

U vremenu sljedećeg sideričkog perioda Venere, odnosno u trenutku $t = 2T_{Venera}$ Zemlja će se dodatno zakrenuti za $\Delta\phi$ te će biti na kutu:

$2 \cdot 221.5^\circ - 360^\circ = 83^\circ$ **(1 bod)**

U trenutku $t = 3T_{Venera}$ Zemlja je na položaju:

$3 \cdot 221.5^\circ - 360^\circ = 304.5^\circ$ **(1 bod)**

Sa slike možemo vidjeti da nakon vremena T_{Venera} Zemlja još nije napravila puni krug oko Sunca. U trenutku $2T_{Venera}$ Zemlja je napravila jedan puni krug i nalazi se na 83°. Također možemo vidjeti da Venera između T_{Venera} i $2T_{Venera}$ sustiže Zemlju te da se razlika kuta između Venere i Zemlje smanjila. U trenutku $3T_{Venera}$ vidimo da je Venera prestigla Zemlju što znači da se donja konjunkcija Venere dogodila u trenutku T_S koji je između $2T_{Venera}$ i $3T_{Venera}$. Dakle, Venera će između dva položaja donje konjunkcije napraviti dva puna kruga oko Sunca, a Zemlja jedan **(1 bod)**. Na slici su također prikazani položaji dvije uzastopne donje konjunkcije Venere pri čemu se Zemlja i Venera u drugoj konjunkciji nalaze na kutu α. Vrijedi:

$\alpha = \frac{360^\circ}{T_{Zemlja}} (T_S - T_{Zemlja})$ **(1 bod)**

$\alpha = \frac{360^\circ}{T_{Venera}} (T_S - 2T_{Venera})$ **(1 bod)**

Izjednačimo prethodne dvije jednadžbe:

$$\frac{360^\circ}{T_{Zemlja}} (T_S - T_{Zemlja}) = \frac{360^\circ}{T_{Venera}} (T_S - 2T_{Venera})$$

Sređivanjem za sinodički period Venere T_S dobijemo:

$$T_S = \frac{T_{Zemlja} T_{Venera}}{T_{Zemlja} - T_{Venera}} = \frac{1}{\frac{1}{T_{Venera}} - \frac{1}{T_{Zemlja}}} = 583.9 \text{ dana } \textbf{(2 boda)}$$

Uvjet za opažanje sljedećeg Venerinog tranzita je da se Venera nalazi u donjoj konjunkciji i to na istom položaju u odnosu na daleke zvijezde kao 8. lipnja 2004. Prethodno smo odredili da se nakon svakog sideričkog perioda Zemlja i Venera zakrenu za kut α. Slijedi da traženi uvjet možemo zapisati kao $n\alpha \approx m360^\circ$, gdje su n i m prirodni brojevi **(2 boda)**. Najprije izračunamo kut α:

$$\alpha = 360^\circ \frac{2T_{Venera} - T_{Zemlja}}{T_{Zemlja} - T_{Venera}} = 215.5^\circ \textbf{ (1 bod)}$$

Uvrštavanjem prirodnih brojeva dobivamo da je $5 \cdot 215.5^\circ \approx 3 \cdot 360^\circ$ **(1 bod)** što znači da se sljedeći Venerin tranzit dogodio 5 sideričkih perioda Venere nakon 8. lipnja 2004., odnosno nakon $5 \cdot 583.9$ dana $= 2919.5$ dana ≈ 8 godina **(1 bod)**.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
Poreč, 10. - 13. travnja 2019.

srednje škole - 1. skupina

EKSPERIMENTALNI ZADATAK
(30 bodova)

Pribor: Papir A3 format, ravnalo, novčić od 2 kn, novčić od 20 lipa, selotejp

Zadatak: Sudari novčića

1. Mjerenje

Postavit novčiće na papir na nekoj udaljenosti jednog od drugog. Novčićem od 2 kune gađate novčić od 20 lipa. Sudar mora biti centralan tako da se nakon sudara novčići gibaju po istom pravcu. Neka pismo novčića bude prema gore, a glava prema dolje. Izmjerite pomak novčića od dvije kune nakon sudara od mjesta sudara do mjesta zaustavljanja, a zatim pomak novčića od 20 lipa nakon sudara od mjesta sudara do mjesta zaustavljanja. Napravite nekoliko mjerenja tako da možete napraviti račun pogreške. Za jedno mjerenje olovkom zaokružite oko novčića tako da se vidi na papiru gdje su bili novčići i označite na papiru kako ste izmjerili pomake. Mjerenja upišite u tablicu. Prije samog mjerenja možete novčićima prijeći po papiru po putanji kojom će se gibati novčići. Pazite da se novčići ne rotiraju prilikom gibanja jer će pogreške biti veće.

2. Mjerenje

Ponoviti mjerenje, ali tak da novčićem od 20 lipa gađate novčić od 2 kune. Također za jedno mjerenje olovkom zaokružite oko novčića tako da se vidi na papiru gdje su bili novčići i označite na papiru kako ste izmjerili pomake.

Koeficijent restitucije

Za prvo i drugo mjerenje izračunajte koeficijent restitucije.
Faktor trenja za obadva novčića je isti.
Omjer masa novčića od 20 kuna i 20 lipa je 2,15.

Napravite račun pogreške.

Relativni gubitak mehaničke energije

Za prvo i drugo mjerenje izračunajte koliki je relativni gubitak mehaničke energije u postocima u trenutku sudara (ne nakon sudara kada se gibaju usporeno).

Napravite račun pogreške.

Napomena:

Koeficijent restitucije je omjer relativnih brzina nakon i prije sudara po apsolutnoj vrijednosti.

$$k = \left|\frac{\vec{v}'_1 - \vec{v}'_2}{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}\right|$$

gdje je $\vec{v}_1$ vektor brzine prvog tijela prije sudara, $\vec{v}_2$ vektor brzine drugog tijela prije sudara, $\vec{v}'_1$ vektor brzine prvog tijela nakon sudara, $\vec{v}'_2$ vektor brzine drugog tijela nakon sudara.

Ukoliko je k=1 sudar je savršeno elastičan, ako je 1>k>0 sudar je neelastičan, i ako je k=0 sudar je savršeno neelastičan.

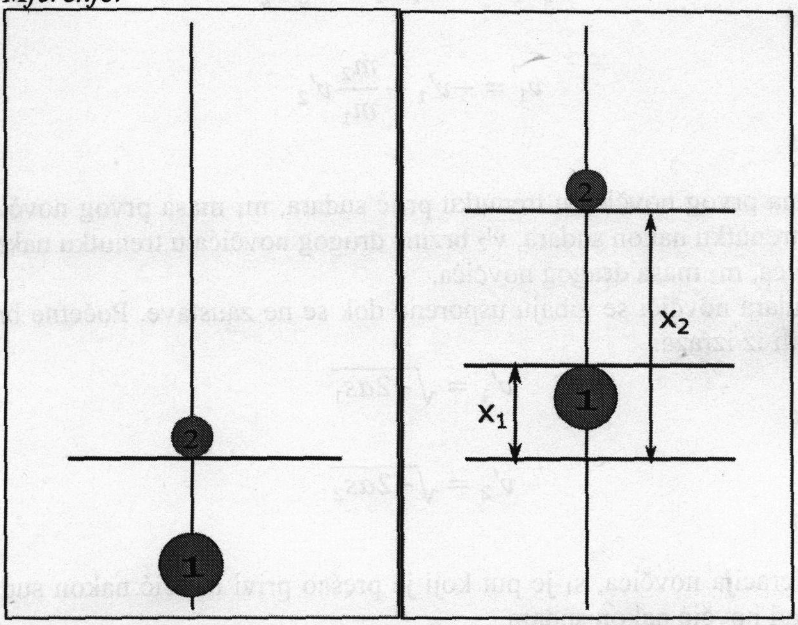
Želimo vam puno uspjeha u rješavanju.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
Poreč, 10. - 13. travnja 2019.

srednje škole - 1. skupina

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATAKA
(30 bodova)

Mjerenje:



Na slikama su prikazani novčići prije sudara i poslije sudara. Na papiru je poželjno označiti mjesto sudara linijom i okomitom linijom smjer gibanja novčića. Na drugoj slici je prikazano kako je potrebno mjeriti pomake novčića.

Prvi novčić dobro je postaviti 3 do 4 cm od drugog. Ako su previše daleko preciznost pogotka je manja tako da novčići neće ostati na istom pravcu. Ako su preblizu može se dogoditi da prilikom udaranja prvog novčića zahvati se i drugi novčić. Ako dođe do rotacije novčića mjerenje treba ponoviti. Prvi novčić može se udariti s prstom ili ravnalom tako da se ravnalo malo savine. Pokazalo se da su najbolji rezultati ako se pored novčića stavi ravnalo i ravnalo se udari s prstom. Mogući su i drugi načini.

Pravilno označen pomak novčića u prvom mjerenju <u>2 boda.</u>
Pravilno označen pomak novčića u drugom mjerenju <u>2 boda.</u>

Računanje koeficijenta restitucije

Vektor količina gibanja prvog novčića u trenutku kad udari u drugi novčić mora biti jednaka zbroju vektora količina gibanja oba novčića odmah nakon sudara:

$$\vec{p}_1 = \vec{p'}_1 + \vec{p'}_2$$

Jednadžba 1

Ako se novčići nastave gibati u istom smjeru onda vrijedi:

$$m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

Jednadžba 2

Brzina prvog novčića prije sudara biti će jednaka:

$$v_1 = v'_1 + \frac{m_2}{m_1} v'_2$$

Jednadžba 3 (1 bod)

Ako se prvi novčić odbije unazad onda je:

$$m_1 v_1 = -m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

Jednadžba 4

$$v_1 = -v'_1 + \frac{m_2}{m_1} v'_2$$

Jednadžba 5 (1 bod)

v_1 je brzina prvog novčića u trenutku prije sudara, m_1 masa prvog novčića, v'_1 brzina prvog novčića u trenutku nakon sudara, v'_2 brzina drugog novčića u trenutku nakon sudara, m_1 masa prvog novčića, m_2 masa drugog novčića.

Nakon sudara novčići se gibaju usporeno dok se ne zaustave. Početne brzine novčića mogu se izračunati iz izraza:

$$v'_1 = \sqrt{-2as_1}$$

Jednadžba 6

$$v'_2 = \sqrt{-2as_2}$$

Jednadžba 7 (1 bod)

a je deceleracija novčića, s_1 je put koji je prešao privi novčić nakon sudara, s_2 je put koji je prešao drugi novčić nakon sudara.

$$s_1 = |x_1|$$

Jednadžba 8

$$s_2 = |x_2|$$

Jednadžba 9

Novčići se zaustavljaju zbog sile trenja:

$$F_{tr} = -\mu m g$$

Jednadžba 10 (1 bod)

μ je faktor trenja, m masa, g ubrzanje slobodnog pada

$$F_{tr} = ma$$

Jednadžba 11

a je deceleracija tijela.

$$a = -\mu g$$

Jednadžba 12

Onda je:

$$v'_1 = \sqrt{2\mu g s_1}$$

Jednadžba 13

$$v'_2 = \sqrt{2\mu g s_2}$$

Jednadžba 14 (1 bod)

Uvrštavanjem jednadžbe 11 i 12 u jednadžbu 3 dobijemo brzinu prvog novčića u trenutku sudara ako se prvi novčić nastavi gibati u istom smjeru:

$$v_1 = \sqrt{2\mu g}(\sqrt{s_1} + \frac{m_2}{m_1}\sqrt{s_2})$$

Jednadžba 15 (1 bod)

Ukoliko se prvi novčić odbije nazad tada je:

$$v_1 = \sqrt{2\mu g}(-\sqrt{s_1} + \frac{m_2}{m_1}\sqrt{s_2})$$

Jednadžba 16 (1 bod)

U slučaju da se drugi novčić giba u istom smjeru nakon sudara koeficijent restitucije biti će:

$$k = \left|\frac{v'_1 - v'_2}{v_1}\right|$$

Jednadžba 17 (1 bod)

$$k = \left|\frac{\sqrt{s_1} - \sqrt{s_2}}{\sqrt{s_1} + \frac{m_2}{m_1}\sqrt{s_2}}\right|$$

Jednadžba 18 (1 bod)

U slučaju da se drugi novčić giba u suprotnom smjeru nakon sudara koeficijent restitucije biti će:

$$k = \left|\frac{-v'_1 - v'_2}{v_1}\right|$$

Jednadžba 19

$$k = \left|\frac{-\sqrt{s_1} - \sqrt{s_2}}{-\sqrt{s_1} + \frac{m_2}{m_1}\sqrt{s_2}}\right|$$

Jednadžba 20 (1 bod)

Primjer rezultata mjerenja kada novčić od 2 kune udara u novčić od 20 lipa:

$$\frac{m_2}{m_1} = 0{,}465$$

(1 bod)

x_2/cm	x_1/cm	k	Δk
4,60	0,75	0,687	0,024
5,80	1,00	0,665	0,002
8,90	1,80	0,602	0,061
18,10	2,90	0,693	0,030
18,40	3,10	0,674	0,011
19,10	3,50	0,641	0,022
28,40	4,50	0,698	0,035
	$\bar{k}=$	0,663	

,

$$k = 0{,}663 \pm 0{,}061$$

Jednadžba 21

Relativna pogreška 9,2%.

