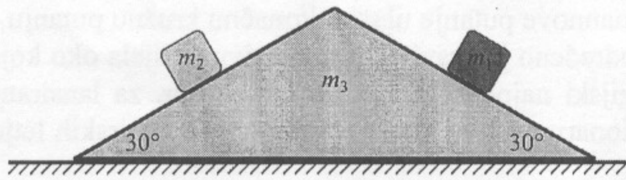
DRŽAVNI SUSRET I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Vinkovci, 2. – 5. svibnja 2017.

Srednje škole – 1. grupa

Zadatak 1 (17 bodova)

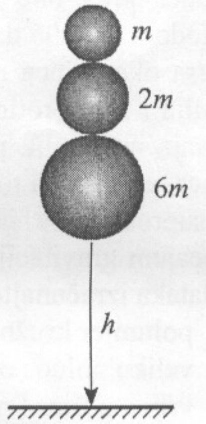
Tri tijela nalaze se u položaju kao na slici. Njihove mase su redom jednake: $m_1 = 4$ kg, $m_2 = 1$ kg i $m_3 = 1$ kg. Trenje između svih površina je zanemarivo. U početnom trenutku pustimo sustav da se slobodno giba. Duljina stranica kosine, na kojima se nalaze tijela mase m_1 i m_2, iznosi 3 m.



a) Nacrtajte dijagrame sila na sva tri tijela.
b) Nakon 0.5 s gibanja odredite položaj tijela mase m_1 i m_2 u odnosu na njihov početni položaj u sustavu kosine. Odredite položaj kosine nakon 0.5 s gibanja u odnosu na njezin početni položaj obzirom na horizontalnu podlogu.

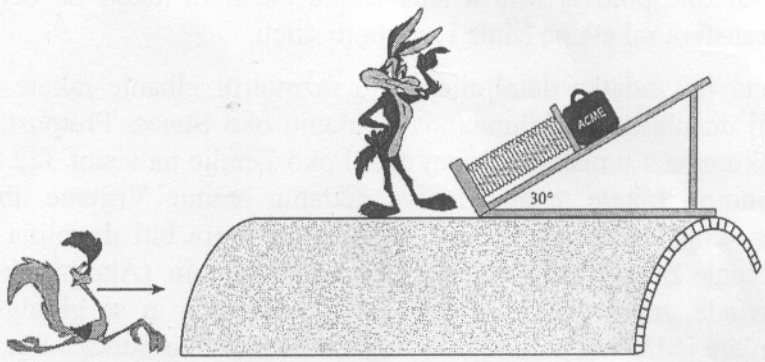
Zadatak 2 (17 bodova)

Tri lopte nalaze se u početnom položaju koji je prikazan na slici. Lopte se međusobno ne dodiruju, ali razmak između njih možemo smatrati zanemarivim u odnosu na dimenzije lopte i udaljenost od tla. U početnom trenutku lopte miruju u prikazanom položaju, a zatim ih pustimo da slobodno padaju. Lopte se savršeno elastično odbijaju jedna od druge i od tla. Izračunajte maksimalnu visinu na koju će se popesti lopta najmanje mase u odnosu na njezinu početnu visinu. Zanemarite otpor zraka.



Zadatak 3 (18 bodova)

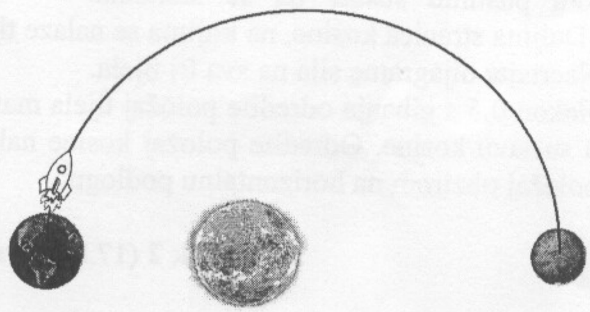
Ptica Trkačica trči stalnom brzinom 32 km/h po pravcu prema tunelu. Na vrhu tunela nalazi se Kojot, koji je u nastojanju da ulovi Pticu Trkačicu izgradio uređaj za lansiranje utega prikazan na slici. Duljina nerastegnute opruge jednaka je duljini platforme na kojoj se nalazi uteg. U početnom trenutku opruga je sabijena za polovicu svoje nerastegnute duljine (položaj prikazan na slici) i u istom trenutku Kojot pusti sustav opruge i utega da se giba. Trenje između utega i platforme, na kojoj se nalazi, je zanemarivo. Duljina platforme iznosi 2 m. Konstanta elastičnosti opruge iznosi 220 N/m. Masa utega jednaka je 2 kg. U trenutku, kada se uteg nalazi na najvećoj visini od tla za vrijeme leta, Ptica Trkačica se nalazi na ulazu u tunel. Duljina tunela jednaka je 6 m, a visina 9 m. Zanemarite masu opruge i dimenzije. Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje Zemlje jednako $g = 10\ m/s^2$.



a) Izračunajte brzinu utega u trenutku kada se odvoji od platforme.
b) Izračunajte maksimalnu visinu, koju postiže uteg, za vrijeme leta.
c) Hoće li uteg pogoditi Pticu Trkačicu?
d) Promotrite gibanje utega po platformi. Odredite ovisnost ubrzanja utega o položaju na platformi te skicirajte tu ovisnost na grafu.

