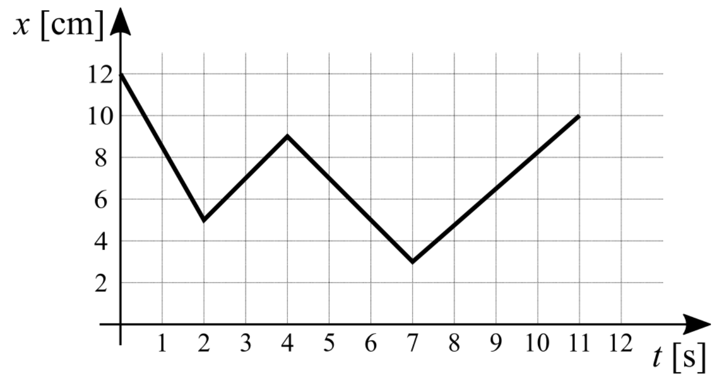
OPĆINSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2017/2018
Srednje škole – 1. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijte imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. **Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

Zadatak 1 (10 bodova)

Mrav se giba po pravcu. Na grafu je prikazan položaj mrava u ovisnosti o vremenu.

a) Nacrtajte graf ovisnosti brzine mrava o vremenu.
b) Izračunajte ukupan prijeđeni put i pomak mrava.
c) Izračunajte srednju brzinu mrava po prijeđenom putu i srednju brzinu po pomaku.



Zadatak 2 (10 bodova)

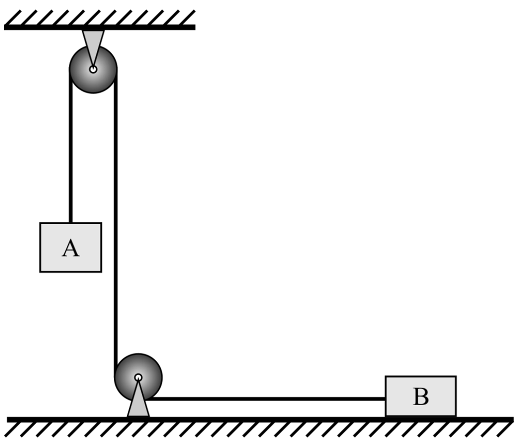
Gepard i antilopa miruju na međusobnoj udaljenosti s. U određenom trenutku gepard spazi antilopu i počne trčati prema njoj. Istovremeno antilopa počne bježati. Maksimalna brzina trčanja geparda iznosi 90 km/h, a tu brzinu postiže jednoliko ubrzavajući ubrzanjem 10 m/s^2. Maksimalna brzina trčanja antilope iznosi 72 km/h, a tu brzinu postiže jednoliko ubrzavajući ubrzanjem 4 m/s^2. Ako gepard ulovi antilopu nakon što je pretrčao 120 m, izračunajte udaljenost geparda i antilope u početnom trenutku.

Zadatak 3 (10 bodova)

Dva utega A i B spojena su nerastezljivim užetom zanemarive mase preko dvije koloture zanemarive mase, kao što je prikazano na slici. Masa utega A iznosi 5 kg, a masa utega B iznosi 8 kg. Uteg A giba se prema dolje stalnim ubrzanjem 2 m/s^2.

a) Nacrtajte dijagrame sila na utege A i B.
b) Izračunajte koeficijent trenja između utega B i horizontalne podloge.
c) Izračunajte napetost užeta.

Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje g = 10 m/s^2.



Zadatak 4 (10 bodova)

Ivica pomoću užeta vuče sanjke uz brijeg nagiba 30° u odnosu na horizontalu stalnom brzinom 0.6 m/s. Masa sanjki je 7 kg, a koeficijent trenja između sanjki i podloge iznosi 0.1. Visinska razlika između podnožja i vrha brijega iznosi 21 m. Izračunajte:

a) Koje sve sile djeluju na sanjke? Nacrtajte dijagram sila na sanjke.
b) Izračunajte napetost užeta kojom Ivica vuče sanjke.
c) Izračunajte vrijeme za koje će Ivica doći od podnožja do vrha brijega.

Zadatak 5 (10 bodova)

Tri jabuke istovremeno počnu padati s drveta i to s grana različitih visina. Vrijeme pada svake sljedeće jabuke je veće za 20% od vremena pada prethodne jabuke.

a) Izračunajte omjere visina grana s kojih su jabuke pale.
b) Ako je visina najniže grane 3.2 m, izračunajte ukupno vrijeme od početaka pada jabuka do pada posljednje jabuke na tlo.

Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

OPĆINSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2017/2018

Srednje škole – 1. grupa

Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (10 bodova)

a) U vremenskom intervalu 0 – 2 s brzina mrava je:

$$v_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{5\,\text{cm} - 12\,\text{cm}}{2\,\text{s} - 0\,\text{s}} = \frac{-7\,\text{cm}}{2\,\text{s}} = -3.5\,\text{cm/s}$$ **(1 bod)**

U vremenskom intervalu 2 – 4 s brzina mrava je:

$$v_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{9\,\text{cm} - 5\,\text{cm}}{4\,\text{s} - 2\,\text{s}} = \frac{4\,\text{cm}}{2\,\text{s}} = 2\,\text{cm/s}$$ **(1 bod)**

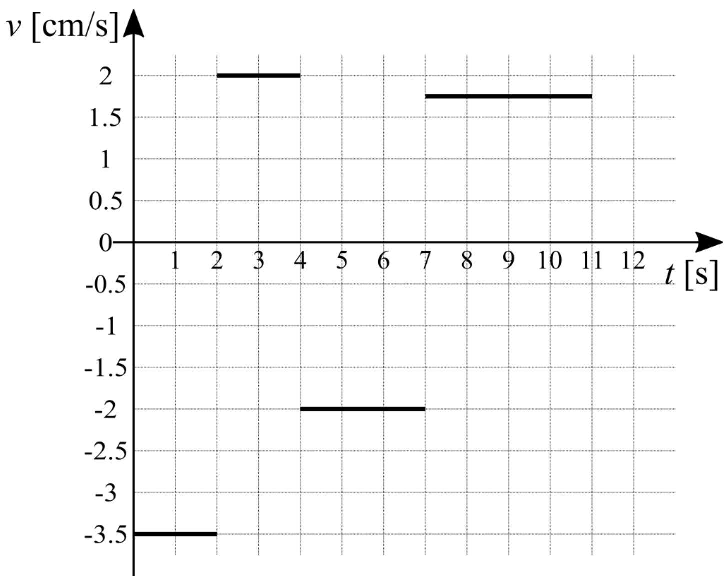
U vremenskom intervalu 4 – 7 s brzina mrava je:

$$v_3 = \frac{\Delta x_3}{\Delta t_3} = \frac{3\,\text{cm} - 9\,\text{cm}}{7\,\text{s} - 4\,\text{s}} = \frac{-6\,\text{cm}}{3\,\text{s}} = -2\,\text{cm/s}$$ **(1 bod)**

U vremenskom intervalu 4 – 7 s brzina mrava je:

$$v_4 = \frac{\Delta x_4}{\Delta t_4} = \frac{10\,\text{cm} - 3\,\text{cm}}{11\,\text{s} - 7\,\text{s}} = \frac{7\,\text{cm}}{4\,\text{s}} = 1.75\,\text{cm/s}$$ **(1 boda)**