Primjer rezultata mjerenja kada novčić od 20 lipa udara u novčić od 2 kune:

$$\frac{m_2}{m_1} = 2{,}15$$

x_2/cm	x_1/cm	k	Δk
1,80	-0,30	0,807	0,011
3,60	-0,60	0,807	0,011
4,30	-0,80	0,831	0,013
5,80	-0,95	0,804	0,015
7,80	-1,40	0,823	0,005
9,80	-1,80	0,829	0,010
14,80	-2,50	0,810	0,008
	$\bar{k}=$	0,818	

tablica 2 boda

$$k = 0{,}818 \pm 0{,}015$$

račun pogrešaka 2 boda

Jednadžba 22

Relativna pogreška 1,8%.

Računanje relativnog gubitka mehaničke energije

Relativni gubitak mehaničke energije biti će:

$$\varepsilon = \frac{E_k - E'_k}{E_k} = 1 - \frac{E'_k}{E_k}$$

Jednadžba 23 (1 bod)

E_k je ukupna kinetička energija u trenutku prije sudara, a E'_k ukupna kinetička energija u trenutku nakon sudara.

Kinetička energija u trenutku prije sudara je:

$$E_k = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

Jednadžba 24 (1 bod)

Kinetička energija u trenutku nakon sudara je:

$$E'_k = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_1 v_2'^2$$

Jednadžba 25 (1 bod)

Uvrštavajući u jednadžbu 21 jednadžbe 22 i 23 te za brzine jednadžbe 11 i 12 i za slučaj da se prvi novčić nastavi gibati u istom smjeru jednadžbu 13 dobije se:

$$\varepsilon = 1 - \frac{s_1 + \frac{m_2}{m_1} s_2}{s_1 + \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 s_2 + 2\frac{m_2}{m_1}\sqrt{s_1 s_2}}$$

Jednadžba 26 (1 bod)

Za slučaj da se prvi novčić odbije natrag umjesto jednadžbe 13 koristi se jednadžba 14 i dobije se:

$$\varepsilon = 1 - \frac{s_1 + \frac{m_2}{m_1} s_2}{s_1 + \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 s_2 - 2\frac{m_2}{m_1}\sqrt{s_1 s_2}}$$

Jednadžba 27 (1 bod)

Primjer rezultata mjerenja kada novčić od 2 kune udara u novčić od 20 lipa:

x_2/cm	x_1/cm	ε	Δε
4,60	0,75	16,8%	0,97%
5,80	1,00	17,7%	0,03%
8,90	1,80	20,2%	2,49%
18,10	2,90	16,5%	1,27%
18,40	3,10	17,3%	0,41%
19,10	3,50	18,7%	0,96%
28,40	4,50	16,3%	1,46%
	$\bar{\varepsilon}=$	17,7%	

$$\varepsilon = (17{,}7 \pm 2{,}49)\%$$

Jednadžba 28

Relativna pogreška 14,07%.

Primjer rezultata mjerenja kada novčić od 20 lipa udara u novčić od 2 kune:

x_2/cm	x_1/cm	ε	Δε
1,80	-0,30	23,8%	1,23%
3,60	-0,60	23,8%	1,23%
4,30	-0,80	21,1%	1,48%
5,80	-0,95	24,2%	1,63%
7,80	-1,40	22,0%	0,57%
9,80	-1,80	21,4%	1,15%
14,80	-2,50	23,5%	0,91%
	$\bar{\varepsilon}=$	22,6%	

tablica 2 boda

$$\varepsilon = (22{,}6 \pm 1{,}63)\%$$

račun pogrešaka 2 boda

Jednadžba 29

Relativna pogreška 7,22%.

Preciznost mjerenja 2 boda

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE – POREČ, 10.-13. travnja 2019.

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijete koristiti nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. ***Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora***.

1. zadatak (20 bodova)

Dva pozitivna točkasta naboja Q pričvršćeni su u točkama ($a/2, a/2; 0$) i ($-a/2; a/2; 0$), a dva točkasta naboja -Q u točkama ($-a/2; -a/2; 0$) i ($a/2; -a/2; 0$). Poznate su vrijednosti $a> 0$ i elektrostatska energija ukupnog sustava naboja U_E.

a) Odredite Q i predznak rada W potrebnog za stvaranje takve konfiguracije dovođenjem svih naboja iz beskonačnosti.

b) Odredite rad W koji treba uložiti kako bi se jedan od četiri naboja doveo iz beskonačne udaljenosti u navedeni položaj, dok su preostala tri naboja na navedenim položajima.

c) Da bi testni naboj q prešao iz točke A = (0; -a/2; 0) u točku B = (0; 0; 0), uložen je rad $W < 0$. Odredite predznak i iznos naboja q.

d) U određenom trenutku se naboj smješten u točki (a/2; a/2; 0) se oslobodi. Zanemarujući gravitacijsku silu odredite smjer njegove brzine odmah nakon tog trenutka.

2. zadatak (15 bodova)

Kapacitet kondenzatora kod kojeg je debljina dielektričnog materijala mnogo manja od dimenzija ploča kondenzatora ($d^2 << S$) može se izračunati koristeći izraz za slučaj kondenzatora s paralelnim pločama. Neka je ε_R dielektrična konstanta dielektričnog materijala i E_M maksimalno električno polje koje dielektrični materijal može podnijeti prije nego se uništi. Kondenzator je opisan s dvije karakteristične vrijednosti, kapacitetom C i maksimalnim naponom koji može podnijeti, V_{max}.
Da ne bi došlo do zamjene oznake za volumen kondenzatora s naponom na kontaktima kondenzatora koristi će se oznaka Y za volumen dielektričnog materijala.

a) Dokažite da volumen Y kondenzatora kapaciteta C i maksimalnog napona V_{max} ne može biti manji od jedne određene minimalne vrijednosti. Izrazite Y_{min} u ovisnosti o E_M i ε_R.

b) S kojim od navedenih materijala je moguća proizvodnja kondenzatora minimalnog volumena

MATERIJAL	ε_R	E_{max} (kV/mm)
Parafinski papir	2.5	50
Keramika	60	15
Silikat	8	90
Stiropor	2.6	50
Porculan	6	25
Epoksidna smola	4	35
Teflon	2.2	20

c) Koji od navedenih materijala omogućava proizvodnju kondenzatora kapaciteta 4.4 µF, maksimalnog napona 50 V i ima oblik paralelopipeda dimenzija 10x10x2 mm^3.

3. zadatak (20 bodova)

Sustav koji se sastoji od idealnog dvotomnog plina izvodi reverzibilni termodinamički kružni proces u smjeru kazaljke na satu, gdje su: A→B izobara, B → C izohora, C → A adijabata.

Uz pretpostavku da su poznati p_A i V_A i da vrijedi $V_B=V_A/x$, gdje je $x>1$:

a) Odredite p_C kao funkciju od p_A i x.

b) Pronađite učinkovitost η kružnog procesa kao funkciju od x.

c) Uzimajući u obzir da je funkcija $\eta(x)$ monotono pada za $x>1$, odredite vrijednost od x iz intervala $2.5 < x < 3.5$, s greškom manjom od 0.05, za koju je učinkovitost η=24%.

d) Odredite u kojim je stanjima, ili stanju, kružnog procesa entropija sustava maksimalna i u kojim je stanjima, ili stanju, kružnog procesa entropija sustava minimalna. Izračunajte vrijednost $S_{max}-S_{min}$ kao funkciju od x i broja molova plina n.

4. zadatak (15 bodova)

Dušik se nalazi u cilindru volumena 2 litre s klipom zanemarive mase koji služi kao čep. U jednom trenutku blokiramo klip, te zagrijavamo plin na različite temperature i mjerimo tlak. Rezultati su prikazani u donjoj tablici:

T(°C)	p(Pa)
10	168100
20	174000
50	191800
100	221500
150	251200
250	310600

a) Skicirajte graf temperature plina kao funkcije tlaka u cilindru i odredite parametre krivulje koja najbolje opisuje podatke.

b) Kolika je masa dušika unutar cilindra?

Neka se klip sada slobodno kreće duž osi cilindra i neka je sustav (cilindar + klip) okružen atmosferskim tlakom. Klip se nikako ne može odvojiti od cilindra. Osim u slučaju kada je izričito navedeno, zanemarujemo razmjenu topline između plina i vanjskog okoliša.

c) Ako je temperatura plina u ravnoteži 23 ° C, koliki je volumen unutar cilindra (u litrama)?

Cilindar je potopljen pod vodom, 7 m ispod površine. Temperatura plina u cilindru je 23 ° C.

d) Koji je sad volumen plina, pod pretpostavkom da se temperatura ne mijenja?

e) Ostavljajući cilindar pod vodom, koju količinu topline je potrebno oduzeti plinu, tako da njegov volumen postane 2 litre?

f) Koja bi trebala biti masa cilindra, ovisno o temperaturi plina T, kako bi se osiguralo da cilindar ostane u ravnoteži na toj dubini? Pod ravnotežom podrazumijevamo da se ne diže na površinu niti tone dolje. Materijal cilindra zauzima zanemariv volumen.

(Molarna masa dušika M(N)=14 g/mol, kemijska formula dušika je N_2, $c_{dušik}$ = 1,04 $kJkg^{-1}K^{-1}$, ρ_{voda} = 1,0 gcm^{-3})

Fizikalne konstante:

R = 8,31 J/K mol

P_{atm}= 1 atm = 101300 Pa

g = 9,81 m/s^2

Rješenja i smjernice za bodovanje – 2. skupina

1. **Zadatak** (20 bodova)
   a. Elektrostatska energija sustava je:

$$U_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q^2}{a} - \frac{2Q^2}{a} - \frac{2Q^2}{\sqrt{2}a}\right) = -\frac{Q^2}{\pi\varepsilon_0 2\sqrt{2}a} < 0$$

Slijedi:

$$Q = \sqrt{-\pi\varepsilon_0 2\sqrt{2}aU_E}$$ **(2 boda)**

Kako je W_E=-U_E >0, polje obavlja pozitivan rad da bi stvorila traženu konfiguraciju naboja.

(2 boda)

   b. Potencijal u točki *P*=(*a/2, a/2; 0*) je:

$$\varphi(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{a} - \frac{Q}{a} - \frac{2Q}{\sqrt{2}a}\right) = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}}$$ **(2 boda)**

Dakle potencijalna energija naboja u *P* je:

$$U(P) = Q\varphi(P)$$

Rad da bi se naboj iz beskonačnosti doveo u tu točku je:

$$W_\infty = -\Delta U = -Q\,(0 - \varphi(P)) = Q\varphi(P)$$

$$W_{ext} = -W_\infty = -Q\varphi(P) = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}} = -\frac{U_E}{2} > 0$$ **(2 boda)**

   c. Potencijali u točkama A i B od sva četiri naboja su:

$$\varphi(A) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{2Q}{\frac{a}{2}} + \frac{2Q}{\frac{\sqrt{5}a}{2}}\right) = \frac{Q}{\pi\varepsilon_0 a}\left(\frac{1}{\sqrt{5}} - 1\right) \qquad \varphi(B) = 0$$

Da bi se naboj *q* pomaknuo od točke A do B električno polje obavlja rad:

$$W_E = -\Delta U = -q\Delta\varphi = -q(\varphi(B) - \varphi(A)) = q\varphi(A)$$ **(2 boda)**

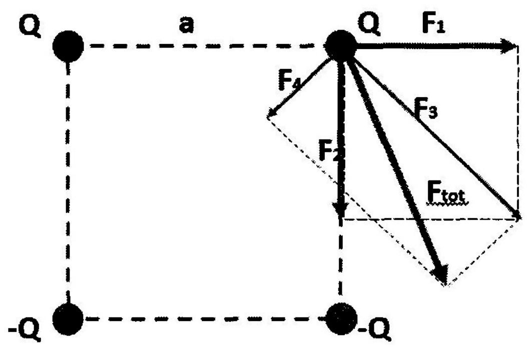
Slijedi da je uložen rad:

$$W = -W_E = -q\varphi(A) = -\frac{qQ}{\pi\varepsilon_0 a}\left(\frac{1}{\sqrt{5}} - 1\right) = \frac{qQ}{\pi\varepsilon_0 a}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$ **(2 boda)**

Znači da:

$$q = \frac{W\pi\varepsilon_0 a}{Q\left(1 - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)} < 0$$ (zato što je W<0) **(2 boda)**

d. Budući da je početna brzina naboja nula, smjer njegove brzine odmah nakon oslobađanja podudara se sa smjerom njegovog početnog ubrzanja. Iz 2. Newtonovog zakona, *ma= QE*, proizlazi da se smjer ubrzanja podudara sa smjerom ukupnog električnog polja stvorenog od ostala tri naboja u točki *(a/2; a/2; 0)*. **(2 boda)**



Neka je α kut između sila F_{TOT} i F_4 a β između sila F_4 i F_2 koje djeluju na naboj u točki *(a/2; a/2; 0)*.

