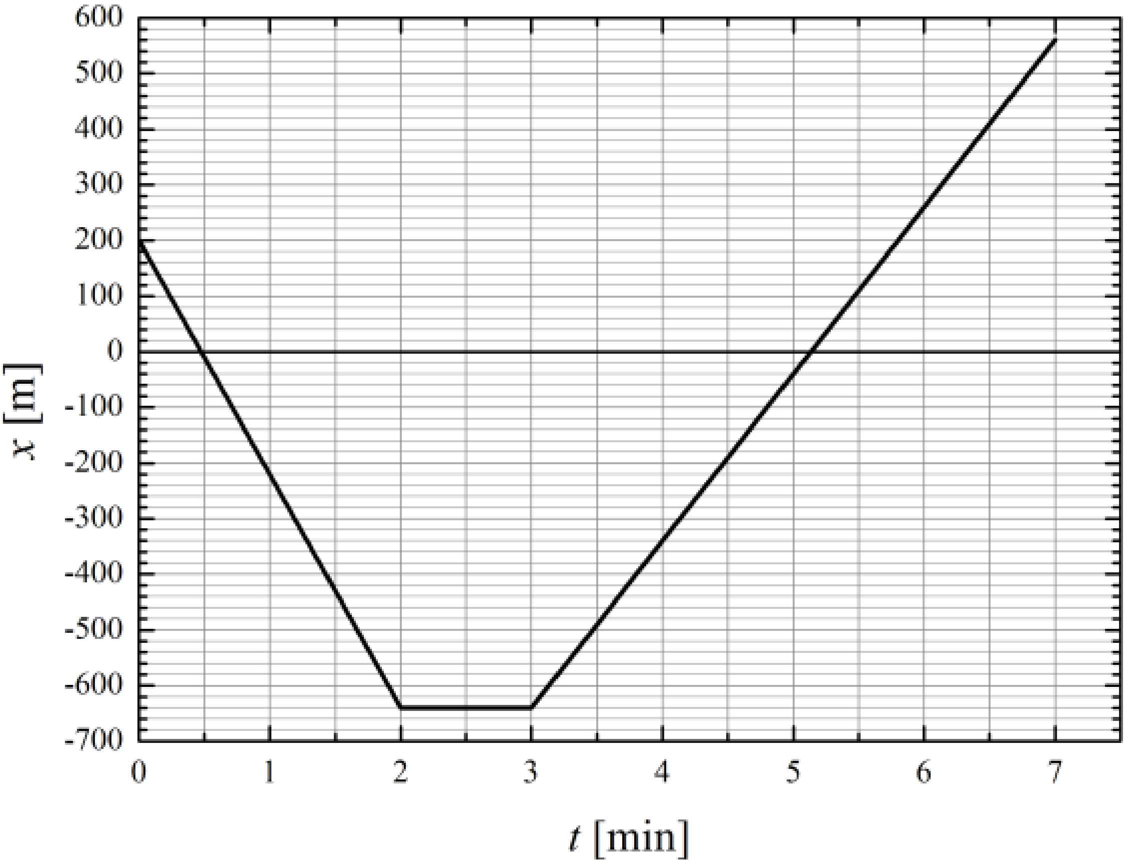
OPĆINSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2016/2017

Srednje škole – 1. grupa

Zadatak 1 (11 bodova)

Biciklist se giba duž x osi. Na $x(t)$ grafu prikazan je položaj biciklista u ovisnosti o vremenu.

a) Odredite iznos i smjer brzine u pojedinom vremenskom intervalu te nacrtajte graf ovisnosti brzine biciklista o vremenu.
b) Izračunajte ukupan pomak i ukupan prijeđeni put biciklista.
c) Izračunajte srednju brzinu biciklista po pomaku i po putu.



Zadatak 2 (9 bodova)

Automobil vozi stalnom brzinom 30 km/h po ravnoj cesti i približava se raskrižju sa semaforom. U trenutku kada se nalazi 25 m od raskrižja na semaforu se upali žuto svjetlo. Vozač može biti oprezan pa odluči stati prije raskrižja ili mu se žuri pa odluči ubrzati i proći kroz raskrižje imajući pritom na umu ograničenje brzine u naselju. Razmotrimo te dvije mogućnosti.

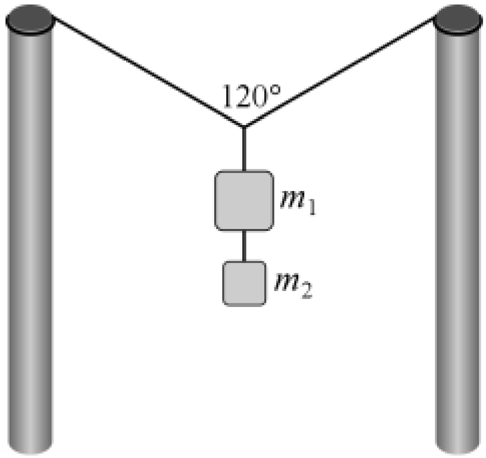
a) Vozač automobila odluči stati prije ulaska u raskrižje te počne kočiti. Izračunajte usporenje automobila takvo da se automobil zaustavi točno na početku raskrižja. Nakon koliko vremena od početka kočenja će se automobil zaustaviti?
b) Vozač odluči proći kroz raskrižje te počne ubrzavati. Ubrzavanje automobila traje 1.5 s do brzine 50 km/h. Ako žuto svjetlo na semaforu traje 2 s, hoće li automobil ući u raskrižje prije paljenja crvenog svjetla na semaforu?

Zadatak 3 (10 bodova)

Dva utega masa m_1 i m_2 međusobno su spojena te su pričvršćena za stupove pomoću više komada nerastezljivog užeta zanemarive mase. Sustav miruje u položaju prikazanom na slici. Masa utega m_1 iznosi 2 kg. Najveća napetost, koju ovo uže može izdržati, iznosi 45 N.

a) Nacrtajte dijagrame sila.
b) Izračunajte najveću moguću masu utega m_2 takvu da uže ne pukne.
c) Izračunajte napetost užeta koje spaja utege.

Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje $g = 10$ m/s^2.

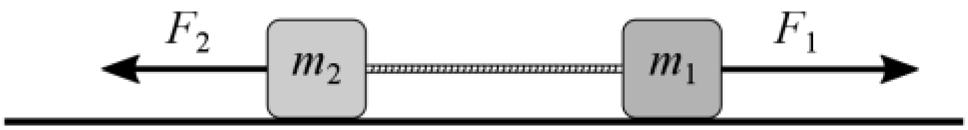


Zadatak 4 (10 bodova)

Dva utega masa $m_1 = 2$ kg i $m_2 = 3$ kg spojena su nerastezljivim užetom zanemarive mase. Na tijelo mase m_1 djeluje se silom $F_1 = 50$ N prema desno, a na tijelo mase m_2 silom $F_2 = 40$ N prema lijevo, kao što je prikazano na slici. Koeficijent trenja između tijela i podloge iznosi 0.17.

a) Izračunajte iznos i smjer ubrzanja sustava.
b) Izračunajte napetost užeta kojim su spojeni utezi.

Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje $g = 10$ m/s^2.



Zadatak 5 (10 bodova)

Kapljice vode padaju s krova kuće bez početne brzine. Svakih 0.3 s jedna kapljica počne padati. Krov kuće je visok 9.8 m. Koliko se najviše kapljica istovremeno nalazi u zraku? Izračunajte udaljenosti između susjednih kapljica u trenutku kada prva kapljica padne na tlo. Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje $g = 10$ m/s^2.

OPĆINSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2016/2017

Srednje škole – 1. grupa

Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (11 bodova)

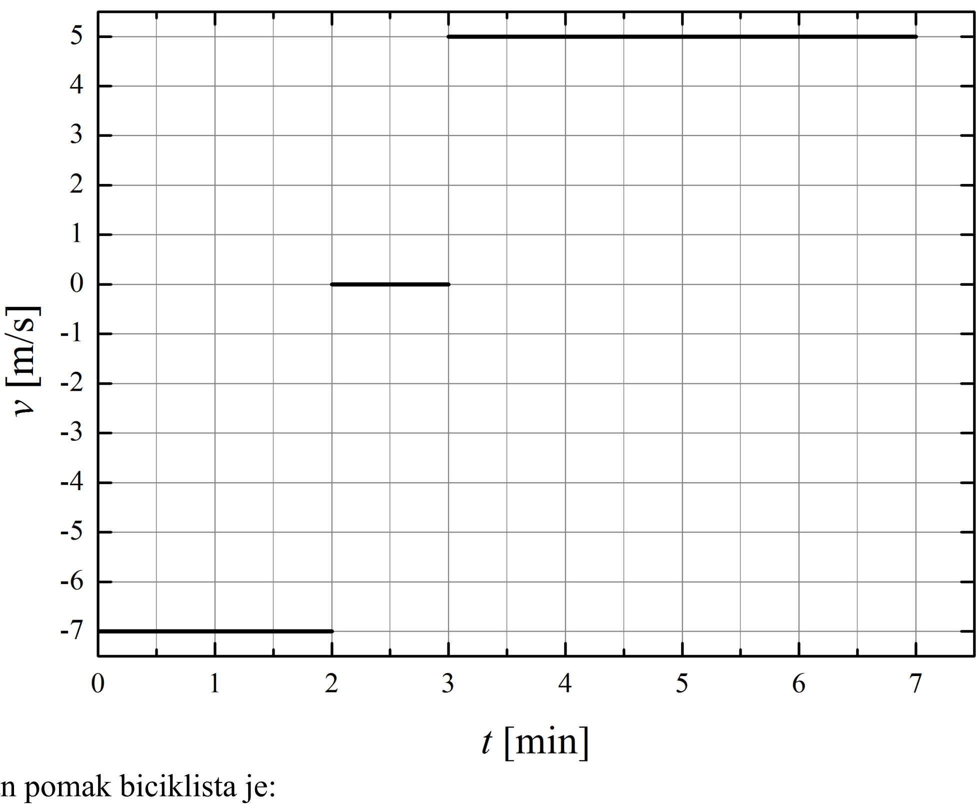
a) U prvom vremenskom intervalu (0 – 2 min) brzina biciklista je:

$$v_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{-640\,\mathrm{m} - 200\,\mathrm{m}}{2\,\mathrm{min} - 0\,\mathrm{min}} = \frac{-840\,\mathrm{m}}{120\,\mathrm{s}} = -7\,\mathrm{m/s}$$

Iznos brzine je 7 m/s, a smjer je u negativnom smjeru x osi. **(2 boda)**
U drugom vremenskom intervalu (2 – 3 min) biciklist miruje (brzina mu je $v_2 = 0$ m/s). **(1 bod)**
U trećem vremenskom intervalu (3 – 7 min) brzina biciklista je:

$$v_3 = \frac{\Delta x_3}{\Delta t_3} = \frac{560\,\mathrm{m} - (-640\,\mathrm{m})}{7\,\mathrm{min} - 3\,\mathrm{min}} = \frac{1200\,\mathrm{m}}{240\,\mathrm{s}} = 5\,\mathrm{m/s}$$

Iznos brzine je 5 m/s, a smjer je u pozitivnom smjeru x osi. **(2 boda)**
Graf ovisnosti brzine biciklista o vremenu: **(2 boda)**



b) Ukupan pomak biciklista je:

$\Delta\vec{x} = (560\,\mathrm{m} - 200\,\mathrm{m})\hat{x} = (360\,\mathrm{m})\hat{x}$ tj. 360 m u pozitivnom smjeru x osi. **(1 bod)**

Ukupan prijeđeni put biciklista jednak je:

$s = 200\,\mathrm{m} + 640\,\mathrm{m} + 640\,\mathrm{m} + 560\,\mathrm{m} = 2040\,\mathrm{m}$ **(1 bod)**

c) Srednja brzina po pomaku jednaka je:

$$\bar{v} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{(360\,\mathrm{m})\hat{x}}{7\,\mathrm{min}} = (0.86\,\mathrm{m/s})\hat{x}$$ **(1 bod)**

Srednja brzina po putu jednaka je:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2040\,\mathrm{m}}{7\,\mathrm{min}} = 4.86\,\mathrm{m/s}$$ **(1 bod)**

Zadatak 2 (9 bodova)

a) Konačna brzina automobila je 0 pa usporenje automobila možemo izračunati iz prijeđenog puta i početne brzine:

$$s = \frac{v_0^2}{2a} \;\Rightarrow\; a = \frac{v_0^2}{2s} = \frac{\left(30 \cdot \frac{10}{36}\right)^2 \mathrm{~m^2/s^2}}{2 \cdot 25 \mathrm{~m}} = 1.39 \mathrm{~m/s^2}$$ **(2 boda)**

Vrijeme do zaustavljanja jednako je:

$$0 = v_0 - at \;\Rightarrow\; t = \frac{v_0}{a} = 6 \mathrm{~s}$$ **(2 boda)**

b) Ubrzanje automobila izračunamo pomoću početne i konačne brzine i vremena ubrzavanja:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 \cdot \frac{10}{36} \mathrm{~m/s}}{1.5 \mathrm{~s}} = 3.7 \mathrm{~m/s^2}$$ **(2 boda)**

Put, koji automobil prijeđe za vrijeme ubrzavanja, jednak je:

$$s_1 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 16.7 \mathrm{~m}$$ **(1 bod)**

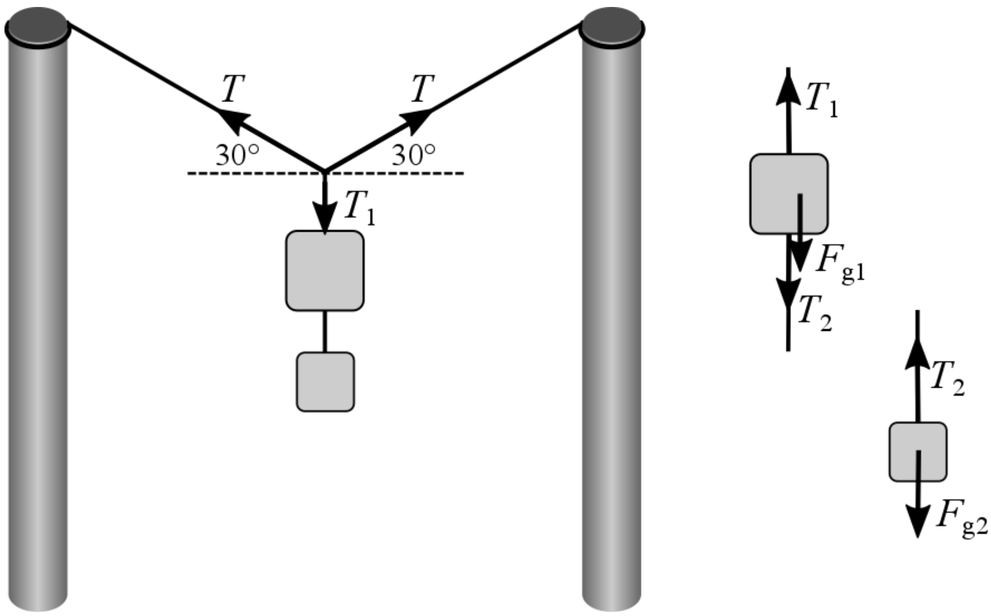
Put, koji automobil prijeđe vozeći stalnom brzinom 50 km/h preostalih 0.5 s prije paljenja crvenog svjetla, jednak je:

$$s_2 = vt = 6.9 \mathrm{~m}$$ **(1 bod)**

Ukupan put koji automobil prijeđe do paljenja crvenog svjetla jednak je $s = s_1 + s_2 = 23.6 \mathrm{~m}$ pa prema tome neće ući u raskrižje prije paljenja crvenog svjetla. **(1 bod)**