Zadatak 4 (18 bodova)

Hohmannov transfer je manevar u orbitalnoj mehanici koji se koristi za prijelaz svemirske letjelice iz jedne kružne putanje u drugu kružnu putanju oko istog planeta ili zvijezde. Hohmanov transfer uključuje dvije gotovo trenutne promjene brzine (paljenjem motora) svemirske letjelice: prvi put se brzina mijenja u početnoj točki putanje kada letjelica iz početne kružne putanje ulazi u Hohmannovu putanju, a drugi put u konačnoj točki putanje kada letjelica iz Hohmannove putanje ulazi u konačnu kružnu putanju. Gibanje letjelice između dvije promjene brzine određeno je gravitacijom masivnog tijela oko kojeg se letjelica giba. Hohmannov transfer je energijski najpovoljniji, a koristi se npr. za lansiranje satelita iz niske orbite oko Zemlje u geostacionarnu orbitu, no i za lansiranje svemirskih letjelica između različitih planeta Sunčevog sustava.



U ovom zadatku promotrit ćemo lansiranje rakete sa Zemlje na Mars pomoću Hohmannovog transfera. Možemo uzeti da se Zemlja giba oko Sunca po kružnoj putanji polumjera $149.6\cdot 10^6$ km, a period gibanja iznosi 365.25 dana. Mars se također giba oko Sunca po kružnoj putanji s periodom 686.96 dana. Kružne putanje Zemlje i Marsa oko Sunca nalaze se u istoj ravnini te se Zemlja i Mars rotiraju oko Sunca u istom smjeru. Kao što je prikazano na slici, Hohmannova putanja ima oblik polovice elipse čija se početna točka nalazi na kružnoj putanji Zemlje oko Sunca, a konačna točka na kružnoj putanji Marsa oko Sunca te se početna i konačna točka nalaze na suprotnim stranama u odnosu na Sunce. Raketa se na prikazanoj putanji giba samo pod utjecajem gravitacije Sunca, dok se utjecaj gravitacije drugih planeta može zanemariti. Iz danih podataka izračunajte:

a) polumjer kružne putanje Marsa oko Sunca,
b) veliku poluos elipse koja predstavlja putanju rakete,
c) vrijeme transfera rakete sa Zemlje na Mars.
d) Odredite položaj Marsa na početku transfera rakete sa Zemlje te položaj Zemlje na kraju transfera rakete na Mars i nacrtajte skicu.

U nastavku zadatka detaljnije ćemo razmotriti gibanje rakete od trenutka paljenja motora na Zemlji do ulaska u Hohmannovu putanju oko Sunca. Pretpostavimo da se raketa u početnom trenutku nalazi u niskoj kružnoj orbiti oko Zemlje na visini 322 km od površine Zemlje. Tada se pale motori rakete te ona dobiva dodatnu brzinu. Vrijeme ubrzavanja rakete je zanemarivo. Brzina, koju raketa ima nakon ubrzavanja, mora biti dovoljna da raketa savlada gravitacijsko privlačenje Zemlje i da uđe u Hohmannovu putanju. (Ako bi raketa dobila brzinu dovoljnu samo da savlada gravitacijsko privlačenje Zemlje, ona bi se gibala po kružnoj putanji oko Sunca polumjera jednakog polumjeru kruženja Zemlje oko Sunca.) Put, koji raketa prijeđe do izlaska iz gravitacijskog polja Zemlje, je zanemariv u odnosu na udaljenost Zemlja-Sunce. Izračunajte:

e) Brzinu rakete u niskoj kružnoj orbiti oko Zemlje u referentnom sustavu Zemlje.
f) Razliku brzine koju raketa mora dobiti nakon paljenja motora kako bi savladala gravitacijsko privlačenje Zemlje i ušla u Hohmannovu putanju.

U orbitalnoj mehanici gibanje tijela po putanji oko masivnog tijela (planeta ili zvijezde) opisano je *vis-viva* jednadžbom:

$$v^2 = GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right),$$

gdje je v brzina koju tijelo ima na udaljenosti r od masivnog tijela, a je velika poluos putanje tijela, M je masa masivnog tijela.

