ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2016/2017

Srednje škole – 1. grupa

Zadatak 1 (10 bodova)

Trkač trči na stazi dugoj 1 km. Na startu trkač miruje. Prvu desetinu staze trkač jednoliko ubrzava, zatim trči stalnom brzinom, zadnju osminu staze jednoliko usporava te se zaustavlja na kraju staze. Ukupno vrijeme u kojem trkač pretrči stazu iznosi 8 minuta i 10 sekundi.

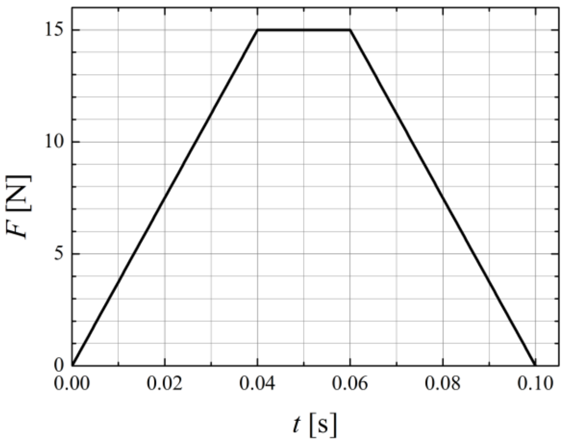
a) Izračunajte brzinu jednolikog gibanja trkača.
b) Izračunajte ubrzanje trkača.
c) Izračunajte usporenje trkača.
d) Izračunajte srednju brzinu trkača.

Zadatak 2 (10 bodova)

Vinko pliva nizvodno u rijeci prema mostu. Brzina toka rijeke iznosi 1.8 km/h, a brzina, kojom pliva Vinko u odnosu na vodu, je tri puta veća od brzine toka rijeke. Ivana stoji na mostu preko rijeke. Visina mosta je 36 m. U trenutku kada je horizontalna udaljenost od Vinka do mosta jednaka 27 m, Ivana baci prema Vinku pojas za spašavanje. Početna brzina pojasa za spašavanje je u horizontalnom smjeru. Izračunajte brzinu kojom Ivana treba baciti pojas za spašavanje kako bi ga Vinko uhvatio. Koliko iznosi ta brzina, ako Vinko pliva uzvodno udaljavajući se od mosta? Zanemarite otpor zraka.

Zadatak 3 (9 bodova)

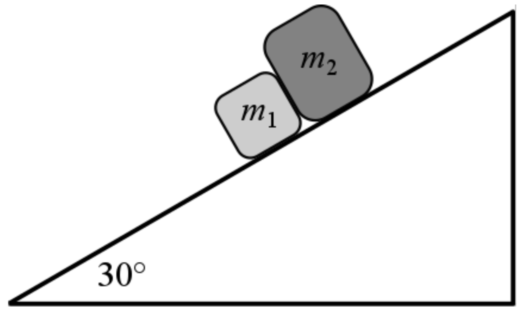
Hokejska pločica mase 250 g giba se po ledu (na kojem je trenje zanemarivo) u pozitivnom smjeru x osi brzinom 3 m/s. Hokejaš pomoću palice na pločicu djeluje silom. Iznos sile se mijenja u vremenu kako je prikazano na grafu. Hokejaš djeluje na pločicu prikazanom silom u dva navrata i to prvi put u negativnom smjeru x osi, a drugi put u pozitivnom smjeru y osi. Izračunajte konačnu brzinu pločice. Skicirajte smjer konačne brzine pločice u odnosu na smjer početne brzine.



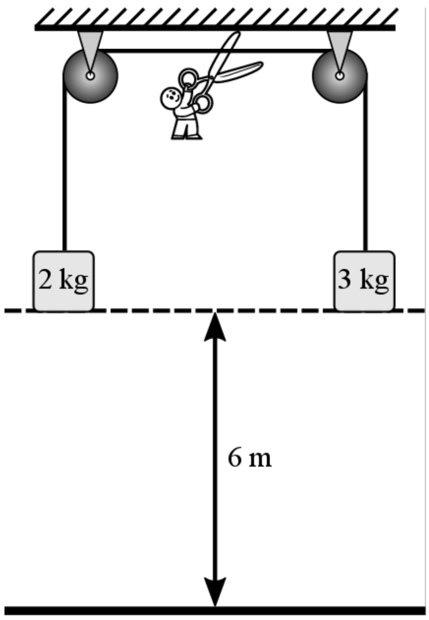
Zadatak 4 (11 bodova)

Dva tijela nalaze se na kosini kao što je prikazano na slici. Mase tijela odnose se kao m_1:m_2 = 1:2. Koeficijent trenja između tijela mase m_1 i kosine iznosi 0.71, a između tijela mase m_2 i kosine 0.17.

a) Nacrtajte dijagram sila na tijelo mase m_1.
b) Nacrtajte dijagram sila na tijelo mase m_2.
c) Izračunajte ubrzanje tijela.



Zadatak 5 (10 bodova)



Dva utega masa 2 kg i 3 kg povezana su nerastezljivim užetom zanemarive mase preko dvije koloture zanemarive mase kao što je prikazano na slici. U početnom trenutku sustav miruje u položaju koji je prikazan na slici; oba utega nalaze se na visini 6 m od tla. Zatim pustimo sustav da se giba. Nakon 1 s gibanja netko prereže uže na mjestu koje je označeno na slici.

a) Izračunajte iznos i smjer brzine pojedinog utega u trenutku rezanja užeta.
b) Izračunajte vertikalnu udaljenost utega u trenutku rezanja užeta.
c) Izračunajte vremenski interval između pada utega na tlo.

Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje jednako $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.
Zanemarite otpor zraka.

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2016/2017

Srednje škole – 1. grupa

Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (10 bodova)

a) Za prvu dionicu staze, na kojoj trkač jednoliko ubrzava, vrijedi:

$a_1 = \frac{v}{t_1}$, $s_1 = \frac{1}{10}s = \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = \frac{1}{2}vt_1$ **(1 boda)**

Za drugu dionicu staze, na kojoj se trkač giba jednoliko, vrijedi:

$s_2 = \left(1 - \frac{1}{10} - \frac{1}{8}\right)s = \frac{31}{40}s = vt_2$ **(1 bod)**

Za treću dionicu staze, na kojoj trkač jednoliko usporava, vrijedi:

$a_3 = \frac{v}{t_3}$, $s_3 = \frac{1}{8}s = \frac{1}{2}a_3 t_3^2 = \frac{1}{2}vt_3$ **(1 boda)**

Također vrijedi:

$t_1 + t_2 + t_3 = t$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem izraza za vrijeme za svaku dionicu puta dobije se:

$$\frac{1}{5}\frac{s}{v} + \frac{31}{40}\frac{s}{v} + \frac{1}{4}\frac{s}{v} = t$$

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{31}{40} + \frac{1}{4}\right)\frac{s}{v} = \frac{49}{40}\frac{s}{v} = t \;\Rightarrow\; v = \frac{49}{40}\frac{s}{t} = \frac{49}{40}\cdot\frac{1000\,\mathrm{m}}{490\,\mathrm{s}} = 2.5\,\mathrm{m/s}$$ **(3 boda)**

b) Ubrzanje trkača na prvoj dionici puta jednako je:

$$s_1 = \frac{1}{10}s = \frac{v^2}{2a_1} \;\Rightarrow\; a_1 = \frac{5v^2}{s} = \frac{5\cdot(2.5\,\mathrm{m/s})^2}{1000\,\mathrm{m}} = 0.03125\,\mathrm{m/s^2}$$ **(1 bod)**

c) Usporenje trkača na trećoj dionici puta jednako je:

$$s_3 = \frac{1}{8}s = \frac{v^2}{2a_3} \;\Rightarrow\; a_3 = \frac{4v^2}{s} = \frac{4\cdot(2.5\,\mathrm{m/s})^2}{1000\,\mathrm{m}} = 0.025\,\mathrm{m/s^2}$$ **(1 bod)**

d) Prosječna brzina trkača jednaka je:

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{1000\,\mathrm{m}}{490\,\mathrm{s}} = 2.04\,\mathrm{m/s}$$ **(1 bod)**