Graf ovisnosti brzine mrava o vremenu: **(2 boda)**



b) Ukupan pomak mrava je:

$$\Delta\vec{x} = (10\,\text{cm} - 12\,\text{cm})\hat{x} = (-2\,\text{cm})\hat{x}$$ **(1 bod)**

Ukupan prijeđeni put mrava jednak je:

$$s = 7\,\text{cm} + 4\,\text{cm} + 6\,\text{cm} + 7\,\text{cm} = 24\,\text{cm}$$ **(1 bod)**

c) Srednja brzina po pomaku jednaka je:

$$\bar{v} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{(-2\,\text{cm})\hat{x}}{11\,\text{s}} = (-0.18\,\text{cm/s})\hat{x}$$ **(1 bod)**

Srednja brzina po putu jednaka je:

$$\bar{v} = \frac{s}{\Delta t} = \frac{24\,\text{cm}}{11\,\text{s}} = 2.18\,\text{cm/s}$$ **(1 bod)**

Zadatak 2 (10 bodova)

Ukupno vrijeme trčanja geparda jednako je zbroju vremena jednolikog ubrzavanja do maksimalne brzine t_{G1} i vremenu jednolikog trčanja maksimalnom brzinom t_{G2}. Za vrijeme jednoliko ubrzanog gibanja gepard prijeđe put s_{G1}, a za vrijeme jednolikog gibanja gepard prijeđe put s_{G2}.

$t_{G1} = \dfrac{v_G}{a_G} = \dfrac{90 \cdot \frac{10}{36}\ \text{m/s}}{10\ \text{m/s}^2} = 2.5\ \text{s}$ **(1 bod)**

$s_{G,ukupno} = 120\ \text{m} = s_{G1} + s_{G2} \;\Rightarrow\; s_{G2} = 120\ \text{m} - s_{G1} = 120\ \text{m} - \dfrac{v_G^2}{2a_G} = 120\ \text{m} - \dfrac{\left(90 \cdot \frac{10}{36}\ \text{m/s}\right)^2}{2 \cdot 10\ \text{m/s}^2} = 88.75\ \text{m}$

(2 boda)

$t_{G2} = \dfrac{s_{G2}}{v_G} = \dfrac{88.75\ \text{m}}{25\ \text{m/s}} = 3.55\ \text{s}$ **(1 bod)**

Ukupno vrijeme gibanja geparda (i antilope) jednako je:

$t_{ukupno} = t_{G1} + t_{G2} = 6.05\ \text{s}$ **(1 bod)**

Antilopa se giba također 6.05 s, ovo vrijeme jednako je zbroju vremena jednolikog ubrzavanja antilope do maksimalne brzine t_{A1} i vremenu jednolikog gibanja antilope maksimalnom brzinom t_{A2}.

$t_{A1} = \dfrac{v_A}{a_G} = \dfrac{72 \cdot \frac{10}{36}\ \text{m/s}}{4\ \text{m/s}^2} = 5\ \text{s}$ **(1 bod)**

$t_{A2} = t_{ukupno} - t_{A1} = 1.05\ \text{s}$ **(1 bod)**

Antilopa u vremenu t_{ukupno} prijeđe put:

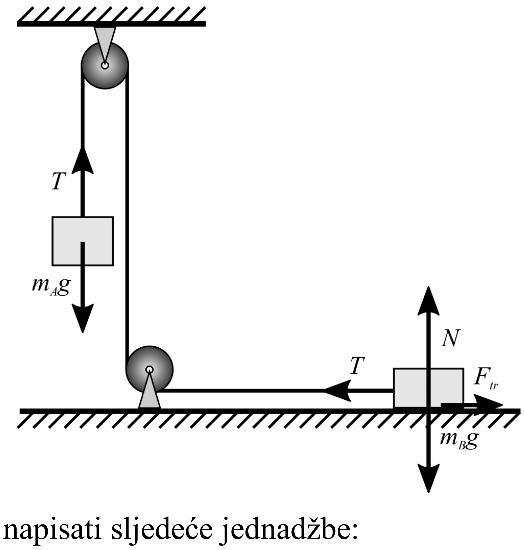
$s_{A,ukupno} = \dfrac{1}{2} a_A t_{A1}^2 + v_A t_{A2} = \dfrac{1}{2}\left(4\ \text{m/s}^2\right)\left(5\ \text{s}\right)^2 + \left(72 \cdot \frac{10}{36}\ \text{m/s}\right)\left(1.05\ \text{s}\right) = 71\ \text{m}$ **(2 boda)**

Prema tome, početna udaljenost geparda i antilope iznosi:

$s_0 = s_{G,ukupno} - s_{A,ukupno} = 120\ \text{m} - 71\ \text{m} = 49\ \text{m}$ **(1 bod)**

Zadatak 3 (10 bodova)

Dijagrami sila prikazani su na slici. **(2 boda)**



Iz dijagrama sila možemo napisati sljedeće jednadžbe:

$m_A a = m_A g - T$ **(1 bod)**

$m_B a = T - F_{tr}$ **(1 bod)**

$0 = m_B g - N$ **(1 bod)**

Za silu trenja vrijedi:

$F_{tr} = \mu N = \mu m_B g$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem izraza za silu trenja u drugu jednadžbu te zbrajanjem prve i druge jednadžbe dobije se:

$$(m_A + m_B)a = m_A g - \mu m_B g$$

Nadalje slijedi da je koeficijent trenja između utega B i horizontalne podloge jednak:

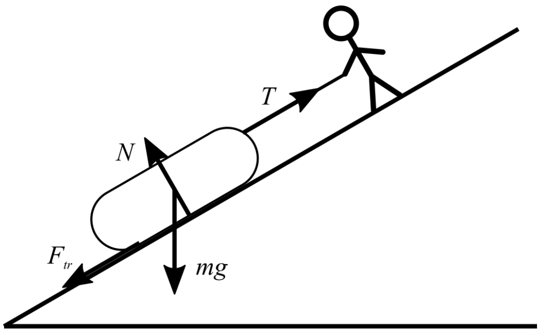
$$\mu = \frac{m_A}{m_B} - \frac{m_A + m_B}{m_B} \cdot \frac{a}{g} = \frac{5}{8} - \frac{5+8}{8} \cdot \frac{2}{10} = 0.3$$ **(3 boda)**

Iz prve jednadžbe napetost užeta jednaka je:

$T = m_A(g - a) = 40\,\mathrm{N}$ **(1 bod)**

Zadatak 4 (10 bodova)

Na sanjke djeluju 4 sile: sila teža, sila reakcije podloge, sila napetosti užeta i sila trenja. **(1 bod)** Dijagram sila prikazan je na slici: **(2 boda)**



