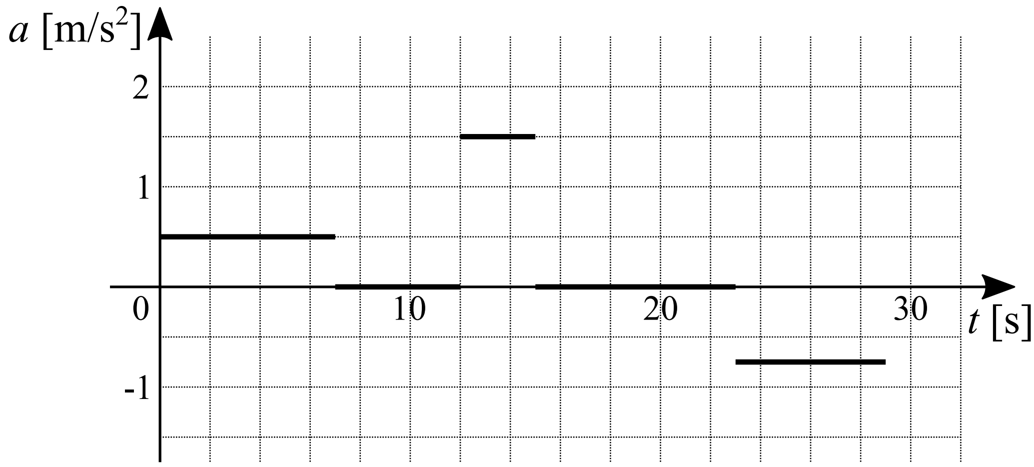
Županijsko natjecanje iz fizike 2017/2018
Srednje škole – 1. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijte imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. **Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

1. zadatak (11 bodova)

Automobil se giba po pravcu. U početnom trenutku ($t = 0$) brzina automobila iznosi 8 m/s. Ubrzanje automobila mijenja se u vremenu na način kako je prikazano na $a(t)$ grafu.

a) Nacrtajte graf ovisnosti brzine o vremenu $v(t)$.
b) Izračunajte koliki je put prešao automobil za vrijeme ovog gibanja.
c) Izračunajte srednju brzinu automobila.



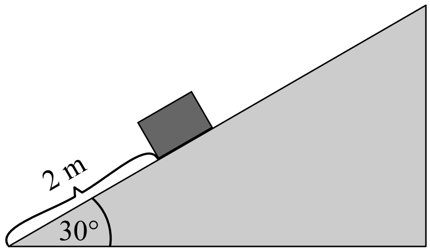
2. zadatak (10 bodova)

Vlak A duljine 98 m giba se brzinom $v_A = 36$ km/h. Vlak B duljine 79 m giba se brzinom $v_B = 11$ m/s. Vlakovi prometuju po dvokolosječnoj pruzi u suprotnim smjerovima te se svaki sa svoje strane približavaju tunelu duljine 554 m. U trenutku ulaska vlaka A u tunel vlak B se nalazi na udaljenosti s od ulaska u tunel te počinje jednoliko ubrzavati. Nakon 23 s vlak B ulazi u tunel te se nastavlja gibati jednolikom brzinom. Vlak A se cijelo vrijeme giba jednolikom brzinom. Vlakovi istovremeno izlaze iz tunela.

a) Izračunajte vrijeme gibanja vlaka A kroz tunel.
b) Izračunajte udaljenost s vlaka B od tunela u trenutku ulaska vlaka A u tunel.
c) Izračunajte brzinu gibanja vlaka B u tunelu.
d) Izračunajte ubrzanje vlaka B do ulaska u tunel.
e) Odredite položaj na kojem su vlakovi sreli te koliko je vremena trajalo mimoilaženje vlakova.

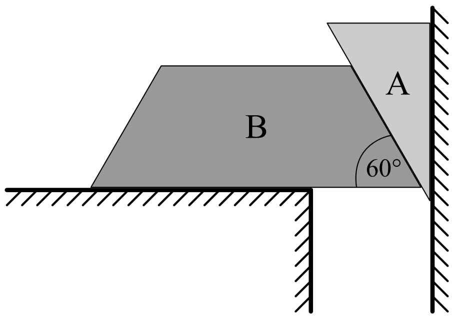
3. zadatak (10 bodova)

Kvadar se nalazi na kosini koja zatvara kut 30° s horizontalom. Početni položaj kvadra označen je na slici. U početnom trenutku kvadar je gurnut uz kosinu brzinom 4 m/s. Koeficijent trenja između kvadra i kosine iznosi 0.21. Izračunajte nakon koliko vremena će brzina kvadra opet postići početnu vrijednost i ukupan put koji prijeđe kvadar u tom vremenu.



4. zadatak (9 bodova)

Na slici su prikazana dva tijela: A i B. Tijelo A jednom je svojom stranicom naslonjeno na vertikalni zid, a drugom na tijelo B. Tijelo B nalazi se na nepomičnoj horizontalnoj podlozi. Trenje između tijela A i B, kao i između tijela A i vertikalnog zida i tijela B i horizontalne podloge je zanemarivo. Omjer masa tijela A i B jednak je $m_A : m_B = 1 : 4$. Izračunajte iznos i smjer ubrzanja tijala A i B.



5. zadatak (10 bodova)

Ivica i Marica igraju se lopticama. Ivica se nalazi u dvorištu zgrade i baca svoju lopticu vertikalno u vis brzinom 8 m/s. Marica se nalazi na prozoru 1. kata zgrade i istovremeno s Ivicom baca svoju lopticu u horizontalnom smjeru brzinom 5 m/s. Horizontalna udaljenost Ivice i Marice iznosi 5 m. Loptice se sudare na visini h iznad početne visine loptice koju je bacio Ivica.

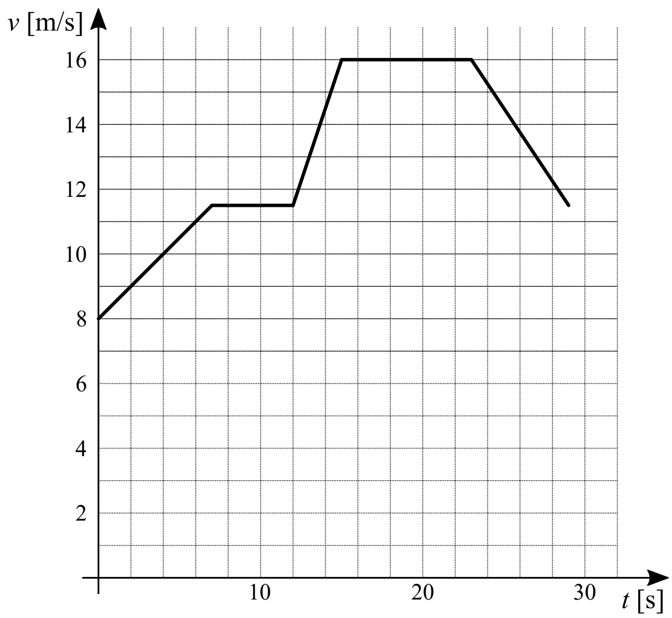
a) Izračunajte vertikalnu udaljenost položaja s kojih su izbačene loptice.
b) Izračunajte iznose brzine obje loptice neposredno prije njihovog sudara te skicirajte njihove smjerove.
c) Izračunajte brzinu, kojom Marica treba baciti lopticu u horizontalnom smjeru, da pogodi lopticu, koju je bacio Ivica, u najvišoj točki njezine putanje. Odredite trenutak u kojem Marica treba baciti lopticu.

Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

Županijsko natjecanje iz fizike 2017/2018
Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (11 bodova)

U prvom vremenskom intervalu $\Delta t_1 = 7$ s automobil se giba jednoliko ubrzano ubrzanjem $a_1 = 0.5$ m/s^2. Brzina na kraju prvog vremenskog intervala, u $t = 7$ s iznosi:
$v_1 = v_0 + a_1\Delta t_1 = 11.5$ m/s. **(1 bod)**
Automobil u prvom vremenskom intervalu prelazi put:
$s_1 = v_0\Delta t_1 + \frac{1}{2}a_1(\Delta t_1)^2 = 68.25$ m. **(1 bod)**
U drugom vremenskom intervalu $\Delta t_2 = 5$ s automobil se giba jednoliko brzinom $v_2 = v_1 = 11.5$ m/s te prelazi put:
$s_2 = v_2\Delta t_2 = 57.5$ m. **(1 bod)**
U trećem vremenskom intervalu $\Delta t_3 = 3$ s automobil se giba jednoliko ubrzano ubrzanjem $a_3 = 1.5$ m/s^2. Brzina na kraju prvog vremenskog intervala, u $t = 15$ s iznosi:
$v_3 = v_2 + a_3\Delta t_3 = 16$ m/s. **(1 bod)**
Automobil u trećem vremenskom intervalu prelazi put:
$s_3 = v_2\Delta t_3 + \frac{1}{2}a_3(\Delta t_3)^2 = 41.25$ m. **(1 bod)**
U četvrtom vremenskom intervalu $\Delta t_4 = 8$ s automobil se giba jednoliko brzinom $v_4 = v_3 = 16$ m/s te prelazi put:
$s_4 = v_4\Delta t_4 = 128$ m. **(1 bod)**
U petom vremenskom intervalu $\Delta t_5 = 6$ s automobil se giba jednoliko usporeno usporenjem $a_5 = -0.75$ m/s^2. Brzina na kraju petog vremenskog intervala, u $t = 29$ s iznosi:
$v_5 = v_4 + a_5\Delta t_5 = 11.5$ m/s. **(1 bod)**
Automobil u petom vremenskom intervalu prelazi put:
$s_5 = v_4\Delta t_5 - \frac{1}{2}a_5(\Delta t_5)^2 = 82.5$ m. **(1 bod)**
Automobil je prešao ukupni put:
$s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 = 68.25\ \text{m} + 57.5\ \text{m} + 41.25\ \text{m} + 128\ \text{m} + 82.5\ \text{m} = 377.5\ \text{m}$.
Srednja brzina automobila iznosi:
$\bar{v} = \frac{s}{t_{ukupno}} = \frac{377.5\ \text{m}}{29\ \text{s}} = 13$ m/s. **(1 bod)**
$v(t)$ graf prikazan je na slici desno. **(2 boda)**



2. zadatak (10 bodova)

Vlak A od ulaska do izlaska iz tunela prelazi put:
$d + l_A = v_A t_{ukupno}$, **(1 bod)**

gdje je d duljina tunela, l_A duljina vlaka A, $v_A = 36$ km/h $= 10$ m/s brzina vlaka A i t_{ukupno} vrijeme gibanja vlaka A kroz tunel. Slijedi da je:

$t_{ukupno} = \dfrac{d + l_A}{v_B} = \dfrac{554 \text{ m} + 98 \text{ m}}{10 \text{ m/s}} = 65.2$ s. **(1 bod)**

Vlak B se na putu s giba $t_s = 23$ s jednoliko ubrzano ubrzanjem a_B i početnom brzinom $v_{B0} = 11$ m/s. Vrijedi:

$s = v_{B0}t_s + \dfrac{1}{2}(v_{B1} - v_{B0})t_s$, **(1 bod)**

gdje je v_{B1} brzina vlaka B u trenutku ulaska u tunel. Za gibanje vlaka B u tunelu vrijedi:

$d + l_B = v_{B1}(t_{ukupno} - t_s)$, **(1 bod)**

gdje je l_B duljina vlaka B. Slijedi da je brzina v_{B1} jednaka:

$v_{B1} = \dfrac{d + l_B}{t_{ukupno} - t_s} = \dfrac{554 \text{ m} + 79 \text{ m}}{65.2 \text{ s} - 23 \text{ s}} = 15$ m/s. **(1 bod)**

Udaljenost vlaka B od tunela u trenutku ulaska vlaka A u tunel jednaka je:

$s = \dfrac{1}{2}(v_{B1} + v_{B0})t_s = \dfrac{1}{2}(11 \text{ m/s} + 15 \text{ m/s})23 \text{ s} = 299$ m. **(1 bod)**

Ubrzanje vlaka B na putu s jednako je:

$a_B = \dfrac{v_{B1} - v_{B0}}{t_s} = 0.174 \text{ m/s}^2$. **(1 bod)**

Postavimo ishodište koordinatnog sustava u točku ulaska vlaka A u tunel. Uzmimo trenutak ulaska vlaka B u tunel za početni trenutak. Tada vrijedi:

$x_A(t) = v_A(t_s + t)$,

$x_B(t) = d - v_{B1}t$.

U trenutku kada su se vlakovi sreli, njihove koordinate položaja su jednake:

$v_A(t_s + t') = d - v_{B1}t' \;\Rightarrow\; t' = \dfrac{d - v_A t_s}{v_A + v_{B1}} = 12.96$ s. **(1 bod)**

Prema tome, vlakovi će se sresti na udaljenosti

$x_A(t') = v_A(t_s + t') = 359.6$ m od ulaza u tunel vlaka A. **(1 bod)**

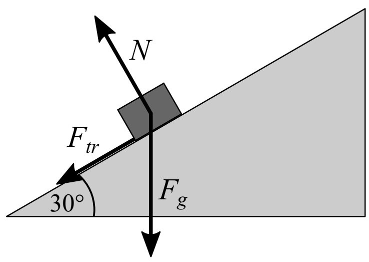
Relativna brzina vlaka B u odnosu na referentni sustav, u kojem vlak A miruje, iznosi:

$v_{B,rel} = v_{B1} + v_A = 25$ m/s.

Vrijeme mimoilaženja vlakova jednako je:

$t_m = \dfrac{l_A + l_B}{v_{B,rel}} = \dfrac{98 \text{ m} + 79 \text{ m}}{25 \text{ m/s}} = 7.08$ s. **(1 bod)**

3. zadatak (10 bodova)



Kvadar će se gibati uz kosinu dok se ne zaustavi, a zatim će se gibati niz kosinu. Dijagram sila na kvadar za vrijeme gibanja uz kosinu prikazan je na slici desno. Slijedi da je drugi Newtonov zakon za gibanje kvadra u smjeru paralelno kosini i u smjeru okomito na kosinu oblika:

$ma_1 = \dfrac{1}{2}mg + F_{tr}$, **(1 bod)**

$0 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}mg - N$. **(1 bod)**

Sila trenja jednaka je:

$F_{tr} = \mu N$. **(1 bod)**

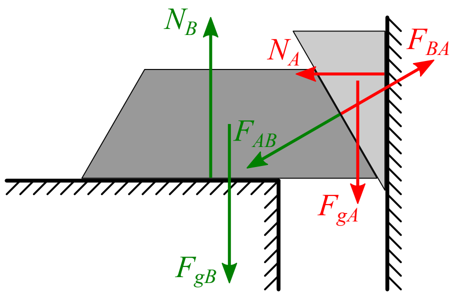
Silu reakcije podloge izrazimo pomoću druge jednadžbe i uvrstimo u izraz za silu trenja te dobijemo:

$F_{tr} = \mu\dfrac{\sqrt{3}}{2}mg$.

Uvrštavanjem u prvu jednadžbu za ubrzanje kvadra dobijemo:
$a_1 = \frac{1}{2}\left(1+\mu\sqrt{3}\right)g = 6.69\ \mathrm{m/s^2}$. **(1 bod)**
Dakle, kvadar se giba jednoliko usporeno uz kosinu. Vrijeme do zaustavljanja je:
$0 = v_0 - a_1 t_1 \ \Rightarrow\ t_1 = \frac{v_0}{a_1} = \frac{4\ \mathrm{m/s}}{6.69\ \mathrm{m/s^2}} = 0.6\ \mathrm{s}.$
Put koji prijeđe u tom vremenu jednak je:
$s_1 = v_0 t_1 - \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = \frac{v_0^2}{2a_1} = 1.2\ \mathrm{m}.$
Tijelo će se nakon zaustavljanja početi gibati jednoliko ubrzano niz kosinu. U ovom slučaju sila trenja djeluje paralelno kosini u smjeru uz kosinu. Slijedi da je drugi Newtonov zakon za smjer paralelan kosini u slučaju gibanja niz kosinu oblika:
$ma_2 = \frac{1}{2}mg - F_{tr}$. **(1 bod)**
Ubrzanje tijela niz kosinu jednako je:
$a_2 = \frac{1}{2}\left(1-\mu\sqrt{3}\right)g = 3.12\ \mathrm{m/s^2}$. **(1 bod)**
Tijelo će ponovo postići početnu brzinu nakon vremena:
$v = v_0 = a_2 t_2 \ \Rightarrow\ t_2 = \frac{v_0}{a_2} = \frac{4\ \mathrm{m/s}}{3.12\ \mathrm{m/s^2}} = 1.28\ \mathrm{s}.$
U ovom vremenu tijelo će prijeći put:
$s_2 = \frac{1}{2}a_2 t_2^2 = \frac{v_0^2}{2a_2} = 2.56\ \mathrm{m}.$
Prema tome, tijelo će ponovo postići početnu brzinu nakon
$t = t_1 + t_2 = v_0\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}\right) = 1.88\ \mathrm{s}$ **(2 boda)**
vremena te u tom vremenu prijeđe ukupan put:
$s = s_1 + s_2 = \frac{v_0^2}{2}\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}\right) = 3.76\ \mathrm{m}.$ **(2 boda)**