Zadatak 2 (10 bodova)

Vrijeme pada pojasa za spašavanje određeno je samo visinom s koje je bačen i ono iznosi:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \;\Rightarrow\; t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2.7\,\mathrm{s}$$ **(2 boda)**

U tom vremenu Vinko će se približiti mostu za udaljenost:

$s_{Vinko} = (v_{Vinko} + v_{rijeka})t = 4v_{rijeka}t = 5.4\,\mathrm{m}$ **(2 boda)**

Pojas za spašavanje padne u rijeku na horizontalnoj udaljenosti od mosta:

$s_{pojas} = v_0 t$ **(1 bod)**

Iz uvjeta zadatka slijedi:

$s_{Vinko} + s_{pojas} = s_0 = 27\,\mathrm{m}$ **(1 bod)**

$$s_{Vinko} + v_0 t = s_0 \quad \Rightarrow \quad v_0 = \frac{s_0 - s_{Vinko}}{t} = \frac{27\ \text{m} - 5.4\ \text{m}}{2.7\ \text{s}} = 8\ \text{m/s}$$ **(1 bod)**

Ako Vinko pliva uzvodno, udaljavat će se od mosta, a za vrijeme padanja pojasa za spašavanje prijeći će put:

$$s'_{Vinko} = \left(v_{Vinko} - v_{rijeka}\right)t = 2v_{rijeka}t = 2.7\ \text{m}$$ **(1 bod)**

U ovom slučaju vrijedi:

$$s_{pojas} - s'_{Vinko} = s_0 = 27\ \text{m}$$ **(1 bod)**

$$v'_0 t - s'_{Vinko} = s_0 \quad \Rightarrow \quad v'_0 = \frac{s_0 + s'_{Vinko}}{t} = \frac{27\ \text{m} + 2.7\ \text{m}}{2.7\ \text{s}} = 11\ \text{m/s}$$ **(1 bod)**

Zadatak 3 (9 bodova)

Promjena količine gibanja pločice nakon djelovanja sile jednaka je impulsu sile. Impuls sile izračunamo iz podataka danim na grafu:

$$\Delta p = \frac{1}{2}F_{\max}\Delta t_1 + F_{\max}\Delta t_2 + \frac{1}{2}F_{\max}\Delta t_3$$ **(2 boda)**

Gdje je $F_{\max} = 15\ \text{N}$, $\Delta t_1 = \Delta t_3 = 0.04\ \text{s}$ i $\Delta t_2 = 0.02\ \text{s}$

$\Delta p = 0.9\ \text{Ns}$ **(1 bod)**

Nakon djelovanja sile u negativnom smjeru x osi:

$$mv_0 - \Delta p = mv_1 \quad \Rightarrow \quad v_1 = v_0 - \frac{\Delta p}{m} = -0.6\ \text{m/s}$$ **(2 boda)**

Nakon djelovanja sile u pozitivnom smjeru y osi, pločica dobije brzinu i u y smjeru:

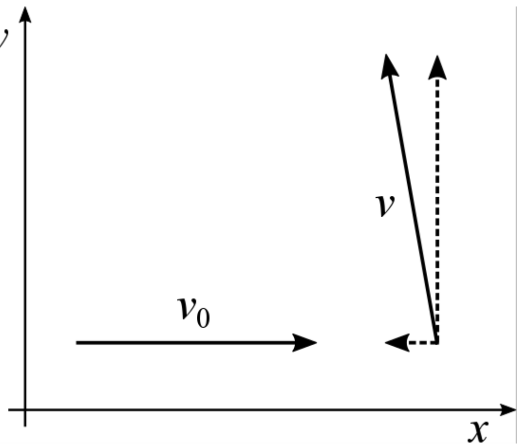
$$0 + \Delta p = mv_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{\Delta p}{m} = 3.6\ \text{m/s}$$ **(2 boda)**

Ukupna brzina pločice jednaka je:

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{\left(-0.6\ \text{m/s}\right)^2 + \left(3.6\ \text{m/s}\right)^2} = 3.65\ \text{m/s}$$ **(1 bod)**

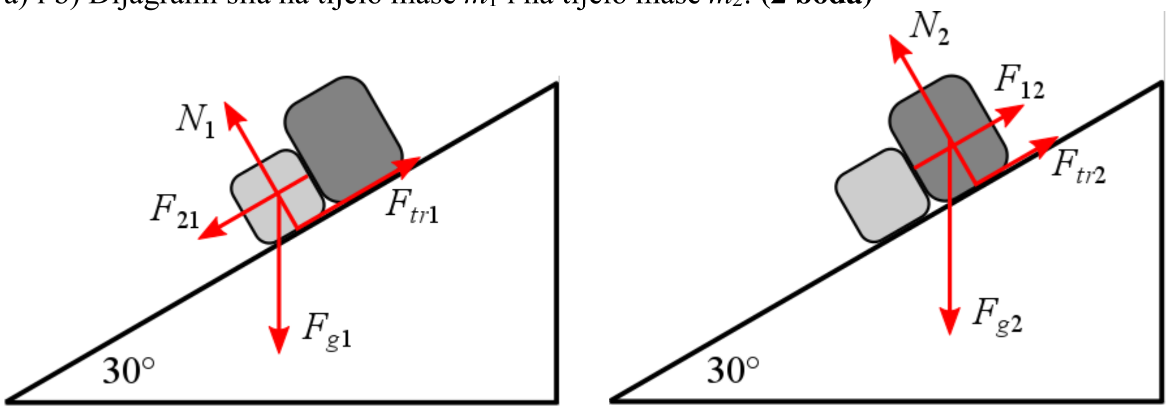
Smjerovi brzina prikazani su na slici:

(1 bod)



Zadatak 4 (11 bodova)

a) i b) Dijagrami sila na tijelo mase m_1 i na tijelo mase m_2: **(2 boda)**



c) Možemo napisati 2. Newtonov zakon za oba tijela po komponentama:

$$m_1 a = \frac{1}{2} m_1 g + F_{21} - F_{tr1}$$

$$0 = \frac{\sqrt{3}}{2} m_1 g - N_1$$

$$m_2 a = \frac{1}{2} m_2 g - F_{12} - F_{tr2}$$

$$0 = \frac{\sqrt{3}}{2} m_2 g - N_2 \quad \textbf{(4 boda)}$$

Vrijedi:

$$F_{tr1} = \mu_1 N_1 = \mu_1 \frac{\sqrt{3}}{2} m_1 g \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$F_{tr2} = \mu_2 N_2 = \mu_2 \frac{\sqrt{3}}{2} m_2 g$$

$$F_{21} = F_{12} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Uvrštavanjem u prvu i treću jednadžbu i njihovim zbrajanjem dobije se:

$$(m_1 + m_2)a = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)g - \frac{\sqrt{3}}{2}(\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2)g$$

$$a = \frac{g}{2}\left(1 - \sqrt{3}\,\frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{m_1 + m_2}\right)$$

Uvrštavanjem $m_1 = 2m_2$:

$$a = \frac{g}{2}\left(1 - \frac{\mu_1 + 2\mu_2}{\sqrt{3}}\right) = \frac{9.81\,\mathrm{m/s^2}}{2}\left(1 - \frac{0.71 + 2 \cdot 0.17}{\sqrt{3}}\right) = 1.93\,\mathrm{m/s^2} \quad \textbf{(3 boda)}$$

Zadatak 5 (10 bodova)

Uteg veće mase gibat će se jednoliko ubrzano prema dolje, uteg manje mase jednoliko ubrzano prema gore. Ubrzanje utega izračunamo primjenjujući 2. Newtonov zakon:

$$m_1 a = T - m_1 g$$

$$m_2 a = m_2 g - T \quad \textbf{(1 bod)}$$

Zbrajanjem jednadžbi dobije se:

$(m_1 + m_2)a = (m_2 - m_1)g \quad \Rightarrow \quad a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g = \frac{1}{5} g = 2 \text{ m/s}^2$ **(1 bod)**

Nakon jedne sekunde gibanja brzina oba utega je jednaka i iznosi:

$v = at = 2 \text{ m/s}$, **(1 bod)**

dok je smjer brzine utega manje mase prema gore, a smjer brzine utega veće mase je prema dolje. **(1 bod)**

U istom vremenu svaki uteg je prešao put:

$s = \frac{1}{2} at^2 = 1 \text{ m}$ **(1 bod)**

pa je vertikalna udaljenost utega u trenutku rezanja užeta jednaka 2 m. **(1 bod)**

Vrijeme pada utega manje mase jednako je zbroju vremena da s početne visine (trenutak rezanja užeta) od 6 m + 1 m = 7 m dođe u najvišu točku putanje (gdje mu je brzina jednaka nuli) i vremena slobodnog pada s najviše točke putanje. Vrijeme potrebno da postigne najvišu visinu jednako je:

$t = \frac{v}{g} = 0.2 \text{ s}$,

a za to vrijeme prijeđe put:

$h' = \frac{v^2}{2g} = 0.2 \text{ m}$

Vrijeme slobodnog pada s najviše točke putanje (7 m + 0.2 m = 7.2 m) jednako je :

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1.2 \text{ s}$

Prema tome, ukupno vrijeme od trenutka rezanja užeta do trenutka pada utega manje mase na tlo iznosi: 1.2 s + 0.2 s = 1.4 s. **(2 boda)**

Uteg veće mase ima početnu brzinu 2 m/s prema dolje. Iz prethodno izračunatih podataka znamo da uteg koji slobodno pada prijeđe prvih 0.2 m za 0.2 s i tada ima brzinu 2 m/s. Prema tome, vrijeme pada utega veće mase možemo izračunati tako da najprije izračunamo vrijeme slobodnog pada s visine 5 m + 0.2 m koje iznosi:

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1.02 \text{ s}$

te od njega odbijemo 0.2 s. Prema tome, vrijeme pada utega veće mase iznosi: 0.82 s. **(1 bod)**

Vremenski interval između pada utega na tlo jednak je:

$\Delta t = 1.4 \text{ s} - 0.82 \text{ s} = 0.58 \text{ s}$ **(1 bod)**

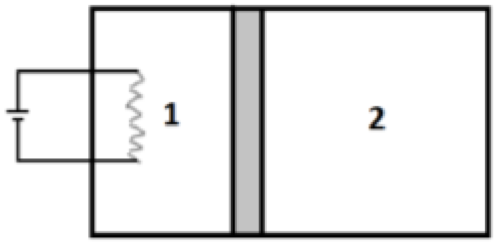
ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 8. ožujak 2017.

Srednje škole – 2. skupina

1. zadatak (12 bodova)

Cilindar s idealno izoliranim stijenkama podijeljen je klipom u dvije komore. Klip je idealni izolator, nepropusan i pomiče se bez trenja. Ukupni unutarnji volumen cilindra je 3 litre. Lijeva komora (označena brojem 1 na slici) sadrži 1 mol helija, a desna (broj dva na slici) 2 mola helija. Sustav je u ravnoteži i temperatura obje komore je 300 K. Pomoću električnog otpornika plinu u prvoj komori prenese se toplina Q = 1000 J.

Odredite konačno stacionarno stanje plina (koji se smatra idealnim) u obje komore, odnosno njihovu temperaturu, volumen i tlak.



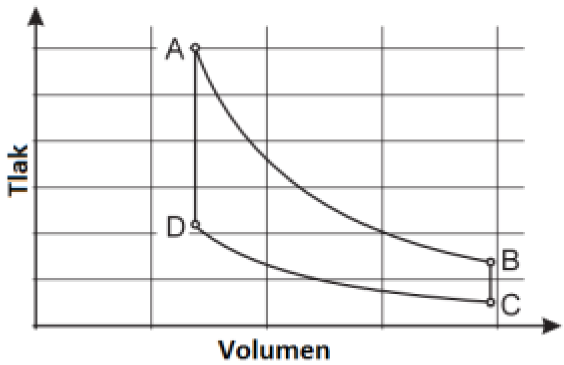
2. zadatak (10 bodova)

Temperature tri tekućina su redom T_1 = 10°C, T_2 = 20°C i T_3 = 30°C. Masa m_1 prve tekućine i masa m_2 druge tekućine se pomiješaju, u omjeru $m_2 = m_1/3$. Ravnotežna temperatura te mješavine je 17°C. Jednake mase druge i treće tekućine pomiješaju se, a ravnotežna temperature te mješavine je 28°C. Pronađite ravnotežnu temperaturu mješavine koja se sastoji od jednakih masa prve i treće tekućine.

3. zadatak (12 bodova)

Sustav koji se sastoji od 0,08 mola idealnog dvoatomnog plina prolazi, u smjeru kazaljki na satu, kroz reverzibilne procese prikazane na slici: dva adijabatska i dva izohorna.

Izračunajte termodinamičke koordinate (volumen, tlak i temperaturu) za stanja A, B, C i D, ukoliko vrijedi T_C = 27,0 °C, p_C = 101 kPa, T_A =977 °C, $V_A = 0,35 \times V_C$. Također Izračunajte učinkovitost ciklusa.



4. zadatak (8 bodova)

Motor radi na Carntov ciklus između temperatura 100°C i 20°C. Koliku masu leda motor može otopiti otpuštenom energijom putem ispušnih plinova, nakon što je obavio rad $5{,}0 \times 10^4$ J ?

5. zadatak (8 bodova)

Dva idealna toplinska izvora nalaze se na konstantnim temperaturama od 27°C i 127°C (neovisno o tome jesu li u kontaktu ili ne). Što se desi s entropijom sustava nakon što se izvori stave u kontakt? Kolika je promjena entropije ukoliko je između dva izvora izmijenjena toplina Q = 100 J?

Vrijednosti fizikalnih konstanti (primjenjuju se u svim predloženim zadatcima)**:**

Plinska konstanta R = 8,314 $JK^{-1}mol^{-1}$

Koeficijent adijabatska ekspanzije:

- jednoatomski plin γ=1,67
- dvoatomski plin γ=1,4

Atmosferski tlak, p_{atm}= 1 atm = 101325 Pa.

Ubrzanje sile teže g = 9,81 m/s2.

Latentna toplina leda λ_{led}=3,33x10^5 J/kg

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 8. ožujka 2107.

Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. zadatak (12 bodova)

Uzimajući u obzir vrijednosti za početno stanje ($T_1 = T_2 = T$ = 300K i $p = p_1 = p_2 = p$):

$$komora\ 1 \qquad n_1 = 1mol \qquad V_1 \ =\ 10^{-3}m^3 \quad T = 300K$$
$$komora\ 2 \qquad n_2 = 2mol \qquad V_1 \ =\ 2\times 10^{-3}m^3 \quad T = 300K$$ **(1 bod)**

Primjenjujući jednadžbu idealnog plina za tlak dobije se:

$$p_1 = p_2 = p = \frac{n_1 RT}{V_1} = 2{,}49\times 10^6 Pa$$ **(1 bod)**

Budući da je plinu u prvoj komori predana toplina 1000 J a u drugoj nije, primjenom prvog zakona termodinamike u te dvije komore dolazimo do:

$$komora\ 1 \qquad Q_1 \ =\ W_1 + \Delta U_1$$
$$komora\ 2 \qquad 0 \ =\ W_2 + \Delta U_2$$

Uzimajući u obzir da su radovi koji plin obavi u te dvije komore W_1 i W_2 jednakog iznosa ali suprotnog predznaka i da je kod idealnog plina promjena unutarnje energije povezana s promjenom temperature dobivamo:

$$Q \ =\ \Delta U_1 + \Delta U_2 = n_1 c_v (T_1' - T) + n_2 c_v (T_2' - T)$$ **(2 boda)**

Uzimajući sad u obzir konačno stanje, tlak p' mora biti jednak u obje komore:

$$komora\ 1 \quad p'V_1' = n_1 RT_1'$$
$$komora\ 2 \quad p'V_2' = n_2 RT_2'$$

uz uvjet:

$$V_1' + V_2' = V_1 + V_2 = V_{tot}$$

i relacije za reverzibilnu adijabatsku promjenu:

$$p'V_2'^{\gamma} = pV_2^{\gamma}$$

Dolazi se do:

$p'V_{tot} = R(n_1T_1' + n_2T_2')$ **(1 bod)**

Iz toga proizlazi:

$Q = c_v(n_1T_1' + n_2T_2') - c_v(n_1 + n_2)T = \frac{c_v p' V_{tot}}{R} - c_v(n_1 + n_2)T$ **(1 bod)**

Budući da za jednoatomni plin vrijedi $c_v = \frac{3}{2}R$:

$p' = \frac{Q + c_v(n_1 + n_2)T}{3/2 V_{tot}} = 2{,}71 \times 10^6 Pa$ **(2 boda)**

Iz toga proizlazi za konačne volumene:

$V_2' = \left(\frac{p}{p'}\right)^{1/\gamma} V_2 = 1{,}88 \times 10^{-3} m^3; \quad V_1' = V_{tot} - V_2' = 1{,}12 \times 10^{-3} m^3$ **(2 boda)**

Pomoću jednadžbe za idealan plin mogu se izračunati i konačne temperature:

$T_1' = \frac{p'V_1'}{n_1R} = 365\ K; \qquad T_2' = \frac{p'V_2'}{n_2R} = 306\ K$ **(2 boda)**

2. zadatak (10 bodova)

Kad se pomiješaju tekućine 1 i 2, uzimajući u obzir zakon očuvanja energije, vrijedi sljedeće:

$mc_1(17°C - 10°C) = m/3(20°C - 17°C)$ **(1 bod)**

odnosno

$c_2 = 7c_1$ **(1 bod)**

Kad se pomiješaju tekućine 2 i 3, uzimajući u obzir zakon očuvanja energije, vrijedi sljedeće:

$mc_3(30°C - 28°C) = mc_2(28°C - 20°C)$ **(1 bod)**

odnosno

$c_3 = 4c_2$ **(1 bod)**

Iz toga proizlazi:

$c_3 = 28c_1\ ili\ c_3/c_1 = 28$ **(2 bod)**

Kad se pomiješaju tekućine 1 i 3, vrijedi:

$mc_1(T - 10°C) = mc_3(30°C - T)$ **(2 bod)**

Iz čega proizlazi:

$$T = \frac{c_1(\,10°C) + c_3(30°C)}{c_1 + c_3} = 29{,}3°C$$ **(2 bod)**

3. zadatak (12 bodova)

Pomoću jednadžbe idealnog plina, za sustav koji sadrži *n* molova plina može se izračunati volumen za stanje C:

$$V_C = \frac{nRT_C}{p_C} = 1{,}97\ l$$ **(1 bod)**

Pomoću čega dolazimo do volumena u točki A:

$$V_A = 0{,}35 V_C = 0{,}689\ l$$ **(1 bod)**

Budući da je T_A= 1250 K dobiva se:

$$p_A = \frac{nRT_A}{V_A} = 1{,}20\ MPa$$ **(1 bod)**

Za stanje B poznat je volumen(V_C=V_B) i budući da je proces adijabatski vrijedi:

$$p_B = p_A \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma} = 277\ kPa,\ \text{gdje je } \gamma = \frac{7}{5} \text{ budući da je plin dvoatomni.}$$

$$V_B = V_C$$ **(2 boda)**

Temperaturu u ovom stanju može se izračunati pomoću relacije za adijabatski proces::

$$T_B = T_A \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma - 1} = 821\ K$$ **(1 bod)**

Također se mogu izračunati tlak i temperatura u točki D:

$$p_D = p_C \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma} = 439\ Pa; \quad V_D = V_A$$ **(2 boda)**

$$T_D = T_C \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma - 1} = 457\ K$$ **(1 bod)**

Da bi se izračunala učinkovitost ciklusa mora se uzeti u obzir da je toplina apsorbirana u koraku D-A a rad se obavlja kroz adijabatske procese. Iz toga:

$$W_{ciklus} = W_{AB} + W_{CD} = -\Delta U_{AB} - \Delta U_{CD} = -nc_v(T_B - T_A) - nc_v(T_D - T_C)$$ **(1 bod)**

$$Q_{apsorbiran} = Q_{DA} = nc_v(T_A - T_D)$$ **(1 bod)**

Slijedi da učinkovitost ciklusa je:

$$\eta = \frac{W_{ciklus}}{Q_{apsorbiran}} = \frac{-T_B + T_A - T_D + T_C}{T_A - T_D} = 0{,}343\ ili\ 34{,}3\%$$ **(1 bod)**

4. zadatak (8 bodova)

Toplina koju oslobodi toplinski motor je:

$$Q_{out} = Q_{in} - W$$ **(1 bod)**

Uzimajući u obzir učinkovitost:

$$\eta = W/Q_{in}$$ **(1 bod)**

Slijedi:

$$Q_{out} = W\left(\frac{1}{\eta} - 1\right)$$ **(1 bod)**

Znajući da vrijedi:

$$\eta = (T_H - T_C)/T_H$$ **(1 bod)**

Proizlazi:

$$Q_{out} = W\left(\frac{T_C}{T_H - T_C}\right) = 1{,}83 \times 10^5 J$$ **(2 boda)**

Masa leda (na 0 ° C) koju energija ispušnih plinova može otopitii je:

$$m = \frac{Q_{out}}{\lambda_{led}} = 0{,}550\ kg$$ **(2 boda)**

5. zadatak (8 bodova)

Budući da se radi o dva idealna izvora temperature pretpostavlja se da tu temperaturu održavaju konstantnom. Kako je T_1 = 300 K a T_2 = 400 K, toplinska energija izmijenjena između dva sustava je:

$Q_1 = +100\,J$
$Q_2 = -100\,J$ **(1 bod)**

Entropija u ovom slučaju je:

$\Delta S = \frac{Q}{T}$ **(1 bod)**

Promjena entropije sistema dakle je:

$\Delta S_{sistem} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \frac{Q}{T_1} - \frac{Q}{T_2} = Q\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$ **(2 boda)**

Budući da je:

$T_2 > T_1$ vrijedi $\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} > 0$ što znači da se entropija sistema povećava. **(2 boda)**

Točna vrijednost je:

$\Delta S_{sistem} = Q\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) = 0{,}083\,J/K$ **(2 boda)**

Zadaci za županijsko natjecanje 2017. – 3. skupina

Zadatak 1 (10 bodova)

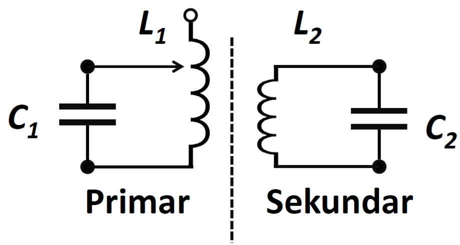
Čelični puni valjak površine baze $A = 30\ \text{cm}^2$ i mase $m = 2.7$ kg, te gustoće $\rho_s = 8\,000\ \text{kg/m}^3$ je uronjen u čašu sa živom gustoće $\rho_m = 13\,600\ \text{kg/m}^3$ tako da mu je baza postavljena horizontalno. Živa ima jako malu viskoznost pa možemo zanemariti trenje i valove unutar tekućine, a za ovaj zadatak zanemarujemo i napetost površine.

a) Izrazi ravnotežnu dubinu h_0 do koje će valjak biti uronjen preko zadanih gustoća i visine valjka H, te izvrijedni za dane vrijednosti.

b) Valjak poguramo za x malo dublje od ravnoteže tako da mu je dubina $h = h_0 + x$. Nađi vrijeme potrebno da se valjak vrati u ravnotežni položaj! Hoće li tamo ostati?

Zadatak 2 (10 bodova)

Teslina zavojnica se može promatrati kao visokonaponski transformator. Sastoji se od dva strujna kruga, primarnog i sekundarnog, međusobno povezanim preko indukcije zavojnica.