Budući da se sanjke gibaju stalnom brzinom uz kosinu, zbroj svih sila u smjeru paralelno kosini i u smjeru okomito na kosinu jednak je nuli. Primjenom drugog Newtonovog zakona slijede jednadžbe:

$$0 = T - \frac{1}{2} mg - F_{tr}$$ **(1 bod)**

$$0 = N - \frac{\sqrt{3}}{2} mg$$ **(1 bod)**

Za silu trenja vrijedi:

$$F_{tr} = \mu N = \mu \frac{\sqrt{3}}{2} mg$$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem u prvu jednadžbu za silu napetosti užeta dobije se:

$$T = \frac{1}{2} mg + \mu \frac{\sqrt{3}}{2} mg = \frac{(1 + \mu\sqrt{3})mg}{2} = 41\,\mathrm{N}$$ **(2 boda)**

Pomoću sličnosti trokuta odredimo duljinu puta po kosini:

$l = 2h = 42\,\mathrm{m}$ **(1 bod)**

Ivica će prijeći put od podnožja do vrha brijega u vremenu:

$$t = \frac{l}{v} = \frac{42\,\mathrm{m}}{0.6\,\mathrm{m/s}} = 70\,\mathrm{s}$$ **(1 bod)**

Zadatak 5 (10 bodova)

Neka su t_1, t_2 i t_3 vrijeme pada prve, druge i treće jabuke na tlo, respektivno, te h_1, h_2, i h_3 visine prve, druge i treće grane, respektivno. Vrijedi:

$h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2$, $h_2 = \frac{1}{2} g t_2^2$, $h_3 = \frac{1}{2} g t_3^2$ **(2 boda)**

Iz uvjeta zadatka vrijedi:

$t_2 = t_1 + 0.2 t_1 = 1.2 t_1$ **(1 bod)**

$t_3 = t_2 + 0.2 t_2 = 1.2 t_2 = 1.2^2 t_1$ **(1 bod)**

a) Omjeri visina tada su jednaki:

$h_1 : h_2 : h_3 = \frac{1}{2} g t_1^2 : \frac{1}{2} g t_2^2 : \frac{1}{2} g t_3^2 = t_1^2 : t_2^2 : t_3^2 = t_1^2 : 1.2^2 t_1^2 : 1.2^4 t_1^2 = 1 : 1.44 : 2.0736$ **(2 boda)**

b) Vrijeme pada prve jabuke jednako je:

$t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 0.8\ \mathrm{s}$ **(1 bod)**

$t_2 = 1.2 t_1 = 0.96\ \mathrm{s}$ **(1 bod)**

$t_3 = 1.2^2 t_1 = 1.152\ \mathrm{s}$ **(1 bod)**

Ukupno vrijeme padanja jabuka jednako je vremenu pada treće jabuke i iznosi 1.152 s. **(1 bod)**

OPĆINSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 29.01.2018.

Srednje škole – 2. skupina

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijte imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…)**. Za pisanje, koristite kemijsku olovku ili nalivpero. ***Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora***.

1. zadatak (8 bodova)

Crijevo za zalijevanje ima unutarnji promjer 2 cm i njime struji voda brzinom 1 m/s.
Na završnom dijelu cijevi, gdje izlazi voda, nalazi se 24 rupa kružnog presjeka. Promjer svake rupe je 1,2 mm. Odredite brzinu vode koja izlazi iz rupa.

2. zadatak (14 bodova)

Za popunjavanje bazena koriste se dvije različite pumpe različitog protoka. Druga pumpa trebala bi raditi 2 sata dulje od prve da bi napunila bazen, ukoliko bi sama radila. Uz istovremeni rad obje pumpe, ukupno vrijeme za punjenje bazena je 1 sat i 20 min. Koliko dugo bi pumpe trebale raditi pojedinačno da bi svaka zasebno napunila bazen?

3. zadatak (8 bodova)

Na gornjem rubu cilindrične posude nalazi se disk od kositra (koeficijent linearne termičke ekspanzije $\alpha = 22\text{x}10^{-6}\ °\text{C}^{-1}$) . Polumjer posude je r = 15 cm na temperaturi od T = 300 K, i disk prekriva rub s viškom od Δr = 0,1 mm i visina diska je mnogo manja od dubine posude.
Kolika treba biti temperatura diska kako bi upao u posudu?

4. zadatak (12 bodova)

Tijelo mase m = 500 g, čija gustoća je dvostruko veća od vode, objesi se pomoću nerastezljivog užeta i potpuno uroni u posudu punu vode. Tijelo se nalazi na visini h = 1 m od dna posude. Izračunajte:

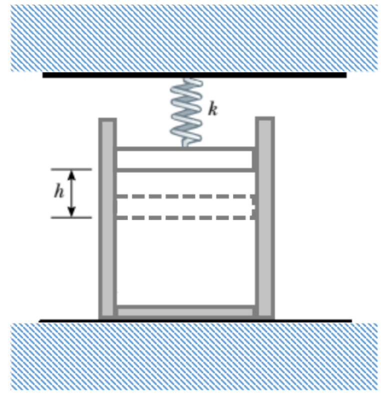
a) napetost užeta ***T***;
b) *brzinu* ***v*** kojom tijelo padne na dno posude nakon što se uže presiječe.

5. zadatak (8 bodova)

U cilindru koji stoji na podlozi nalazi se pomični klip koji je spojen pomoću opruge s elastičnom konstantom 2,00x 10^3 N/m za fiksnu točku na strop (vidi sliku) . Na početku, kada je cilindar napunjen sa 5,00 L idealnog plina pri tlaku od 1,00 atm (1,00 atm = 101300 Pa) i temperaturi od 20,0 ° C, klip je u ravnoteži i opruga je u opuštenom stanju.

a) Klip ima površinu od 0,010 m^2, kliže bez trenja i ima zanemarivu masu. Koliko će se klip pomaknuti ako se temperatura povisi na 250 ° C?

b) Koji je tlak plina pri temperaturi 250 ° C?



OPČINSKO (GRADSKO) NATJECANJE IZ FIZIKE – 29 siječnja 2018.

Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Zadatak (8 bodova)
Uzimajući u obzir jednadžbu kontinuiteta možemo napisati da je protok kroz točku 1 (u cijevi) jednak protoku kroz točku 2 (izlaz rupica):

$$Q_1 = Q_2$$ **(1 bod)**

Iz toga slijedi:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$ **(1 bod)**

Na kraju cijevi nalazi se n rupica promjera d_2 tako da je ukupna površina jednaka:

$$A_2 = n \cdot \pi \cdot (d_2/2)^2$$ **(2 boda)**

Na početku cijevi:

$$A_1 = \pi \cdot (d_1/2)^2$$ **(2 boda)**

Iz jednadžbe kontinuiteta dobivamo vrijednost konačne brzine

$$v_2 = \frac{A_1 v_1}{A_2} = 11{,}6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$ **(2 boda)**

2. Zadatak (14 bodova)
Pogledajmo (volumne) protoke Q_1 i Q_2 dvije pumpi.
Protok Q definirana je kao omjer volumena fluida koji proteče u nekom vremenu i tog vremena:

Q = volumen / vrijeme

Stoga se ukupni volumen vode koji proteče kroz prvu pumpu može izraziti kao produkt protoka i ukupnog vremena potrebnog za punjenje spremnika.
Ako je t vrijeme potrebno da prva pumpa napuni bazen, vrijedi:

$V = Q_1 \cdot t$ **(1 bod)**

Slično tome, drugoj pumpi potrebno joj vrijeme (t + 2) h za punjenje spremnika volumena V:

$V = Q_2 \cdot (t + 2)$ **(1 bod)**

Iz toga slijedi:

$Q_1 \cdot t = Q_2 \cdot (t + 2)$ **(1 bod)**

Kada dvije pumpe rade istodobno, ukupni protok se sumira i volumen je jednak:

t = 1 h 20 m = (1 + (20/60)) h = 80/60 h = 4/3 h

$V = (Q_1 + Q_2) \cdot 4/3$ **(2 boda)**

Pomoću prethodne jednadžbe izrazimo Q_1: $Q_1 = (3/4) \cdot V - Q_2$ **(2 boda)**

Napravimo supstituciju: $Q_1 \cdot t = Q_2 \cdot (t + 2)$

I dobije se:

$[(3/4) \cdot V - Q_2] \cdot t = Q_2 \cdot (t + 2)$ **(2 boda)**

Gdje je: $V = Q_2 \cdot (t + 2)$

Rješavanjem jednadžbe, slijedi:

$$\left[\frac{3}{4} \cdot Q_2 \cdot (t+2) - Q_2\right] \cdot t = Q_2 \cdot (t+2)$$

Iz koje slijedi:

$3\,t^2 - 2t - 8 = 0$ **(2 boda)**

Odbacivanjem negativnog rješenja koje nema fizičko značenje, dobije se vrijeme 2 h. **(2 boda)**
To znači da će prva pumpa raditi 2 sata dok će druga raditi duže od 2 sata, u biti 2h + 2h = 4 h **(1 bod)**

3. Zadatak (8 bodova)
Da bi disk upao u cilindar potrebno je smanjenje njegove površine, tako da konačna površina bude:

$S_f = \pi \cdot r^2$ **(2 boda)**

Krenuvši od početne površine:

$S_0 = \pi(r + \Delta r)^2$ **(2 boda)**

Uzimajući u obzir izraz za termalnu ekspanziju površine:

$S_f = S_0(1 + 2 \cdot \alpha\Delta T)$

$$\Delta\, T = \frac{\frac{S_f}{S_0} - 1}{2 \cdot \alpha}$$ **(2 boda**

Uvrštavajući zadane vrijednosti u jednadžbu dobije se:

ΔT= -30,27 K, dakle konačna temperatura je: T_f = 300 K − 30, 27K = 269,73 **(2 boda)**

Ako se za rješenju zadatka koristi linearna termička ekspanzija i dobije se istu vrijednost temperature, priznaje se rješenje.

4. Zadatak (12 bodova)

a) Za izračunavanje napetosti užeta primjenjuje se uvjet ravnoteže sila:

$$\vec{F}_{net} = \vec{T} + \vec{F}_A + \vec{F}_g = 0$$ **(2 boda)**

gdje je $\boldsymbol{F_A}$ sila uzgona a $\boldsymbol{Fg}$ gravitacijska sila. Projekcijom vektorske jednadžbe na os *y* dobivamo:

$$T + F_A - F_g = 0$$
$$T = F_g - F_A = mg - m_f g = (\rho - \rho_f)Vg$$ **(2 boda)**

Znajući da tijelo ima dvostruko veću gustoću od vode, dobivamo:

$$\begin{aligned} T &= (\rho - \rho_f)Vg \\ &= (2\rho_f - \rho_f)Vg \\ &= \rho_f Vg = \rho_f \frac{m}{2\rho_f} g \\ &= \frac{mg}{2} = \frac{0.5kg}{2} \times 9.8\, m/s^2 = 2.45\, N \end{aligned}$$ **(2 boda)**

b) Nakon rezanja užeta, na tijelo djelule sila različita od nule:

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_A + \vec{F}_g = m\vec{a}$$ **(2 boda)**

Projiciranjem prethodne jednadžbe na os *y* dobivamo ubrzanje tijela:

$$\begin{aligned} F_A - F_g &= ma \\ a &= \frac{F_A - F_g}{m} \\ &= \frac{m_f g - mg}{m} \\ &= \frac{(\rho_f - \rho)Vg}{\rho V} = \frac{(\rho_f - 2\rho_f)}{2\rho_f} g = -\frac{g}{2} \end{aligned}$$ **(2 boda)**

Brzina kojom tijelo dosegne dno posude, počevši s visine *h* = 1 m, je:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(y - y_0) = -2ah = 2\frac{g}{2}h = gh$$
$$v = \sqrt{gh} = 3.13\ m/s$$ **(2 boda)**

5. Zadatak (8 bodova)

a) Početni uvjeti su:

$P_p = P_0$, $V_p = 5.00 \times 10^{-3}$ m^3, $T_p = 293$ K

Konačno stanje je:
$P_k = P_0 + F/A$ = 1 atm + $(k \cdot h)/A$, $V_k = V_p + A \cdot h$, T_k =523 K

Gdje P_0 = 1 atm

Iz jednadžbe idealnog plina:

$$\frac{p_p V_p}{T_p} = \frac{p_k V_k}{T_k}$$ **(2 boda)**

Supstitucijom se dobiva:

$$\frac{p_0 + \frac{kh}{A}}{p_0} \cdot \frac{V_p + Ah}{V_p} = \frac{T_p}{T_k}$$ **(2 boda)**

Slijedi:

$$kh^2 + \left(Ap_0 + \frac{kV_p}{A}\right)h + p_0 V_p - \frac{T_p}{T_k} = 0$$ **(2 boda)**

Koje ima za rješenje h = 16,9 cm.

b) Može se koristiti jednadžba za tlak, dana na početku:

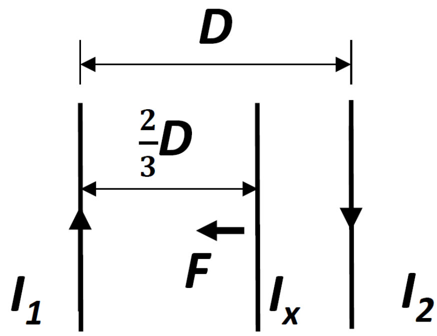
P_k = 1 atm + $(k \cdot h)/A$ = 1,35x10^5 Pa **(2 boda)**

Zadaci za općinsko natjecanje 2018. – 3. skupina

VAŽNO:
Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

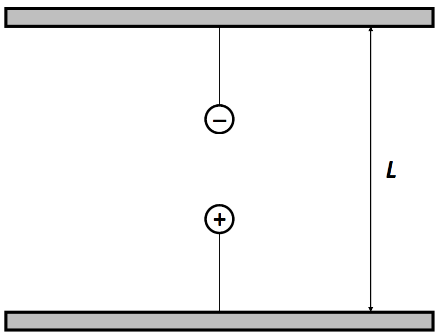
Zadatak 1 (10 bodova)

Tri žice duljine $L = 1$ m leže paralelno u ravnini kao na slici, tako da je udaljenost među vanjskim žicama $D = 1$ cm, a središnja žica je udaljena od lijeve $d = 2/3D$. Struje kroz vanjske žice su I_1 i I_2 u smjerovima kao na slici, dok kroz središnju žicu teče struja $I_x = 10$ A u nepoznatom smjeru. Sila zbog struja I_1 i I_2 na središnju žicu je $F = 10$ mN u smjeru kao na slici. Ako okrenemo smjer struje I_1, sila je sada $F = 5$ mN u istom smjeru. Nađi I_1, I_2 te smjer struje I_x.