Kut β=45° zato što F_4 djeluje u smjeru dijagonale. Računajući intenzitete za sile koje djeluju na naboj u točki *(a/2; a/2; 0)* slijedi:

$$F_3 = \sqrt{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$$

$$F_4 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$$

$$F_{tot} = \frac{3}{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$$ **(2 boda)**

Slijedi da:

$$\cos(\alpha) = F_4/F_{tot} = 1/3$$

$$\alpha = \cos^{-1}(1/3) = 70{,}5°$$

Smjer brzine naboja imat će kut α-β = 25,5° u odnosu pravca koji prolazi kroz naboj u točki *(a/2; a/2; 0)* i točki *(a/2; -a/2; 0)*, paralelan y osi i smjer nacrtan na dijagramu. **(2 boda)**

2. Zadatak (15 bodova)

a. Kapacitet i radni napon dani su pomoću:

$$C = \varepsilon_0\varepsilon_r\frac{S}{d}, \quad V \le Vmax = E_M\, d$$ **(1 bod)**

Ako je *Y = Sd:*

$$C = \varepsilon_0\varepsilon_r\frac{Y}{d^2} \quad i \quad d^2 \ge \frac{V_{max}^2}{E_M^2}$$ **(2 boda)**

Slijedi:

$$C \le \varepsilon_0\varepsilon_r\frac{E_M^2 Y}{V_{max}^2}$$ **(2 boda)**

Dakle:

$$Y \ge Y_{min} = \frac{CV_{max}^2}{\varepsilon_0\varepsilon_r E_M^2}$$ **(2 boda)**

b. Da bi volumen bio minimalan, treba maksimizirati $\varepsilon_r E_M^2$:

MATERIJAL	εr	Em (KV/mm)	$\varepsilon_r E_m^2 (10_{15} V^2/m^2)$
Parafinski papir	2.5	50	6.25
Keramika	60	15	13.5
Silikat	8	90	64.8
Stiropor	2.6	50	6.5
Porculan	6	25	3.75
Epoksidna smola	4	35	4.9
Teflon	2.2	20	0.88

(2 boda)

Iz vrijednosti navedenih u tablici zaključuje se da je najpovoljniji materijal silikat. **(2 boda)**

c. Preuređivanjem prethodne jednadžbe dobiva se:

$$\varepsilon_r E_M^2 = \frac{C V_{max}^2}{\varepsilon_0 Y} = 13.3 \times 10^{15}\ \mathrm{V^2/m^2}$$ **(2 boda)**

U ovome slučaju razumno je pretpostaviti da je kondenzator napravljen od keramike.

(2 boda)

3. Zadatak (20 bodova)

a. Radi se o adijabtskoj promjeni s γ = 7/5, dakle vrijedi:

$$p_C\, V_C^\gamma = p_A\, V_A^\gamma$$ **(1 bod)**

Iz čega slijedi:

$$p_C = p_A \left(\frac{V_A}{V_C}\right)^\gamma = x^{7/5} p_A$$ **(2 boda)**

b. Tijekom procesa BC sustav prima toplinu a tijekom izobare AB:

$$Q_{BC} = n\, c_v\, \Delta T = \frac{5}{2} n\, R\, \Delta T$$ **(1 bod)**

Iz jednadžbe idealnog plina:

$$nR\, \Delta T = V\, \Delta p$$

$$Q_{BC} = \frac{5}{2} V_B (p_C - p_B) = \frac{5}{2}\frac{V_A}{x}\left(x^{\frac{7}{5}} pA - pA\right) = \frac{5}{2x}\left(x^{\frac{7}{5}} - 1\right) V_A\, p_A$$ **(2 boda)**

Slično za AB:

$$Q_{AB} = n\, c_p\, \Delta T = \frac{7}{2} n\, R\, \Delta T$$ **(1 bod)**

$$Q_{AB} = \frac{7}{2} p_A (V_B - V_A) = \frac{7}{2} p_A \left(\frac{V_A}{x} - V_A\right) = \frac{7}{2x}(x - 1) V_A\, p_A$$ **(2 boda)**

Učinkovitost je dakle:

$$\eta = \frac{Q_{AB}+Q_{BC}}{Q_{BC}} = 1 - \frac{7(x-1)}{5\,(x^{7/5}-1)}$$ **(2 boda)**

c. Da bi se odredila vrijednost od x treba riješiti jednadžbu:

$$\eta = 1 - \frac{7(x-1)}{5\left(x^{\frac{7}{5}}-1\right)} = 0{,}24$$ **(2 boda)**

Vrijednosti x mogu se naći numerički. Lako se može provjeriti da je vrijednost traženog x između 2 i 4.

Uzimajući x=3,5 i dalje provjeravajući vrijednosti u određenom intervalu proizlazi:

x= 3.50 i η = 0.267 za 3.00 < $x_{srednji}$ < 3.50

x= 3.25 i η = 0.251 za 3.00 < $x_{srednji}$ < 3.25

x= 3.13 i η = 0.243 za 3.00 < $x_{srednji}$ < 3.13

x= 3.06 i η = 0.238 za 3.06 < $x_{srednji}$ < 3.13 **(1 bod)**

Slijedi da će za $x_{srednji}$ = 3.08 greška biti manja od 5%. **(2 boda)**

d. U razmatranom ciklusu sustav predaje toplinu prilikom izobarne kompresije AB i apsorbira je u izohornom zagrijavanju BC. Stoga se entropija smanjuje od A do B, povećava od B do C i ostaje konstantna u adijabatskom procesu CA. Maksimalna entropija stoga će biti u cijelom adijabatskom procesu CA, a minimalna u stanju B. **(2 boda)**

Razlika entropije može se izvesti iz općeg izraza koji vrijedi za idealni plin:

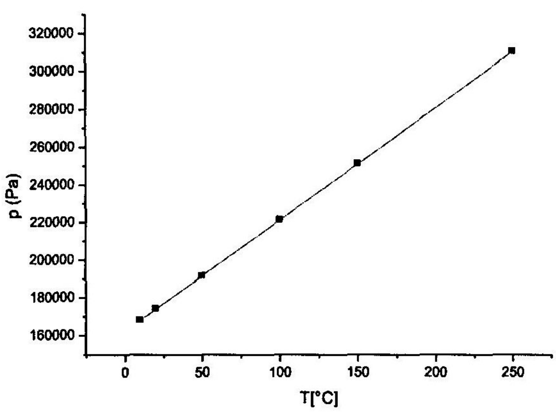
$$S_{maksimalna} - S_{minimalna} = S_C - S_B = n\,c_v\,ln\left(\frac{p_C\,V_C^{\gamma}}{p_B\,V_B^{\gamma}}\right) = \frac{5}{2}R\,n\,ln\left(\frac{p_C}{p_A}\right) = \frac{7}{2}nR\,ln\,x$$

(2 boda)

4. Zadatak (15 bodova)

Podaci navedeni u tablici izgledaju:

a)



(2 boda)

Iz čega se nalazi se da je nagib pravca 593,8 Pa/T. **(2 boda)**

b) Iz jednadžbe idealnog plina.

$$p\,V = nRT$$

$$p = (mR/M_m V)T$$

Iz čega slijedi: $m = nagib * \frac{M_m V}{R} = 4\ g$ **(2 boda)**

c) U ravnoteži vrijedi:

$V = \left(\frac{mR}{M_m p}\right)T = 3.48\ L$ gdje $p = p_{atm}$ **(2 boda)**

d) volumen plina u ovome slučaju je:

$V = \left(\frac{mR}{M_m p}\right)T = 2.07\ L\ \ gdje\ p = p_{atm} + \rho_{vode} * g * h$ **(2 boda)**

e) Temperatura je :

$$\frac{V M_m P}{mR} = T_k = 285.69\ K = 12.69\ °C$$

Slijedi da je toplina:

$Q = m * c_{dušik}(T_k - T_p) = -21439 J$ **(2 boda)**

f) Koristeći jednadžbe za idealni plin i uzgon:

$$F_U = \rho_{vode} V_{plin} g$$
$$F_U = (m_{cilindra} + m)g$$

Slijedi:

$\rho_{vode} V_{plin} g = (m_{cilindra} + m)g$ **(1 bod)**

$$V_{plin} = (mR/MmP)T$$

Dobije se:

$m_{cilindra}(T) = \left(\frac{\rho_{vode} R}{M_m(p_{atm}+\rho_{vode} * g * h)}T - 1\right)m$ **(2 boda)**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE, Poreč, 10.-13. travanja 2019.

Eksperimentalni zadatak – 2. skupina

Određivanje gustoće ρ

Zadatak

- Odrediti gustoću ρ materijala (metala) od kojeg su napravljeni metalni valjčići

Pribor

- Metalni valjčići čiju gustoću mjerimo (3 različite dimenzije)
- 2 plutena čepa
- Dvije elastične gumice
- Staklena čaša
- Škarice
- Samoljepljiva traka
- Milimetarski papir (1 list)
- Bočica s vodom 0.5 L (gustoća vode je 1000 kg/m^3)

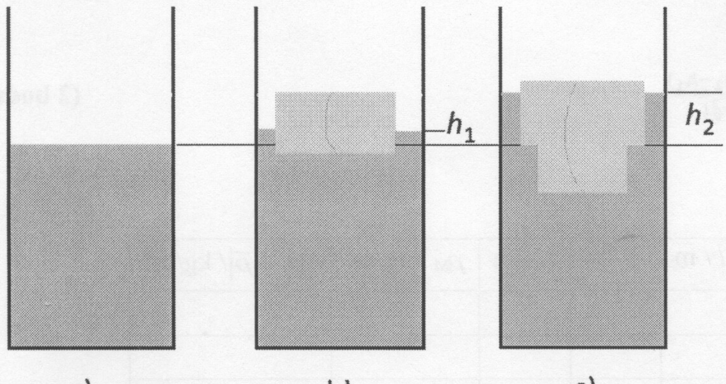
U sklopu zadatka treba:

1. Objasniti fizikalne osnove (model) za rješenje zadatka i opisati precizno uz skice koje veličine i kako ćete mjeriti (16 bodova)
2. Napraviti najmanje 5 različitih mjerenja kombinirajući pribor i podatke prikazati tabelarno (10 bodova)
3. Provesti račun pogreške za ρ (srednja vrijednost, maksimalna apsolutna pogreška, relativna pogreška, zapis rezultata) (4 boda)

Ukupno eksperimentalni zadatak 30 bodova

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE, Poreč, 10.-13. travnja 2019.

Eksperimentalni zadatak – 2. skupina (rješenje i smjernice za bodovanje)



(2 boda)

Gustoća tvari ρ je omjer mase m i volumena V: $\rho = \frac{m}{V}$ **(1 bod)**

Gustoću materijala od kojeg su napravljeni metalni valjčići odredit ćemo koristeći se silom uzgona u vodi.

Pomoću milimetarskog papira (možemo si pomoću škarica iz milimetarskog papira izrezati mjernu traku) odredimo radijus r_v i duljinu l metalnog valjčića te mu pomoću tih podataka možemo odrediti volumen V_M: $V_M = r_v^2 \pi l$ **(1 bod)**

Masu metalnih valjčića ne možemo s predloženim priborom direktno mjeriti pa ćemo iskoristiti silu uzgona.

Na čašu s vanjske strane samoljepljivom trakom zalijepimo mjernu traku izrezanu iz milimetarskog papira.

Natočimo u čašu određenu količinu vode i zabilježimo na mjernoj traci razinu vode (slika a)). Tu razinu ćemo zvati nulta razina.

Metalni valjčići tonu u vodi pa ćemo se zbog toga morati koristiti plutenim čepovima.

Prvo u vodu stavimo pluteni čep na koji smo prethodno stavili elastičnu gumicu koja će služiti za pridržavanje metalnih valjčića. Odredimo visinu h_1 za koju se podignula razina vode u odnosu na nultu razinu (slika b)). U tom slučaju čep miruje na površini vode. Na njega djeluju sila teža $F_{gč}$ prema dolje i sila uzgona $F_{uč}$ prema gore te su one u ravnoteži:

$$F_{gč} = F_{uč} \Rightarrow m_č g = \rho_v g V_{ču} \Rightarrow m_č = \rho_v V_{ču}$$ **(3 boda)**

gdje je $V_{ču} = r_č^2 \pi h_1$ uronjeni dio volumena čepa ($r_č$ je radijus čaše kojeg također izmjerimo milimetarskim papirom), $m_č$ je masa čepa, $\rho_v = 1000$ kgm^{-3} je gustoća vode. **(1 bod)**

Nakon toga pomoću elastične gumice učvrstimo metalni valjčić za čep i tako ih zajedno spustimo u vodu (slika c)) te izmjerimo visinu h_2 za koju je sada podignuta razina vode u odnosu na nultu razinu. Sada je opet u ravnoteži sila uzgona sa silom težom:

$$(m_č + m_M)g = \rho_v g V_{čvu}$$ **(3 boda)**

gdje je m_M masa metalnog valjčića, $V_{čvu} = r_č^2 \pi h_2$ uronjeni volumen metalnog valjčića i čepa zajedno. Iz gornje jednadžbe je

$m_M = \rho_v V_{čvu} - m_č = \rho_v V_{čvu} - \rho_v V_{ču} = \rho_v r_č^2 \pi (h_2 - h_1)$ **(3 bod)**

Sad je gustoća metalnog valjčića:

$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \quad \Rightarrow \quad \rho_M = \rho_v \frac{r_č^2 (h_2 - h_1)}{r_v^2 l}$ **(2 boda)**

Podatke prikažemo tabelarno

Tablica

Br. mjerenja	h_1 / m	h_2 / m	l / m	$r_č$ / m	r_v / m	ρ_M / kg/m^3	$\lvert\rho_i - \bar{\rho}\rvert$ / kg/m^3
1.							
2.							
3.							
4.							
5.							
6.							

(10 bodova)

Na kraju provedemo jednostavni račun pogreške.