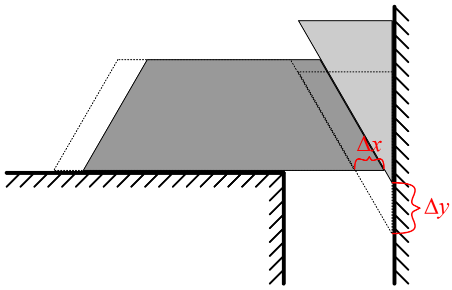
4. zadatak (9 bodova)

Na slici su prikazane sve sile na tijela A i B pri čemu su sile na tijelo A označene crvenom bojom, a sile na tijelo B zelenom bojom **(2 boda)**. Tijelo A će se gibati vertikalno prema dolje ubrzanjem a_A, a tijelo B će se gibati u horizontalnom smjeru ulijevo ubrzanjem a_B. Drugi Newtonov zakon za tijelo A u horizontalnom i vretikalnom smjeru, respektivno, glasi:



$0 = \frac{\sqrt{3}}{2}F_{BA} - N_A,$
$m_A a_A = m_A g - \frac{1}{2}F_{BA}$. **(1 bod)**
Drugi Newtonov zakon za tijelo B u horizontalnom i vretikalnom smjeru, respektivno, glasi:
$m_B a_B = \frac{\sqrt{3}}{2}F_{AB}$, **(1 bod)**
$0 = N_B - m_B g - \frac{1}{2}F_{AB}.$

Prema trećem Newtonovom zakonu sila tijela A na tijelo B F_{AB} jednakog je iznosa sili tijela B na tijelo A F_{BA}, odnosno vrijedi $F_{AB} = F_{BA}$ **(1 bod)**. Tijelo A u vremenskom intervalu Δt pomakne se u vertikanom smjeru za Δy. U istom vremenskom intervalu tijelo B pomakne se u horizontalnom smjeru za Δx. Sa slike se može vidjeti da je omjer pomaka jednak:



$\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}.$

Budući da su vremenski intervali u kojima tijela A i B naprave pomake Δy i Δx, respektivno, jednaki, njihova ubrzanja se odnose na isti način. Prema tome, vrijedi:

$\dfrac{a_A}{a_B} = \sqrt{3}.$ **(1 bod)**

U zadatku je zadan omjer masa tijela A i B $\frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{4}$ iz čega slijedi $m_B = 4m_A$. Iz treće jednadžbe slijedi:

$F_{AB} = \dfrac{2}{\sqrt{3}} m_B a_B = \dfrac{2}{\sqrt{3}} \cdot 4m_A \cdot \dfrac{1}{\sqrt{3}} a_A = \dfrac{8}{3} m_A a_A.$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem u drugu jednadžbu dobije se:

$m_A a_A = m_A g - \dfrac{1}{2}\dfrac{8}{3} m_A a_A,$

$\left(1 + \dfrac{4}{3}\right) a_A = g,$

$a_A = \dfrac{3}{7} g.$ **(1 bod)**

Slijedi da je ubrzanje tijela B jednako:

$a_B = \dfrac{1}{\sqrt{3}} a_A = \dfrac{\sqrt{3}}{7} g.$ **(1 bod)**

5. zadatak (10 bodova)

Vrijeme od trenutka izbačaja loptica do njihovog sudara jednako je vremenu potrebnom da loptica, koju je bacila Marica, prijeđe njihov međusobni horizontalni razmak:

$s = v_M t_{ukupno} \;\Rightarrow\; t_{ukupno} = \dfrac{s}{v_M} = 1 \text{ s.}$ **(1 bod)**

U tom će vremenu loptica, koju je bacila Marica, pasti za:

$h_M = \dfrac{1}{2} g t_{ukupno}^2 = 5 \text{ m},$ **(1 bod)**

dok se loptica, koju je bacio Ivica, u istom trenutku nalazi na visini:

$h_I = v_{I0} t_{ukupno} - \dfrac{1}{2} g t_{ukupno}^2 = 3 \text{ m}$

u odnosu na svoju početnu visinu. Prema tome, vertikalna udaljenost položaja izbačaja loptica iznosi:

$\Delta h = h_I + h_M = 8 \text{ m}.$ **(1 bod)**

Ovisnost brzine loptice, koju je bacio Ivica, o vremenu je oblika:

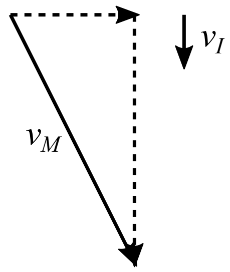
$v_I(t) = v_{I0} - gt.$

Uvrštavanjem t_{ukupno} u prethodnu jednadžbu dobije se brzina loptice, koju je bacio Ivica, neposredno prije sudara:

$v_I(t_{ukupno}) = v_{I0} - g t_{ukupno} = -2 \text{ m/s}.$ **(1 bod)**

Dakle, iznos brzine je 2 m/s, a smjer vertikalno prema dolje. Brzina loptice, koju je bacila Marica, neposredno prije sudara ima dvije komponente: komponentu u horizontalnom smjeru iznosa 5 m/s i u vertikalnom smjeru prema dolje iznosa:

$v_{M,vertikalno} = gt_{ukupno} = 10$ m/s.
Ukupna brzina je:
$v_M = \sqrt{5^2 + 10^2}$ m/s $= 11.2$ m/s. **(1 bod)**
Smjerovi brzina loptica neposredno prije sudara prikazani su na slici **(1 bod)**. U slučaju sudara loptica u točki najviše putanje loptice koju je bacio Ivica, najprije treba odrediti položaj sudara. Vrijeme potrebno da loptica, koju je bacio Ivica, dosegne maksimalnu visinu svoje putanje jednako je:



$0 = v_I - gt_{max} \;\Rightarrow\; t_{max} = \dfrac{v_{I0}}{g} = 0.8$ s, **(1 bod)**
a maksimalna visina iznosi:
$h_{max} = \dfrac{1}{2}gt_{max}^2 = 3.2$ m.
Prema tome, loptica, koju je bacila Marica, mora prijeći vertikalnu udaljenost:
$h'_M = 8\text{ m} - 3.2\text{ m} = 4.8$ m. **(1 bod)**
Time je određeno vrijeme pada loptice koju je bacila Marica:
$h'_M = \dfrac{1}{2}gt'^2 \;\Rightarrow\; t' = \sqrt{\dfrac{2h'_M}{g}} = 0.98$ s.
Nadalje, brzina kojom Marica treba baciti lopticu u horizontalnom smjeru iznosi:
$v'_M = \dfrac{l}{t'} = 5.1$ m/s. **(1 bod)**
Marica treba baciti lopticu prije Ivice i to za $\Delta t = t' - t_{max} = 0.18$ s. **(1 bod)**

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 06.03.2018.

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijete koristiti nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. ***Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora***.

1. zadatak (8 bodova)

Poseban toplinski stroj ima snagu od 5,00 kW i učinkovitost 25%. Ako stroj hladnom spremniku preda 8000 J energije u svakom ciklusu, izračunajte:

a. Energiju apsorbiranu u svakom ciklusu.
b. Vrijeme potrebno za obavljanje jednog kompletnog ciklusa.

2. zadatak (14 bodova)

Idealni jednoatomni plin zauzima, u stanju A, volumen V_A = 5,00 L pri atmosferskom tlaku (1atm), na temperaturi T_A = 300 K. Zagrije se izohorno do stanja B pri tlaku p_B = 3.00 atm. Zatim se širi izotermo na stanje C, i na kraju je komprimiran izobarno do početnog stanja A.

a. Nacrtajte navedene procese na *p*-*V* grafu.
b. Izračunajte broj molova plina *n* i termodinamičke koordinate (*p, V, T*) za stanja A, B i C (u mjernim jedincima Pascal, litra i Kelvin).
c. Izračunajte toplinu *Q*, rad *W* i promjenu unutarnje energije *ΔU* za procese AB, BC i CD te za cijeli ciklus.

3. zadatak (8 bodova)

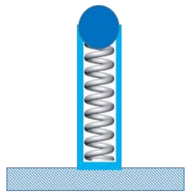
U bazenu ispunjenom nepoznatom tekućinom, lebde dva tijela povezana oprugom konstante 120 N/m. Jedno tijelo je šuplja kutija, zanemarivih dimenzija stjenka, mase 20 g iz koje je u potpunosti isisan zrak, dok je drugo tijelo (ispunjeni) uteg. Volumen oba tijela je jednak i iznosi 0.8 litara. Nađite gustoću tekućine i masu utega ako se zna da izduženije opruge iznosi 6,38 cm.