Zadatak 2 (10 bodova)

Dvije kuglice iste mase m i naboja q istog iznosa ali suprotnog predznaka se nalaze između dvije nabijene ploče u gravitacijskom polju Zemlje. Ploče su dovoljno velike da je električno polje između njih homogeno i konstantno. Pozitivno nabijena kuglica je vezana tankom niti za donju ploču, a negativno nabijena kuglica s niti za gornju ploču. Električno polje je dovoljno jako da u ravnoteži obje kuglice stoje vertikalno kao na slici.



Ako izbacimo obje kuglice iz ravnoteže, nađi izraz za period titranja jedne i druge kuglice. Nađi izraz za sve napone između ploča za koje je period jedne kuglice višekratnik perioda druge kuglice. U zadatku pretpostavljamo da kuglice ne utječu jedna na drugu.

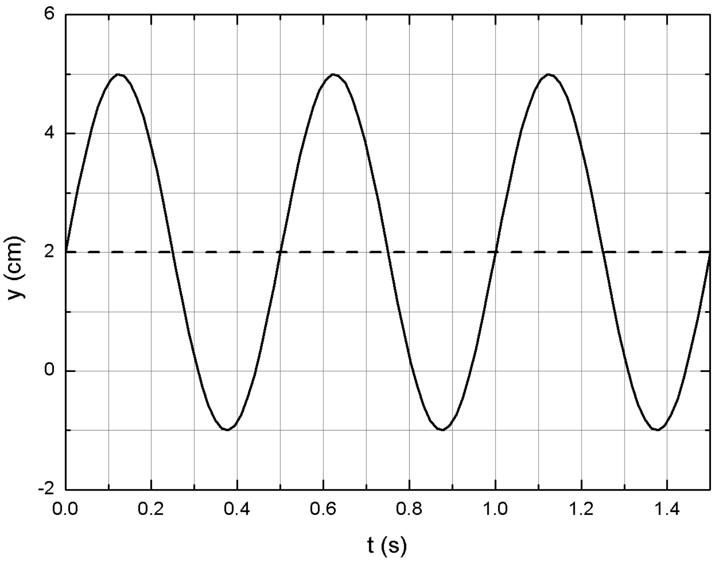
Oba rješenja prikaži preko naboja q, mase m, električnog polja E, udaljenosti ploča L i gravitacijskog ubrzanja g.

Zadatak 3 (10 bodova)

Na horizontalnoj površini bez trenja nalazi se opruga učvršćena za zid na kojoj titra masa $M = 0.5$ kg. Period titranja mase je $T = 0.5$ s, a amplituda titranja je $A = 20$ cm. U trenutku kada je opruga najrastegnutija masu pogodi metak $m = 5$ g brzine $v = 400$ m/s i zalijepi se za nju. Nađi novu amplitudu i period titranja mase M. Napomena: budući da je masa metka mnogo manja od mase M, možemo zanemariti povećanje mase na kraju.

Zadatak 4 (10 bodova)

Uteg mase $m = 10$ g visi na opruzi čija je slobodna duljina zanemariva. Gibanje utega možemo opisati sinusoidom, kao na donjem grafu, gdje je y neka laboratorijska koordinata. Nađi konstantu opruge i maksimalnu brzinu utega.



Zadatak 5 (10 bodova)

Elektron i nepoznata čestica upadaju u područje homogenog magnetskog polja tako da im je brzina okomita na to polje. Poznato je da im je kinetička energija ista. Nepoznata čestica se otkloni u suprotnom smjeru od elektrona, a radijus njene putanje je $r = 35\, r_e$, gdje je r_e radijus putanje elektrona. Nađite najboljeg kandidata za uočenu česticu iz tablice. Masa u tablici je dana u jedinicama MeV/c^2, gdje je 1 eV $= 1.602 \cdot 10^{-19}$ J. Pretpostavite da su brzine čestica puno sporije od brzine svjetlosti $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Ime	Oznaka	Naboj (e)	Masa (MeV)
Elektron	e^-	-1	0.511
Proton	p^+	$+1$	938
Lambda šarm	Λ_c^+	$+1$	2286
Sigma minus	Σ^-	-1	1197
Sigma šarm	Σ_c^{++}	$+2$	2453
Sigma šarm	Σ_c^+	$+1$	2453
Sigma dno	Σ_b^-	-1	5800

Zadaci za općinsko natjecanje 2018. – 3. skupina
Rješenja

Zadatak 1 (10 bodova)

Smjer sile nam određuje smjer struje I_x. Ako pretpostavimo da I_x teče prema gore, tada bi sila između I_1 i I_x bila privlačna (struje u istom smjeru) a između I_2 i I_x odbojna (suprotni smjer) što je točno naš slučaj. U suprotnom, sila od I_1 bi bila odbojna a I_2 privlačna, što bi značilo ukupnu silu u desno. **(2 boda)**

Sila na žicu I_x je dana relacijom:

$$F_1 = L\frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_1 I_x}{\frac{2}{3}D} + \frac{I_2 I_x}{\frac{1}{3}D}\right)$$

(2 boda)

U slučaju promjene smjera struje $I_1 \to -I_1$ relacija je sada:

$$F_2 = L\frac{\mu_0}{2\pi}\left(-\frac{I_1 I_x}{\frac{2}{3}D} + \frac{I_2 I_x}{\frac{1}{3}D}\right)$$

(2 boda)

Ako zbrojimo obje relacije prvi član se poništi i preostaje:

$$F_1 + F_2 = L\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{2I_2 I_x}{\frac{1}{3}D} = \frac{3\mu_0 L I_x}{\pi D} I_2$$

$$I_2 = \frac{(F_1+F_2)\pi D}{3\mu_0 L I_x} = 12.5\ \mathrm{A}$$

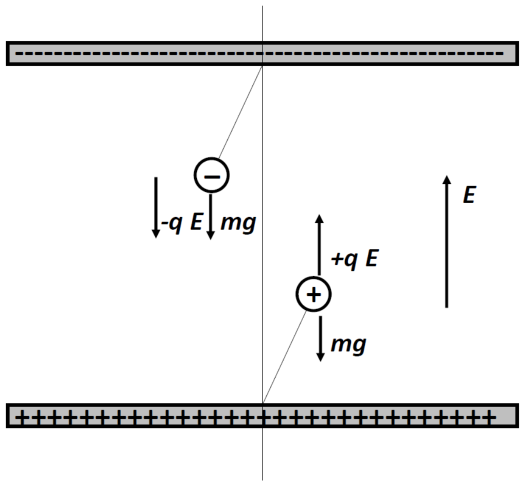
(2 boda)

Sada I_2 možemo uvrstiti u bilo koju jednadžbu (relacija s F_1 ili F_2) i dobiti vrijednost $I_1 = 8.33$ A. **(2 boda)**

Zadatak 2 (10 bodova)

Električno polje između dvije ploče je povezano s naponom između tih ploča kao $U = E \cdot L$, tj. polje je $E = U/L$. **(1 bod)**