Zadatak 3 (10 bodova)

Dijagrami sila prikazani su na slici. **(3 boda)**



Iz dijagrama sila možemo napisati sljedeće jednadžbe:

$$0 = \frac{1}{2} T + \frac{1}{2} T - T_1$$ **(1 bod)**

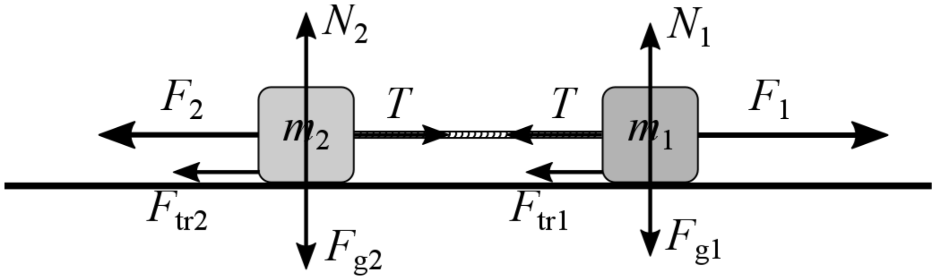
$$0 = T_1 - T_2 - F_{g1}$$ **(1 bod)**

$$0 = T_2 - F_{g2}$$ **(1 bod)**

Iz prve jednadžbe slijedi da je napetost dijelova užeta koji se nalaze pod kutem od 30°u odnosu na horizontalu jednaka napetosti uža na koje je pričvršćeno tijelo mase m_1, odnosno $T = T_1$.
(1 bod)
Iz druge jednadžbe slijedi:
$T_1 = T_2 + F_{g1}$
Što znači da je napetost T_1 veća od napetosti T_2 pa prema tome T_1 može maksimalno iznositi 45 N, kao što je zadano u zadatku. Slijedi da je napetost T_2 jednaka:
$T_2 = T_1 - m_1 g = 25\,\mathrm{N}$ **(2 boda)**
Iz treće jednadžbe možemo izračunati maksimalnu masu utega m_2:
$m_2 g = T_2 \;\Rightarrow\; m_2 = \dfrac{T_2}{g} = 2.5\,\mathrm{kg}$ **(1 bod)**

Zadatak 4 (10 bodova)

Dijagram sila za oba tijela prikazan je na slici:



Iz dijagrama sila možemo napisati drugi Newtonov zakon za oba tijela. Pretpostavimo da se sustav giba prema desno.
$m_1 a = F_1 - T - F_{tr1}$ **(1 bod)**
$0 = N_1 - F_{g1}$ **(1 bod)**
$m_2 a = T - F_2 - F_{tr2}$ **(1 bod)**
$0 = N_2 - F_{g2}$ **(1 bod)**
Za sile trenja vrijedi:
$F_{tr1} = \mu N_1 = \mu m_1 g$
$F_{tr2} = \mu N_2 = \mu m_2 g$ **(1 bod)**
Zbrojimo prvu i treću jednadžbu i uvrstimo izraze za sile trenja:
$(m_1 + m_2)a = F_1 + F_2 - \mu(m_1 + m_2)g$
Slijedi da je ubrzanje tijela jednako:
$a = \dfrac{F_1 - F_2}{m_1 + m_2} - \mu g = 0.3\,\mathrm{m/s^2}$, prema desno **(3 boda)**
Napetost užeta možemo izračunati uvrštavanjem ubrzanja u prvu ili treću jednadžbu:
$T = m_2 a + F_2 + F_{tr2} = 46\,\mathrm{N}$ **(2 boda)**

Zadatak 5 (10 bodova)

Vrijeme potrebno da kapljica vode padne na tlo jednako je:
$h = \dfrac{1}{2} g t^2 \;\Rightarrow\; t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 1.4\,\mathrm{s}$

Prema tome u zraku se istovremeno nalazi 5 kapljica. **(2 boda)**
U trenutku, kada prva kapljica padne na tlo, druga, treća, četvrta i peta su prešle put:

$t_2 = 1.4\,\mathrm{s} - 0.3\,\mathrm{s} = 1.1\,\mathrm{s};\ \ h_2 = \frac{1}{2} g t_2^2 = 6.05\,\mathrm{m}$ **(1 bod)**

$t_3 = 1.4\,\mathrm{s} - 2 \cdot 0.3\,\mathrm{s} = 0.8\,\mathrm{s};\ \ h_3 = \frac{1}{2} g t_3^2 = 3.2\,\mathrm{m}$ **(1 bod)**

$t_4 = 1.4\,\mathrm{s} - 3 \cdot 0.3\,\mathrm{s} = 0.5\,\mathrm{s};\ \ h_4 = \frac{1}{2} g t_4^2 = 1.25\,\mathrm{m}$ **(1 bod)**

$t_5 = 1.4\,\mathrm{s} - 4 \cdot 0.3\,\mathrm{s} = 0.2\,\mathrm{s};\ \ h_5 = \frac{1}{2} g t_5^2 = 0.2\,\mathrm{m}$ **(1 bod)**

Udaljenosti između susjednih kapljica vode iznose:

$\Delta h_{12} = 9.8\,\mathrm{m} - 6.05\,\mathrm{m} = 3.75\,\mathrm{m}$ **(1 bod)**

$\Delta h_{23} = 6.05\,\mathrm{m} - 3.2\,\mathrm{m} = 2.85\,\mathrm{m}$ **(1 bod)**

$\Delta h_{34} = 3.2\,\mathrm{m} - 1.25\,\mathrm{m} = 1.95\,\mathrm{m}$ **(1 bod)**

$\Delta h_{45} = 1.25\,\mathrm{m} - 0.2\,\mathrm{m} = 1.05\,\mathrm{m}$ **(1 bod)**

OPĆINSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 30. siječnja 2017.

Srednje škole – 2. skupina

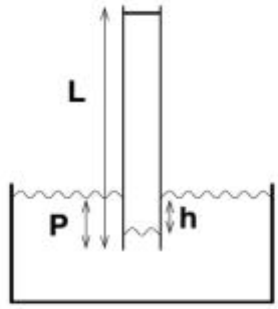
1. zadatak (12 bodova)

Fiksna cijev presjeka 2 dm^2 i visine L=1m zatvorena je na gornjoj strani pomoću klipa bez trenja i zanemarive mase. Donji kraj je otvoren i uronjen P=10 cm u kadu punu vode. Temperatura sustava je 37°C.
Na početku, klip se nalazi na gornjem kraju i razina vode u cijevi jednaka je onoj u posudi.

(a) Koliki su volumen koji zauzima zrak, te količina (broj molova) zraka u cijevi?

U nekom drugom trenutku stavi se uteg mase m na klip, klip se spusti zajedno sa razinom vode u cijevi h=8 cm ispod površine vode u posudi (slika).

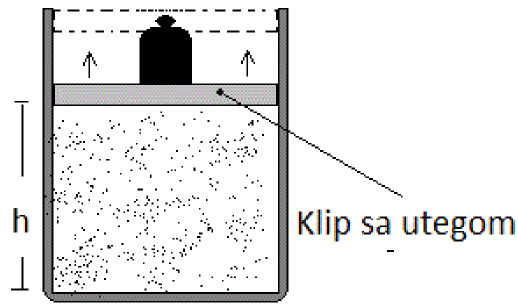
(b) Koliko je apsolutni tlak zraka u cijevi?
(c) Za koliko se, pri tim uvjetima promijenio volumen (u litrama) koji zauzima zrak u cijevi (temperatura se ne mijenja)?



2. zadatak (10 bodova)

Cilindar s klipom postavljen je vertikalno. Klip ima zanemarivu debljinu i masu, površina mu je A i može kliziti bez trenja. Na klip je postavljen uteg mase m (vidi sliku). n molova idealnog plina nalazi se u cilindru na temperaturi T i tlaku p. Klip sa masom m je u ravnoteži na visini h. Atmosferski tlak je p_{atm} a g ubrzanje sile teže.