Masa Zemlje iznosi $5.972\cdot 10^{24}$ kg, masa Sunca iznosi $1.989\cdot 10^{30}$ kg, polumjer Zemlje iznosi 6378 km, gravitacijska konstanta je jednaka $G = 6.674\cdot 10^{-11}$ m^{3}kg^{-1}s^{-2}.

DRŽAVNI SUSRET I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

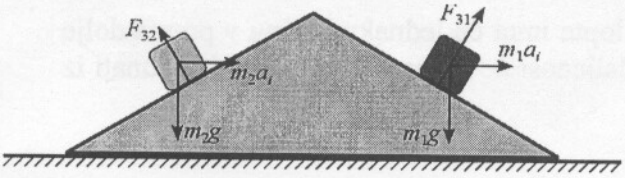
Vinkovci, 2. – 5. svibnja 2017.

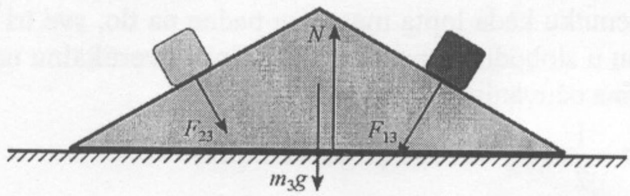
Rješenja i smjernice za bodovanje

Srednje škole – 1. grupa

Zadatak 1 (17 bodova)

Pretpostavimo da će se kosina (tijelo mase m_3) gibati prema lijevo. Dijagrami sila na sva tri tijela prikazani su na sljedećim slikama pri čemu su dijagrami sila na tijela m_1 i m_2 nacrtani su u sustavu kosine, a dijagram sila na kosinu nacrtan je obzirom na tlo **(3 boda)**:





Drugi Newtonov zakon za tijelo mase m_1 za smjer paralelno kosini (pozitivan smjer je smjer niz kosinu) i smjer okomito na kosinu glasi:

$$m_1a_1 = \frac{1}{2}m_1g + \frac{\sqrt{3}}{2}m_1a_i\,,\ 0 = F_{31} + \frac{1}{2}m_1a_i - \frac{\sqrt{3}}{2}m_1g\,,\ \textbf{(2 boda)}$$

gdje je a_1 ubrzanje tijela mase m_1 u odnosu na kosinu i a_i inercijalno ubrzanje jednako ubrzanju kosine a. Drugi Newtonov zakon za tijelo mase m_2 za smjer paralelno kosini (pozitivan smjer je smjer niz kosinu) i smjer okomito na kosinu glasi:

$$m_2a_2 = \frac{1}{2}m_2g - \frac{\sqrt{3}}{2}m_2a_i\,,\ 0 = F_{32} - \frac{1}{2}m_2a_i - \frac{\sqrt{3}}{2}m_2g\,,\ \textbf{(2 boda)}$$

gdje je a_2 ubrzanje tijela mase m_2 u odnosu na kosinu. Drugi Newtonov zakon za tijelo mase m_3 za smjer paralelno podlozi i okomito na podlogu glasi:

$$m_3a = \frac{1}{2}F_{13} - \frac{1}{2}F_{23}\,,\ 0 = N - m_3g - \frac{\sqrt{3}}{2}F_{13} - \frac{\sqrt{3}}{2}F_{23}\,,\ \textbf{(1 bod)}$$

Prema trećem Newtonovom zakonu vrijedi:

$F_{31} = F_{13}$ i $F_{32} = F_{23}$ **(1 bod)**

Iz druge jednadžbe slijedi:

$$F_{31} = \frac{\sqrt{3}}{2}m_1g - \frac{1}{2}m_1a_i$$

Iz četvrte jednadžbe slijedi:

$$F_{32} = \frac{\sqrt{3}}{2}m_2g + \frac{1}{2}m_2a_i$$

Uvrštavanjem u jednadžbu za kosinu dobije se:

$$m_3a = \frac{1}{4}\left(\sqrt{3}m_1g - m_1a - \sqrt{3}m_2g - m_2a\right)$$

$$(m_1 + m_2 + 4m_3)a = \sqrt{3}(m_1 - m_2)g \ \Rightarrow\ a = \frac{\sqrt{3}(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + 4m_3} = \frac{g}{\sqrt{3}} = 5.66\ \text{m/s}^2\ \textbf{(3 boda)}$$

Ubrzanje tijela mase m_1 obzirom na kosinu jednako je:

$$a_1 = \frac{1}{2}g + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{g}{\sqrt{3}} = g = 9.81\ \text{m/s}^2\ \textbf{(1 bod)}$$

Ubrzanje tijela mase m_2 obzirom na kosinu jednako je:

$$a_2 = \frac{1}{2}g - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{g}{\sqrt{3}} = 0 \text{ (1 bod)}$$

Kosina se nakon 0.5 s gibanja pomaknula $s_3 = \frac{1}{2}at^2 = 0.708\,\mathrm{m}$ prema lijevo. **(1 bod)**