Primarni strujni krug se sastoji od kondenzatora kapaciteta $C_1 = 32$ nF i zavojnice promjenjivog induktiviteta – pomicanjem kontakne žice mijenjamo duljinu zavojnice i broj namotaja. Promjer zavojnice je $d_1 = 1$ m, a duljina zavojnice po namotaju $l_1/N_1 = 1$ cm.
Sekundarni strujni krug se sastoji od kapaciteta $C_2 = 2$ pF i zavojnice sa $N_2 = 20\,000$ namotaja, promjera $d_2 = 0.2$ m i duljine $l = 0.5$ m.
Budući da nema željezne jezgre koja povezuje dva strujna kruga, prijenos magnetskog toka iz jedne zavojnice u drugu je vrlo malen. Međutim, efikasni prijenos energije se postiže rezonancijom, kada primarni strujni krug rezonira na istoj frekvenciji kao i sekundarni. Tada se sva energija primarnog kruga prenosi na sekundarni.

a) Nađi položaj kontakta (tj. broj navoja primarne zavojnice N_1) da bi primarni strujni krug rezonirao na istoj frekvenciji kao i sekundarni!

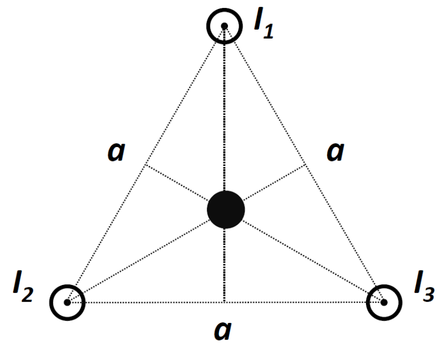
b) Ako je amplituda napona na kondenzatoru primara $V_1 = 320$ V i ako je prijenos energije potpun, kolika je amplituda napona na sekundaru?

Konstanta permeabilnosti $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

Zadatak 3 (10 bodova)

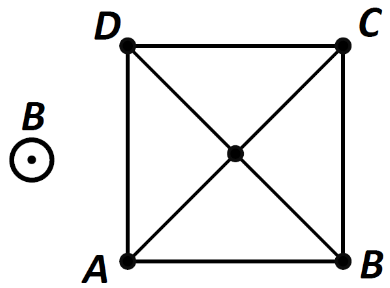
Negativni naboj $q = -5$ mC, mase $m = 1$ g putuje brzinom $v = 10^6$ m/s u vakuumskoj komori između tri beskonačne žice. Položaj žica odgovara vrhovima jednakostraničnog trokuta duljine stranice $a = 1$ cm, a naboj se nalazi na sjecištu simetrala stranica (slika). Smjer brzine naboja je isti kao i smjer protezanja žice.

U nekom trenutku kroz žice poteče struja $I_1 = 0.5 I_0$, $I_2 = I_3 = I_0 = 5$ A. Smjer gibanja svih struja je identičan smjeru gibanja naboja. Po kojoj ravnini će se naboj gibati i u kojem smjeru će biti početna akceleracija? Izračunajte iznos početne akceleracije!
Uzimamo da struja poteče žicama u potpuno istom trenu, da su žice učvršćene tako da se ne mogu pomicati, magnetska sila je dovoljno jaka da možemo zanemariti gravitacijsku silu i brzine su dovoljno male da nema relativističkih efekata. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.



Zadatak 4 (10 bodova)

Od žice linijskog otpora $\lambda = 1\ \Omega$/m je napravljen kvadrat stranice $a = 10$ cm s pripadnim dijagonalama (slika). Na dijagonalno suprotne vrhove (između točaka A i C) je narinut napon $U = 5$ V tako da je točka A na većem potencijalu. Uspostavljeno je i magnetsko polje $B = 1$ T okomito na površinu kvadrata. Nađi smjer struje kroz sve žice i iznos i smjer sile na svaku žicu i na cijeli kvadrat.



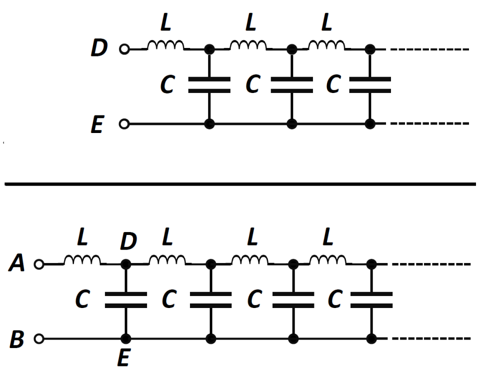
Zadatak 5 (10 bodova)

Zadan je beskonačni LC strujni krug DE kao na gornjoj slici. Tom strujnom krugu smo potom dodali još jedan segment tako da tvori ukupni strujni krug AB (donja slika).

a) Impedancija gornjeg kruga između točaka D i E je Z_{DE}. Izrazi impedanciju donjeg kruga između A i B preko impedancije kondenzatora Z_C, zavojnice Z_L i Z_{DE}.

b) Element zavojnica – kondenzator je osnova od koje smo sagradili ovaj beskonačni krug. U dijelu pod "a)" smo beskonačnom broju elemenata u krugu DE dodali još jedan element. Razmislite je li se i kako promijenila impedancija ukupnog kruga AB od prijašnjeg DE. Na temelju toga, izračunaj ukupnu impedanciju Z_{AB} i izrazi je preko ω, L i C.

c) Za koje frekvencije je realni dio impedancije nula?



Zadaci za županijsko natjecanje 2017. – 3. skupina
Rješenja

Zadatak 1 (10 bodova)

Sile koje djeluju na valjak su sila gravitacije F_G i sila uzgona F_{uz} zbog dijela valjka koji je uronjen u živu. Označimo ukupnu visinu valjka s H, a visinu valjka koji je u živi s h. Tada su dvije sile, izražene preko volumena kao $V = A \cdot h$:

$$F_G = mg = \rho_s AHg \quad ; \quad F_{uz} = \rho_m Ahg$$

Iz veze mase, gustoće i površine baze valjka dobijemo visinu: $H = \frac{m}{\rho_s A} = 11.25$ cm.

a) U slučaju ravnotežne dubine h_0 sila gravitacije i sila uzgona su jednake po iznosu i suprotnog smjera. Iz toga možemo naći ravnotežnu dubinu:

$$h_0 = H\frac{\rho_s}{\rho_m} = 6.62 \text{ cm}$$

(2 boda)

b) Pomaknemo li valjak iz ravnoteže, postojat će sila na njega koja će ga htjeti vratiti u ravnotežu. Napišemo li jednadžbu za akceleraciju, gdje smo iskoristili vezu mase i gustoće i gore određen izraz za h_0:

$$ma = F_G - F_{uz}$$
$$a = -g\frac{\rho_m}{\rho_s\, H}\, x$$

(2 boda)

Primjetimo da izraz za akceleraciju pokazuje da se radi o gibanju harmoničkog oscilatora. To znači da će trebati četvrtina perioda oscilacije da se valjak vrati u ravnotežu.

(2 boda)

vidimo da su kutna frekvencija i period ovog harmoničkog gibanja dani s:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{h_0}} \quad ; \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{h_0}{g}}$$

Za kraj moramo povezati h_0 sa masom i bazom. Vrijedi da je ukupna masa valjka dana s $m = \rho_s AH$ pa je stoga $H = m/(\rho_s A)$. Zato je $h_0 = m/(\rho_m A)$, pa je izraz:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\rho_m\, A\, g}} = 0.516 \text{ s}$$

Odnosno, konačno rješenje je $t = T/4 = 0.129$ s. **(3 boda)**

Valjak neće ostati u ravnotežnom položaju, nego će nastaviti s oscilacijama. **(1 bod)**

Zadatak 2 (10 bodova)

Prvo moramo naći rezonantnu frekvenciju sekundarnog kruga. Kako je to LC serijski krug, njegova rezonancija je $\omega = 1/\sqrt{LC}$.

Iz podataka o zavojnici sekundara ($N_2 = 20\ 000$, $S_2 = 0.1^2\pi$ m^2, $l = 0.5$ m) računamo njen induktivitet

$$L_2 = \frac{\mu_0 N_2^2 S_2}{l_2} = (31.5827\ \mathrm{H})$$

I iz toga frekvenciju:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L_2 C_2}} = \sqrt{\frac{l_2}{\mu_0 N_2^2 S\ C_2}} = (125\ 823\ \mathrm{rad/s})$$

Brojevi su u zagradama za provjeru rezultata, no nije potrebno da ih učenik napiše.