(a) Nađite izraz za visinu h na kojoj je klip sa utegom u ravnoteži, pomoću zadanih veličina.
(b) Da li je tlak p unutar cilindra manji, jednak ili veći od atmosferskog tlaka p_0?
(c) Ukoliko plin u cilindru zagrijemo do T = 30°C, uz sljedeće vrijednosti: m = 1,0 kg, A = 500 cm^2 i n = 2 izračunajte koliki je h.



3. zadatak (12 bodova)

Na otvorenom spremniku vode nalaze se dvije vrlo malene rupe na jednoj od strana, jedna iznad druge. Rupe se nalaze na visini od 5,00 cm i 12,0 cm iznad dna spremnika, koji se nalazi na tlu. Kolika je visina razine vode u spremniku ukoliko mlazovi vode koji izlaze iz ove dvije rupe padaju na isto mjesto na tlu?

OPĆINSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 30. siječnja 2017.

4. zadatak (8 bodova)

Komad drva ima gustoću 0,5 g/cm^3 i masu 800 g. U drvu se probuši rupa volumena 100cm^3, koja se napuni olovom. Da li će tijelo plutati, lebdjeti ili potonuti u vodi?

5. zadatak (8 bodova)

Dvije šipke, jedna od željeza a druga od mesinga, na 0°C ima juistu dužinu od 160 cm. Na kojim temperaturama je njihova razlika u dužini 2 mm?

Vrijednosti fizikalnih konstanti (primjenjuju se u svim predloženim zadatcima)**:**

Plinska konstanta R= 8,31 JK^{-1}mol^{-1}

Atmosferski tlak, p_{atm}= 1 atm = 101325 Pa.

Gustoća vode $\rho_{(voda)}$= 0,997 g/cm^3

Gustoća olovo $\rho_{(olovo)}$= 11,3 g/cm^3

Ubrzanje sile teže g = 9,81 m/s$^{2.}$

Linearni koeficijent ekspanzije željeza $\lambda_{željezo}$ = 1,2x10^{-5}°C^{-1}

Linearni koeficijent ekspanzije mesinga $\lambda_{željezo}$ = 1,9x10^{-5}°C^{-1}

OPČINSKO (GRADSKO) NATJECANJE IZ FIZIKE – 30. siječnja 2107.

Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. zadatak (12 bodova)

(a) Iz slike je očito da je početni volumen:

$$V_{početni} = \Delta h \cdot S = (L - P) \cdot S =$$
$$= 0.9\, m \cdot 2 \times 10^{-2} m^2 = 18\, l$$ **(2 boda)**

Ako je razina vode ista, to znači da je tlak koji djeluje na površinu vode unutar cijevi jednak onom koji djeluje na površinu vode u spremniku:

$$p_{zrak} = p_{atm}$$

Primjenjujući jednadžbu idealnog plina:

$$n = \frac{p_{zrak} V}{RT} = 0{,}71\, mol$$ **(2 boda)**

(b) Ako je sustav u ravnoteži, to znači da je tlak na površini vode, zbog zraka unutar cijevi, jednak tlaku kojim djeluje voda.

$$p_{cijev} = p_{vode}$$

za idealne tekućine može se primijeniti Bernoullijeva jednadžba:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

budući da u ovom slučaju $v_1 = v_2 = 0$:

$$p_{cijev} = p_{atm} + \rho g (h_{cijev} - h_{spremnika}) =$$
$$p_{atm} + \rho g h =$$ **(2 boda)**
$$1{,}013 \times 10^5 Pa + \frac{10^3 kg}{m^3} \cdot \frac{9{,}8 m}{s^2} \cdot 0{,}08 m =$$
$$1{,}021 \times 10^5 Pa$$ **(2 boda)**

(c) Volumen je povezan s tlakom i temperaturom kroz zakon idealnog plina:

$$V_{konačni} = \frac{nRT}{P_{cijev}} = \frac{0{,}71 \cdot 8{,}31 J/mol\, K \cdot 310 K}{1{,}021 \times 10^5 Pa} = 17{,}9 l$$ **(2 boda)**

$$\Delta V = V_{početni} - V_{konačni} = 0{,}1 l$$ **(2 boda)**

2. zadatak (10 bodova)

(a) Na klip djeluju tri sile. To su: (1) gravitacijska sila na uteg, *mg*, *m* je masa utega; (2) sila tlaka prema dolje, $F_d = p_{atm} A$, zbog atmosferskog tlaka iznad klipa; i (3) sila tlaka prema gore $F_g = pA$ zbog apsolutnog tlaka plina unutar cilindra. Budući da je klip s utegom u ravnoteži, prema drugom Newtonovom zakonu vrijedi:

$$\sum \boldsymbol{F} = 0$$

Budući da sve sile leže na istom pravcu (vertikalnom):

$$F_g - mg - F_d = 0$$ **(1 bod)**

ili

$$pA = mg + p_{atm}A$$ **(1 bod)**

Iz jednadžbe idealnog plina možemo izračunati apsolutni tlak u cilindru:

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{nRT}{hA}$$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem u prijašnju jednadžbu:

$$\left(\frac{nRT}{hA}\right)A = mg + p_{atm}A$$ **(1 bod)**

Dobiva se:

$$h = \frac{nRT}{mg + p_{atm}A}$$ **(2 boda)**

(b) Iz gornje jednadžbe, apsolutni tlak u cilindru je:

$$p = \frac{mg}{A} + p_{atm}$$

gdje je p_{atm} je atmosferski tlak. Ta vrijednost je veća od atmosferskog tlaka, jer je $mg/A > 0$. **(2 boda)**

(c) Upotrebom gornje relacije, ukoliko se apsolutna temperatura poveća do T=30°C (303,15 K), za ravnotežnu vrijednost visine (uz uvjete n=2, R= 8,31 J K^{-1} mol^{-1}, m = 1,0 kg, p_{atm}= 1 atm (101325 Pa), g= 9,81 m/s^2 i A= 500cm^2= 0,05m^2) dobiva se h= 0,99 m= 99 cm. **(2 boda)**

3. zadatak (12 bodova)

Na vodeni mlaz koji izlazi iz rupa može se gledati kao na projektil, s početnim komponentama brzine $v_{0x}=v$ i $v_{0y}=0$.

Gibanje mlaza u smjeru vertikalne osi y je:

$$y = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

Vrijeme koje je potrebno mlazu da s *visine h* padne do tla je:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$ **(1bod)**

Horizontalna daljina koju mlaz prijeđe je:

$$R = vt = v\sqrt{\frac{2h}{g}}$$ **(1bod)**

Ukoliko mlazovi vode padaju na tlu u istom položaju očito vrijedi $R_1=R_2$:

$$v_1\sqrt{\frac{2h_1}{g}} = v_2\sqrt{\frac{2h_2}{g}} \Longrightarrow v_1 = v_2\sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$$ **(1bod)**

Uvrštavanjem vrijednosti zadanih u zadatku:

$$v_1 = v_2\sqrt{2{,}40}$$ **(1 bod)**

Bernoullijeva jednadžbe za donju rupu i površinu vode, uzimajući u obzir da je tlak u obje točke jednak atmosferskom i da je spremnik velik u odnosu na dimenziju rupe, iz čega možemo možemo pretpostaviti da za brzinu površine vode u spremniku vrijedi $v_3 \approx 0$, izgleda ovako:

$$p_{atm} + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_{atm} + 0 + \rho g h_3$$

Sređivanjem:

$$v_1^2 = 2g(h_3 - h_1)$$ **(2 boda)**

Također za gornju rupu vrijedi:

$$p_{atm} + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 = p_{atm} + 0 + \rho g h_3$$

$$v_2^2 = 2g(h_3 - h_2)$$ **(2 boda)**

Uzimajući u obzir gornje jednadžbe:

$$2g(h_3 - h_1) = 2{,}40 \cdot [2g(h_3 - h_2)]$$ **(2 boda)**

Rješavajući za h_3 dobije se:

$$h_3 = \frac{2{,}40 \cdot h_2 - h_1}{1{,}40} = 17cm$$ **(2 boda)**

Odnosno, razina vode u spremniku nalazi se 17 cm od tla.