Tijelo mase m_1 se nakon 0.5 s gibanja pomaknulo za $s_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2 = 1.226\,\mathrm{m}$ niz kosinu. **(1 bod)**

Tijelo mase m_2 se nakon 0.5 s gibanja nije pomaknulo u odnosu na kosinu budući da je njegovo ubrzanje u sustavu kosine $a_2 = 0$. **(1 bod)**

Zadatak 2 (17 bodova)

U trenutku kada lopta mase $6m$ padne na tlo, sve tri lopte imat će jednaku brzinu v prema dolje jer su u slobodnom padu prešle jednaku vertikalnu udaljenost h. Tu brzinu možemo izračunati iz zakona očuvanja energije:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gh} \text{ (2 boda)}$$

Neposredno nakon elastičnog sudara lopte mase $6m$ s tlom, ona ima brzinu v prema gore te se sudara s loptom mase $2m$ koja ima brzinu v prema dolje. Za taj sudar možemo napisati zakon očuvanja količine gibanja i zakon očuvanja energije (definiramo pozitivan smjer brzine prema gore):

$$6mv - 2mv = 6mv_1' + 2mv_2' \text{ (2 boda)}$$

$$\frac{1}{2}6mv^2 + \frac{1}{2}2mv^2 = \frac{1}{2}6mv_1'^2 + \frac{1}{2}2mv_2'^2 \text{ (2 boda)}$$

gdje su v_1' i v_2' brzina prve, odnosno druge lopte neposredno nakon sudara. Nakon sređivanja dobivamo sustav jednadžbi:

$$2v = 3v_1' + v_2'$$

$$4v^2 = 3v_1'^2 + v_2'^2$$

Iz prve jednadžbe slijedi:

$$v_2' = 2v - 3v_1'$$

Uvrštavanjem u drugu jednadžbu dobijemo:

$$4v^2 = 3v_1'^2 + 4v^2 - 12vv_1' + 9v_1'^2$$

$$0 = v_1'^2 - vv_1'$$

$$0 = v_1'(v_1' - v) \quad \Rightarrow \quad v_{1,1}' = 0, v_{2,1}' = 2v; v_{1,2}' = v, v_{2,2}' = -v$$

Fizikalno prihvatljivo rješenje je:

$$v_1' = 0, v_2' = 2v \text{ (4 boda)}$$

Prema tome, neposredno nakon sudara lopte mase $6m$ i lopte mase $2m$, lopta mase $6m$ miruje, a lopta mase $2m$ ima brzinu $2v$ prema gore. Lopta mase $2m$ se zatim sudara s loptom mase m koja neposredno prije sudara ima brzinu v prema dolje. Zakon očuvanja količine gibanja i energije za ovaj sudar su:

$$2m2v - mv = 2mv_2'' + mv_3'' \text{ (1 bod)}$$

$$\frac{1}{2}2m(2v)^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}2mv_2''^2 + \frac{1}{2}mv_3''^2 \text{ (1 bod)}$$

gdje su v_2'' i v_3'' brzina druge, odnosno treće lopte neposredno nakon sudara. Nakon sređivanja dobivamo sustav jednadžbi:

$$3v = 2v_2'' + v_3''$$

$9v^2 = 2v_2''^2 + v_3''^2$

Iz prve jednadžbe slijedi:

$v_3'' = 3v - 2v_2''$

Uvrštavanjem u drugu jednadžbu dobijemo:

$9v^2 = 2v_2''^2 + 9v^2 - 12vv_2'' + 4v_2''^2$

$0 = v_2''^2 - 2vv_2''$

$0 = v_2''(v_2'' - 2v) \Rightarrow v_{2,1}'' = 0, v_{3,1}'' = 3v; v_{2,2}'' = 2v, v_{3,2}'' = -v$

Fizikalno prihvatljivo rješenje je:

$v_2'' = 0, v_3'' = 3v$ **(2 boda)**

Prema tome, neposredno nakon sudara lopte mase $2m$ i lopte mase m, lopta mase $2m$ miruje, a lopta mase m ima brzinu $3v$ prema gore. Maksimalna visina, koju će postići lopta mase m u odnosu na visinu na kojoj se nalazi neposredno nakon sudara s loptom mase $2m$, iznosi:

$$mgh_{\max} = \frac{1}{2}m(3v)^2 \Rightarrow h_{\max} = \frac{9}{2}\frac{v^2}{g} = 9h$$ **(2 boda)**

U odnosu na početnu visinu lopte mase m, maksimalna visina je: $9h - h = 8h$. **(1 bod)**

Zadatak 3 (18 bodova)

Brzinu utega u trenutku napuštanja platforme možemo izračunati iz zakona očuvanja energije:

$$\frac{1}{2}k(\Delta l)^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$ **(2 boda)**