(2 boda)

Primar je također LC krug, i ovdje pišemo induktivitet zavojnice, uz prebacivanje člana N_1 zbog zadanog podatka l_1/N_1:

$$L_1 = \frac{\mu_0 N_1^2 S}{l_1} = \frac{\mu_0 N_1 S}{(l_1/N_1)}$$

Nazivnik je zadani broj, pa je jedina varijabla N_1 u brojniku. Uvrštavanjem u ω:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L_1 C_1}} = \sqrt{\frac{(l_1/N_1)}{\mu_0 N_1 S_1\ C_1}}$$

Izjednačavanjem ove dvije frekvencije možemo naći izraz za N_1:

$$N_1 = \frac{(l_1/N_1)\ N_2^2 S_2 C_2}{l_2 S_1 C_1} = 20$$

(4 boda)

U LC krugu struja i napon osciliraju. Kada je na kondenzatoru napon maksimalan, struja je nula (struja je upravno nabila kondenzator i sada slijedi pražnjenje). Sva energija oscilatornog kruga je pohranjena u kondenzatoru, tako da je

$$E_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2$$

Isto vrijedi i za drugi krug, pa ako pretpostavimo da je prijenos energije potpun ($E_1 = E_2$), tada će maksimalni napon u drugom krugu biti

$$E_2 = \frac{1}{2} C_2 V_2^2 \quad \Rightarrow \quad V_2 = \sqrt{\frac{2E_2}{C_2}} = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}\ V_1 = 40.48\ \mathrm{kV}$$

(4 boda)

Zadatak 3 (10 bodova)

Magnetsko polje beskonačne žice je dano s iznosom $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ i smjerom preko pravila desne ruke. **(1 bod)**

Iz geometrije jednakostraničnog trokuta znamo da se simetrale stranica sjeku na 2/3 svoje visine, a visina je $a\sqrt{3}/2$, stoga je udaljenost naboja od svake žice $r = \frac{2}{3}a\frac{\sqrt{3}}{2} = a\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(1 bod)

Postavimo li koordinatni sustav s ishodištem točno gdje je naboj, tako da y os gleda prema žici I_1, tada je x os vodoravna na papiru, i sada možemo napisati magnetska polja kao vektore.

$$\vec{B}_1 = \frac{3\mu_0 I_1}{2\sqrt{3}\pi a}\,\vec{i}$$
$$\vec{B}_2 = \frac{3\mu_0 I_2}{2\sqrt{3}\pi a}(-\vec{i}\sin 30^\circ + \vec{j}\cos 30^\circ)$$
$$\vec{B}_2 = \frac{3\mu_0 I_3}{2\sqrt{3}\pi a}(-\vec{i}\sin 30^\circ - \vec{j}\cos 30^\circ)$$

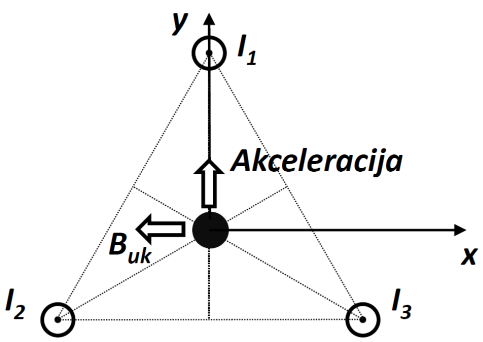
(2 boda)

Ukupno magnetsko polje je tad vektorski zbroj. Budući da su $I_2 = I_3 = I_0$, vidimo da će se $\vec{j}$ komponente pokratiti te će ostati samo $\vec{i}$ komponente:

$$B_x = \frac{3\mu_0 I_0}{2\sqrt{3}\pi a}(0.5 - (1+1)\sin 30^\circ) = -\frac{3\mu_0 I_0}{4\sqrt{3}\pi a}$$

(2 boda)

Naboj q će se gibati u ravnini okomitoj na magnetsko polje, odnosno ravnini okomitoj na x os koordinatnog sustava. Početni smjer akceleracije nađemo po pravilu desne ruke, imajući u vidu da je naboj negativan: pozitivan smjer y-osi.



(2 boda)

Sila na naboj se dobije po $F = qvB$, pa je akceleracija $a = \frac{qvB}{m}$. Izvrjednjavanjem dobijemo za akceleraciju: $a = 433\ \mathrm{m/s^2}$.

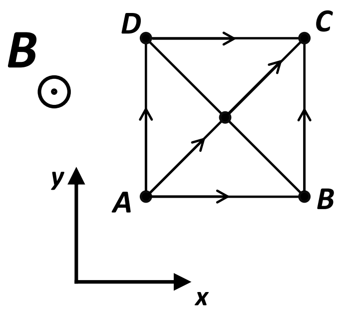
(2 boda)

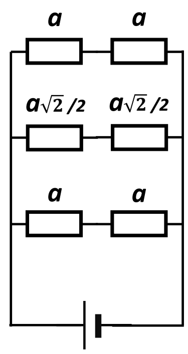
Usputne veličine u računu su: $B = 8.66 \cdot 10^{-5}$ T, $F = 0.433$ N.

Zadatak 4 (10 bodova)

Struja će teći od točke A do točke C. U točkama B i D je zbog simetrije pad napona jednak, pa struja neće teći tom žicom. Skiciramo ekvivalentnu shemu, sa 6 otpornika koji predstavljaju 4 stranice i dijagonalu AC razrezanu na pola. Otpor svakog dijela žice duljine l je $R = \lambda l$, što znači da su vrijednosti otpora redom:

$$R_1 = R_2 = R_5 = R_6 = \lambda a$$
$$R_3 = R_4 = \lambda a\sqrt{2}/2$$





(3 boda)

Struja kroz žicu AD i CD je: $I_{AD} = I_{CD} = \frac{U}{R_1+R_2} = 25$ A.
Struja kroz žicu AB i BC je: $I_{AB} = I_{BC} = \frac{U}{R_5+R_6} = 25$ A.
Struja kroz dijagonalu AC je: $I_{AC} = \frac{U}{R_3+R_4} = 35.36$ A.

(3x1 bod)

Sila na žicu zbog magnetskog polja je dana s $F = BIl$, a smjer je dan vektorskim produktom smjera struje i magnetskog polja. Magnetsko polje je uvijek okomito na smjer struje. Postavljamo koordinatni sustav tako da je x-os u smjeru AB, a y u smjeru AD.
Sila na žice AD i BC je $F_{AD} = F_{BC} = BI_{AD}\, a = 2.5\, \hat{\imath}$ N u x smjeru.
Sila na žice AB i CD je $F_{AD} = F_{CD} = BI_{CD}\, a = -2.5\, \hat{\jmath}$ N u y smjeru.
Sila na dijagonalu AC je $F_{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2} BI_{AC}\, a\sqrt{2} = 3.536\, \hat{\imath} - 3.536\, \hat{\jmath}$ N , $|F_{AC}| = 5$ N.

(3x1 bod)

Ukupna sila na kvadrat je u smjeru dijagonale DB i iznosi:

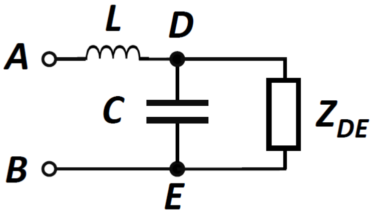
$$F_{uk} = 8.536(\hat{\imath} - \hat{\jmath})\text{ N}$$

ili po ukupnom iznosu $|F_{uk}| = 12.07$ N.