Srednja vrijednost gustoće: $\bar{\rho} = \frac{\sum \rho_i}{n}$, n je broj mjerenja **(1 bod)**

Maksimalna apsolutna pogreška: $\lvert\Delta\rho\rvert_{max} = \lvert\rho_i - \bar{\rho}\rvert_{max}$ **(1 bod)**

Relativna pogreška: $\Delta r = \frac{\lvert\Delta\rho\rvert_{max}}{\bar{\rho}} \cdot 100\%$ **(1 bod)**

Rezultat: $\rho = \bar{\rho} \pm \lvert\Delta\rho\rvert_{max}$ **(1 bod)**

Državno natjecanje iz fizike, Poreč, 10. - 13. travnja 2019.
Zadaci – 3. skupina

Zadatak 1 (18 bodova)

Stablo visoko $H = 25$ m, mase $m = 15$ t stoji na ravnoj podlozi. Šumari otpile deblo horizontalnim rezom i stablo, zbog male početne neravnoteže počne padati. Pretpostavi da je trenje stabla s podlogom beskonačno, tj. stablo se samo rotira oko donje točke koja je uvijek u dodiru s tlom. Stablo tretiramo kao nesavitljivi homogeni tanki štap momenta inercije oko točke u dodiru s tlom: $I_0 = \frac{1}{3}mH^2$. Zanemarujemo otpor zraka.

a) Skiciraj sile na stablo kada je stablo pod kutem $\varphi < 90°$ u odnosu na tlo!

b) Kojom brzinom će vrh stabla udariti o tlo?

Zadatak 2 (18 bodova)

Zvuk motora superbrzog električnog automobila je na frekvenciji $f_0 = 1\ 700$ Hz. U početnom trenutku $t = 0$ promatrač je tik do automobila kad automobil počne ubrzavati akceleracijom $a = 30\ \mathrm{m/s^2}$. Pretpostavi da je brzina zvuka u zraku $v_Z = 340$ m/s. Izračunaj koju će frekvenciju promatrač čuti nakon $t = 5$ s.

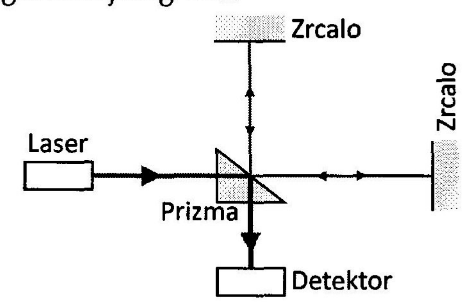
Zadatak 3 (16 bodova)

Čovjek mase 90 kg i ovca mase 50 kg se nalaze na malom čamcu duljine 5 metara i mase 200 kg. Čovjek sjedi na pramcu (prednji dio broda), dok je ovca na krmi (stražnji dio broda). U nekom trenu se odluče zamjeniti. Čovjek ode na krmu, a ovca na pramac. Čamac se nalazi na mirnom moru. Utjecaj valova, morskih struja i vjetra te trenja s morem je zanemariv. Koliko se čamac pomaknuo? Kako položaj centra mase čamca utječe na rezultat?

Zadatak 4 (18 bodova)

Laserski interferometar se sastoji od lasera koji odašilje svjetlost valne duljine $\lambda = 1064$ nm na prizmu koja dijeli svjetlost na dva međusobno okomita kraka. Svaki krak putuje 4 km prije refleksije od zrcala i povratka nazad. Susreću se ponovno u prizmi gdje interferiraju i interferirajući val ulazi u detektor gdje se očitava njegova amplituda. Operater precizno uštima udaljenost jednog zrcala od prizme tako da je interferencija valova potpuno destruktivna, te je amplituda $A_d = 0$. Kolika je razlika u putevima dvije zrake prije dolaska gravitacijskog vala?

Gravitacijski val prolazi kroz Zemlju i pogađa naš postav tako da jedan krak smanji za neki iznos u, a drugi krak poveća za taj isti iznos u. Amplituda interferirajućih valova je sada $A_g = 1\% A_{max}$. Koliko je gravitacijski val produžio prostor, tj. koliki je u?



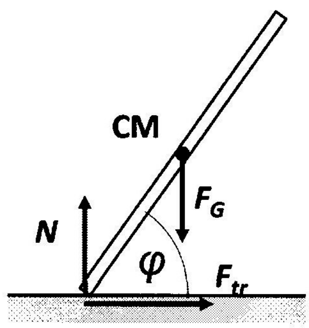
VAŽNO: Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Državno natjecanje iz fizike, Poreč, 10.-13. travnja 2019.
Rješenja i smjernice za bodovanje – 3. skupina

Zadatak 1 (18 bodova)

a) Na stablo u padu djeluju:

1) Gravitacijska sila **(1 bod)**
2) sila reakcije podloge **(1 bod)**
3) sila trenja koja drži donji kraj na mjestu **(3 boda)**



(3 boda)

b) Zbog kompleksnosti jednadžbi gibanja, odgovor tražimo iz zakona očuvanja energije. Energija koju stablo ima prije padanja jednaka je gravitacijsko potencijalnoj energiji stabla kojem je položaj centra mase na pola visine, što vrijedi za homogeni štap:

$$E = \frac{1}{2}mgH$$

(3 boda)

Gledamo gibanje stabla oko donje točke koja miruje. Tik pred udar o tlo stablo ima kinetičku rotacijsku energiju

$$E = \frac{1}{2}I_0\omega^2$$

(2 boda)

Pritom koristimo izraz za moment inercije oko donje točke stabla. Izjednačavanjem tih energija dobijemo:

$$\frac{1}{2}mgH = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}mH^2\omega^2$$

Možemo izraziti nepoznatu kutnu brzinu:

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{H}}$$

Vrh stabla je na udaljenosti H od centra rotacije, pa je njegova linearna brzina $v = H\omega$. Stoga je konačni izraz:

$$v = \sqrt{3gH}$$

(3 boda)

Izvrijednavanjem dobijemo vrijednost $v = 27.1$ m/s. **(2 boda)**

Zadatak 2 (18 bodova)

Kako automobil ubrzava tako mu se povećava brzina. Budući da se automobil udaljava od promatrača, frekvencija koju čuje zbog doplerovog efekta je sve niža. Ako automobil u nekom trenutku ide brzinom v od promatrača, frekvencija je snižena za

$$f = f_0 \frac{v_Z}{v_Z + v}$$

(3 boda)

No, zvuku koji automobil proizvede kada je udaljen od promatrača za D će trebati vrijeme $t_Z = v_Z D$ da stigne do promatrača. Zvuk automobila kojeg promatrač čuje nije jednak frekvenciji koju automobil odašilje u tom trenutku, već u trenutku prije! **(5 bodova)**

Automobil krene u trenutku $t = 0$ i u trenutku τ ispusti zvuk kojemu treba vrijeme D/v_Z da dođe do promatrača. Vrijedi $\tau + D/v_Z = T = 5$ s. Udaljenost $D = \frac{1}{2}a\tau^2$. Rješavamo za τ:

$$\frac{a}{2v_Z}\tau^2 + \tau = T \Rightarrow \tau = \frac{v_Z}{a}\left(\sqrt{1 + \frac{2Ta}{v_Z}} - 1\right)$$

(5 bodova)

U to vrijeme brzina automobila je $v_\tau = a\tau$, pa je frekvencija koju promatrač čuje:

$$f = f_0 \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2Ta}{v_Z}}}$$

(3 boda)

$f = 1\,239$ Hz. **(2 boda)**

Zadatak 3 (16 bodova)

Vanjske sile ne djeluju na čamac, pa je centar mase sustava stacionaran. **(3 boda)**

Postavimo čamac tako da mu je stražnji dio na koordinati $x = 0$ a prednji na $x = L = 5$ m. Neka je tada centar mase čamca na koordinati x_B, čovjek na koordinati $x_c = L$ i ovca na $x_o = 0$. Centar mase sustava je tada:

$$x_{CM} = \frac{m_c x_c + m_B x_B + m_o x_o}{m_B + m_c + m_o} = \frac{m_c L + m_B x_B}{M_{uk}}$$

(3 boda)

Kada se ovca i čovjek preraspodjele pretpostavimo da se čamac pomakne u pozitivnom smjeru osi za u, tako da je u sada koordinata stražnjeg dijela čamca. Položaj čovjeka je tada u, položaj centra mase čamca na $x_B + u$, a položaj ovce $L + u$. Pišemo:

$$x_{CM} = \frac{m_c u + m_B(x_B + u) + m_o(L + u)}{M_{uk}}$$

Izjednačavanjem tih dviju jednadžbi, uz pokrate dobijemo:

$$u = \frac{m_c - m_o}{M_{uk}} L = 0.588 \text{ m}$$

(6 bodova)

Pozitivni predznak pomaka u označava da se čamac pomaknuo u desno, kao što je i pretpostavljeno. Primjećujemo da se položaj centra mase čamca, x_B pokratio u jednadžbama pa zaključujemo da nikako ne utječe na rezultat. **(4 boda)**

Zadatak 4 (18 bodova)

Put koji prijeđe zraka koja od prizme ide horizontalno je $l_A = 2D_A$, gdje je D_A udaljenost zrcala. Druga zraka prijeđe put $l_B = 2D_B$. Vrijednosti D_A i D_B su takve da zrake potpuno destruktivno interferiraju.

Razlika udaljenosti je $l_A - l_B = (2n-1)\frac{\lambda}{2}$. **(5 bodova)**

Možemo napisati jednadžbu oba vala u točki kada se ponovno susretnu:

$$y_A = y_0 \sin(kx - \omega t)$$
$$y_B = y_0 \sin(kx - \omega t - k(2n-1)\lambda/2)$$

gdje val B ima kraći put za pola valne duljine. Raspisom vala B, korištenjem $k = 2\pi/\lambda$ i korištenjem identiteta za sinus zbroja i razlike:

$$\begin{aligned} y_B &= y_0 \sin(kx - \omega t - (2n-1)\pi) = \\ &= y_0 \sin(kx - \omega t)\cos((2n-1)\pi) - y_0 \cos(kx - \omega t)\sin((2n-1)\pi) = \\ &= -y_0 \sin(kx - \omega t) \end{aligned}$$

Interferencijom dva vala očito je da dobijemo potpunu destruktivnu interferenciju.

Kada prođe gravitacijski val, bez narušenja općenitosti uzimamo da se A krak povećao a B smanjio: $D'_A = D_A + u$, $D'_B = D_B - u$. **(3 boda)**

Napišemo li dva vala koji interferiraju:

$$\begin{aligned} y_A &= y_0 \sin(kx - \omega t + ku) = \\ &= y_0 \sin(kx - \omega t)\cos(ku) + y_0 \cos(kx - \omega t)\sin(ku) \\ y_B &= y_0 \sin(kx - \omega t - (2n-1)\pi - ku) = \\ &= y_0 \sin(kx - \omega t - ku)\cos((2n-1)\pi) - y_0 \cos(kx - \omega t - ku)\sin((2n-1)\pi) = \\ &= -y_0 \sin(kx - \omega t)\cos(ku) + y_0 \cos(kx - \omega t)\sin(ku) \end{aligned}$$

i zbrojimo:

$$y_{A+B} = 2y_0 \sin(ku)\cos(kx - \omega t)$$

Vidimo da je amplituda ovog vala $A = 2y_0 \sin(ku)$. **(5 bodova)**

Maksimum amplitude je $A = 2y_0 = A_{max}$. Za $A = 1\%\ A_{max}$ slijedi

$$\sin(ku) = 0.01$$

Vrijedi $ku = 0.01$, tj:

$$\frac{2\pi}{\lambda}u = 0.01 \Rightarrow u = \frac{0.01}{2\pi}\lambda = 1.69 \text{ nm}$$

(5 bodova)

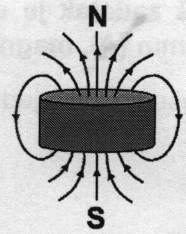
Državno natjecanje iz fizike
Poreč, 10.-13. travnja 2019.

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

3. skupina

Pribor: magnet, zaporni sat, drvena ploča s metalnim trakama, konstrukcija kosine, kompas, drvena letva (ili odgovarajući potpornji za manje nagibe kosine), mjerna traka.

Neodimijski magneti, NdFeB, najjači su permanentni magneti. U zadatku se koristi neodimijski magnet u obliku diska. Raspored njegovih magnetskih polova prikazan je na slici:



Prema podacima proizvođača magneta:

magnetska indukcija na površini magneta, u zraku iznosi **B=0,41T**
promjer magneta: (**10** ± 0,05)**mm**
visina magneta: (**5** ± 0,05)**mm**
masa magneta je **m=(2,9** ± 0,1)**g**

1. dio

Napomena: Za vrijeme izvođenja svih mjerenja udaljite metalne objekte od magneta!

Na drvenu ploču površine 20cm x 31,5cm zalijepljene su tri vodljive trake duljine oko 28 cm i širine oko 4 cm. Traka A je bakrena, debljine 0,6 mm, traka B alumijska, debljine 0,6 mm i traka C aluminijska, debljine 1,5 mm.

Položite dasku na stol. Postavite magnet na traku C (aluminijsku traku debljine 1,5 mm). Magnet postavite tako da se magnet, kad dasku malo nagnete, kotrlja niz aluminijsku traku. Kakvo je gibanje magneta? Kosinu sastavite tako da ispod jednog kraja daske postavite priloženu drvenu letvu. Nagib kosine neka bude što manji. Pokušajte usmjeriti kosinu tako da se magnet kotrlja po pravocrtnoj stazi. Koji uvjet mora biti ispunjen? Obrazložite svoja opažanja uz odgovarajuće skice.