Uzimamo u obzir da je $\Delta l = l/2$ i $h = l/4$:

$$\frac{1}{8}kl^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}mgl$$

$$kl^2 = 4mv^2 + 2mgl \Rightarrow v = \sqrt{\frac{kl^2}{4m} - \frac{gl}{2}} = 10\,\text{m/s}$$ **(2 boda)**

Mjesto pada utega na tlo odredimo iz jednadžbi za ovisnost x i y koordinate utega o vremenu:

$$x(t) = \frac{\sqrt{3}v}{2}t$$ **(1 bod)**

$$y(t) = H + \frac{v}{2}t - \frac{1}{2}gt^2$$ **(1 bod)**

gdje je $H = h_{tunel} + l/2 = 10$ m.

U trenutku pada utega na tlo t' vrijedi $y(t') = 0$, uvrštavanjem se dobije:

$$0 = H + \frac{v}{2}t' - \frac{1}{2}gt'^2$$

$$0 = 10 + 5t' - 5t'^2$$

$$t'^2 - t' - 2 = 0$$

$$(t'-2)(t'+1) = 0 \Rightarrow t' = 2\,\text{s}, t' = -1\,\text{s}$$ **(2 boda)**

Fizikalno prihvatljivo rješenje za vrijeme pada utega na tlo je $t' = 2$ s **(1 bod)**. U tom trenutku horizontalna udaljenost utega od izlaza iz tunela jednaka je:

$$x(t') = \frac{\sqrt{3}v}{2}t' = 17.3\,\text{m}$$ **(1 bod)**

Maksimalnu visinu utega u odnosu na tlo izračunamo iz uvjeta da je y komponenta brzine utega na maksimalnoj visini jednaka nuli:

$$v_y(t) = \frac{v}{2} - gt$$

$$0 = \frac{v}{2} - gt'' \Rightarrow t'' = \frac{v}{2g} = 0.5\,\text{s} \text{ (1 bod)}$$

Maksimalna visina utega iznosi:

$$y_{max} = y(t'') = H + \frac{v}{2}t'' - \frac{1}{2}gt''^2 = 10\,\text{m} + 5\,\text{m/s} \cdot 0.5\,\text{s} - 5 \cdot (0.5\,\text{s})^2 = 11.25\,\text{m} \text{ (1 bod)}$$

Od ulaza u tunel do pada utega na tlo Ptica Trkačica će prijeći put:

$$s_{PT} = v_{PT}(t' - t'') = 32\,\text{km/h}\frac{1000}{3600} \cdot 1.5\,\text{s} = 13.3\,\text{m} \text{ (2 boda)}$$

Što znači da se u trenutku pada utega na tlo Ptica Trkačica nalazi 13.3 m – 6 m = 7.3 m od izlaza iz tunela te ju uteg neće pogoditi. **(1 bod)**

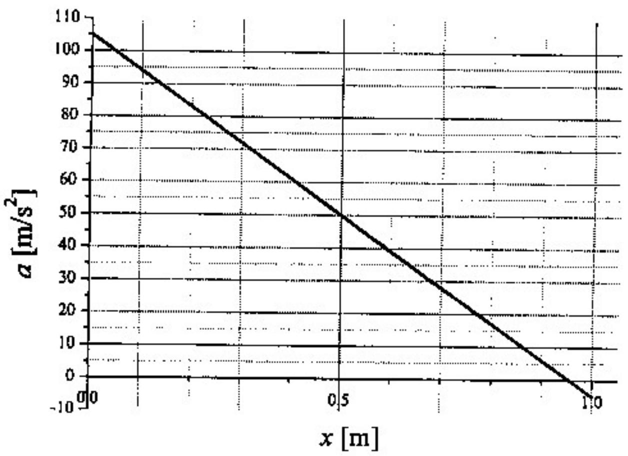
Ubrzanje utega na platformi odredimo iz drugog Newtonovog zakona:

$$ma = k\Delta l - \frac{1}{2}mg \text{ (1 bod)}$$

Ako ishodište x osi definiramo na početnom položaju utega i pozitivan smjer prema gore, tada je Δl jednako $l' - x$, gdje je $l' = 1$ m. Ovisnost ubrzanja utega o položaju na platformi tada je oblika:

$$a = \frac{k(l' - x)}{m} - \frac{1}{2}g = 105\,\text{m/s}^2 - 110\,\text{s}^{-2} \cdot x \text{ (1 bod)}$$

Graf $a(x)$: **(1 bod)**



Zadatak 4 (18 bodova)

Polumjer kružne putanje Marsa možemo izračunati koristeći 3. Keplerov zakon:

$$\left(\frac{T_{Zemlja}}{T_{Mars}}\right)^2 = \left(\frac{r_{Zemlja}}{r_{Mars}}\right)^3 \Rightarrow r_{Mars} = r_{Zemlja}\left(\frac{T_{Mars}}{T_{Zemlja}}\right)^{2/3} = 227.9 \cdot 10^6\,\text{km} \text{ (2 boda)}$$

Alternativno, do istog izraza se može doći, ako ustanovimo da i za gibanje Zemlje i za gibanje Marsa vrijedi $\frac{mv^2}{r} = \frac{Gmm_{Sunce}}{r^2}$, gdje je $v = \frac{2\pi r}{T}$.