(1 bod)

Zadatak 5 (10 bodova)

a) Prepoznajemo da donji krug AB možemo prikazati uz pomoć impedancije gornjeg kruga DE, kao na slici:



Ukupna impedancija cijelog strujnog kruga je:

$$Z_{AB} = Z_L + Z_C || Z_{DE} = Z_L + \frac{Z_C Z_{DE}}{Z_C + Z_{DE}} \ \text{ ili } \ Z_L + \frac{1}{\frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_{DE}}}$$

Oznaku || smo koristili za označavanje paralelnog spoja impedancija. **(3 boda)**

b) Dodavanjem jednog segmenta beskonačnom nizu segmenata ne mijenja ukupnu impedanciju. Dakle, $Z_{AB} = Z_{DE}$. Iz toga slijedi:

$$Z_{AB} = Z_L + \frac{Z_C Z_{AB}}{Z_C + Z_{AB}} \quad \Rightarrow \quad Z_{AB}^2 - Z_L Z_{AB} - Z_L Z_C = 0$$

Rješenje ove kvadratne jednadžbe je, uz uvrštavanje $Z_L = i\omega L$ i $Z_C = \frac{1}{i\omega C}$:

$$Z_{AB} = \frac{i\omega L}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{-\omega^2 L^2 + 4L/C}$$

Budući da realni dio impedancije (onaj pod korijenom) mora biti pozitivan, odabiremo + predznak.

(4 boda)

c) Da bi realni dio impedancije bio nula, mora vrijediti:

$$-\omega^2 L^2 + 4L/C \leq 0 \quad \Rightarrow \quad \omega \geq \sqrt{\frac{2}{LC}}$$

Za samo jedno rješenje ($\omega = \ldots$) dodjeljuje se **1 bod**.

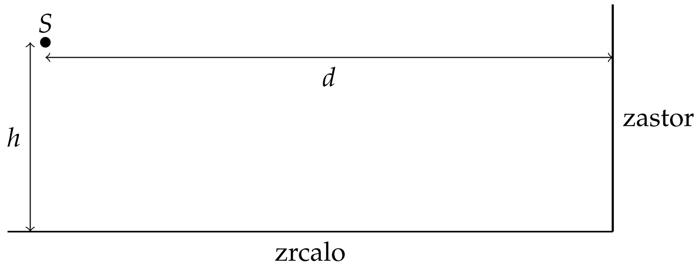
Za potpuno rješenje ($\omega \geq \ldots$) dodjeljuju se **3 boda**.

Županijsko natjecanje iz fizike

- srednje škole: IV. grupa -

08.03.2017.

1. Točkasti izvor S monokromatske svjetlosti valne duljine λ nalazi se iznad ravnog zrcala na udaljenosti $d = 1\,\text{m}$ od zastora na kojem stvara interferencijsku sliku.



   - Skicirajte izgled interferencijske slike na zastoru. Hoće li tik iznad spojnice zrcalo-zastor doći do konstruktivne ili destruktivne interferencije?
   - Širina interferentnih pruga, odnosno razmak između dva susjedna interferencijska minimuma, na zastoru iznosi $\Delta x = 0.25\,\text{mm}$. Ukoliko izvor udaljimo od zrcala za $\Delta h = 0.6\,\text{mm}$, ne mijenjajući udaljenost od zastora, širina pruga se smanji $\eta = 1.5$ puta. Iz ovih podataka odredite valnu duljinu svjetlosti λ.

   Prilikom računanja koristite aproksimaciju vrlo dalekog zastora $d \gg h$.

   [10 bodova]

2. Na nekom se planetu druge kozmičke brzine, računate nerelativistički i relativistički, razlikuju za faktor 2. Odredite ubrzanje sile teže g na površini tog planeta, ako je njegov polumjer jednak polumjeru Zemlje.

   Napomena: druga kozmička brzina definira se kao minimalna brzina koju je potrebno dati tijelu koje miruje na površini nekog planeta da se u potpunosti oslobodi gravitacijskog utjecaja tog tijela. Pritom se zanemaruje eventualna rotacija tog planeta, kao i utjecaj ostalih nebeskih tijela.

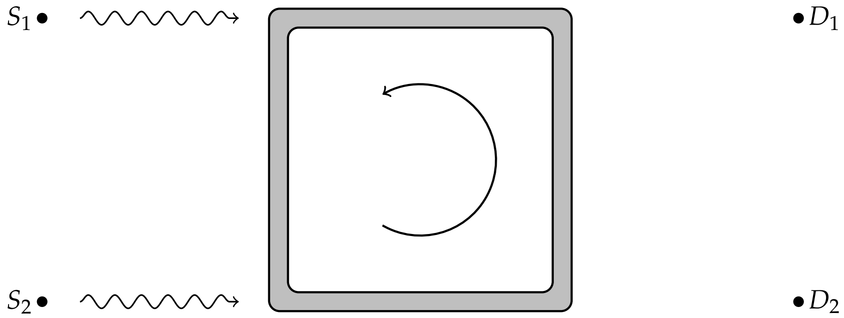
   [11 bodova]

3. Laser emitira svjetlosni puls trajanja $\tau = 0.13\,\text{ms}$ i energije $E = 10\,\text{J}$. Taj puls upada na obližnji zid pod kutom $\theta = 30°$ u odnosu na okomicu. Odredite srednju silu $\vec{F}$ kojom puls djeluje na zid ako zid reflektira 50% upadne svjetlosti.

   Uputa: posebno izračunajte komponentu sile $\vec{F}$ okomito na zid i komponentu paralelnu zidu.

   [8 bodova]

4. Voda struji brzinom $v = 200\,\mathrm{m/s}$ kroz cijev oblika kvadrata stranice $\ell = 100\,\mathrm{m}$, kao na slici. Dva su svjetlosna pulsa odaslana istovremeno iz izvora S_1 i S_2, te se detektiraju na pripadnim detektorima D_1 i D_2 s vremenskom razlikom τ. Odredite τ ako je poznat indeks loma vode $n = 1.33$. Zanemarite efekte na rubu kvadrata.



[9 BODOVA]

5. Islandski dvolomac vrsta je kristala čiji indeks loma ovisi o smjeru polarizacije upadne svjetlosti. Promatrate uzorak dvolomca koji je rezan u obliku pločice debljine $d = 1\,\mathrm{cm}$ i postavljen u xy ravnini. Indeks loma za svjetlost polariziranu u x smjeru je $n_x = 1.65$, dok je indeks loma za svjetlost polariziranu u y smjeru $n_y = 1.4$. Okomito na dvolomac (u z smjeru) upada monokromatska, koherentna, linearno polarizirana svjetlost valne duljine $\lambda = 660\,\mathrm{nm}$ te intenziteta $I_0 = 1\,\mathrm{kW/m^2}$ čiji smjer polarizacije zatvara kut od $45°$ s osi x. Nakon što svjetlost izađe iz dvolomca, upada na polarizator čija optička os također zatvara kut od $45°$ s osi x. Odredite koliki će biti intenzitet svjetlosti nakon što prođe kroz polarizator. Zanemarite sve refleksije.

   U zadatku možete koristiti sljedeće vrijednosti za usrednjene trigonometrijske funkcije po jednom periodu:

$$\langle \sin^2 x \rangle = \langle \cos^2 x \rangle = \frac{1}{2}, \quad \langle \sin x \cos x \rangle = 0.$$

[12 BODOVA]

Vrijednosti fizikalnih konstanti:

- brzina svjetlosti: $c = 3.00 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$;
- polumjer Zemlje: $R = 6.38 \times 10^3\,\mathrm{km}$.

Županijsko natjecanje iz fizike - rješenja

- srednje škole: IV. grupa -

08.03.2017.

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. U ovakvom eksperimentalnom postavu dolazi do interferencije između zraka svjetlosti koje dolaze izravno do zastora te zraka svjetlosti koje se reflektiraju od zrcala. Zrake reflektirane od zrcala možemo zamjeniti virtualnim izvorom S' koji je slika izvora S u zrcalu. [2 boda]

   - Interferentna slika je ista kao kod Youngovog pokusa s dvije pukotine s tom razlikom da su minimumi i maksimumi zamijenjeni budući da reflektirana zraka prilikom refleksije dobiva skok u fazi od 180°. Prema tome, područje tik do spojnice zrcalo-zastor pripada centralnom minimumu, odnosno, tamo dolazi do destruktivne interferencije. [2 boda]
   - Širina interferentnih pruga je dana formulom

   $$\Delta x = \frac{\lambda d}{2h}, \qquad [2\ \text{boda}]$$

   gdje je h visina izvora S obzirom na zrcalo. Kad dodatno odmaknemo izvor, vrijedi

   $$\frac{\Delta x}{\eta} = \frac{\lambda d}{2(h+\Delta h)}. \qquad [1\ \text{bod}]$$

   Iz ovih dviju jednadžbi imamo

   $$\lambda = \frac{2\Delta h \Delta x}{(\eta - 1)d} \qquad [2\ \text{boda}]$$
   $$= 600\,\text{nm}. \qquad [1\ \text{bod}]$$

2. Minimalna brzina potrebna da se tijelo oslobodi gravitacijskog utjecaja Zemlje jest ona brzina koja će tijelo dovesti na beskonačno veliku udaljenost od Zemlje, te će tamo stati. Budući da gravitacijska potencijalna energija iščezava na beskonačnim udaljenostima, ukupan zbroj kinetičke i potencijalne energije tijela mora iščezavati. [2 BODA]

- U nerelativističkom slučaju to znači

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} = 0, \qquad [1 \text{ BOD}]$$

odakle imamo

$$v_{\text{II,nr}} = \sqrt{2GM/R} = \sqrt{2gR}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

Ovdje smo uvrstili ubrzanje sile teže $g = GM/R^2$.