4. zadatak (8 bodova)

Volumen cijelog tijela je:

$$V_t = \frac{m_{drvo}}{\rho_{drvo}}$$ **(1 bod)**

Volumen samog drva je:

$$V_{drvo} = (0{,}0016 - 0{,}0001)\ m^3 = 0{,}0015\ m^3$$ **(2 boda)**

Masa olova u rupi je:

$$m_{olovo} = V_{rupe}\rho_{olovo} = 1{,}13\ kg$$

Sila teže je:

$$F_t = mg = V\rho g$$ **(1 bod)**

U našem slučaju:

$$F_t = (m_{olovo} + (m_{drvo} - V_{rupe}\rho_{drvo}))g = 18{,}4\ N$$ **(2 boda)**

Sila uzgona kada se tijelo uroni u vodu je:

$$F_a = V_t\rho_{voda}g = 15{,}7\ N$$ **(1 bod)**

Budući da $F_t > F_a$, tijelo će potonuti. **(1 bod)**

5. zadatak (8 bodova)

Za linearno tijelo podložno toplinskoj ekspanziji vrijedi:

$$l = l_0(1 + \alpha\Delta T)$$

Za željezo dobije se:

$$l_z = l_{z0}(1 + \lambda_z\Delta T) = l_{z0}(1 + \lambda_z(T_{konačna} - 0)) = l_{z0}(1 + \lambda_z T_{konačna})$$ **(1 bod)**

Isto se dobije za mesing:

$$l_m = l_{m0}(1 + \lambda_m T_{konačna})$$ **(1 bod)**

Razlika u duljini, na određenoj temperaturi, je:

$$\Delta l = l_m - l_z = 2mm = 0{,}002m$$ **(1 bod)**

$$\Delta l = (l_{m0}(1 + \lambda_m T_{konačna}) - l_{z0}(1 + \lambda_z T_{konačna})) = (l_{m0} - l_{z0}) + T_{konačna}(l_{m0}\lambda_m - l_{z0}\lambda_z)$$

Pošto je u zadatku uvedeno $l_{m0}=l_{z0}=l_0$ (na 0°C imaju istu duljinu od 1,6m):

$$\Delta l = T_{konačna}(l_0\lambda_m - l_0\lambda_z) = l_0\, T_{konačna}(\lambda_m - \lambda_z)$$ **(1 bod)**

Odatle se dobije:

$$T_{konačna} = \frac{\Delta l}{l_0\,(\lambda_m - \lambda_z)}$$ **(2 boda)**

Uzimajući u obzir veličine koje su u zadatku, dobije se:

$$T_{konačna} = 179°C$$ **(1 bod)**

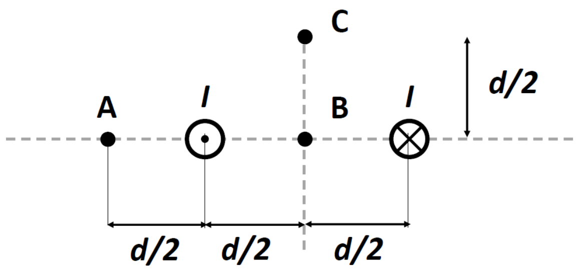
Isti izraz vrijedi i kada bi se šipke ohladile, pa slijedi:

$$T_{konačna} = -179°C$$ **(1 bod)**

Zadaci za općinsko natjecanje 2017. – 3. skupina

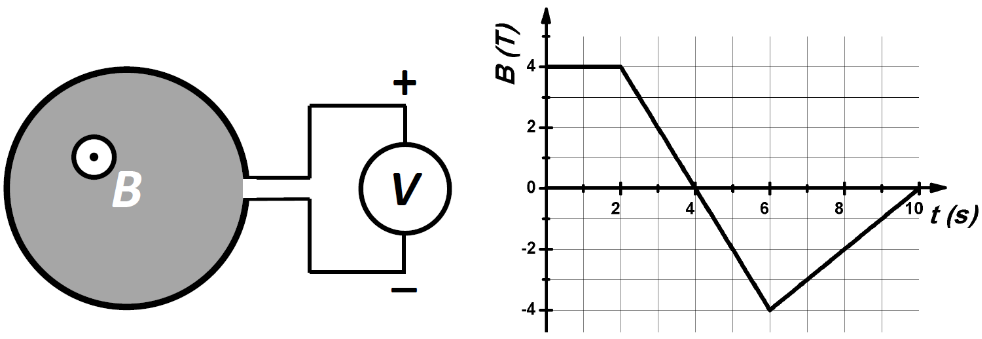
Zadatak 1 (10 bodova)

Dvije žice kroz koje teče struja I se nalaze kao na slici. U lijevu žicu struja ulazi *u papir*, dok u desnoj izlazi. Nađi smjer i iznos magnetskog polja u točkama A, B i C.



Zadatak 2 (10 bodova)

Kružni dio žice sa slike se u početnom trenutku $t = 0$ nalazi u uniformnom magnetskom polju $B = 4$ T u smjeru *van papira*. Površina kroz koju prolazi magnetsko polje je $S = 10\ 000\ \mathrm{mm}^2$. Na njega je spojen voltmetar kao na slici. Voltmetar mjeri pozitivan napon ako je potencijal na '$+$' kraju veći od potencijala na '$-$' kraju. Magnetsko polje se počne mijenjati, kao što je prikazano na grafu. Nacrtaj na grafu napon na voltmetru.



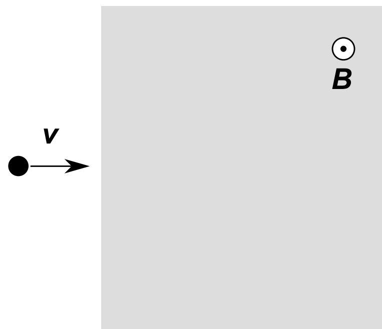
Zadatak 3 (10 bodova)

Jedno njihalo (sastavljeno od niti duljine l i kuglice mase m) je postavljeno u lift, dok se drugo nalazi u prizemlju zgrade. Lift s njihalom krene prema gore konstantnom akceleracijom $w = 0.44g$ do visine h, a potom se spusti natrag u prizemlje istim iznosom akceleracije w. Ako njihalo u prizemlju za to vrijeme napravi $N_0 = 100$ njihaja, koliko će napraviti njihalo u liftu? Napomena: broj njihaja ne mora biti cijeli broj.

Zadatak 4 (10 bodova)

Na masenom spektrometru proučavamo radioaktivni materijal za kojeg znamo da se sastoji od mješavine $^{238}_{92}$U i $^{235}_{92}$U. Atome materijala ioniziramo tako da im je naboj $Q = +e$, ubrzavamo do brzine v jednake za oba izotopa i ubacujemo u područje magnetskog polja B okomitog na upadnu brzinu (slika).

(a) Skicirajte putanju pozitivno nabijene čestice u magnetskom polju!
(b) Kako će se mijenjati iznos brzine $|v|$ tokom gibanja kroz magnetsko polje?
(c) Koja će biti udaljenost dvaju izotopa urana, ako je upadna brzina $v = 600$ m/s, a magnetsko polje $B = 1$ T. Masa izotopa je $m_1 = 238u$, $m_2 = 235u$, gdje je $u = 1.6605 \cdot 10^{-27}$ kg unificirana jedinica mase.