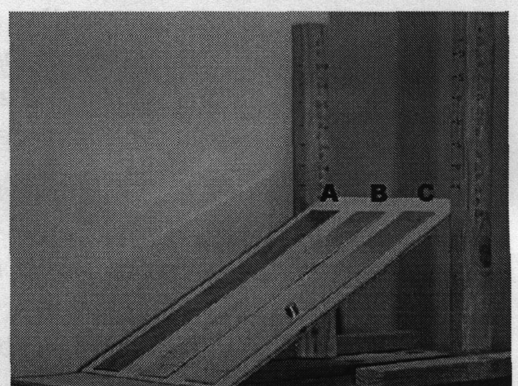
Napomena: Za vrijeme izvođenja mjerenja pazite da na metalnim trakama ne bude nečistoća. Pokušajte puštati magnet uvijek s istog mjesta. Gibanja magneta bi trebala biti kroz sredinu metalne trake.

2. dio

Dasku s metalnim trakama postavite kao na slici. Započnite s najmanjom visinom sastavljene kosine (ukupno je moguće postaviti sedam različitih visina kosine).

Pustite magnet klizati između metalnih traka. *Kako se magnet giba?*

Postavite magnet na bakrenu traku (A) tako da njegov sjeverni pol usmjeren prema gore. Neka u svim vašim mjernjima bude takvo usmjerenje magneta! Pustite magnet da kliže niz kosinu. Ponovite i za stazu B i C.



Na osnovi videosnimki gibanja može se uzeti da se magnet giba stalnom brzinom niz kosinu. Jaki i relativno masivni neodimijski magneti gotovo se od početka gibaju stalnom brzinom niz kosinu.

Eksperimentalna je činjenica da se u ovim slučajevima pojavljuje sila otpora koja je proporcionalna brzini tijela:

$$\mathbf{F = - bv}$$

b je koeficijent gušenja koji ovisi o utjecaju magnetske indukcije, električnim svojstvima materijala vodjive trake i njezinoj geometriji (debljini i širini).

1) *Napišite jednadžbu gibanja magneta niz kosinu i odredite kojim se silama djeluje na magnet. Nacrtajte dijagram sila.*

Vaš zadatak je odrediti koeficijente trenja klizanja između magneta i bakra debljine 0,6mm (A), magneta i aluminija 0,6mm (B), magneta i aluminija 1,5mm (C) debljine.

Rješenje vaše jednadžbe gibanja može se prikazati u obliku:

$$v = v_g(1 - e^{-\gamma t})$$

gdje su $\mathbf{v_g}$ i γ :

$$v_g = \frac{mg}{b}(sin\varphi - \mu cos\varphi)$$

$$\gamma = \frac{b}{m}$$

v_g je granična brzina. Magnet ovu brzinu postiže vrlo brzo i možemo u našim mjerenjima pretpostaviti da se magnet giba upravo ovom brzinom niz kosinu.

2) *Objasnite uzrok ovakvom gibanju magneta. O kakvoj se pojavi ovdje radi? Obrazloženje popratite i odgovarajućim skicama.*

Napomena:

Potrebno je izvesti veći broj mjerenja, a na osnovi promatranja gibanja magneta odaberite nizove od pet mjerenja.

Za akceleraciju sile teže uzeti vrijednost g = 9,81 ms^{-2}.

3) *Odredite granične brzine za slučajeve klizanja niz staze A, B i C za sedam različitih nagiba. Izvedite jednostavniju procjenu točnosti mjerenja.*

4) *Prikažite grafičku ovisnost granične brzine o sinusu kuta nagiba kosine (graf - v_g, sinφ).*

5) *Na osnovi izraza za graničnu brzinu i vaših mjerenja odredite faktore trenja (što jednostavnije) za slučajeve gibanja magneta na stazi A, B i C.*

6) *Odredite koeficijente gušenja b za gibanje magneta niz staze A, B i C za pet proizvoljno odabrane nagibe staza. Što možete zaključiti?*

7) *Na osnovi izraza $\gamma = \frac{b}{m}$ procijenite koliko je vremena potrebno da magnet postigne 99% granične brzine.*

8) *Usporedite električnu otpornost bakrenog vodiča debljine 0,6 mm i aluminijskog vodiča debljine 0,6 mm.*

9) *Usporedite koeficijente gušenja b, aluminijskih vodiča debljine 0,6 mm i 1,5 mm.*

10) *Što je sve uvjetovalo točnost vaših mjerenja?*

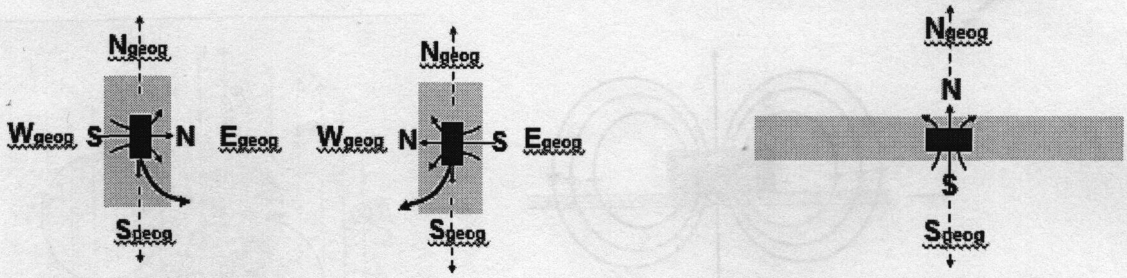
Državno natjecanje iz fizike
Poreč, 10.-13. travnja 2019.

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA

3. skupina

1. dio

Ako nasumično usmjerimo kosinu opazit će se zakretanje magneta sa pravocrtne staze, ulijevo ili udesno, u ovisnosti o tome kako su usmjereni njegovi magnetski polovi u odnosu na geografske polove (Zemljine magnetske polove):



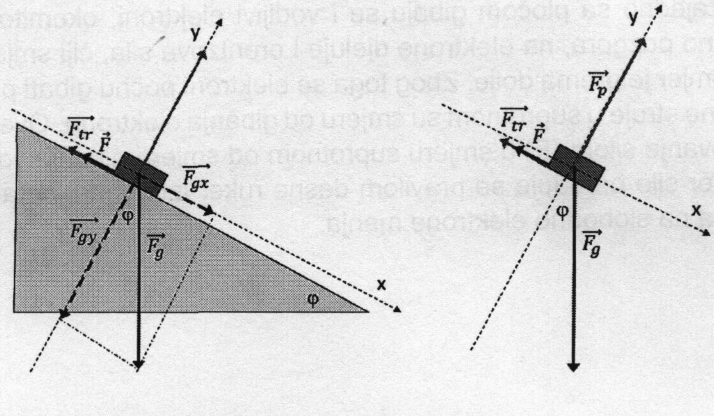
Da bi što je više moguće smanjili na najmanju moguću mjeru značajan zakretni moment na disk zbog utjecaja Zemljinog magnetskog polja, usmjerenje magneta mora biti takvo da se poklapa sa geografskim polovima.

3 boda

2. dio

1. ***Napišite jednadžbu gibanja magneta niz kosinu i odredite kojim se silama djeluje na magnet. Nacrtajte dijagram sila.***

$$m\vec{a} = \vec{F_g} + \vec{F_{tr}} + \vec{F} + \vec{F_p}$$



Djelovanja na magnet koji klizi niz kosinu:

F_g - sila teže , F_{tr} - sila trenja, F- sila otpora (gušenja), F_p – reakcija podloge

Jednadžba gibanja: $ma = mgsin\varphi - \mu mgcos\varphi - bv$ **3 boda**

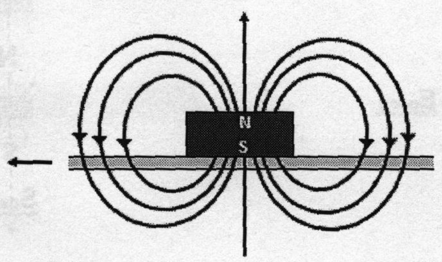
2) *Objasnite uzrok ovakvom gibanju magneta. O kakvoj se pojavi ovdje radi? Obrazloženje popratite i odgovarajućim skicama.*

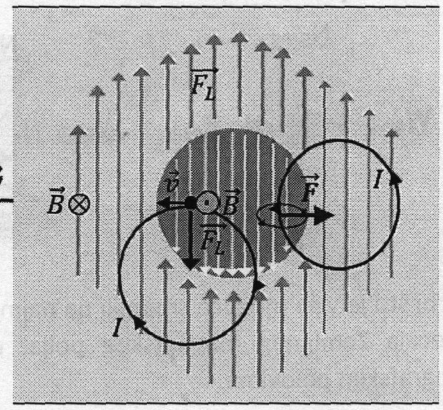
Uzrok vrtložnim strujama je elektromagnetska indukcija. Potrebna magnetska polja mogu biti promjenjiva u vremenu ili polja koja se ne mijenjaju tijekom vremena.

U ovom zadatku razmatraju se vrtložne struje koje su nastale u vremenski neporomjenjivim magnetskim poljima. Vrtložne struje nastaju samo ako se polje i vodljivi materijal u kojem nastaju vrtložne struje, gibaju relativno jedno u odnosu na drugo.

Kada se magnet giba u odnosu na nemagnetičnu vodljivu ploču (primjer aluminij ili bakar) opaža se značajni učinak kočenja prouzrokovanog nastankom vrtložnih struja.

Prema Lenzovom pravilu nastala inducirana struja zbog promjenjiva magnetskog toka stvara takvo polje koje se protivi uzroku svog nastanka. U našem slučaju uzrok je gibanje magneta u odnosu na vodljivu ploču.





Magnet na slici ispod svojeg južnog magnetskog pola koji se nalazi na vodljivoj ploči pokriva područje kružnog oblika u kojem magnetske silnice prolaze u smjeru prema gore kroz vodljivu ploču. Izvan toga je područje u kojem silnice prolaze u suprotnom smjeru. Kada se magnet giba po ploči nastaje promjenjivi magnetski tok.

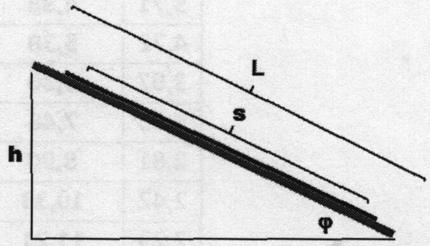
Jednostavnije je razmotrit situaciju kada se ploča giba u odnosu na magnet kako je prikazano na slikama. Zajedno sa pločom gibaju se i vodljivi elektroni, okomito na smjer magnetskih silnica. Gledano odzgora, na elektrone djeluje Lorentzova sila, čiji smjer se utvrđuje pravilom desne ruke. Smjer je prema dolje. Zbog toga se elektroni počnu gibati po zatvorenim stazama. Nastale vrtložne struje u suprotnom su smjeru od gibanja elektrona. Ove struje u polju magneta uzrokuju djelovanje silom (F) u smjeru suprotnom od smjera gibanja vodljive ploče i dolazi do kočenja . Smjer sile određuje se pravilom desne ruke. Izvan magneta je polje slabije pa je i Lorentzova sila na slobodne elektrone manja.

3 boda

3) Odredite granične brzine za slučajeve klizanja niz staze A, B i C za sedam različitih nagiba. Izvedite jednostavniju procjenu točnosti mjerenja.