4. zadatak (12 bodova)

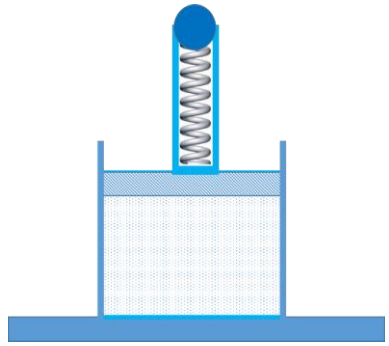
Na klipu, unutar cijevi, nalazi se opruga elastične konstante k = 100 N/m (vidi sliku 1). Opruga je komprimirana za x = 1 cm i na njen vrh postavljena je kuglica mase m = 40 g, pri čemu kočnica drži oprugu u fiksnom položaju i ne dozvoljava joj gibanje. Sustav klip, loptica i opruga postavljen je na cilindru u kojem se nalazi idealni dvoatomni plin (vidi sliku 2). Cilindar je metalni, ima tanke stjenke, a klip (s cijevi) ima masu M = 2 kg i površinu S = 200 cm_2 . Ako se kočnica otpusti, kuglica je izbačena u vremenu od t = 1 ms. Zanemarite masu opruge te silu kojom ona djeluje na klip nakon otpuštanja aproksimirajte prikladnom (konstantnom) srednjom vrijednošću.

Zanemarujući trenje i znajući da je vanjski tlak p_a = 0,96 atm:

a. Izračunajte promjenu tlaka plina nakon izbačaja kuglice.
b. Pretpostavljajući izotermnu kompresiju, izračunajte za koliki postotak će se klip spustiti.



Slika 1



Slika 2

5. zadatak (8 bodova)

Masa olova m_{Pb} = 2kg početne temperature T_{Pb} = 300°C uronjena je u posudu koji sadrži vodu mase m_{H2O} = 0,5 kg početne temperature T_{H2O} = 95 ° C. Izračunajte masu vode koja ispari, nakon što je olovo uronjeno u vodu.

Uzmite u obzir sljedeće vrijednosti, ako nije drugačije navedeno u zadatku:

c_{Pb} = 128 J/kg°C
$c_{H2\,O}$ = 4186 J/kg°C

$\lambda_v = 2.26 \times 10^6$ J/kg

R = 8,31 J/K mol

P_{atm}= 1 atm = 101300 Pa

$g = 9{,}81$ m/s^2

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 06.03.2018.

Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Zadatak (8 bodova)

a) Uzimajući u obzir energiju otpuštenu prema spremniku niske temperature:

$|Q_c| = 8000J$

Učinkovitost ciklusa je:

$\eta = \frac{W}{|Q_h|} = 1 - \frac{|Q_c|}{|Q_h|} = 0{,}250$ **(2 boda)**

Iz toga slijedi da je energija oslobođena od spremnika više temperaturi:

$|Q_h| = \frac{|Q_c|}{1-\eta} = 10{,}7\ kJ$ **(2 boda)**

b) Rad za svaki ciklus je:

$W = |Q_h| - |Q_c| = 2667J$ **(2 boda)**

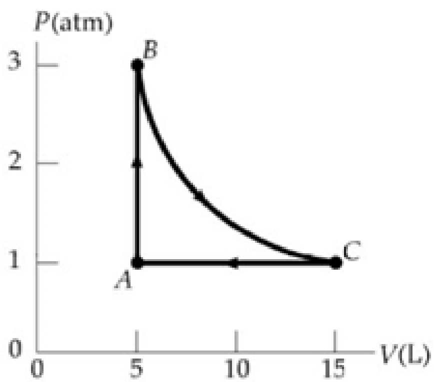
Uzimajući u obzir da $P = W/\Delta t$

Dobije se:

$\Delta t = \frac{W}{P} = 0{,}533\ \mathrm{s}$ **(2 boda)**

2. Zadatak (14 bodova)

a) Graf pocesa prikazan je na sljedećoj slici:



(1 bod)

b) Broj molova se može izračunati iz jednadžbe idealnog plina za stanje A:

$n = \frac{p_A V_A}{R T_A} = 0{,}203\ mol$ **(1 bod)**

<u>Stanje A</u>:

$p_A = 1\ atm = 1.01 \times 10^5\ Pa$

$V_A = 5.00\ L = 5.00 \times 10^{-3}\ m^3$

$T_A = 300\ K$ **(1 bod)**

<u>Stanje B</u>:

$p_B = 3\ atm = 3 \times 1.013 \times 10^5\ Pa = 3.04 \times 10^5\ Pa$

$V_B = 5.00\ L = 5.00 \times 10^{-3}\ m^3$

$T_B = p_B V_B / nR = 900\ K$ **(1 bod)**

<u>Stanje C</u>:

$p_C = P_A = 1\ atm = 1.01 \times 10^5\ Pa$

$V_C = nRT_C/p_C = 15\ L$

$T_C = T_B = 900\ K$ budući da je transformacija B→C izoterma. **(1 bod)**

c) Da bi se izračunao rad *W* koji obavi plin, te toplina *Q* i promjena unutarnje energije *ΔU,* u svakom koraku može se napisati:

A→B :

$W_{AB} = 0$ za izokorni proces($V_A = V_B$)

$(\Delta U)_{AB} = U_B - U_{,A}$

$= 3/2\ nRT_B - 3/2\ nRT_A$

$= 3/2\ nR(T_B - T_A) = 1.52 \times 10^3\ J$

$Q_{AB} = (\Delta U)_{AB} + W_{AB} = (\Delta U)_{AB} = 1.52 \times 10^3\ J$ iz prvog zakona termodinamike. **(2 boda)**

B→C :

$W_{BC} = nRT_c ln\frac{V_C}{V_B} = 1{,}67 \times 10^3 J$

$(\Delta U)_{BC} = U_C - U_B = 3/2\ nR(T_C - T_B) = 0$ izotermi proces

$Q_{BC} = (\Delta U)_{BC} + W_{BC} = W_{BC} = 1.67 \times 10^3\ J$ **(2 boda)**

C→A :

$W_{CA} = p_A(V_A - V_C) = -1{,}01 \times 10^3\ J$

$(\Delta U)_{CA} = U_A - U_C = 3/2\ nR(T_A - T_C) = -1.52 \times 10^3\ J$

$Q_{CA} = \Delta U + W = -2.53 \times 10^3\ J$ **(2 boda)**

Za ukupni ciklus uzimajući u obzir sve doprinose:

$W_{TOT} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = 0.66 \times 10^3\ J$ **(1 bod)**

$(\Delta U) = 0 = (\Delta U)_{AB} + (\Delta U)_{BC} + (\Delta U)_{CA} = 0$ **(1 bod)**

$Q_{TOT} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = 1.52 \times 10^3\ J + 1.67 \times 10^3\ J - 2.53 \times 10^3\ J = 0.66 \times 10^3\ J$ **(1 bod)**

3. Zadatak (8 bodova)

Na oba tijela djeluje sila teža, uzgon i sila opruge:

$F_1 = Mg - \rho_v Vg$

$F_2 = mg - \rho_v Vg$ **(2 boda)**

Budući da sistem lebdi, ukupna sila $F_1 + F_2$ mora biti jednaka nuli.
Izduženije opruge prati jednadžbu:

$k\Delta x = F_1 = -F_2$ **(2 boda)**

Slijedi:

$-k\Delta x = mg - \rho_v Vg$

$\rho_v = \frac{mg + k\Delta x}{Vg} = 1{,}00\ g/cm^2$ **(2 boda)**

Slijedi:

$M = 2\rho_v V - m = 1{,}56\ kg$ **(2 boda)**

4. Zadatak (12 bodova)

a) Primjenom zakona očuvanja energije može se izračunati brzina kojom je loptica izbačena:

$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2$ **(1 bod)**

Zatim primjenom očuvanja količine gibanja dobivamo brzinu kojom se klip spušta:

$m\,v + M\,V = 0$

Slijedi:

$kx^2 = MV^2 + \frac{M^2}{m}V^2$ **(2 boda)**

$V = -\frac{x}{M}\sqrt{\frac{km}{1+\frac{m}{M}}}$ **(2 boda)**

Za daljnje računanje može se aproksimirati $V = -\frac{x}{M}\sqrt{km}$ budući da M>>m, ali priznaje se i rješenje bez ove aproksimacije.