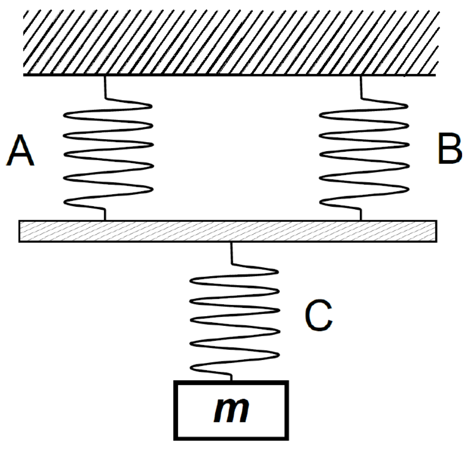


Zadatak 5 (10 bodova)

Dvije opruge A i B su spojene na bezmasenu šipku, koja je s oprugom C spojena za uteg mase m. Šipka se može pomicati samo gore-dolje (opruge A i B su jednako istegnute). Sve opruge su identične, konstante opruge k i zanemarive duljine u nerastegnutom stanju.

1. Koliko je produljenje pojedine opruge kada uteg miruje u gravitacijskom polju Zemlje?
2. Ako uteg pomaknemo iz mirovanja, koliki je njegov period titranja T?

Oba rezultata izrazite preko poznatih veličina m, k i g.



Zadaci za općinsko natjecanje 2017. – 3. skupina
Rješenja

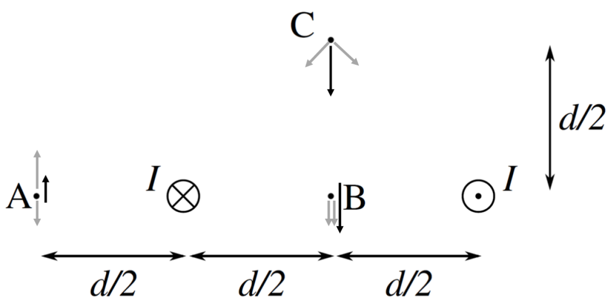
Zadatak 1 (10 bodova)

Smjer magnetskog polja oko žice nađemo po pravilu desne ruke i/ili znamo da je okomit na radij vektor udaljenosti od žice. Iznos magnetskog polja od žice je $B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, gdje je r udaljenost promatrane točke od žice.

(1 bod)

Za svaku točku treba izračunati udaljenosti od obje žice, te smjer magnetskog polja od svake žice i potom ih zbrojiti vektorski kao na slici.

(3x1 bod)



Vrijednosti magnetskog polja su:

A: Udaljenost od prve žice je $d/2$ a od druge $3d/2$. Stoga je $B_{1A} = \frac{\mu_0 I}{\pi d}$, $B_{2A} = \frac{\mu_0 I}{3\pi d}$ Ukupno polje je prema dolje, a dobije se vektorskim zbrojem:

$$B_A = B_{1A} - B_{2A} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\mu_0 I}{\pi d}$$

(2 boda)

B: Udaljenost od prve žice je $d/2$, isto kao i od druge. Stoga je $B_{1B} = B_{2B} = \frac{\mu_0 I}{\pi d}$ Ukupno polje je zbroj ova dva, za koje vektorski zbroj daje:

$$B_B = B_{1B} + B_{2B} = 2\,\frac{\mu_0 I}{\pi d}$$

(2 boda)

C: Udaljenost točke od obje žice je jednaka i dobije se iz pitagorinog poučka: $r = \sqrt{(d/2)^2 + (d/2)^2} = \sqrt{2}\ d/2$. Polja obje žice su jednaka po iznosu: $B_{1C} = B_{2C} = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\ \pi d}$ Budući da su ta dva vektora okomiti jedan na drugog, ne možemo ih samo zbrojiti, već i na njih moramo primjeniti pitagorin poučak kako bi dobili ukupno magnetsko polje:

$$B_C = \sqrt{B_{1C}^2 + B_{2C}^2} = \frac{\mu_0 I}{\pi d}$$

(2 boda)

Zadatak 2 (10 bodova)

Iz poznate relacije za elektromagnetsku indukciju:

$$V = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -\frac{\Delta B \cdot S}{\Delta t} = -S\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

(2 boda)

Površina S je zadana i treba je pretvoriti u SI jedinice: $S = 0.01\ \mathrm{m}^2$. **(1 bod)**

Iz zadanog grafa možemo očitati $\Delta B/\Delta t$ kao nagib pravca.

a) Za $t < 2$ s nema promjene polja, dakle $\Delta B/\Delta t = 0$ T/s.

b) Za $2 < t < 6$ s polje pada pa je promjena negativna, $\Delta B/\Delta t = -2$ T/s.

c) Za $6 < t < 10$ s polje raste pa je promjena pozitivna, $\Delta B/\Delta t = 1$ T/s. **(2 boda)**

Smjer induciranog napona određujemo pravilom desne ruke. Kako se magnetsko polje u petlji smanjuje, inducira se napon u smjeru koji se *opire smanjenju polja*. **(2 boda)**

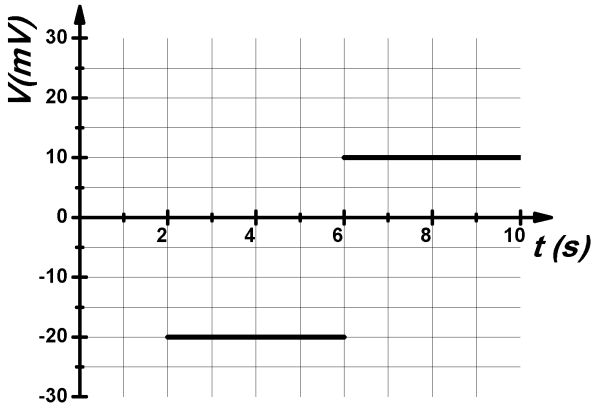
Iz ovoga proizlazi da su konačni rezultati za napone koje ucrtavamo na graf:

$V_a = 0$ mV,

$V_b = -20$ mV,

$V_c = 10$ mV

(3 boda)



Zadatak 3 (10 bodova)

Period njihala dan je s $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. **(2 boda)**

Prepoznajmo ako se lift giba prema gore nekom akceleracijom, radi se o neinercijalnom sustavu: ukupna akceleracija na njihalo je gravitacijska i neinercijalna, stoga $g_g = g + w$. Kad se lift giba prema dolje, smjer neinercijalne akceleracije je drugačiji, stoga $g_d = g - w$. **(2 boda)**

Iz podatka da njihalo u prizemlju obavi $N_0 = 100$ njihaja znamo koliko je vremena prošlo:

$$t_{uk} = 100T = 100 \cdot 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Također, budući da lift prema gore i prema dolje putuje istom akceleracijom, zaključujemo da oba puta traju jednako: $t_{uk}/2$ **(2 boda)**

Sada možemo napisati koliko njihaja napravi prema gore i prema dolje:

$$N_g = \frac{t_{uk}/2}{T_g} = 50 \cdot 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g+w}{l}} = 50\sqrt{\frac{g+w}{g}}$$

$$N_d = \frac{t_{uk}/2}{T_d} = 50 \cdot 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g-w}{l}} = 50\sqrt{\frac{g-w}{g}}$$

Ukupno, njihalo u liftu napravi $N = N_d + N_g$ njihaja, tj:

$$N = N_g + N_d = \frac{50}{\sqrt{g}}\left(\sqrt{g+w} + \sqrt{g-w}\right)$$

(2 boda)

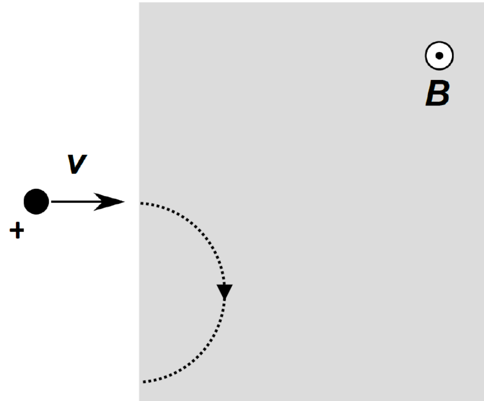
Uvrštavanjem brojeva dobijemo $N_g = 60$ njihaja, $N_d = 37.42$ njihaja. Sve skupa $N = 97.42$ njihaja, tj. punih 97 i nešto manje od pola idućeg. **(2 boda)**

Zadatak 4 (10 bodova)

Skica putanje pozitivno nabijene čestice u magnetskom polju **(2 boda)**

Lorentzova sila djeluje okomito na smjer brzine, zbog čega se iznos brzine ne mijenja, samo njen smjer. Magnetsko polje ne vrši rad pa se kinetička energija ne mijenja. **(2 boda)**

Izraz za Lorentzovu silu je $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$. Uz uvjet da postoji samo magnetsko polje, koje djeluje okomito, izraz postaje $F = qvB$. **(2 boda)**



Budući da se naboj giba po kružnici, prepoznajemo da Lorentzova sila ima ulogu centripetalne sile. Izjednačimo li izraze tih dviju sila dobijemo izraz za radijus zakrivljenosti:

$$qvB = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$ **(2 boda)**

Iz ovoga se odredi putanja dvaju izotopa: $r_{235} = m_{235}\frac{v}{eB}$, $r_{238} = m_{238}\frac{v}{eB}$.