L=31,5cm

r.b.	h/cm	sinφ=h/L	φ/rad	φ/°
1.	15	0,4762	0,50	28,44
2.	17	0,5397	0,57	32,66
3.	19	0,6032	0,65	37,10
4.	21	0,6667	0,73	41,81
5.	23	0,7302	0,82	46,90
6.	25	0,7937	0,92	52,53
7.	27	0,8571	1,03	59,00



Traka A **Cu, d=0,6mm**

R.br.mj.	$t(\varphi_1)/s$	$t(\varphi_2)/s$	$t(\varphi_3)/s$	$t(\varphi_4)/s$	$t(\varphi_5)/s$	$t(\varphi_6)/s$	$t(\varphi_7)/s$
1.	5,73	4,78	3,94	3,34	2,81	2,43	2,25
2.	5,75	4,68	3,97	3,31	2,80	2,41	2,22
3.	5,69	4,75	4,01	3,35	2,81	2,40	2,22
4.	5,65	4,65	3,96	3,37	2,85	2,43	2,24
5.	5,73	4,72	3,97	3,38	2,78	2,41	2,22
$\bar{t}/s$	**5,71**	**4,72**	**3,97**	**3,35**	**2,81**	**2,42**	**2,23**
$r_m(\%)$	1,05	1,48	1,01	1,19	1,42	0,83	0,90

Traka B **Al, d=0,6mm**

R.br.mj.	$t(\varphi_1)/s$	$t(\varphi_2)/s$	$t(\varphi_3)/s$	$t(\varphi_4)/s$	$t(\varphi_5)/s$	$t(\varphi_6)/s$	$t(\varphi_7)/s$
1.	4,22	3,56	2,94	2,53	2,22	1,87	1,59
2.	4,25	3,56	2,94	2,56	2,16	1,84	1,56
3.	4,22	3,53	2,97	2,53	2,18	1,85	1,62
4.	4,31	3,63	2,93	2,51	2,19	1,84	1,59
5.	4,24	3,62	2,94	2,53	2,19	1,83	1,56
$\bar{t}/s$	**4,25**	**3,58**	**2,94**	**2,53**	**2,19**	**1,85**	**1,58**
$r_m(\%)$	1,41	1,40	1,02	1,18	1,37	1,08	2,53

Traka C **Al, d=1,6mm**

R.br.mj.	$t(\varphi_1)/s$	$t(\varphi_2)/s$	$t(\varphi_3)/s$	$t(\varphi_4)/s$	$t(\varphi_5)/s$	$t(\varphi_6)/s$	$t(\varphi_7)/s$
1.	7,6	6,28	5,28	4,53	3,97	3,37	3,00
2.	7,66	6,35	5,35	4,60	3,97	3,44	2,97
3.	7,69	6,37	5,31	4,59	4,03	3,43	3,01
4.	7,6	6,28	5,31	4,57	3,93	3,43	3,03
5.	7,63	6,18	5,33	4,56	3,94	3,43	2,97
$\bar{t}/s$	**7,64**	**6,29**	**5,32**	**4,57**	**3,97**	**3,42**	**3,00**
$r_m(\%)$	0,65	1,75	0,75	0,88	1,51	1,46	1,00

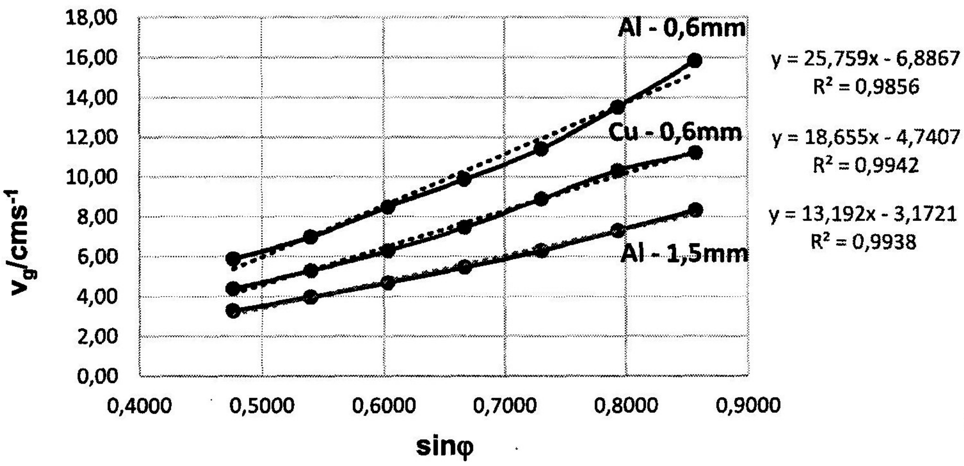
$$v_g = \frac{s}{t}$$

s=25cm

Cu/0,6mm		Al/0,6mm		Al/1,5mm	
t/s	v_g/cm·s^{-1}	t/s	v_g/cm·s^{-1}	t/s	v_g/cm·s^{-1}
5,71	**4,38**	4,25	**5,88**	7,64	**3,27**
4,72	**5,30**	3,58	**6,98**	6,29	**3,97**
3,97	**6,30**	2,94	**8,50**	5,32	**4,70**
3,35	**7,46**	2,53	**9,88**	4,57	**5,47**
2,81	**8,90**	2,19	**11,42**	3,97	**6,30**
2,42	**10,33**	1,85	**13,51**	3,42	**7,31**
2,23	**11,21**	1,58	**15,82**	3,00	**8,33**

5 bodova

4) Prikažite grafičku ovisnost granične brzine o sinusu kuta nagiba kosine (graf - v_g, sinφ).



3 boda

5) Na osnovi izraza za graničnu brzinu i vaših mjerenja odredite faktore trenja (što jednostavnije) za slučajeve gibanja magneta na stazi A, B i C.

Faktor trenja klizanja:

podijelimo jednadžbe i eliminiramo koeficijent gušenja b:

$$v_{g2} = \frac{mg}{b}(sin\varphi_2 - \mu cos\varphi_2)$$

$$v_{gi} = \frac{mg}{b}(sin\varphi_i - \mu cos\varphi_i)$$

Koeficijent trenja se može odrediti iz izraza:

$$\mu = \frac{v_i sin\varphi_2 - v_2 sin\varphi_i}{v_i cos\varphi_2 - v_2 cos\varphi_i}$$

Indeks i predstavlja vrijednosti za kuteve φ_3, φ_4, φ_6, φ_7 i odgovarajuće granične brzine (tablica). Uzete su vrijednosti za područja u kojima su najmanja odstupanja.

	$\mu(A)$	$\mu(B)$	$\mu(C)$
	0,16	0,25	0,21
	0,19	0,24	0,18
	0,21	0,26	0,22
$\bar{\mu}$	**0,18**	**0,25**	**0,20**
$\Delta\mu_m$	0,03	0,01	0,02
r_m	17%	4%	9,9%

Faktor trenja za magnet i vodljive plohe:

Cu, d=0,6mm: **$\mu(A)=(0{,}18 \pm 0{,}03)$**

Al, d=0,6mm: **$\mu(B)=(0{,}25 \pm 0{,}01)$**

Al, d=1,5mm: **$\mu(C)=(0{,}20 \pm 0{,}02)$** **3 boda**

6) Odredite koeficijente gušenja b, za gibanje magneta niz staze A, B i C za pet proizvoljno odabrane nagibe staza. Što možete zaključiti?

$$b = \frac{mg}{v_g}(\sin\varphi - \mu\cos\varphi)$$

φ/°	A Cu, d=0,6mm b/ Nsm^{-1}	B Al, d=0,6mm: b/ Nsm^{-1}	C Al, d=1,5mm: b/ Nsm^{-1}
28,4	0,207	0,124	0,261
32,7	0,208	0,134	0,266
37,1	0,208	0,135	0,269
41,8	0,203	0,138	0,269
46,9	0,194	0,139	0,268
52,5	0,189	0,135	0,262
59	0,194	0,131	0,257
$\bar{b}$/Nsm^{-1}	**0,200**	**0,134**	**0,265**
Δb_m/ Nsm^{-1}	0,012	0,006	0,007
r_m	6%	4%	2,7%

Koeficijent gušenja za dani metal ne ovisi o nagibu staza. **4 boda**

7) Na osnovi izraza $\gamma = \frac{b}{m}$ procijenite koliko je vremena potrebno da magnet postigne 99% granične brzine.

$$v = v_g(1 - e^{-\gamma t}) \Rightarrow 0{,}99 = 1 - e^{-\gamma t} \Rightarrow t = \frac{4{,}605}{\gamma}$$

	A Cu, d=0,6mm	B Al, d=0,6mm:	C Al, d=1,5mm:
b/ Nsm^{-1}	0,200	0,134	0,265
γ / s^{-1}	68,96	46,21	91,30
t/s	0,07	0,01	0,05

Procjena vremena da se postigne 99% granične brzine je na osnovu srednjih vrijednosti mjerenja. Unatoč tome uočava se, posebno u slučaju aluminija debljine 0,6 mm da je brzina gotovo od samog početka stalna. Tako da je pretpostavka koja se koristila u izračunima opravdana. **2 boda**

8) Usporedite električnu otpornost bakrenog vodiča debljine 0,6 mm i aluminijskog vodiča debljine 0,6 mm.

Lorentzova sila F proporcionalna je jakosti vrtložnih struja. Ove struje su veće jakosti kod vodiča manjih omskih otpora. Zato pri jednakom uvjetima (relativnoj brzini gibanja magneta i vodiča, jednakoj geometriji vodiča – debljini i širini trake), sila je gušenja obrnuto proporcionalna specifičnom otporu vodiča. Analogno je koeficijent gušenja obrnto proporcionalan električnoj otpornosti:

$$\frac{\rho(\boldsymbol{Al,0,6mm})}{\rho(\boldsymbol{Cu,0,6mm})}=\frac{b(Cu,0{,}6mm)}{b(Al,0{,}6mm)}=\frac{0{,}200}{0{,}134}\approx \mathbf{1,49}$$

Odstupanje u odnosu na teorijske podatke iznosi oko 5%. **2 boda**

9) Usporedite koeficijente gušenja b, aluminijskih vodiča debljine 0,6 mm i 1,5 mm.

$$\frac{b(Al,1{,}5mm)}{b(Al,0{,}6\,mm)}=\frac{0{,}265}{0{,}134}\approx 2$$

1 bod

10) Što je sve uvjetovalo točnost vaših mjerenja?

- moguća manja oštećenja na površini vodiča i tragovi nečistoća
- pri manjim kutevima nagiba više dolaze do utjecaja nehomogenosti i moguće nepravilnosti na površini materijala
- tijekom klizanja zbog tih nepravilnost moguće su manja zaktretanja magneta. Ovakva mjerenja treba ponoviti.
- magnetska polja su tek približno homogena
- gibanja blizu rubova traka (rubni efekti)
- poteškoće u što točnijem očitavanju vremenskih intervala... **1 bod**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Poreč, 10.–13. travnja 2019.

Srednje škole - 4. skupina

1. Higgsov bozon h je neutralna čestica mase $m_h c^2 = 125\,\text{GeV}$ koja se u akceleratorima čestica može stvoriti na razne načine, između ostalog i u sudaru dva kvarka. U ovom ćemo zadatku promotriti produkciju Higgsovog bozona uslijed sudara b kvarka sa svojom antičesticom, $\bar{b}$ anti-kvarkom,

$$b\bar{b} \to h.$$

Postoji nekoliko načina kako sudariti kvarkove:

- kvarkove možemo ubrzati do iste brzine v_1 te ih zatim čeono sudariti ili
- možemo jedan kvark (npr. b) ubrzati do brzine v_2 te ga sudariti s drugim mirujućim kvarkom ($\bar{b}$).

Odredite kolike moraju biti brzine v_1 i v_2 da bi došlo do produkcije Higgsovog bozona prilikom sudara u oba slučaja. Izračunajte koliko uložene energije zahtijeva svaki od mehanizama pod pretpostavkom da prije sudara oba kvarka miruju. Prilikom izračuna zanemarite (elektromagnetske itd.) interakcije među kvarkovima prije sudara. Masa b kvarka iznosi $m_b c^2 = 4.5\,\text{GeV}$.

[18 BODOVA]

2. Kvantni sustavi koji se nalaze u pobuđenom stanju nisu stabilni već imaju karakteristično vrijeme života τ. Poznate Heisenbergove relacije tada uvjetuju neodređenost u energiji ΔE pripadnog stanja tako da vrijedi

$$\tau \Delta E = \frac{h}{4\pi}.$$

Drugim riječima, ne možemo točno odrediti energiju pobuđenog stanja, jedino što znamo da ona poprima vrijednosti iz intervala $E \in [\bar{E} - \Delta E/2, \bar{E} + \Delta E/2]$, oko neke srednje vrijednosti $\bar{E}$. Srednju vrijednost energije računamo tako da zanemarujemo nestabilnost pobuđenih stanja. Na primjer, srednje energije stanja vodikovog atoma su dane dobro poznatom jednadžbom

$$\bar{E}_n = -\frac{13.6\,\text{eV}}{n^2},$$

s tim da energija osnovnog stanja nema neodređenost $E_1 = \bar{E}_1 = -13.6\,\text{eV}$. Preciznim mjerenjima spektralnih linija moguće je odrediti neodređenosti u energiji pobuđenih stanja, pa i izračunati njihovo vrijeme života.

U jednom se eksperimentu mjerio spektar plinovitog vodika čiji su atomi bili u pobuđenim stanjima s kvantnim brojevima $n = 2$ i $n = 3$. Dobivene su tri široke spektralne linije sa sljedećim vrijednostima valnih duljina

$$\lambda_1 \in [102.65\,\text{nm}, 102.82\,\text{nm}], \quad \lambda_2 \in [121.75\,\text{nm}, 121.77\,\text{nm}], \quad \lambda_3 \in [653.72\,\text{nm}, 661.38\,\text{nm}].$$

Odredite kojim prijelazima odgovaraju ove linije te izračunajte neodređenosti u energijama za pobuđena stanja, ΔE_2 i ΔE_3, kao i njihova vremena života τ_2 i τ_3.

[16 BODOVA]

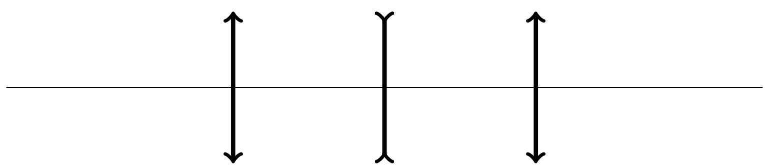
3. Spremnik stalnog volumena sadrži atomski plin vodika gustoće $\rho = 0.1\,\mathrm{g/cm^3}$. Postupnim zagrijavanjem dolazi do ionizacije te se plin pretvara u plazmu, koja se ponaša kao dvokomponentni idealni plin. Pretpostavite da do ionizacije dolazi na točno određenoj temperaturi T_i i ugrubo odredite tu temperaturu. Vodite se idejom da je tipična termalna energija $E_\mathrm{term} \approx kT$ (predfaktori tipa 3/2 nisu bitni za grubu ocjenu temperature) te da ona uzrokuje ionizaciju. Također, zanemarite utjecaj defekta mase. Dolazi li do promjene tlaka Δp uslijed ionizacije? Ako da, izračunajte tu promjenu. Daljnjim zagrijavanjem plazme, na stijenke spremnika, osim same plazme, sve više djeluje i tlak termičkog zračenja. Veza između tlaka zračenja i temperature T dana je formulom

$$p_\mathrm{rad} = \frac{4\sigma}{3c}T^4,$$

gdje su σ i c fundamentalne konstante. U trenutku kad se tlakovi plazme i zračenja izjednače dolazi do pucanja spremnika. Odredite na kojoj temperaturi spremnik puca te koji je tlak u tom trenu djelovao na njegove stijenke.