Raspišimo sile na obje kuglice kada su pomaknute malo izvan ravnoteže. Raspis je identičan kao i za obično matematičko njihalo, osim što postoji dodatna sila zbog električnog polja. Za donju kuglicu, da bi stajala uspravno, električna sila mora biti prema gore, i mora biti jača od gravitacije. Neto sila na kuglicu je dakle $F_e - F_g$ u slučaju donje i $F_e + F_g$ u slučaju gornje kuglice. **(3 boda)**



Periodi ova dva njihala su stoga

$$T_+ = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{l}{\frac{eE}{m} - g}} \quad ; \quad T_- = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{l}{\frac{eE}{m} + g}}$$

(2 boda)

T_+ je uvijek veći od T_- (zbog manjeg nazivnika) pa zaključujemo da T_+ mora biti višekratnik od T_-. To znači da omjer T_+/T_- mora biti cijeli broj $n \in \mathbb{N} > 1$. Dakle:

$$\frac{T_+}{T_-} = \sqrt{\frac{eE/m + g}{eE/m - g}} = n$$

(2 boda)

$$\frac{eE}{m} + g = n^2 \left(\frac{eE}{m} - g \right)$$

Kratkim sređivanjem izraza dobije se:

$$E = \frac{n^2+1}{n^2-1} \frac{mg}{e}$$

Naponi kod kojih je jedan period višekratnik drugog perioda su:

$$U = E \cdot L = \frac{n^2+1}{n^2-1} \frac{mgL}{e}$$

(2 boda)

Zadatak 3 (10 bodova)

Masa na opruzi titra periodom $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. Iz poznatog perioda i mase možemo izvući k:

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = 79\ \mathrm{N/m}$$

(2 boda)

Metak se sudara sa masom u trenutku kada je opruga najrastegnutija. U toj točki titranja brzina mase je nula tik prije sudara, pa je zakon očuvanja količine gibanja:

$$p_{metak} = p_{masa}$$
$$mv_m = Mv_M$$

i brzina koju dobije masa M je:

$$v_M = \frac{m}{M} v_m = 4\ \mathrm{m/s}$$

(2 boda)

Budući da period titranja ne ovisi o brzini mase, nego samo o masi i konstanti opruge, period se neće mijenjati! **(2 boda)**

Promjenu amplitude možemo vidjeti preko energije:

$$E_{uk} = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

U amplitudi $x = A$ je brzina $v = 0$, pa je sva energija u potencijalnoj energiji opruge:

$$E_{uk} = \frac{1}{2}kA^2$$

Poslije sudara ukupna energija sustava se povećala za kinetičku energiju mase:

$$E_{uk} = E_{prije} + \frac{1}{2} M v_M^2$$

(2 boda)

Iz posljednje dvije relacije možemo izraziti novu amplitudu:

$$\frac{1}{2} k A_{nova}^2 = \frac{1}{2} k A_{stara}^2 + \frac{1}{2} M v_M^2$$

$$A_{nova} = \sqrt{\frac{M v_M^2}{k} + A_{stara}^2} = 37.6 \text{ cm}$$

(2 boda)

Ako učenik računa s ukupnom masom $M + m$, bez zanemarivanja metka, priznaju se rješenja. U tom slučaju je i period titranja neznatno dulji!

Zadatak 4 (10 bodova)

Uteg s oprugom čini harmonički oscilator koji titra oko ravnotežnog položaja. Period harmoničkog oscilatora dan je s

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

(2 boda)

a iznos perioda očitamo sa grafa: $T = 0.5$ s. Konstanta opruge je

$$k = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 m = 1.58 \text{ N/m}$$

(2 boda)

Maksimalnu brzinu utega nalazimo iz zakona očuvanja energije: $E = E_{kin} + E_{el}$. Prepoznajemo da uteg titra oko ravnotežnog položaja što je $y = 2$ cm, te da je amplituda titranja $A = 5 - 2 = 3$ cm. **(2 boda)**

Kada je uteg maksimalno otklonjen, sva energija je pohranjena u energiji opruge $E_{el} = \frac{1}{2} k A^2$. Kada je uteg u ravnoteži, energija opruge je minimalna ($E_{el} = 0$), pa je sva energija pohranjena u kinetičkoj energiji utega. Zato pišemo:

$$E_{kin}^{max} = E_{el}^{max} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_{max}^2 = \frac{1}{2} k A^2$$

(2 boda)

Iz čega nalazimo maksimalnu brzinu:

$$v_{max} = \sqrt{\frac{k}{m}} A = 37.7 \text{ cm/s}$$

(2 boda)

Zadatak 5 (10 bodova)

Nabijena čestica u magnetskom polju se giba po kružnici zbog utjecaja Lorentzove sile $F_L = qvB$ koja ima ulogu centripetalne sile $F_{cp} = mv^2/r$. Izjednačavanjem izraza možemo dobiti izraz za radijus:

$$r = \frac{mv^2}{qvB} = \frac{mv}{qB}$$

(2 boda)

Brzina čestice je definirana njenom kinetičkom energijom kao $E = \frac{1}{2}mv^2$, pa možemo brzinu izraziti preko energije $v = \sqrt{2E/m}$:

$$r = \frac{m\sqrt{\frac{2E}{m}}}{qB} = \frac{\sqrt{2mE}}{qB}$$

(2 boda)

Ono po čemu se čestice razlikuju su masa m i naboj q, dok je energija ista za svaku česticu, kao i magnetsko polje u kojem se nalaze. Zato je omjer radijusa elektrona i nepoznate čestice:

$$r/r_e = \frac{e}{\sqrt{m_e}} \frac{\sqrt{m}}{q}$$

Sve što možemo saznati o nepoznatoj čestici je omjer korjena mase i naboja čestice, pa taj omjer moramo usporediti s navedenim česticama u tablici. Iz zadatka znamo da je otklon nepoznate čestice u drugom smjeru od otklona elektrona, što nam govori da je naboj nepoznate čestice suprotnog predznaka, tj $+$. **(2 boda)**

Preostaje nam usporediti omjer korjena mase i naboja za pozitivne čestice sa izrazom

$$\frac{\sqrt{m}}{q} = \frac{\sqrt{m_e}}{e} \frac{r}{r_e} \approx 25 \ \mathrm{kg}^{1/2}/\mathrm{C}$$

(2 boda)

U tablici je najbliže tom izrazu čestica Σ_c^{++}: $\sqrt{m}/q\ (\Sigma_c^{++}) = 24.76\ \mathrm{kg}^{1/2}/\mathrm{C}$ **(2 boda)**

Općinsko natjecanje iz fizike

- srednje škole: IV. grupa -

29.01.2018.

1. Tri automobila, A, B i C voze jedan iza drugog konstantnim brzinama relativističkog iznosa. Vozač posljednjeg automobila u nizu A kaže da se automobil B, ispred njega, giba brzinom $c/2$. Vozač automobila B pak tvrdi da se automobil C, ispred njega, giba brzinom $c/2$. Odredite brzine automobila B i C kako ih vidi mirujući pješak P za kojeg se automobil A giba brzinom $c/2$.