Dodatni tlak kojim klip djeluje na plin je onda:

$p = \frac{F}{S} = \frac{MV}{S\Delta t} = \frac{x}{S\Delta t}\sqrt{km} = 1{,}00\ kPa$ **(2 boda)**

b) Ako je proces izoterman, možemo pisati (gdje je p_0 tlak uzrokovan težinom klipa a h_p i h_k početna i konačna visina klipa od dno posude):

$(p_0 + p_a)S\,h_p = (p_0 + p + p_a)\,S\,h_k$ **(1 bod)**

$\frac{h_k}{h_p} = \frac{p_0 + p_a}{p_0 + p + p_a}$

Postotak spuštanja klipa je:

$\frac{\Delta h}{h}100 = \frac{p}{p_0 + p + p_a}100$ **(1 bod)**

Ako vrijedi:

$p_0 = \frac{Mg}{S} = 980\ Pa$ **(1 bod)**

$\frac{\Delta h}{h}100 = 1\%$ **(2 boda)**

5. Zadatak (8 bodova)

Toplina koju apsorbira voda jednaka je toplini koju je predalo olovo:

$Q_{H2\,O} = -Q_{P\,b}$ **(2 boda)**

Olovo se hladi od 300 ° C do 100 ° C, iz čega slijedi

$Q_{P\,b} = m_{Pb}c_{Pb}(100^{\circ}C - T_{pPb}) = -51200\ J$ **(2 boda)**

Q_{H20} je zbroj topline Q_1 potrebne da se voda zagrije do 100 ° C i topline Q_2 potrebne da masa vode *m* ispari.

$Q_1 = m_{H2O}c_{H2O}(100°C - T_{pH20}) = 10465\ J$,
$Q_2 = m\lambda_v$ **(2 boda)**

Iz toga slijedi:

$m\lambda_v = -Q_{P\,b} - Q_1 = 40735\ J$

$m = 0{,}018\ kg$ **(2 boda)**

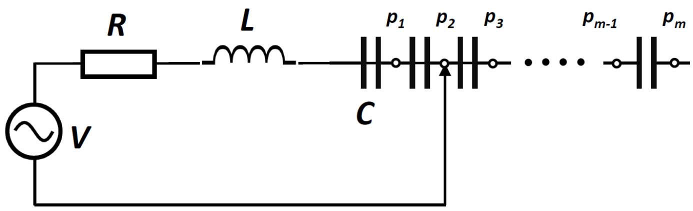
Zadaci za županijsko natjecanje 2018. – 3. skupina

Zadatak 1 (10 bodova)

Strujni krug prikazan na slici se sastoji od izvora izmjenične struje amplitude $V_0 = 40$ V, frekvencije $f = 51.2$ kHz, paralelno spojenih otpornika $R = 1$ kΩ, zavojnice $L = 5$ mH i niza kondenzatora $C_1 - C_N$, svaki kapaciteta $C = 10$ nF. Sa pomičnim kontaktom možemo zatvoriti strujni krug u točki $n \in [1, m]$,$m = 30$.

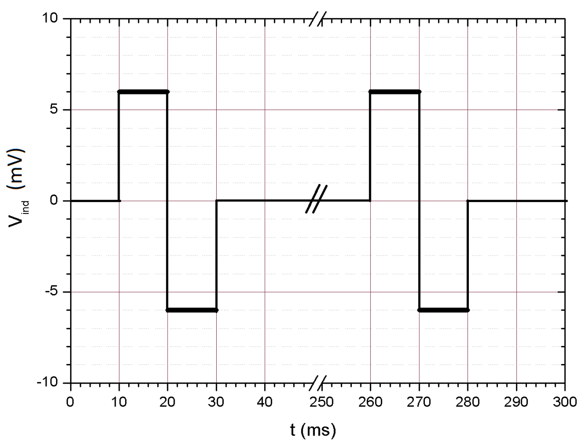
a) Nađi izraz za iznos i fazu struje I u krugu (izrazi preko vrijednosti R, ω, L, C, n)!

b) Za koji cjelobrojni n je srednja snaga disipirana na otporniku: a) maksimalna; b) minimalna i koja je to snaga?



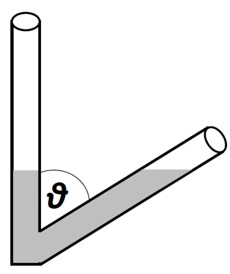
Zadatak 2 (10 bodova)

Na prednjem kotaču bicikla, promjera 70 cm je namontiran brzinomjer. Brzinomjer se sastoji od zavojnice s $N = 100$ namotaja, presjeka $A = 1$ cm^2, koja je montirana na okvir bicikla. Na kotaču se nalazi mali permanentni magnet koji, kako se kotač okreće, u svakom krugu prođe blizu zavojnice. Inducirani napon u zavojnici je prikazan na grafu (obratite pozornost na prekid apscise, gdje je napon jednak nuli). Nađi brzinu bicikla v i maksimalno magnetsko polje u zavojnici B. Skiciraj graf magnetskog polja u zavojnici u ovisnosti o vremenu.



Zadatak 3 (10 bodova)

Živa se nalazi u savijenoj cijevi kao na slici, čiji je jedan krak pod kutem $\vartheta = 60°$ u odnosu na vertikalnu os. Nađi period oscilacija za male pomake žive u ovoj cijevi. Masa žive je $m = 200$ g, gustoća $\rho = 13.5$ g/cm^3, a presjek cijevi $S = 0.5$ cm^2. Zanemarite viskoznost žive.

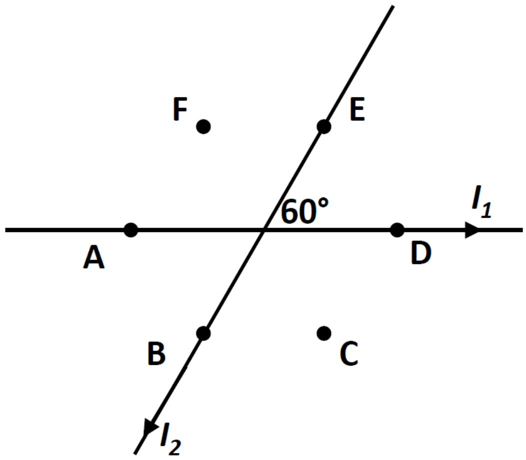


Zadatak 4 (10 bodova)

Dvije beskonačne žice su položene u ravnini međusobno pod kutem 60° kao na slici. Jednom žicom teče struja $I_1 = 5$ A, a drugom $I_2 = 5\sqrt{3}$ A.

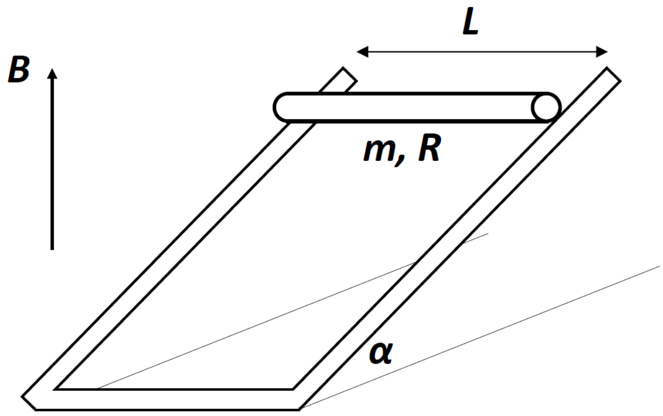
a) Nađi smjer i iznos magnetskog polja u točkama A,B,C,D,E,F koje međusobno tvore pravilni šesterokut. Udaljenost između dvije susjedne točke (stranica šesterokuta) je $a = 1$ mm.
b) Nađite pravac na kojem magnetsko polje išćezava. Koji kut zatvara sa žicom I_1?

Napomena: U nijednoj točki magnetsko polje nije beskonačno!



Zadatak 5 (10 bodova)

Vodljiva šipka mase $m = 3$ kg, duljine $L = 1$ m i otpora $R = 0.2\ \Omega$ položena je na kosinu napravljenu od dvije tračnice zanemarivog otpora koje s horizontalom zatvaraju kut $\alpha = 45^\circ$. Magnetsko polje $B = 1$ T je okomito prema gore. Šipka može slobodno kliziti po tračnicama bez mehaničkog trenja i ne rotira se. Koja je granična brzina šipke v? Za koliko se poveća temperatura šipke u jednoj sekundi, ako je toplinski kapacitet šipke $c_p = 0.39$ kJ/kgK?