Iz skice se može zaključiti da je velika poluos elipse a, po kojoj se giba raketa, jednaka:

$$a = \frac{r_{Zemlja} + r_{Mars}}{2} = 188.8 \cdot 10^6\,\text{km} \text{ (2 boda)}$$

Vrijeme putovanja rekete izračunamo koristeći 3. Keplerov zakon:

Za vrijeme leta rekete Mars će se pomaknuti za kut:

$$\alpha_{Mars} = \omega_{Mars} t = \frac{2\pi}{T_{Mars}} t = 2.367 \text{ rad} = 135.6°$$

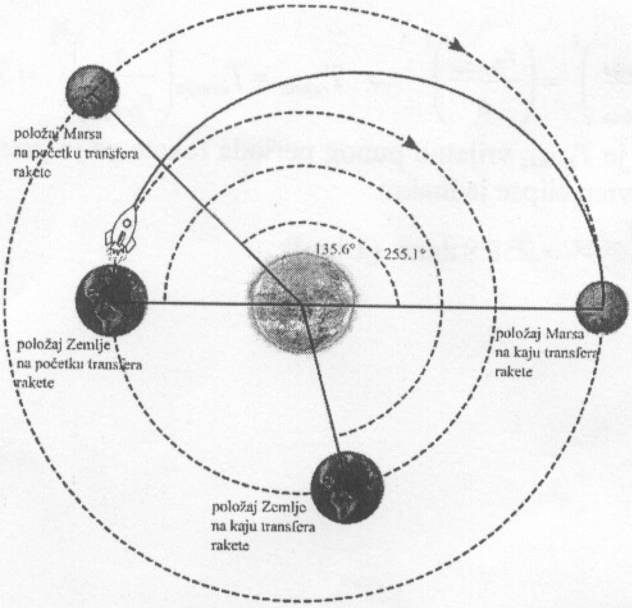
(1 bod)

Slično, Zemlja će se u istom vremenu pomaknuti za kut:

$$\alpha_{Zemlja} = \omega_{Zemlja} t = \frac{2\pi}{T_{Zemlja}} t = 4.452 \text{ rad} = 255.1°$$

(1 bod)

Skica: **(2 boda)**



Brzina rakete v_0 u kružnoj putanji na visini 322 km iznad površine Zemlje izračunamo pomoću drugog Newtonovog zakona:

$$\frac{mv_0^2}{r_0} = \frac{GmM_Z}{r_0^2} \quad \textbf{(1 bod)}$$

gdje je $r_0 = R_Z + h = 6700$ km. Dobije se:

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM_Z}{r_0}} = 7.7 \text{ km/s} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Nakon što raketa dobije dodatnu brzinu na Zemlji vrijedi zakon očuvanja energije:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM_Z}{r_0} = \frac{1}{2}mv'^2 \quad \textbf{(1 bod)}$$

Gdje je v' brzina koji ima raketa u trenutku kada je izašla iz gravitacijskog polja Zemlje te se nalazi na početnoj točki Hohmannove putanje. Ta brzina jednaka je razlici brzina potrebnoj da raketa uđe iz kružne putanje oko Sunca u Hohmannovu putanju oko Sunca te ju možemo izračunati koristeći *vis-viva* jednadžbu:

$$v' = v_2 - v_1$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM_S}{r_{ZS}}} = 29.8 \text{ km/s}$$

$$v_2 = \sqrt{GM_S\left(\frac{2}{r_{ZS}} - \frac{1}{a}\right)} = 32.7 \text{ km/s}$$

$$v' = v_2 - v_1 = 2.9 \text{ km/s} \quad \textbf{(3 boda)}$$

Uvrštavanjem u gornji zakon očuvanja energije dobije se:

$$v = \sqrt{\frac{2GM_Z}{r_0} + v'^2} = 11.3 \text{ km/s} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Razlika brzine koju raketa mora dobiti u odnosu na početnu brzinu u kružnoj orbiti oko Zemlje iznosi:

$$\Delta v = v - v_0 = 3.6 \text{ km/s} \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$\left(\frac{T_{Zemlja}}{T_{raketa}}\right)^2 = \left(\frac{r_{Zemlja}}{a}\right)^3 \Rightarrow T_{raketa} = T_{Zemlja}\left(\frac{a}{r_{Zemlja}}\right)^{3/2} = 517.6\,\text{dana}$$ **(1 bod)**

gdje je T_{raketa} vrijeme punog perioda rakete pa je prema tome vrijeme potrebno da raketa prijeđe polovicu elipse jednako:

$$t = \frac{T_{raketa}}{2} = 258.8\,\text{dana}$$ **(1 bod)**

Eksperimentalni zadatak

Određivanje mase *m* užeta

Zadatak

- Odrediti masu *m* užeta isključivo navedenim priborom (ne smije se kao pomagalo u toku mjerenja koristiti pribor za crtanje, pisanje i sl.)