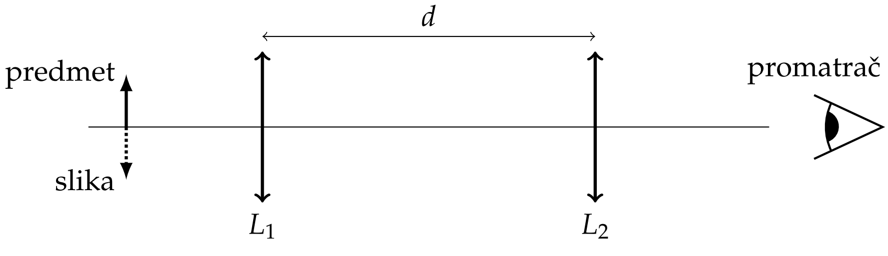
[9 BODOVA]

2. Preteča modernih akceleratora čestica je tzv. betatron koji, na principu elektromagnetske indukcije, ubrzava elektrone (beta čestice) u kružnim putanjama. Jednom kad elektroni dosegnu traženu brzinu, uspostavi se homogeno magnetsko polje koje ih održava u stabilnoj kružnoj putanji. Pretpostavite da je polumjer te putanje $R = 50\,\mathrm{cm}$ te da se elektroni gibaju brzinom $v = 0.99c$.

   - Odredite vrijeme T potrebno da elektron jednom obiđe svoju kružnu putanju, mjereno iz laboratorijskog sustava.
   - Koliko će to vrijeme τ iznositi za opažača u referentnom sustavu elektrona?
   - Kolika je centripetalna sila F potrebna da elektron drži u ovakvoj kružnoj orbiti?
   - Kolika mora biti jakost homogenog magnetskog polja B, usmjerenog okomito na ravninu gibanja elektrona, koje je izvor centripetalne sile?

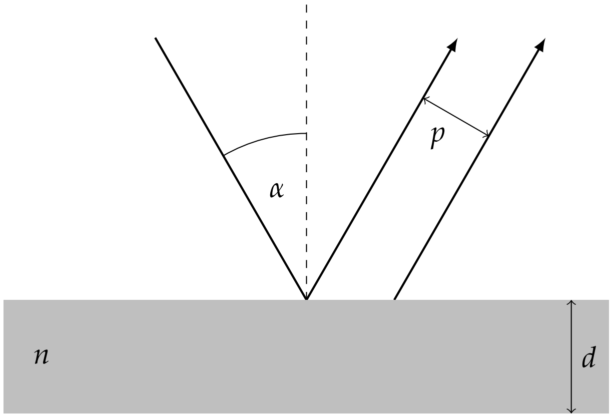
[11 BODOVA]

3. Predmet, dvije tanke konvergentne leće, L_1 i L_2, i promatrač nalaze se na optičkoj osi poredani kao na slici. Udaljenost između leća iznosi $d = 12\,\mathrm{cm}$, a predmet se nalazi u žarištu leće L_2. Pod tim uvjetima promatrač vidi obrnutu i virtualnu sliku predmeta iste veličine, na istom mjestu kao i predmet. Iz ovih podataka odredite žarišne duljine leća f_1 i f_2.



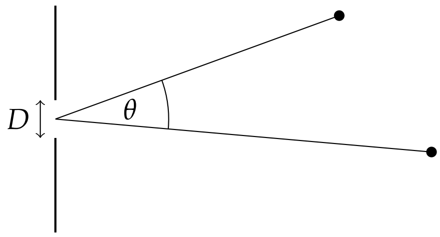
[12 BODOVA]

4. Zraka svjetlosti upada pod kutom α, u odnosu na okomicu, na tanki sloj sapunice debljine d i indeksa loma n. Kao rezultat refleksije nastaju dvije zrake, kao na slici, te se mjeri kako pomak p među zrakama ovisi o upadnom kutu α. Mjerenjem je ustanovljeno da vrijedi $p(\alpha = 10°) = 115\,\text{nm}$ i $p(\alpha = 20°) = 220\,\text{nm}$. Izračunajte indeks loma i debljinu sapunice.



[10 BODOVA]

5. Svi optički sustavi imaju granice preciznosti zbog efekata poput ogiba koji dovodi do zamućenja slike. Tako, npr. optički sustav koji ima otvor promjera D može razlučiti dva objekta ako oni, iz perspektive tog optičkog sustava, zatvaraju kut $\theta \geq 1.22\lambda/D$, gdje je λ valna duljina promatrane svjetlosti. S koje će udaljenosti d ljudsko oko promjera $D = 4\,\text{mm}$ moći razlučiti dva svjetla na automobilu koja su razmaknuta za $\ell = 1.3\,\text{m}$ i uperena prema oku? Koristite aproksimaciju malih kutova i uzmite da je srednja valna duljina svjetlosti $\lambda = 550\,\text{nm}$.



[8 BODOVA]

Vrijednosti fizikalnih konstanti:

- brzina svjetlosti: $c = 3 \times 10^8\,\text{m/s}$;
- masa elektrona: $m = 9.11 \times 10^{-31}\,\text{kg}$;
- elementarni naboj: $e = 1.60 \times 10^{-19}\,\text{C}$.

VAŽNO: Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule). Za pisanje, koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

Općinsko natjecanje iz fizike - rješenja

- srednje škole: IV. grupa -

29.01.2018.

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Uvedimo oznaku $v_{X,Y}$ za brzinu X-a, kako ga vidi Y. Po uvjetu zadatka, imamo $v_{A,P} = v_{B,A} = v_{C,B} = c/2$, a zanimaju nas brzine $v_{B,P}$ i $v_{C,P}$. Koristeći formulu za relativističko zbrajanje brzina, odmah možemo odrediti $v_{B,P}$

$$v_{B,P} = \frac{v_{B,A} + v_{A,P}}{1 + v_{B,A}v_{A,P}/c^2} \quad \text{[2 BODA]}$$
$$= \frac{4}{5}c \quad \text{[1 BOD]}$$
$$= 2.40 \times 10^8\,\mathrm{m/s}. \quad \text{[1 BOD]}$$

Da bismo odredili $v_{C,P}$, prvo moramo odrediti $v_{C,A}$ prema formuli

$$v_{C,A} = \frac{v_{C,B} + v_{B,A}}{1 + v_{C,B}v_{B,C}/c^2} = \frac{4}{5}c. \quad \text{[2 BODA]}$$

Zatim možemo izračunati $v_{C,P}$

$$v_{C,P} = \frac{v_{C,A} + v_{A,P}}{1 + v_{C,A}v_{A,P}/c^2} = \frac{13}{14}c \quad \text{[2 BODA]}$$
$$= 2.79 \times 10^8\,\mathrm{m/s}. \quad \text{[1 BOD]}$$

2. • Vrijeme potrebno da elektron jednom obiđe svoju putanju (mjereno u laboratorijskom sustavu) je naprosto prevaljeni put podijeljen sa brzinom

$$T = \frac{2R\pi}{v} \qquad [1 \text{ BOD}]$$
$$= 1.06 \times 10^{-8}\,\text{s}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

• Iako referentni sustav elektrona nije inercijalan, zbog toga što je brzina elektrona u odnosu na laboratorij konstantna po iznosu, vremena u ta dva sustava će biti povezana relativističkim faktorom $\gamma = (1 - (v/c)^2)^{-1/2}$. Drugim riječima, vremena τ i T bit će povezana formulom za dilataciju vremena

$$\tau = \frac{T}{\gamma} \qquad [1 \text{ BOD}]$$
$$= 1.49 \times 10^{-9}\,\text{s}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