[18 BODOVA]

4. Optički sustav od tri tanke leće konstruiran je kao na slici. Dvije su leće konvergentne, dok je jedna divergentna, a sve imaju istu žarišnu duljinu $f = 10\,\mathrm{cm}$. Konvergentne leće su udaljene za $\ell = 10\,\mathrm{cm}$, a divergentna leća se nalazi točno na polovici između njih.



- Ako snop svjetlosti upada s lijeva na prvu leću paralelno optičkoj osi, nađite udaljenost d od treće leće do točke na optičkoj osi gdje snop konvergira.
- Ako se točkasti predmet stavi na optičku os na udaljenosti x ispred prve leće, a njegova slika nastaje na istoj udaljenosti iza treće leće, odredite x.

[18 BODOVA]

Vrijednosti fizikalnih konstanti:

- brzina svjetlosti: $c = 3.00 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$;
- masa elektrona: $m_\mathrm{e} = 9.11 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$;
- masa protona: $m_\mathrm{p} = 1.67 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$;
- Planckova konstanta: $h = 6.63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s} = 4.14 \times 10^{-15}\,\mathrm{eV\,s}$;
- Boltzmannova konstanta: $k = 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K} = 8.62 \times 10^{-5}\,\mathrm{eV/K}$;
- Stefan-Boltzmannova konstanta: $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Poreč, 10.–13. travnja 2019.

Srednje škole - 4. skupina, rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ukoliko učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. • Ako se dva kvarka čeono sudaraju istom brzinom tada će, zbog zakona očuvanja količine gibanja, nužno stvoriti Higgsov bozon u mirovanju. [1 BOD]

   Prema tome, energija svakog kvarka prije sudara mora biti

$$E = \gamma_1 m_b c^2 = \frac{1}{2} m_h c^2. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

   Iz toga slijedi

$$\begin{aligned} v_1 &= c\sqrt{1-\left(\frac{2m_b}{m_h}\right)^2} && [2\ \text{BODA}] \\ &= 2.9922 \times 10^8\,\text{m/s}. && [1\ \text{BOD}] \end{aligned}$$

   Pritom je potrebno uložiti energiju jednaku zbroju kinetičke energije oba kvarka

$$\begin{aligned} T_1 &= m_h c^2 - 2m_b c^2 && [2\ \text{BODA}] \\ &= 116\,\text{GeV}. && [1\ \text{BOD}] \end{aligned}$$

   • Ako pak sudaramo jedan kvark u drugi, mirujući, kvark, tada će se stvoreni Higgsov bozon gibati. Najlakši način da odredimo parametre ovog sudara jest da napravimo Lorentzovu transformaciju prethodnog slučaja. [1 BOD]

   U sustavu koji se giba brzinom v_1 anti-kvark će mirovati, a kvark će imati brzinu

$$\begin{aligned} v_2 &= \frac{2v_1}{1+\frac{v_1^2}{c^2}} = c\frac{\sqrt{1-\left(\frac{2m_b}{m_h}\right)^2}}{1-2\left(\frac{m_b}{m_h}\right)^2} && [3\ \text{BODA}] \\ &= 2.9999 \times 10^8\,\text{m/s}. && [1\ \text{BOD}] \end{aligned}$$

   Budući da se Higgsov bozon nakon sudara giba brzinom v_1, uložena energija, tj. kinetička energija kvarka, u ovom slučaju je

$$\begin{aligned} T_2 &= \gamma_1 m_h c^2 - 2m_b c^2 = \frac{(m_h^2 - 4m_b^2)c^2}{2m_b} && [3\ \text{BODA}] \\ &= 1.7271\,\text{TeV}. && [1\ \text{BOD}] \end{aligned}$$

   Očito, čeoni sudar zahtijeva manje uložene energije.

2. Za početak izračunamo valnu duljinu prijelaza $n \to m$ zanemarujući neodređenost u energiji. Iz formule

$$\lambda_{n\to m} = \frac{hc}{\bar{E}_n - \bar{E}_m} \qquad [2\ \text{boda}]$$

lako nalazimo

$$\lambda_{2\to 1} = 121.76\,\text{nm}, \quad \lambda_{3\to 1} = 102.74\,\text{nm}, \quad \lambda_{3\to 2} = 657.53\,\text{nm}. \qquad [3\ \text{boda}]$$

Prema tome, zaključujemo da spektralna linija λ_1 odgovara prijelazu $3 \to 1$, λ_2 prijelazu $2 \to 1$, a λ_3 prijelazu $3 \to 2$. [1 bod]

Dalje, širine pobuđenih stanja računamo prema

$$\Delta E_2 = h\Delta\nu_{2\to 1} = hc\left(\frac{1}{\lambda_{2,\text{min}}} - \frac{1}{\lambda_{2,\text{max}}}\right) \qquad [2\ \text{boda}]$$
$$= 1.68\,\text{meV}, \qquad [1\ \text{bod}]$$

za $n = 2$, odnosno

$$\Delta E_3 = h\Delta\nu_{3\to 1} = hc\left(\frac{1}{\lambda_{1,\text{min}}} - \frac{1}{\lambda_{1,\text{max}}}\right) \qquad [2\ \text{boda}]$$
$$= 0.02\,\text{eV}, \qquad [1\ \text{bod}]$$

za $n = 3$. Konačno, vremena života su

$$\tau_2 = \frac{h/4\pi}{\Delta E_2} = 1.96 \times 10^{-13}\,\text{s}, \quad \tau_3 = \frac{h/4\pi}{\Delta E_3} = 1.65 \times 10^{-14}\,\text{s}. \qquad [4\ \text{boda}]$$

3. Temprreraturu ionizacije možemo procijeniti iz uvjeta da termička energija kT bude jednaka energiji vezanja vodika $E_{\mathrm{vez}} = 13.6\,\mathrm{eV}$,

$$E_{\mathrm{term}} = E_{\mathrm{vez}} \quad \rightsquigarrow \quad T_{\mathrm{i}} = \frac{E_{\mathrm{vez}}}{k} = 1.58 \times 10^{5}\,\mathrm{K}. \qquad [4\ \text{BODA}]$$

Tlak vodika prije ionizacije računamo iz jednadžbe stanja idealnog plina

$$p_{\mathrm{vod}} = \frac{N}{V} kT_{\mathrm{i}}, \qquad [2\ \text{BODA}]$$

gdje je N broj atoma vodika u spremniku volumena V, dok, nakon ionizacije, tlak plazme računamo pomoću Daltonovog zakona o parcijalnim tlakovima gdje posebno promatramo pozitivne (protone) i negativne (elektrone) ione kao idealni plin. Budući da iz svakog vodika dobijemo jedan proton i jedan elektron, broj protona je opet N, što je ujedno i broj elektrona. Budući da i protoni i elektroni ispunjavaju spremnik te se nalaze na istoj temperaturi, vrijedi

$$p_{\mathrm{pl}} = \frac{N}{V} kT_{\mathrm{i}} + \frac{N}{V} kT_{\mathrm{i}} = 2p_{\mathrm{vod}}. \qquad [3\ \text{BODA}]$$

Prema tome, promjena u tlaku tijekom ionizacije iznosi

$$\begin{aligned} \Delta p = p_{\mathrm{pl}} - p_{\mathrm{vod}} = p_{\mathrm{vod}} &= \frac{N m_{\mathrm{v}}}{V m_{\mathrm{v}}} kT_{\mathrm{i}} \\ &= \frac{\rho}{m_{\mathrm{v}}} kT_{\mathrm{i}} && [2\ \text{BODA}] \\ &= 1.30 \times 10^{11}\,\mathrm{Pa}. && [1\ \text{BOD}] \end{aligned}$$

U predzadnjoj smo jednakosti uveli gustoću vodika $\rho = N m_{\mathrm{v}}/V$ i masu atoma vodika $m_{\mathrm{v}} = m_{\mathrm{p}} + m_{\mathrm{e}}$.

Tlak plazme i tlak zračenja će biti jednaki na temperaturi određenoj uvjetom

$$\frac{4\sigma}{3c} T^4 = \frac{2\rho}{m_{\mathrm{v}}} kT \quad \rightsquigarrow \quad T = \left(\frac{3\rho c k}{2\sigma m_{\mathrm{v}}} \right)^{1/3} = 1.87 \times 10^{7}\,\mathrm{K}. \qquad [3\ \text{BODA}]$$

Pri toj temperaturi ukupni je tlak na stijenku spremnika

$$p_{\mathrm{uk}} = p_{\mathrm{pl}} + p_{\mathrm{rad}} = \frac{4\rho}{m_{\mathrm{v}}} kT = 6.18 \times 10^{13}\,\mathrm{Pa}. \qquad [3\ \text{BODA}]$$

4. • Koristimo jednadžbu tankih leća za svaku leću posebno. Ako svjetlost upada paralelno na prvu leću, to znači da se izvor nalazi u beskonačnosti, $a_1 = \infty$, pa imamo

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f} \quad \rightsquigarrow \quad b_1 = f = 10\,\text{cm}. \qquad [3\ \text{BODA}]$$

Slika prve leće je izvor za drugu leću i nalazi se na udaljenosti $a_2 = -(b_1 - \ell/2)$ od nje. Prema tome, jednadžba leće daje

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = -\frac{1}{f} \quad \rightsquigarrow \quad b_2 = -\frac{a_2 f}{a_2 + f} = 10\,\text{cm}, \qquad [3\ \text{BODA}]$$

gdje smo vodili računa da je druga leća divergentna. Konačno, izvor za treću leću je na udaljenosti $a_3 = -(b_2 - \ell/2)$ od nje pa je konačni položaj slike

$$\frac{1}{a_3} + \frac{1}{b_3} = \frac{1}{f} \quad \rightsquigarrow \quad b_3 = \frac{a_3 f}{a_3 - f} = 3.33\,\text{cm}. \qquad [3\ \text{BODA}]$$

• Da bi optički sustav napravio simetričnu sliku, nužno je da i središnja leća napravi simetričnu sliku. Odnosno, mora vrijediti

$$|a_2| = |b_2| = 2f = 10\,\text{cm}. \qquad [3\ \text{BODA}]$$

Sad je lako vidjeti da je, npr.

$$b_1 = |a_2| + \ell/2 = 25\,\text{cm}, \qquad [3\ \text{BODA}]$$

pa jednadžba leće za prvu leću daje, uz $a_1 = x$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f} \quad \rightsquigarrow \quad x = \frac{b_1 f}{b_1 - f} = 16.67\,\text{cm}. \qquad [3\ \text{BODA}]$$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
Poreč, 10. – 13. travnja 2019.

Srednje škole – 4. skupina

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor:
- drvena letvica
- prozirna tkanina
- karton
- crni hamer
- bijeli papir
- ravnalo
- krojački metar
- škare
- selotejp
- tanki flomaster

Zadatak:

1. Odredite valnu duljinu svjetlosti tako da:
   a) opišete način pripreme uređaja koji ćete koristiti pri mjerenju i nacrtate skicu s označenim bitnim dijelovima … 3 boda
   b) opišete teorijsku osnovu eksperimentalnog postupka uz odgovarajuću skicu i izvod izraza kojeg ćete koristiti … 3 boda
   c) opišete način na koji ćete odrediti udaljenost dvije niti na tkanini … 2 boda
   d) opišete način kako ste pripremili pukotinu i odredili njezinu širinu … 2 boda
   e) tablično prikažete rezultate za minimalno pet mjerenja za svaku od dvije različite udaljenosti tkanine od pukotine … 6 bodova
   f) prema dobivenim rezultatima za valnu duljinu u tablicama prekrižite mjerenja koja predstavljaju grubu pogrešku … 1 bod
   g) provedete račun slučajnih pogrešaka uz zapis točnog rezultata i određivanje relativne maksimalne pogreške zasebno za svaku udaljenost … 6 bodova
   h) ukratko komentirate preciznost mjerenja prema dobivenim maksimalnim relativnim pogreškama … 1 bod
   i) usporedite dobivene rezultate za valnu duljinu sa vidljivim područjem spektra elektromagnetskog zračenja … 2 boda
   j) navedete na koji ste način postigli što veću preciznost mjerenja … 1 bod
   k) ukratko opišete što je sve tijekom mjerenja moglo uzrokovati grube pogreške … 1 bod
   l) zaključno povežete svoje eksperimentalne rezultate s teorijskim odnosom promatrane pojave u ovisnosti o udaljenosti, kao i o širini pukotine … 2 boda

---

Ukupno: ……………………………………………………………………………**30 bodova**

Natjecateljima želimo uspješan rad!

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 10. – 13. travnja 2019.