Izrazi radijusa su jako bliski, ali nisu identični: $r_{235} = 1.41$ mm, $r_{238} = 1.428$ mm. Geometrijskim razmatranjem odredimo udaljenosti $d = 2r_{238} - 2r_{235} = 0.036$ mm

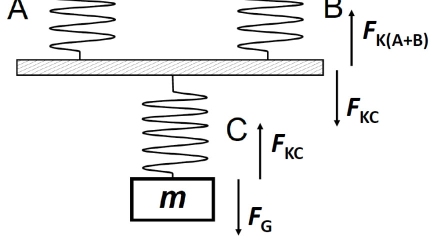
(2 boda)

Zadatak 5 (10 bodova)

(1) **Produljenje opruge:**

Hookeov zakon – elastična sila $F = -kl$ **(2 boda)**

Sile na svaku oprugu – produljenje i treći Newtonov zakon. Silu težine utega na oprugu C označimo s $F_G = mg$. Elastičnu silu opruge C nazovemo $F_{KC} = kl_C$. Opruga djeluje na bezmasenu šipku, pa je i tamo F_C. Na šipku djeluju i opruge A i B, a njihove sile se zbrajaju: $F_A + F_B = k(l_A + l_B)$. Budući da su opruge A i B iste, zaključujemo $l_A = l_B$. Slijede dvije relacije u slučaju mirovanja opruge:



$$F_G = F_C \Rightarrow mg = kl_C \Rightarrow l_C = mg/k$$

$$F_C = F_A + F_B \Rightarrow kl_C = 2kl_A \Rightarrow l_C = 2l_A$$

Iz ove dvije relacije možemo naći produljenje l_C a time i l_A i l_B. Opruga C se produlji za mg/k a opruge A i B za $mg/2k$. **(3 boda)**

(2) **Period titranja:** Prepoznati da sustav opruga djeluje istim tipom sile kao i da imamo jednu oprugu – razlika je u konstanti opruge. Zamislimo li da povučemo uteg prema dolje za x, iz prvog dijela zadatka znamo da će se opruga C produljiti dvaput dulje od A i B a sveukupno x, pa je $x_A = x/3$, $x_C = 2x/3$. Sila koja djeluje na uteg tada je $F_C = kx_C = \frac{2}{3}kx$. Iz ovoga prepoznajemo da je efektivna konstanta opruge za sustav opruga

$$k_{eff} = \frac{2k}{3}$$

(3 boda)

Iz poznavanja titranja harmoničkog oscilatora/opruge izraziti period titranja T.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{eff}}} = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{2k}}$$

(2 boda)

Napomena: uz poznavanje pravila za zbrajanje opruga efektivna konstanta se može naći i na drugačiji način: serijski spoj opruga se recipročno zbraja: $1/k = 1/k_1 + 1/k_2$; paralelni spoj opruga se zbraja: $k = k_1 + k_2$. Naš sustav je paralelni spoj A i B sa serijskim spojem C. Dobije se:

$$k_{AB} = k_A + k_B = 2k$$

$$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_{AB}} + \frac{1}{k_C} = \frac{1}{2k} + \frac{2}{2k} = \frac{3}{2k}$$

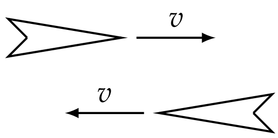
$$k_{eff} = \frac{2k}{3}$$

Općinsko natjecanje iz fizike

- srednje škole: IV. grupa -

30.01.2017.

1. Dvije identične rakete gibaju se jedna prema drugoj po paralelnim putanjama, kao na donjoj slici.



U nekom (inercijalnom) referentnom sustavu obje rakete imaju istu duljinu $\ell = 50\,\mathrm{m}$ te se gibaju istom brzinom $v = \frac{1}{2}c$.

- Ako opažač koji miruje u jednoj raketi mjeri duljinu druge rakete, koju će vrijednost dobiti?
- Koliko će dugo, za istog promatrača, trajati mimoilaženje raketa?

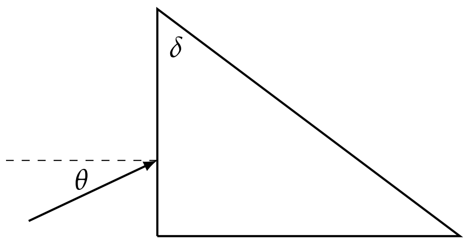
[10 bodova]

2. Kojom se najvećom brzinom smije gibati čestica kojoj kinetičku energiju računamo nerelativističkom formulom i želimo da se rezultat od ispravnog (relativističkog) razlikuje za maksimalno 1%? Uzmite da se relativna greška prilikom nerelativističkog računa mjeri formulom

$$\epsilon = 1 - \frac{E_{\mathrm{NR}}}{E_{\mathrm{R}}}.$$

[10 bodova]

3. Zraka svjetlosti upada pod kutom $\theta = 23°$ u odnosu na okomicu jedne strane staklene prizme indeksa loma $n = 1.5$ te kuta $\delta = 34°$, kao na slici. Skicirajte putanju zrake unutar prizme i odredite za koji će se kut φ izlazna zraka zakrenuti u odnosu na smjer upadne zrake.



[12 bodova]

4. Da biste eliminirali refleksiju na prozorskom staklu (indeksa loma $n_\mathrm{s} = 1.5$) namjeravate premazati unutarnju stranu stakla tankim antireflektirajući filmom. Želite da debljina tog filma bude čim manja i da uopće ne dolazi do refleksije kad pogledate okomito na staklo. (Srednja valna duljina vidljive svjetlosti je $\lambda = 550\,\mathrm{nm}$.)

   - Hoće li indeks loma antireflektirajućeg filma n_f biti veći ili manji od indeksa loma stakla? Ovisno o odgovoru, u nastavku zadatka uzmite $n_\mathrm{f} = n_\mathrm{s}^2$, odnosno $n_\mathrm{f} = \sqrt{n_\mathrm{s}}$.
   - Kolika mora biti minimalna debljina filma d da biste postigli traženi cilj?

[10 BODOVA]

5. Vodikov spektar sadrži crvenu liniju valne duljine 656 nm, te ljubičastu liniju valne duljine 434 nm. Taj spektar promatramo kroz difrakcijsku rešetku koja ima 4500 pukotina po centimetru. Odredite kutnu razliku među položajima maksimuma ovih linija u svim redovima difrakcije ako svjetlost upada okomito na rešetku.

[8 BODOVA]

Vrijednosti fizikalnih konstanti:

- brzina svjetlosti: $c = 3 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$.

Općinsko natjecanje iz fizike - rješenja

- srednje škole: IV. grupa -

30.01.2017.