VAŽNO:
Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…). Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Zadaci za županijsko natjecanje 2018. – 3. skupina
Rješenja

Zadatak 1 (10 bodova)

Ukupni kapacitet je zbroj n serijski spojenih kondenzatora istog iznosa pa se lako dođe do izraza

$$C_{uk} = \frac{C_1}{n}$$

(1 bod)

Ukupna impedancija kruga je serijski spoj tri impedancije:

$$Z = Z_R + Z_C + Z_L = R + i\left(\omega L - \frac{n}{\omega C}\right)$$

i po iznosu je:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{n}{\omega C}\right)^2}$$

a) Struja u krugu je:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{n}{\omega C}\right)^2}}$$

(1 bod)

i s naponom na izvoru zatvara fazu:

$$\tan\varphi = \frac{\left(\frac{n}{\omega C} - \omega L\right)}{R}$$

(1 bod)

b) Snaga disipirana na otporniku R je dana izrazom:

$$P = V_R I = I^2 R = \frac{V^2 R}{R^2 + \left(\frac{n}{\omega C} - \omega L\right)^2}$$

(1 bod)

Iz izraza je očito da će snaga biti maksimalna za što manji nazivnik. Budući da je R fiksna vrijednost, brojnik će biti najmanji ako je izraz u zagradi najmanji. Kako je u rezonanciji $\omega = \sqrt{n/LC}$, tako je taj izraz najmanji ako smo najbliže rezonanciji.
(2 boda)

Nađimo za koji n je krug u rezonanciji:

$$n = (2\pi f)^2 LC_1 = 5.17$$

(1 bod)

Kako je n cijeli broj, najbliže rezonanciji smo za $n = 5$. **(1 bod)**
U tom slučaju je kapacitet $C_5 = 2$ nF, i ukupna snaga je: $P_5 = 1.595 \approx 1.6$ W. **(1 bod)**
Slično, za najmanju snagu mora nazivnik biti što veći, a budući da raste s vrijednosti n, minimalna snaga je za $n = m = 30$. Snaga je tada: $P_{30} = 26.4$ mW. **(1 bod)**

Zadatak 2 (10 bodova)

Kada se magnet približava zavojnici u zavojnici se inducira napon zbog porasta magnetskog polja. Kada se magnet udaljava od zavojnice napon koji se inducira je suprotnog predznaka – to vidimo na grafu. Razmak između dva signala odgovara vremenu jedne rotacije kotača. Za vrijeme jedne rotacije kotača bicikl prevali put jednak opsegu kotača. Stoga je brzina bicikla:

$$v = \frac{\pi d}{t} = 8.8 \text{ m/s} = 31.7 \text{ km/h}$$

(3 boda)

Za inducirani napon vrijedi:

$$V_{ind} = N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = NA\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

(1 boda)

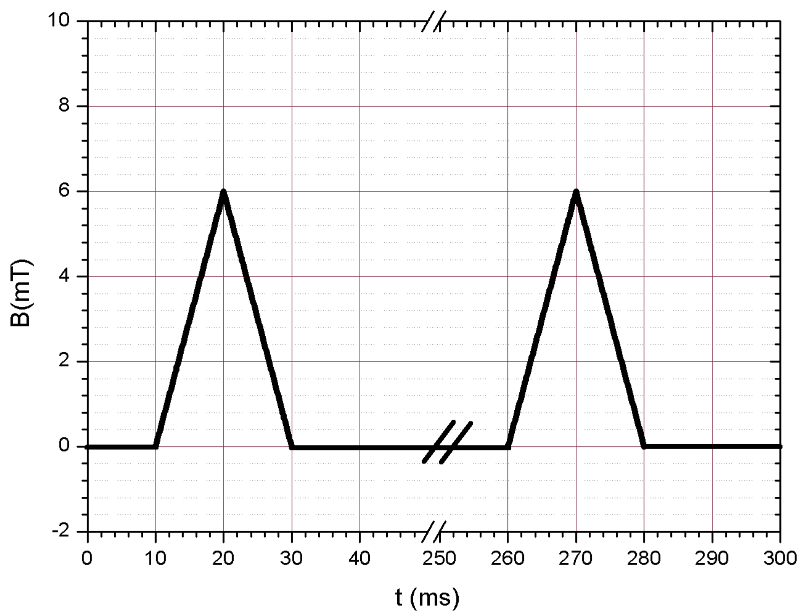
a budući da je napon konstantan, očekujemo da magnetsko polje raste linearno. Nagib tog pravca je upravo $\Delta B/\Delta t = 0.6$ T/s. **(2 boda)**

Iz duljine trajanja rasta magnetskog polja $t_p = 10$ ms možemo izračunati maksimalno magnetsko polje:

$$B_{max} = \frac{\Delta B}{\Delta t} t_p = 6 \text{ mT}$$

(2 boda)

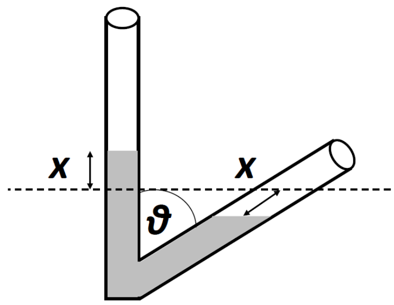
Graf magnetskog polja u vremenu je:



(2 boda)

Zadatak 3 (10 bodova)

Ravnotežno stanje tekućine je ono kod kojeg je razina tekućine ista u obje cijevi, kao na slici. Ako u vertikalnoj (lijevoj) grani u jednom trenu naraste visina tekućine za neki mali iznos x, tada u kosoj (desnoj) grani visina tekućine padne. Volumen tekućine je očuvan, što znači da ako smo lijevo povećali visinu žive za x, u desnoj cijevi se živa povukla za koordinatu x. Zbog činjenice da je cijev nagnuta, visina žive u desnoj grani se smanjila za $h = -x\cos\vartheta$. **(4 boda)**



Tlak lijevog stupca žive je veći od desnog, pa postoji razlika tlakova koja pokreće živu:

$$\Delta p = \rho g(h_0 + x) - \rho g(h_0 - x\cos\vartheta) = \rho g x(1 + \cos\vartheta)$$

(2 boda)

Razlika tlaka odgovara sili $F = \Delta p \cdot S$, pa možemo napisati jednadžbu gibanja za živu:

$$a = \frac{\Delta p \cdot S}{m} = -\frac{\rho S g(1 + \cos\vartheta)}{m}\, x$$

(2 boda)

Predznak minus je odabran jer za pozitivan otklon koordinate x znamo da će živa dobiti takvu akceleraciju da taj otklon smanji. Prepoznajemo izraz za akceleraciju harmoničkog oscilatora $a = -\omega^2 x$. Usporedbom dolazimo do perioda:

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho S g(1 + \cos\vartheta)}{m}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\rho S g(1 + \cos\vartheta)}} = 0.89 \text{ s}$$

(2 boda)

Zadatak 4 (10 bodova)

Polje u žici je dano s relacijom:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

gdje je r udaljenost od žice.

Točka A se nalazi na žici I_1, stoga ne osjeća magnetsko polje od te žice, samo od žice I_2, od koje je udaljena (povućemo okomicu na I_2 žicu) za visinu jednakostraničnog trokuta $r = a\sqrt{3}/2$. Polje je dakle:

$$B_{A,D} = \frac{\mu_0 I_1 \sqrt{3}}{\sqrt{3}\pi a} = \frac{\mu_0 I_1}{\pi a} = 2 \text{ mT}$$

u smjeru *u papir*. Zbog simetrije, u točki D je isti iznos polja, no smjer je *van papira*.

Točke B i E se nalaze na žici I_2, pa osjećaju polje samo od žice I_1. Iznos tih polja je:

$$B_{B,E} = \frac{\mu_0 I_1}{\sqrt{3}\pi a} = 1.15 \text{ mT}$$

Smjer polja u točki B je u papir, u točki E izvan papira.

U točki F se zbraja utjecaj polja žice I_1 i I_2. Točka je jednako udaljena od obje žice (visine 2 jednakostranična trokuta). Budući da žicom I_2 teče jača struja, ukupno polje će biti u smjeru *u papir*. Iznos je:

$$B_{F,C} = \frac{\mu_0 I_2}{\sqrt{3}\pi a} - \frac{\mu_0 I_1}{\sqrt{3}\pi a} = \frac{\mu_0 I_1}{\sqrt{3}\pi a}\left(\sqrt{3} - 1\right) = 0.845 \text{ mT}$$

U točki C je polje suprotnog smjera, dakle *van papira*.

(6 x 1 bod)

Zadnji račun nam sugerira gdje se nalaze točke u kojima je polje nula:

$$B_0 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} - \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} = 0 \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{I_2}{I_1} = \sqrt{3}$$

(1 bod)

Konstruiramo pravac koji prolazi sjecištem dvaju žica (jer je tamo polje sigurno nula), i koji je od žice I_1 udaljen r, a od žice I_2 udaljen $\sqrt{3}r$. Iz danih podataka se na više načina može odrediti kut α. Prikazat ćemo samo jedan način.