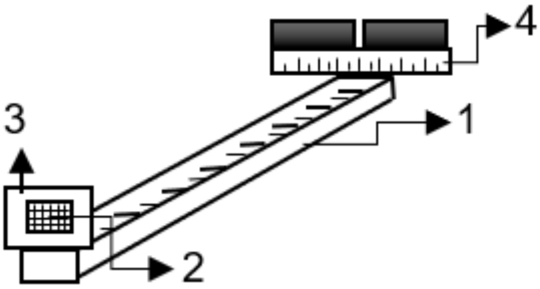
Srednje škole – 4. skupina

EKSPERIMENTALNI ZADATAK – rješenje

1. Odredite valnu duljinu svjetlosti tako da:

a) opišete način pripreme uređaja koji ćete koristiti pri mjerenju i nacrtate skicu s označenim bitnim dijelovima … 3 boda

Valnu duljinu s priborom i materijalima koji su na raspolaganju možemo odrediti na način da letvicu iskoristimo kao držač (1) za tkaninu koja predstavlja optičku rešetku (2) i za koju je potrebno od kartona napraviti otvor na jednom kraju (3). Ravne bridove kartona koristimo za pripremu pukotine (4) – Slika 1.



Slika 1. Skica uređaja s označenim bitnim dijelovima

b) opišete teorijsku osnovu eksperimentalnog postupka uz odgovarajuću skicu i izvod izraza kojeg ćete koristiti … 3 boda

Elektromagnetske valove na koje je osjetljivo ljudsko oko nazivamo vidljivom svjetlošću: valne duljine vidljivog područja svjetlosti protežu se u intervalu od 400 nm do 750nm.

Kada ravni val nailazi na prepreku ili pukotinu, opaža se da mijenja smjer širenja i ulazi u geometrijsku sjenu. Ta pojava skretanja vala naziva se ogib ili difrakcija i karakteristična je za valno širenje, pri čemu se prepreka ili pukotina ponašaju kao izvori novih kuglastih valova. Poseban je slučaj ogib svjetlosti kroz optičku rešetku, koju definiramo kao prepreku s N paralelnih uskih pukotina međusobnog razmaka d kojeg nazivamo konstanta optičke rešetke.

Približna vrijednost valne duljine svjetlosti može se dobiti jednostavnim pokusom tako da tkanina s pravilno raspoređenim nitima djeluje kao optička rešetka s konstantom d. Opažač kroz tkaninu promatra interferentnu sliku s obje strane pukotine, pri čemu se valna duljina može izračunati iz izraza prema slici 2:

$$\sin \alpha_1 = \frac{\lambda}{d} \qquad (1)$$

Ako udaljenost između središnjeg i prvog svijetlog maksimuma označimo slovom 's' i udaljenost između optičke rešetke i pukotine slovom 'a', uz uvjet da je je $s \ll A$, možemo napisati izraz prema slici 3:

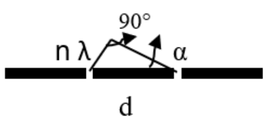
$$\sin \alpha_1 = \frac{s}{A} = \frac{s}{a} \qquad (2)$$

Uvrstimo li relaciju (2) u lijevu stranu jednadžbe (1) i zatim iz toga izrazimo valnu duljinu λ, dobit ćemo konačan izraz prema kojem možemo odrediti valnu duljinu prema mjerenjima za prvi maksimum:

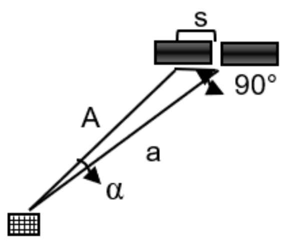
$$\lambda = \frac{s \cdot d}{a} \qquad (3)$$

Općenito za n maksimuma relaciju (3) možemo izraziti kao:

$$n\lambda = \frac{s_n \cdot d}{a} \qquad (4)$$



Slika 2. Skica uz izraz (1)



Slika 3. Skica uz izraz (2)

c) opišete način na koji ćete odrediti udaljenost dvije niti na tkanini … 2 boda

Koristeći tanki flomaster (ili kemijsku olovku), označite na prozirnoj tkanini minimalno 10 (preciznije 20) razmaka između pojedinih niti i zatim izmjerite udaljenost d'. Ako dobivenu vrijednost podijelite s brojem razmaka između niti, dobit ćete zadovoljavajuće precizan rezultat d za udaljenost između dvije niti, što predstavlja konstantu za tkaninu koja je u eksperimentalnom setu optička rešetka.

Priznaju se i drugi načini određivanja d, uz kratak i precizan opis rada.

d) opišete način kako ste pripremili pukotinu i odredili njezinu širinu … 2 boda

Povezivanje teorijskih osnova sa promišljanjem o najpraktičnijem eksperimentalnom setu dovest će najvjerojatnije do slijedećeg postupka:

1. odrede se rubovi kartona koji će biti rubovi pukotine i izrežu se na odgovarajuću veličinu radi mogućnosti postavljanja na letvicu;
2. kartoni koji čine pukotinu pomoću selotejpa se učvrste na povezujući element od kartona, koji će se izravno selotejpom učvršćivati na letvicu;
3. na gornji dio s obje strane pukotine učvrsti se crni hamer, prethodno izrezan na odgovarajuću veličinu;
4. na donji dio ispod pukotine zalijepi se bijeli papir na kojem je prethodno flomasterom, kemijskom ili tehničkom olovkom nacrtana mjerna skala kojoj je u sredini pukotine '0' i zatim su lijevo i desno označeni milimetri, veće crtice za 5 mm i još veće i deblje crte za 10 mm, tj. 1 cm: u smjeru -x i x osi u odnosu na '0'.

Priznaju se i drugi domišljati načini rješavanja koji su rezultirali zadovoljavajuće preciznim mjerenjima.

e) tablično prikažete rezultate za minimalno pet mjerenja za svaku od dvije različite udaljenosti tkanine od pukotine … 6 bodova

Prema razrađenim teorijskim osnovama pod b) i slici 2. veličine koje će biti mjerene potrebno je sustavno prikazati u tablici, kako bi bila postignuta zornost i preglednost izmjerenih i izračunatih veličina. Obzirom da se radi o mjerenjima za dvije različite udaljenosti, mogu se prikazati u jednoj zajedničkoj ili u dvije različite tablice.

Radi što preglednije organizacije podataka prikupljenih tijekom mjerenja i rezultata na osnovu eksperimentalnog rada, prijedlog je da se uz tablicu odmah postavi i stupac s izračunatom valnom duljinom, kao i stupac pojedinačnog odstupanja rezultata valne duljine od dobivene srednje vrijednosti za pojedinu udaljenost.

Primjer tabličnog prikaza (oznake trebaju biti usklađene s teorijskim osnovama i slikom 2. pod b):

Tablica 1. Tablični prikaz rezultata određivanja valne duljine svjetlosti

Redni broj mjerenja	d/mm	a/mm	s/mm	λ_i/m	$(\overline{\lambda} - \lambda_i)$/m
1.					
…					
5.					

f) prema dobivenim rezultatima za valnu duljinu u tablicama prekrižite mjerenja koja predstavljaju grubu pogrešku … 1 bod

Grubim pogreškama za ovaj eksperimentalni set smatraju se svi rezultati koji su izvan poznatog intervala valnih duljina vidljivog područja spektra elektromagnetskog zračenja, što je potrebno analizirati pod točkama i) i k).

g) provedete račun slučajnih pogrešaka uz zapis točnog rezultata i određivanje relativne maksimalne pogreške zasebno za svaku udaljenost … 6 bodova

Tijekom mjerenja velika je vjerojatnost slučajnih pogrešaka, koje su najčešće subjektivne naravi.

Računom slučajnih pogrešaka procjenjujemo točnost kojom smo izmjerili određenu veličinu, pri čemu određujemo:

- aritmetičku sredinu ili srednju vrijednost svih pojedinih mjerenja:

$$\overline{\lambda} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^{5} \lambda_i \qquad (5)$$

- razlike između srednje vrijednosti i svakog pojedinačnog mjerenja: $\Delta \overline{\lambda}_i = (\lambda - \lambda_i)$ m (6)
- apsolutnu vrijednost maksimalnog pojedinačnog odstupanja: $|\Delta \lambda_{i\,max}|$ m (7)
- zapis točnog rezultata: $\lambda = (\overline{\lambda} \pm |\Delta \lambda_{i\,max}|)$ m (8)
- maksimalnu relativnu pogrešku koju najčešće izražavamo u postocima:

$$r_m = \left(\frac{|\Delta\lambda_{i\,max}|}{\overline{\lambda}} \cdot 100 \right) \% \qquad (9)$$

U eksperimentalnom zadatku potrebno je izvršiti mjerenja za dvije različite udaljenosti tkanine koja predstavlja optičku rešetku i pripremljenog dijela uređaja koji sadrži pukotinu na drugoj strani letvice, te je zbog toga navedeno i da se račun slučajnih pogrešaka provede posebno za svaku udaljenost, kako bi analiza rezultata pod točkama od h) do l) bila potpunija.

h) ukratko komentirate preciznost mjerenja prema dobivenim maksimalnim relativnim pogreškama … 1 bod

Analiza r_m za dvije različite udaljenosti uključuje dvije komponente: konkretno - za koju je udaljenost mjerenje bilo preciznije i općenito - na osnovu stečenog eksperimentalnog iskustva, kratki komentar označavaju li dobiveni postotci veću ili manju pogrešku unutar pojedinog seta mjerenja. Moguće uzroke koji su doveli do nepreciznosti u mjerenjima potrebno je ukratko opisati pod točkom j).

i) usporedite dobivene rezultate za valnu duljinu sa vidljivim područjem spektra elektromagnetskog zračenja … 2 boda

Potrebno je konstatirati nalaze li se dobiveni rezultati za valnu duljinu svjetlosti unutar vidljivog područja, što bi trebao biti slučaj ako su pri mjerenjima otklonjeni oni iznosi koji su rezultirati pogreškama u mjerenjima u intervalu od 1 mm i zatim navesti interval vidljivog dijela spektra elektromagnetskog zračenja: vidljiva svjetlost obuhvaća valne duljine od 400 nm do 750 nm.

j) navedete na koji ste način postigli što veću preciznost mjerenja … 1 bod

U svakom eksperimentalnom radu potrebno je kratko i precizno iskustveno navesti što je primijećeno kao problem u mjerenjima i kako je postignuta veća preciznost. Neizostavno bi za ovaj eksperimentalni set trebalo navesti minimalno dvije komponente: - na koji je način prema eksperimentalnim uvjetima precizno određena konstanta optičke rešetke, tj. razmak između dva tkanja na prozirnoj tkanini i - na koji je način mjerena udaljenost između prve i središnje svijetle pruge (ovdje je dobro naglasiti i kako crna pozadina uz obje strane pukotine omogućava kvalitetnije uočavanje i mjerenje udaljenosti s.

Dodatno se mogu uzeti u obzir te opisati i utjecaj pozicije izvora svjetlosti, kao i same tkanine, kako bi dobivena ogibna slika bila paralelna s pukotinom i točno iznad mjerne skale, kao i drugi primijećeni problemi i način njihova rješavanja.

k) ukratko opišete što je sve tijekom mjerenja moglo uzrokovati grube pogreške … 1 bod

Za eksperimentalni set složen prema dostupnom priboru i materijalima karakteristično je da se sve veličine koje mjerimo izražavaju u cm ili mm (ili odmah prema SI sustavu u metrima) i prema tome su makroskopske, a valna duljina svjetlosti u rezultatima ima red veličine 10^{-7} m, te je stoga mikroskopska. Zbog toga mala nepreciznost u intervalu od 1 mm pri mjerenju udaljenosti prvog svijetlog maksimuma od središnjeg može značiti za određenu udaljenost pukotine od prozirne tkanine da rezultat neće biti unutar poznatog intervala vrijednosti za valne duljine vidljivog područja spektra EMZ.

Zbog osjetljivosti potrebne pri mjerenju, u odnosu na pribor koji je na raspolaganju, uzeto je u obzir pod točkom f) da se u tablicama prekriže svi rezultati za valnu duljinu koji nisu unutar vidljivog područja spektra EMZ; to ujedno znači kako je potrebno napraviti više mjerenja, a račun slučajnih pogrešaka raditi po završetku svih mjerenja i izračuna valnih duljina za pojedina mjerenja, kako bi u obzir bili uzeti samo oni rezultati eksperimentalnih mjerenja koji su u skladu s očekivanim intervalom teorijskih vrijednosti za vidljivo područje EMZ.

l) zaključno povežete svoje eksperimentalne rezultate s teorijskim odnosom promatrane pojave u ovisnosti o udaljenosti, kao i o širini pukotine … 2 boda

Eksperimentalnim radom jednostavno je uočiti kako će s manjom udaljenosti pukotine od tkanine razmaci između interferentnih pruga biti manji. Povezivanjem s teorijskim osnovama nastajanja pruga interferencije unutar ogibnih maksimuma za dvije, tj. kod optičke rešetke za N pukotina međusobno razmaknutih konstantom d, ovdje je potrebno navesti minimalno dvije značajne činjenice: - što je pukotina bliže, razmak između pruga bit će manji; - uža pukotina za istu valnu duljinu imat će šire pruge difrakcije, uz uvjet da intenzitet osvijetljenosti pruga vrlo naglo opada te se stoga preporučuje mjerenje samo prvog maksimuma.

U ovom eksperimentalnom setu nije, zbog nemogućnosti postizanja preciznijih mjerenja, trebalo istražiti ovisnost o valnoj duljini svjetlosti: za pukotinu određene širine manja valna duljina svjetlosti značit će i manji ogibni kut.

Ukupno: ………………………………………………………………………………… **30 bodova**