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. Da bismo odgovorili na pitanja postavljena u zadatku, moramo preći iz početnog referentnog sustava u sustav mirovanja jedne od raketa. U tom će sustavu jedna od raketa mirovati, a druga će se gibati brzinom

$$v' = \frac{\frac{c}{2} + \frac{c}{2}}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{4}{5}c. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Dalje, duljina mirujuće rakete je upravo njena vlastita duljina

$$\ell_0 = \gamma\ell = \frac{\ell}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}\ell, \qquad [2 \text{ BODA}]$$

dok je duljina gibajuće rakete

$$\ell' = \frac{\ell_0}{\gamma'} = \frac{2}{\sqrt{3}}\ell\sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{5}\ell \qquad [2 \text{ BODA}]$$

$$= 34.64\,\text{m}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

Vrijeme potrebno da se rakete mimoiđu jest

$$t = \frac{\ell_0 + \ell'}{v'} = \frac{4}{\sqrt{3}}\frac{\ell}{c} \qquad [2 \text{ BODA}]$$

$$= 3.85 \times 10^{-7}\,\text{s}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

2. Nerelativistička kinetička energija je dana izrazom

$$E_{\mathrm{NR}} = \frac{1}{2} m v^2, \qquad \text{[1 BOD]}$$

gdje su m i v masa i brzina čestice. U relativističkom slučaju imamo pak,

$$E_{\mathrm{R}} = (\gamma - 1) m c^2, \qquad \text{[1 BOD]}$$

gdje je γ standardni relativistički faktor. Za proizvoljni $\epsilon \in [0, 1]$ brzina v, odnosno parametar $\beta = v/c$ je određen jednadžbom

$$\epsilon = 1 - \frac{\frac{1}{2} m v^2}{(\gamma - 1) m c^2} = 1 - \frac{1}{2} \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \sqrt{1 - \beta^2}} \beta^2 \qquad \text{[2 BODA]}$$

što se uz pokrate $x \equiv \beta^2$ i $K \equiv 2(1 - \epsilon)$ svodi na jednadžbu

$$(x + K)\sqrt{1 - x} = K. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Nakon kvadriranja i sređivanja dobivenog izraza, dobije se kvadratna jednadžba po x,

$$x^2 + x(2K - 1) + K(K - 2) = 0. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Fizikalno rješenje ove jednadžbe je

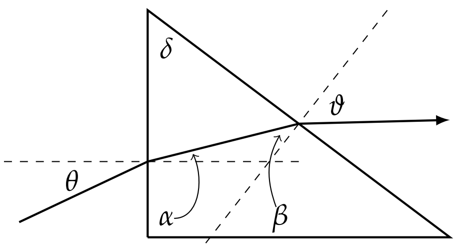
$$x = \frac{1}{2}\left(1 - 2K + \sqrt{1 + 4K}\right), \qquad \text{[1 BOD]}$$

što daje za brzinu

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{1}{2}\left(4\epsilon - 3 + \sqrt{9 - 8\epsilon}\right)}\, c & \text{[1 BOD]} \\ &= 3.46 \times 10^7 \text{ m/s}, & \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

gdje smo u zadnjem redu uvrstili $\epsilon = 0.01$.

3. Skica zrake svjetlosti u prizmi:



[2 BODA]

Uz kutove kao na slici, pišemo Snellov zakon

$$\sin\theta = n\sin\alpha \qquad \& \qquad \sin\vartheta = n\sin\beta. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

Razmatranjem trokuta kojeg čine dva brida prizme i zraka svjetlosti, nalazimo vezu između kutova α i β te kuta prizme δ

$$\delta + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \pi \quad \rightsquigarrow \quad \delta = \alpha + \beta. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

Ukupan kut otklona računamo tako da zbrojimo sve otklone prilikom loma svjetlosti

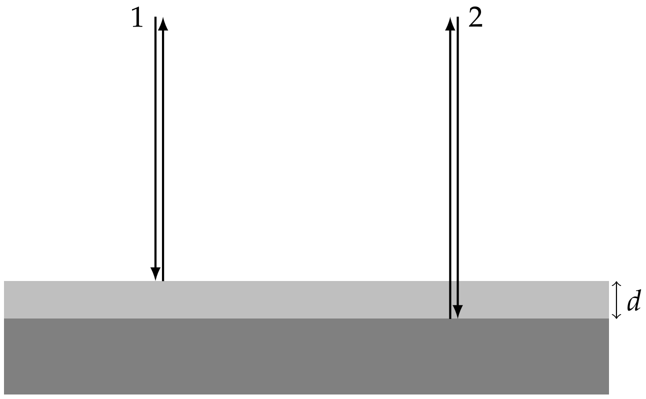
$$\varphi = (\theta - \alpha) + (\vartheta - \beta) = \theta + \vartheta - \delta. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

Uzimajući sve gornje relacije u obzir, imamo

$$\varphi = \theta - \delta + \arcsin\left\{n\sin\left[\delta - \arcsin\left(\frac{1}{n}\sin\theta\right)\right]\right\} \qquad [3\ \text{BODA}]$$

$$= 18.07°. \qquad [1\ \text{BOD}]$$

4. Promotrimo dvije koherentne paralelne zrake svjetlosti koje upadaju na staklo na kojem se nalazi tanki sloj filma.



Neka se zraka 1 reflektira od filma. Budući da je indeks loma filma svakako veći od 1, prilikom odbijanja zraka promjeni fazu

$$\delta\varphi_1 = \pi. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

S druge strane, neka zraka 2 prođe kroz film te se odbije na granici film-staklo. U trenutku izlaska iz filma, njoj će faza biti promijenjena u odnosu na upadnu za

$$\delta\varphi_2 = 2\pi \times \frac{2n_f d}{\lambda} + \kappa\pi, \qquad [2 \text{ BODA}]$$

gdje je $\kappa = 0(1)$ ako je $n_f > (<) n_s$. Prema tome, razlika u fazi među zrakama nakon refleksije je

$$\Delta\varphi = \delta\varphi_2 - \delta\varphi_1 = 2\pi \times \frac{2n_f d}{\lambda} + (\kappa - 1)\pi. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

Ukoliko želimo da ne dolazi do refleksije, ove dvije zrake moraju destruktivno interferirati, što znači da mora vrijediti

$$\Delta\varphi = p\pi, \qquad [2 \text{ BODA}]$$

gdje je p neparan cijeli broj. Odavde slijedi

$$d = \frac{\lambda}{4n_f}(p + 1 - \kappa). \qquad [1 \text{ BOD}]$$

Budući da želimo da d bude čim manji, to znači da je $\kappa = 1$ i $p = 1$. Odnosno, indeks loma filma mora biti manji od indeksa loma stakla. [1 BOD]

Minimalna debljina filma je stoga

$$d = \frac{\lambda}{4\sqrt{n_s}} \qquad [1 \text{ BOD}]$$

$$= 112\,\text{nm}. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

5. Maksimumi intenziteta difraktirane svjetlosti će se pojaviti pod kutovima određenim uvjetom

$$d \sin\theta = m\lambda, \qquad \text{[1 BOD]}$$

gdje je d konstanta rešetke, m je red difrakcije, a λ valna duljina svjetlosti. Za $m = 0$ imamo centralni maksimum kojem će doprinositi obje valne duljine, te će stoga kutna razlika iščezavati

$$\Delta\theta_0 = 0^\circ. \qquad \text{[1 BOD]}$$

U prvom redu difrakcije imamo

$$\begin{aligned} \Delta\theta_1 &= \arcsin\frac{\lambda_c}{d} - \arcsin\frac{\lambda_{lj}}{d} && \text{[1 BOD]} \\ &= 5.91^\circ. && \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

U drugom redu difrakcije imamo

$$\begin{aligned} \Delta\theta_2 &= \arcsin\frac{2\lambda_c}{d} - \arcsin\frac{2\lambda_{lj}}{d} && \text{[1 BOD]} \\ &= 13.19^\circ. && \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

U trećem redu difrakcije imamo

$$\begin{aligned} \Delta\theta_3 &= \arcsin\frac{3\lambda_c}{d} - \arcsin\frac{3\lambda_{lj}}{d} && \text{[1 BOD]} \\ &= 26.46^\circ. && \text{[1 BOD]} \end{aligned}$$

Budući da je $m = 3$ najveći mogući red difrakcije crvene svjetlosti, ovo su sve kutne razlike među maksimumima dviju spektralnih linija.