Pribor

- uže nepoznate mase *m*
- spajalica (masu spajalice zanemariti)
- metalni prsteni poznate mase (1 veći mase 5 g i 4 manja svaki mase 2 g)
- papirnata mjerna vrpca
- školska klupa

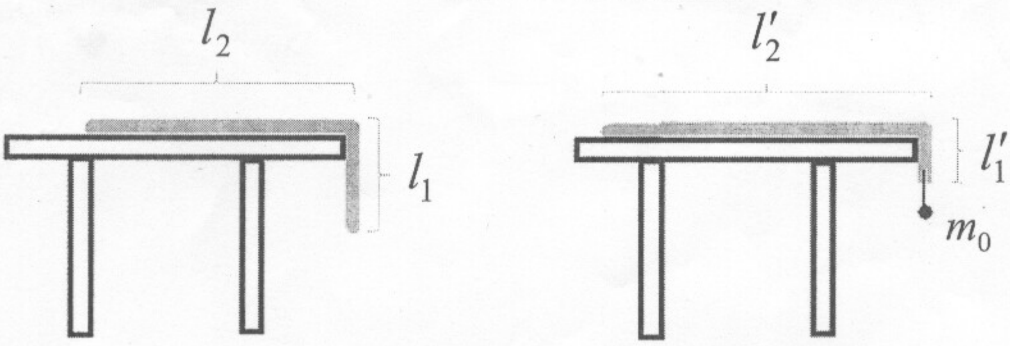
U sklopu zadatka treba:

1. Nacrtati skicu eksperimenta. (5 bodova)
2. Na skici prikazati veličine koje ćete mjeriti i veličine potrebne za objašnjenje postupka. (5 bodova)
3. Opisati postupak mjerenja, objasniti fizikalne osnove (model) za rješenje zadatka, izvesti formulu za vezu između tražene mase i veličina koje ćete mjeriti (10 bodova)
4. Napraviti 5 mjerenja, podatke prikazati tabelarno, odrediti srednju vrijednost nepoznate mase užeta i provesti jednostavan račun pogreške pazeći na pouzdane znamenke (10 bodova)

Ukupno eksperimentalni zadatak 30 bodova

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE, Vinkovci 02.05. svibnja 2017 – 1. GRUPA

Rješenje eksperimentalnog zadatka



a **b**

Postavimo uže na školsku klupu tako da kraći dio užeta duljine l_1 visi preko ruba stola, a dio duljine l_2 leži na stolu (slika a). Polako pomičemo uže po stolu tako da se dio l_1 povećava i izmjerimo duljine l_1 i l_2 pri kojima uže taman počne samostalno klizati po stolu i padati. Možemo reći da je neposredno prije tog trenutka sila teža koja djeluje na dio užeta l_1 ($F_g = m_1 g = \frac{m}{L} l_1 g$, gdje je m_1 masa dijela užeta l_1, m je masa cijelog komada užeta, a L duljina cijelog užeta) u ravnoteži sa silom trenja na stolu koja djeluje na dio užeta l_2 ($F_{tr} = \mu m_2 g = \mu \frac{m}{L} l_2 g$, gdje je μ faktor trenja između užeta i podloge, a m_2 masa dijela užeta l_2) koji leži na stolu. Zato vrijedi:

$$m_1 g = \mu m_2 g \;\Rightarrow\; \frac{m}{L} l_1 g = \mu \frac{m}{L} l_2 g \;\Rightarrow\; \mu = \frac{l_1}{l_2} \tag{1}$$

Sada na kraj užeta objesimo uteg (prsten ili više njih) mase m_0 (Slika b). Slično kao i u gore opisanom slučaju, u trenutku kad uže upravo krene klizati vrijedi:

$$\left(m_0 + \frac{m}{L} l_1'\right) g = \mu \frac{m}{L} l_2' g \;, \tag{2}$$

gdje je l'_1 duljina dijela užeta koji visi preko ruba stola i na njemu je učvršćen uteg, a l'_2 je duljina dijela užeta koji leži na klupi. Iz jednakosti (1) i (2) sređivanjem konačno se dobije da je tražena **masa užeta**:

$$m = \frac{m_0 L}{\frac{l_1 l_2'}{l_2} - l_1'} \tag{3}$$

Znači prvo izmjerimo veličine l_1, l_2, a zatim mjerenjem l'_1 i l'_2 za 5 različitih masa utega m_0 te određujemo masu užeta prema jednadžbi (3) za svako od tih mjerenja i podatke prikažemo tabelarno. Na kraju odredimo srednju vrijednost mase užeta i provedemo jednostavan račun pogreške.