- U relativističkom slučaju imamo pak

$$(\gamma - 1)mc^2 - \frac{GMm}{R} = 0, \qquad [1 \text{ BOD}]$$

gdje je $\gamma = (1 - (v/c)^2)^{-1/2}$ Lorentzov faktor. Odavde slijedi

$$v_{\text{II,r}} = c\sqrt{1 - \frac{1}{(1 + gR/c^2)^2}} = \sqrt{2gR}\frac{\sqrt{1 + \frac{1}{2}\frac{gR}{c^2}}}{1 + \frac{gR}{c^2}}. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Uzimajući omjer ovih dviju brzina, imamo

$$\frac{v_{\text{II,nr}}}{v_{\text{II,r}}} = \frac{1 + \frac{gR}{c^2}}{\sqrt{1 + \frac{1}{2}\frac{gR}{c^2}}} = 2. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

Rješavanjem ove jednadžbe po g, dobivamo

$$g = \frac{\sqrt{3}c^2}{R} \qquad [2 \text{ BODA}]$$

$$= 2.44 \times 10^{10}\,\text{m/s}^2. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

3. Srednju silu na zid računamo kao količinu gibanja koju je svjetlost predala zidu kroz vrijeme τ. Količinu gibanja zraka svjetlosti računamo prema formuli $p = E/c$, gdje je E energija snopa. [1 BOD]

   - Prilikom izračuna komponente sile paralelne zidu uzimamo u obzir da je zid u potpunosti apsorbirao svu količinu gibanja koja se nije reflektirala. Uz oznaku $r = 0.5$ za koeficijent refleksije, možemo pisati

     $$F_{\parallel} = \frac{\Delta p_{\parallel}}{\tau} = (1-r)\sin\theta\frac{E}{c\tau}, \qquad [2\ \text{BODA}]$$

     gdje $\sin\theta$ predstavlja projekciju ukupne količine gibanja na smjer paralelan zidu. Numerički

     $$F_{\parallel} = 6.41 \times 10^{-5}\,\text{N}. \qquad [1\ \text{BOD}]$$

   - Za izračun sile okomite na zid moramo uzeti u obzir činjenicu da zid apsorbira $(1-r)$-ti dio svjetlosti, a reflektira ostatak. Prema tome, vrijedi

     $$F_{\perp} = \frac{\Delta p_{\perp}}{\tau} = (1-r)\cos\theta\frac{E}{c\tau} + 2r\cos\theta\frac{E}{c\tau} = (1+r)\cos\theta\frac{E}{c\tau}. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

     Uvrštavanjem dobivamo

     $$F_{\perp} = 3.33 \times 10^{-4}\,\text{N}. \qquad [1\ \text{BOD}]$$

   Konačno, ukupna sila na zid je

   $$\vec{F} = (0.64\hat{x} + 3.33\hat{y}) \times 10^{-5}\,\text{N}, \qquad [1\ \text{BOD}]$$

   gdje smo uzeli da je jedinični vektor $\hat{x}$ paralelan zidu, a $\hat{y}$ okomit na zid.

4. Sa slike u zadatku je jasno da jedina razlika u vremenu putovanja zraka svjetlosti dolazi od gibanja kroz vodu. Stoga ćemo se koncentrirati na taj dio. Vrijeme koje zraka 1 provede gibajući se kroz vodu je

$$t_1 = \frac{\ell}{v_1}, \qquad \text{[1 BOD]}$$

gdje je v_1 brzina dobivena relativističkim zbrajanjem

$$v_1 = \frac{\frac{c}{n} - v}{1 - \frac{v}{nc}}. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Potpuno analogno, vrijeme koje zraka 2 provede gibajući se kroz vodu je

$$t_2 = \frac{\ell}{v_2}, \qquad \text{[1 BOD]}$$

uz

$$v_2 = \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{v}{nc}}. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Jasno je da je $v_2 > v_1$, pa je i $t_1 > t_2$, stoga imamo

$$\begin{aligned} \tau = t_1 - t_2 &= \frac{2\ell}{v} \frac{n^2 - 1}{(c/v)^2 - n^2} \qquad \text{[2 BODA]} \\ &= 3.42 \times 10^{-13}\,\text{s}. \qquad \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

5. Prije upada na dvolomac, svjetlost je bila linearno polarizirana pod kutom $\alpha = 45°$ u odnosu na os x. To znači da za x i y komponente električnog polja tik prije dvolomca vrijedi

$$E_x = E_0 \cos\alpha \cos\omega t, \quad E_y = E_0 \sin\alpha \cos\omega t, \qquad \text{[2 BODA]}$$

gdje je ω frekvencija vala. Intenzitet upadne svjetlosti je povezan s amplitudom E_0 preko relacije

$$I_0 = c\epsilon_0 \langle \vec{E}_{\mathrm{up}}^2 \rangle = \frac{c\epsilon_0}{2} E_0^2. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Gibanjem kroz dvolomac, dolazi do razlike u fazi δ među ovim komponentama svjetlosti,

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_x - n_y)d. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Nakon izlaska iz dvolomca, y komponenta svjetlosti kasni u fazi za x komponentom, pa imamo

$$E'_x = E_0 \cos\alpha \cos\omega t, \quad E'_y = E_0 \sin\alpha \cos(\omega t - \delta). \qquad \text{[1 BOD]}$$

Prolaskom kroz polarizator koji je usmjeren pod kutom $\beta = 45°$ u odnosu na os x, dobivamo konačnu amplitudu električnog polja

$$E_{\mathrm{iz}} = E_0 \cos\alpha \cos\beta \cos\omega t + E_0 \sin\alpha \sin\beta \cos(\omega t - \delta). \qquad \text{[1 BOD]}$$

Intenzitet izlazne svjetlosti je sad

$$\begin{aligned} I &= c\epsilon_0 \langle \vec{E}_{\mathrm{iz}}^2 \rangle \\ &= c\epsilon_0 E_0^2 [\cos^2\alpha \cos^2\beta \langle \cos^2\omega t \rangle + \sin^2\alpha \sin^2\beta \langle \cos^2(\omega t - \delta) \rangle \\ &+ 2 \sin\alpha \cos\alpha \sin\beta \cos\beta \langle \cos\omega t \cos(\omega t - \delta) \rangle] \qquad \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

Koristeći

$$\langle \cos^2 \omega t \rangle = \langle \cos^2(\omega t - \delta) \rangle = \frac{1}{2}, \quad \langle \cos\omega t \cos(\omega t - \delta) \rangle = \frac{1}{2}\cos\delta, \qquad \text{[1 BOD]}$$

gornji izraz postaje

$$\begin{aligned} I &= I_0 \left[\cos^2\alpha \cos^2\beta + \sin^2\alpha \sin^2\beta + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\beta \cos\delta \right] \\ &= I_0 \left[\cos^2(\alpha - \beta) - \sin 2\alpha \sin 2\beta \sin^2 \frac{\delta}{2} \right] \\ &= \left\{ \alpha = \beta = \frac{\pi}{4} \right\} = I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2} \qquad \text{[2 BODA]} \\ &= 862\,\mathrm{W/m^2}. \qquad \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$