Sa slike promatramo trokut RST:

$$\sin 30° = \frac{r_2}{r_1 + y} \Rightarrow y = (2\sqrt{3} - 1) r_1 \,;$$

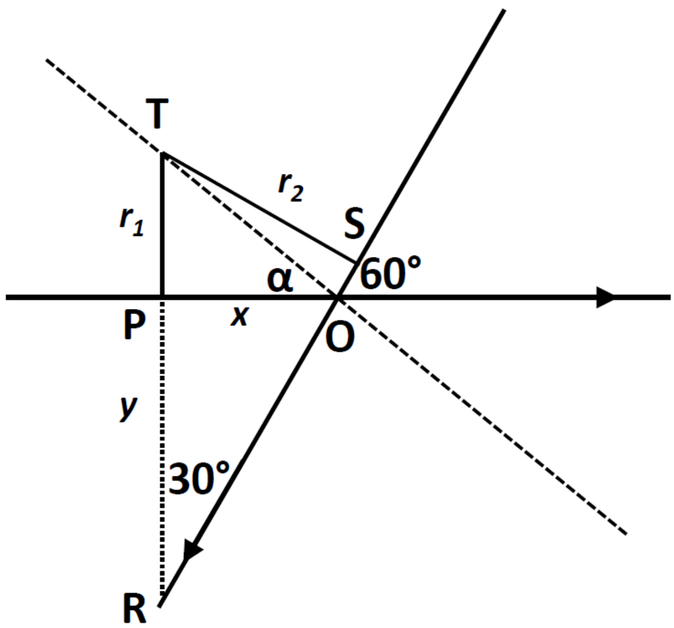
i trokut PRO:

$$\tan 30° = \frac{x}{y} \Rightarrow x = \frac{6 - \sqrt{3}}{3} r_1 \,;$$

Iz trokuta TPO:

$$\tan \alpha = \frac{r_1}{x} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3} - 1}$$

Kut koji se dobije je $\alpha = 35°$.
(3 boda)



Zadatak 5 (10 bodova)

Budući da se šipka nalazi na kosini na nju djeluju gravitacijska sila F_g i sila reakcije podloge N. Šipka se giba prema dolje (zbog gravitacijske sile) pa se u njoj se inducira struja zbog toga što svojim spuštanjem smanjuje tok magnetskog polja unutar strujnog kruga. **(1 bod)**

Inducirani napon je dan s formulom:

$$V_{ind} = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{\vec{B}\Delta\vec{S}}{\Delta t} = \frac{B\Delta S\cos\alpha}{\Delta t} = \frac{BL\Delta x}{\Delta t} = BLv\cos\alpha$$

Budući da površina nije pod pravim kutom na magnetsko polje, imamo dodatni član $\cos\alpha$! **(2 boda)**

Struja koja zbog toga teče u krugu je definirana s otporom šipke (jedini otpor u krugu):

$$I = \frac{V_{ind}}{R} = \frac{BLv}{R}\cos\alpha$$

Ta struja koja teče šipkom stvara Lorentzovu silu $\vec{F}_L = I\vec{l} \times \vec{B}$ okomitu na smjer struje i smjer magnetskog polja. Pravilom desne ruke određujemo smjer sile. **(2 boda)**

Kada se šipka giba konstantnom brzinom ukupna sila na nju je $F = 0$. Zbroj sila duž kosine dakle mora biti:

$$F = mg\sin\alpha - F_L\cos\alpha = 0$$

Iz ove relacije možemo naći brzinu kojom se giba šipka:

$$mg\sin\alpha = ILB\cos\alpha = \frac{B^2L^2v}{R}\cos^2\alpha$$
$$v = \frac{mgR}{B^2L^2}\frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha} = 8.32\ \mathrm{m/s}$$

(2 boda)

Šipka se grije jer je omski otpornik kroz kojeg teče struja. Snaga disipirana na šipci je:

$$P = V_{ind}I = \frac{B^2L^2v^2}{R}\cos^2\alpha = 173.23\ \mathrm{W}$$

(2 boda)

Ta snaga zagrijava šipku i u jednoj sekundi temperatura naraste za:

$$Q = mc_p\Delta T = Pt \Rightarrow \Delta T = \frac{Pt}{mc_p} = 0.15\mathrm{K}$$

(1 bod)

Županijsko natjecanje iz fizike

- srednje škole: IV. grupa -

06.03.2018.

1. Teleskopom promatrate svjetlost neke jako daleke zvijezde. Ta svjetlost upada kutom $\alpha = 60°$ u odnosu na os x pa svoj teleskop uvijek usmjeravate pod tim kutom. Međutim, uskoro krećete na put uzduž osi x, prema zvijezdi, brzinom $u = c/4$ tijekom kojeg i dalje želite promatrati istu zvijezdu. Znajući nešto teorije relativnosti, zabrinuti ste zbog efekta kontrakcije duljine koji bi mogao poremetiti vaše bezbrižno promatranje zvijezde. Stoga, prije puta, odlučili ste namjestiti teleskop pod nekim drugim kutom α'.

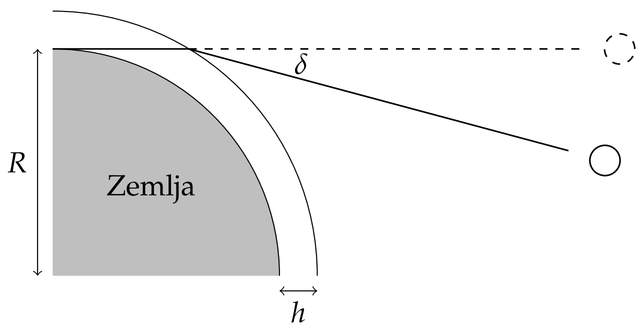
   - Koliki mora bit kut α' da biste eliminirali efekt kontrakcije duljine, odnosno, da bi teleskop u gibanju, za mirujućeg promatrača, opet zatvarao kut α s osi x?

   Nakon što ste namjestili teleskop na kut α' uslijedio je šok—počeli ste se gibati, a ne vidite zvijezdu!

   - Zašto navedeni postupak ne omogućava da vidite zvijedu?
   - Pod kojim kutom α'' ste trebali namjestiti teleskop prije gibanja, pa da možete vidjeti zvijezdu tijekom puta?

[13 bodova]

2. U trenutku zalaska, kad se čini kao da je sunce točno na horizontu, ono se već nalazi ispod horizonta. Uzrok ovog naizglednog paradoksa je činjenica da se sunčeva svjetlost lomi prilikom ulaska u Zemljinu atmosferu, kao što je prikazano na slici. Budući da je naša percepcija položaja sunca temeljena na pravocrtnom širenju svjetlosti, čini nam se da svjetlost dolazi iz smjera koji je otklonjen za kut δ u odnosu na pravi smjer sunca. Izračunajte kut δ uzimajući u obzir da je polumjer Zemlje $R = 6378\,\text{km}$, a visina (optički bitnog dijela) atmosfere $h = 20\,\text{km}$. Indeks loma atmosfere je $n = 1.0003$. Usporedite dobiveni kut s kutnom veličinom sunca $\theta = 15'$. Je li δ puno manji, puno veći ili slične veličine kao θ?



[9 bodova]

3. Snop elektrona upada okomito na kružnu pukotinu promjera $d = 0.013\,\mathrm{nm}$ te se na dalekom zastoru promatra difrakcijska slika. Pod kutom od $10°$ u odnosu na središte ogibne slike uočava se prvi tamna mrlja, tj. tamni prsten. Kojom su brzinom v elektroni prošli kroz pukotinu? Hoće li još na nekim kutovima biti tamnih prstena? Ako da, odredite ih.

[11 BODOVA]

4. S površine Zemlje ispaljen je hitac početnom brzinom $v_0 = c/3$ pod kutom $\alpha = 30°$ u odnosu na horizontalu. Do koje će maksimalne visine h projektil doći? Koje će mu vrijeme τ trebati za to? Zadatak izračunajte iz perspektive promatrača koji miruje na površini Zemlje. Zanemarite otpor zraka i zakrivljenost Zemlje te uzmite da je ubzanje sile teže konstantno i iznosi g.

[10 BODOVA]

5. Sunčevo zračenje upada na solarni panel apsorbancije (koeficijenta apsorpcije) $\alpha \in [0, 1]$ i koristi se za zagrijavanje vode. U normalnim okolnostima, solarni panel održava vodu na temperaturi $T = 70\,°\mathrm{C}$. Međutim, zbog istrošenosti, apsorbancija solarnog panela s vremenom se smanji za 10%. Koja će biti temperatura vode (u stupnjevima Celzija) u novim okolnostima?

[7 BODOVA]

Vrijednosti fizikalnih konstanti:

- brzina svjetlosti: $c = 3 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$;
- ubrzanje sile teže: $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$;
- masa elektrona: $m = 9.11 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$;
- Planckova konstanta $h = 6.63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$.

VAŽNO: Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule). Za pisanje, koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Županijsko natjecanje iz fizike - rješenja

- srednje škole: IV. grupa -

06.03.2018.