• Da bismo odredili centripetalnu silu, moramo se vratiti na definiciju sile kao promjene količine gibanja, $\vec{F} = \Delta\vec{p}/\Delta t$. U slučaju relativističkih brzina, količina gibanja je dana formulom $\vec{p} = \gamma m\vec{v}$. Budući da je iznos brzine v konstantan prilikom gibanja, onda je i faktor γ također konstantan pa izraz za silu postaje $\vec{F} = \gamma m\Delta\vec{v}/\Delta t$. Međutim, za kružna gibanja, promjena brzine $\Delta\vec{v}/\Delta t$ je, po iznosu, ništa drugo nego centripetalna akceleracija v^2/R. Stoga imamo

$$F = \frac{\gamma m v^2}{R} \qquad [3 \text{ BODA}]$$
$$= 1.14 \times 10^{-12}\,\text{N}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

• Ako se nabijena čestica naboja q giba brzinom v u magnetskom polju B koje je okomito na brzinu, tada na česticu djeluje Lorentzova sila $F = qvB$ koja je usmjerena prema pravilu desne ruke. Ovaj izraz za Lorentzovu silu vrijedi i za relativističke brzine. Prema tome, da bi se elektron naboja $q = e$ držao u spomenutoj kružnoj putanji, potrebno je magnetsko polje

$$B = \frac{F}{ev} = \frac{\gamma m v}{eR} \qquad [2 \text{ BODA}]$$
$$= 2.40 \times 10^{-2}\,\text{T}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

3. Konvergentne leće zadovoljavaju jednadžbu $1/a + 1/b = 1/f$, gdje je a udaljenost predmeta od leće, b udaljenost slike od leće, a $f > 0$ žarišna duljina leće. Budući da promatrač vidi sliku predmeta kroz leću L_2, a znamo da je slika virtualna i da se nalazi u žarištu leće L_2, možemo zaključiti da vrijedi

$$b_2 = -f_2, \qquad \text{[1 BOD]}$$

gdje smo odabrali negativan predznak jer je slika virtualna. Odavde, koristeći jednadžbu leće, odmah imamo i udaljenost predmeta (za leću L_2)

$$a_2 = \frac{f_2}{2}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Predmet za leću L_2 je slika pravog predmeta koju čini leća L_1. Pa kako je predmet za L_2 obrnut u odnosu na pravi predmet, to znači i da je slika leće L_1 obrnuta, odnosno, realna i nalazi se s desne strane L_1. Drugim riječima, slika za L_1, tj. predmet za L_2 nalazi se između leća L_1 i L_2. Iz ovoga slijedi da je udaljenost slike L_1 od leće L_1

$$b_1 = d - a_2 = d - \frac{f_2}{2}. \qquad \text{[3 BODA]}$$

S druge strane, udaljenost predmeta od leće L_1 je

$$a_1 = f_2 - d. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Nadalje, ukupno povećanje konačne slike u odnosu na predmet je

$$m = m_1 m_2 = \left(-\frac{b_1}{a_1}\right)\left(-\frac{b_2}{a_2}\right) = -\frac{2d - f_2}{f_2 - d}, \qquad \text{[2 BODA]}$$

a prema uvjetu zadatka znamo da je slika iste veličine, no obrnuta, odnosno $m = -1$. Odavde možemo odrediti žarišnu duljinu L_2

$$f_2 = \frac{3d}{2} \qquad \text{[1 BOD]}$$

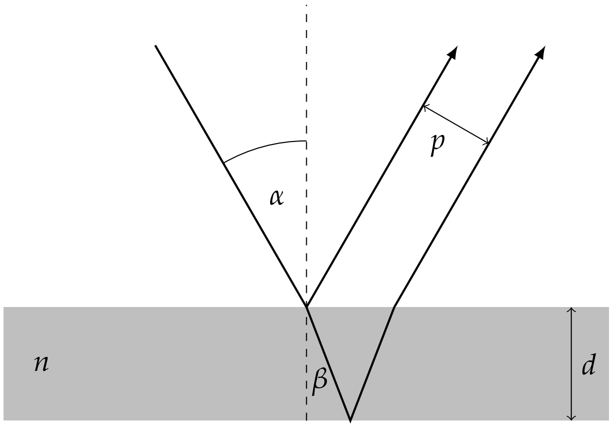
$$= 18\,\text{cm}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Žarišnu duljinu leće L_1 možemo odrediti iz jednadžbe leće koristeći poznate vrijednosti a_1 i b_1,

$$f_1 = \frac{1}{\frac{1}{f_2 - d} + \frac{1}{d - f_2/2}} = \frac{d}{6} \qquad \text{[1 BOD]}$$

$$= 2\,\text{cm}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

4. Upadom na sapunicu, dio zrake svjetlosti se reflektira, a dio lomi u sapunicu i zatim odbija s donje strane sapunice, kao na slici. [1 BOD]



Lom svjetlosti je opisan Snellovim zakonom, tako da vrijedi

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}. \qquad [1\ \text{BOD}]$$

S druge strane, sa slike se vidi geometrijska veza

$$\frac{p}{\cos\alpha} = 2d\,\mathrm{tg}\,\beta. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

Odavde možemo izvesti ovisnost pomaka p o upadnom kutu α

$$p = \frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}d. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

Uvrštavajući vrijednosti $\alpha_1 = 10°$, $\alpha_2 = 20°$, te $p_1 = 115\,\text{nm}$ i $p_2 = 220\,\text{nm}$, imamo

$$n = 2\sin\alpha_1\sin\alpha_2\sqrt{\frac{(p_1\cos\alpha_2)^2 - (p_2\cos\alpha_1)^2}{(p_1\sin 2\alpha_2)^2 - (p_2\sin 2\alpha_1)^2}} \qquad [1\ \text{BOD}]$$

$$= 1.59\,, \qquad [1\ \text{BOD}]$$

te

$$d = p_1 p_2\sqrt{\frac{\sin^2\alpha_1 - \sin^2\alpha_2}{(p_1\sin 2\alpha_2)^2 - (p_2\sin 2\alpha_1)^2}} \qquad [1\ \text{BOD}]$$

$$= 530\,\text{nm}. \qquad [1\ \text{BOD}]$$

5. Granična razlučivost će se ostvariti u slučaju kad vrijedi

$$\theta = 1.22\lambda/D. \qquad [\text{1 BOD}]$$

S druge strane, sa slike je jasno da vrijedi

$$\operatorname{tg}\frac{\theta}{2} = \frac{\ell}{2d}. \qquad [\text{2 BODA}]$$

Koristeći aproksimaciju malih kutova imamo $\operatorname{tg}(\theta/2) \approx \theta/2$, odnosno

$$\theta = \frac{\ell}{d}. \qquad [\text{2 BODA}]$$

Odavde je jednostavno odrediti traženu udaljenost

$$\begin{aligned} d &= \frac{\ell D}{1.22\lambda} && [\text{2 BODA}] \\ &= 7.75\,\text{km}. && [\text{1 BOD}] \end{aligned}$$