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. U ovom ćemo rješenju mirujući (početni) sustav označavati indeksom 1, a gibajući sustav indeksom 2. Pretpostavimo da se štap giba skupa sa sustavom 2 i u njemu zatvara kut θ_2 s osi x. Koliko iznosi pripadni kut θ_1? Ako su l_x i l_y komponente duljine teleskopa, tad vrijedi

$$\operatorname{tg}\theta_2 = \frac{l_{y2}}{l_{x2}} = \frac{l_{y1}}{\gamma l_{x1}} = \frac{1}{\gamma}\operatorname{tg}\theta_1, \qquad [2 \text{ BODA}]$$

gdje smo uzeli u obzir da u x-smjeru dolazi do kontrakcije duljine. Ovdje je

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(u/c)^2}} = \frac{4}{\sqrt{15}} \qquad [1 \text{ BOD}]$$

Lorentzov faktor. U našem je slučaju $\theta_1 = \alpha$ i $\theta_2 = \alpha'$, odakle je

$$\alpha' = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{15}}{4}\operatorname{tg}\alpha\right) \qquad [1 \text{ BOD}]$$

$$= 59.2^\circ. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

Dakle, ako je teleskop prije početka gibanja bio postavljen pod kutom α', kontrakcija duljina će dovesti do toga da će opažač koji je ostao mirovati vidjeti da je teleskop opet pod kutom α, međutim, u teoriji relativnosti, bitno je ono što vidi opažač koji se giba skupa s teleskopom. Ključno je za primjetiti da za opažača koji se počeo gibati zrake svjetlosti više ne upadaju pod istim kutom i to je razlog zašto njegov teleskop ne vidi zvijezdu. [3 BODA]

Neka je ϕ kut pod kojim upada svjetlost. Tada vrijedi

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{v_y}{v_x}, \qquad [1 \text{ BOD}]$$

te je Lorentzova transformacija kuta ϕ povezana s Lorentzovom transformacijom brzina. Imamo

$$\operatorname{tg}\phi_2 = \frac{v_{y2}}{v_{x2}} = \frac{\frac{v_{y1}/\gamma}{1+uv_{x1}/c^2}}{\frac{v_{x1}+u}{1+uv_{x1}/c^2}} = \frac{1}{\gamma}\frac{v_{y1}}{v_{x1}+u} = \frac{1}{\gamma}\frac{\sin\phi_1}{\cos\phi_1 + u/c}. \qquad [3 \text{ BODA}]$$

Uvrštavanje $\phi_1 = \alpha$, $\phi_2 = \alpha''$ daje

$$\alpha'' = 48.2^\circ. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

2. Prilikom ulaska u atmosferu, sunčeva svjetlost se lomi zbog razlike u indeksu loma. Ako je θ_u upadni kut, a θ_i izlazni kut svjetlosti, vrijedi

$$\sin\theta_\mathrm{u} = n\sin\theta_\mathrm{i}. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Iz geometrije vidimo da vrijedi

$$\theta_\mathrm{i} = \arcsin\frac{R}{R+h}, \qquad [2 \text{ BODA}]$$

kao i

$$\theta_\mathrm{u} = \theta_\mathrm{i} + \delta. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Odavde je

$$\begin{aligned} \delta &= \arcsin\frac{nR}{R+h} - \arcsin\frac{R}{R+h} && [1 \text{ BOD}] \\ &= 0.222^\circ = 13.34' && [1 \text{ BOD}] \end{aligned}$$

Vidimo također da je kut δ približno jednak kutnoj veličini sunca θ, što znači da promatrani efekt nije zanemariv, već je prividna slika sunca za jednu širinu iznad pravog položaja sunca.

[1 BOD]

3. Elektroni se zbog svoje valne prirode ogibaju na pukotini. Uvjet za minimum difrakcije je dan formulom

$$d \sin\theta = m\lambda, \qquad [2\ \text{BODA}]$$

gdje je λ valna duljina elektrona, a m red difrakcije. Prema de Broglieju, valna duljina elektrona je povezana s njihovom količinom gibanja p preko

$$\lambda = \frac{h}{p}, \qquad [2\ \text{BODA}]$$

gdje je h Planckova konstanta. Budući da se prvi red difrakcije događa pri kutu $\theta = 10°$, količina gibanja elektrona je

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{d \sin 10°}. \qquad [1\ \text{BOD}]$$

Ako bi se brzina elektrona računala po formuli $v = p/m$, dobile bi se vrijednosti veće od brzine svjetlosti, što znači da je potrebno koristiti formulu za relativističku količinu gibanja $p = \gamma m v$, odakle je brzina elektrona

$$\begin{aligned} v &= \frac{p/m}{\sqrt{1 + (p/mc)^2}} && [2\ \text{BODA}] \\ &= 2.20 \times 10^8\ \text{m/s}. && [1\ \text{BOD}] \end{aligned}$$

Osim prvog minimuma, ostali minimumi se javljaju pri kutovima

$$\theta_m = \arcsin(m \sin 10°). \qquad [1\ \text{BOD}]$$

Eksplicitno,

$$\theta_2 = 20.32°, \quad \theta_3 = 31.40°, \quad \theta_4 = 44°, \quad \theta_5 = 60.25°. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

4. Budući da sila teža djeluje samo u vertikalnom smjeru, iz drugog Newtonovog zakona $\Delta\vec{p}/\Delta t = \vec{F}$ odmah imamo vremensku ovisnost količine gibanja. Za horizontalni smjer,

$$p_x = \gamma m v_x = \gamma_0 m \frac{c}{3}\cos 30° \quad \rightsquigarrow \quad \gamma v_x = \frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}c, \qquad [1 \text{ BOD}]$$

gdje je $\gamma_0 = 3/2\sqrt{2}$ Lorentzov faktor u početnom trenu, a $\gamma = (1 - (v_x^2 + v_y^2)/c^2)^{-1/2}$ Lorentzov faktor u proizvoljnom trenu. Za vertikalni smjer imamo analogno

$$p_y = \gamma m v_y = \gamma_0 m \frac{c}{3}\sin 30° - mgt \quad \rightsquigarrow \quad \gamma v_y = \frac{1}{4\sqrt{2}}c - gt. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

U najvišoj točki putanje, vertikalna brzina iščezava, $v_y = 0$, odakle slijedi

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{1}{4\sqrt{2}}\frac{c}{g} && [1 \text{ BOD}] \\ &= 5.40 \times 10^6 \text{ s} \approx 2 \text{ mjeseca}. && [1 \text{ BOD}] \end{aligned}$$

Da bismo izračunali do koje će maksimalne visine doći hitac, koristimo rad-energija teorem, po kojem je rad kojeg je obavila sila teža jednak razlici kinetičkih energija hica

$$W = mgh = (\gamma_0 - 1)mc^2 - (\gamma - 1)mc^2 = (\gamma_0 - \gamma)mc^2. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

U najvišoj točki putanje, $v_y = 0$, tako da je, u tom trenu, $\gamma = (1 - (v_x/c)^2)^{-1/2}$, pa iz prve jednadžbe imamo

$$v_x = \sqrt{\frac{3}{35}}c \quad \rightsquigarrow \quad \gamma = \frac{\sqrt{35}}{4\sqrt{2}}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

Odavde je maksmalna visina

$$\begin{aligned} h &= \frac{6 - \sqrt{35}}{4\sqrt{2}}\frac{c^2}{g} && [1 \text{ BOD}] \\ &= 1.36 \times 10^{14} \text{ m}, && [1 \text{ BOD}] \end{aligned}$$

što odgovara udaljenosti daleko izvan Sunčevog sustava.

5. Ako sunčeva svjetlost intenziteta I upada na solarni panel apsorbancije α, tada je apsorbirani intenzitet I_{abs} jednak

$$I_{\text{abs}} = \alpha I \qquad \text{[1 BOD]}$$

i on se u potpunosti iskoristi za zagrijavanje vode. Ako vodu smatramo crnim tijelom u ravnoteži na (termodinamičkoj) temperaturi T, tada će vrijediti

$$I_{\text{abs}} = \alpha I = \sigma T^4, \qquad \text{[2 BODA]}$$

gdje je σ Stefan-Boltzmannova konstanta. Ukoliko se apsorbancija solarnog panela promijeni na vrijednost α', nova će temperatura vode biti

$$\alpha' I = \sigma T'^4 \qquad \text{[1 BOD]}$$

Odavde slijedi

$$T' = \left(\frac{\alpha'}{\alpha}\right)^{1/4} T \qquad \text{[1 BOD]}$$

Uvrštavanjem $\alpha'/\alpha = 0.9$ i pretvaranjem u stupnjeve Celzija, dobivamo

$$T' = 61\,^{\circ}\text{C}. \qquad \text{[2 BODA]}$$