Srednje škole – 2. skupina

1. zadatak (16 bodova)

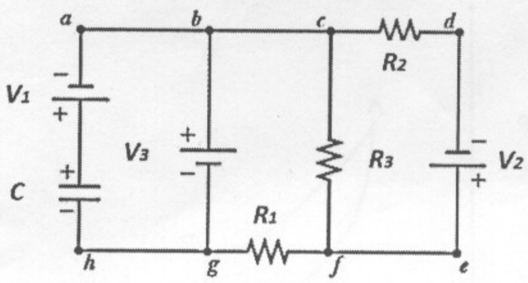
Kuglica nabijena pozitivnim nabojem i mase m = 1,0 g počinje padati iz stanja mirovanja, u vakuumu, s visine h = 5,00 m, u vertikalnom jednolikom električnom polju E = 1,00x10^4 N/C. U trenutku pada na tlo kuglica ima brzinu v = 21,0 m/s. Odredite:

a) Smjer električnog polja;
b) Naboj na kuglici;
c) Ukoliko kuglica pada kroz nevodljivu tekućinu gustoće 0,88 kg/dm^3, bez viskoznog trenja u istom električnom polju i padne na tlo brzinom za trećinu manjom u odnosu na pad u vakuumu, odredite polumjer kuglice.

2. zadatak (15 bodova)

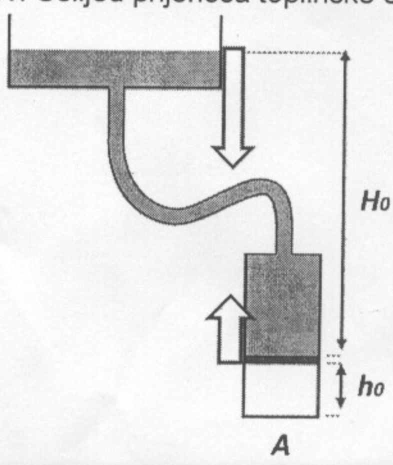
Vrijednosti komponenata koje čine strujni krug (vidi slika) su: V_1 = 3,00 V; C = 6,00 μF; R_1 = R_2 = 5,00 Ω; R_3 = 3,00 Ω; V_2 = 4,00 V; V_3 = 8,00 V. Odredite struju koja, nakon 10 s poslije spajana sklopa, teče kroz:

a) granu de;
b) otpornik R_3;
c) grane bg i ah.
d) Nađite naboj na kondenzatoru.



3. zadatak (22 bodova)

Uređaj prikazan na slici sastoji se od cilindra s klipom površine A = 100 cm^2 zanemarive mase i debljine, koji kliže bez trenja. Klip zatvara dvoatomni idealni plin na temperaturi T = 20°C u cilindru. Iznad klipa se nalazi živa koja je s cijevi spojena s otvorenom posudom (iznad površine je atmosferski tlak). Početni položaj klipa nalazi se na visini h_0 = 10 cm od tla a visina žive je H_0 = 2m od klipa. Cilindar u kojem se nalazi plin termički je izoliran od okoline. U cilindru se nalazi maleni grijač, zanemarivog volumena, koji u trenutku t = 0 počinje grijati konstantnom snagom od P = 2 W. Uslijed prijenosa toplinske energije klip se počinje dizati.



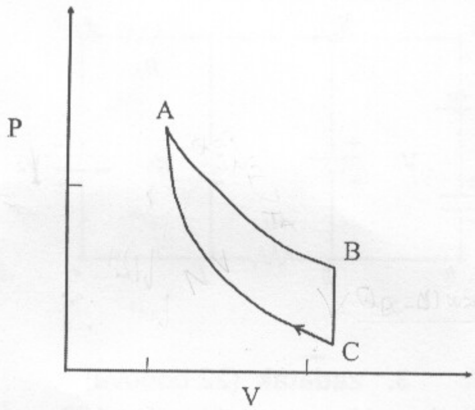
Pomoću mehaničkog uređaja posuda sa živom se spušta tako da se razina površine žive spusti efektivno 9 mm za svaki milimetar za koji se podigne klip.
Mehanički uređaj i grijač se isključe u trenutku kada se volumen plina udvostručio. Proces je dovoljno spor da se može pretpostaviti da je pretvorba gotovo statična.

a) Izračunajte termodinamičke parametre za početno stanje (p, V, T) plina u cilindru.
b) Izračunajte termodinamičke parametre za konačno stanje plina u cilindru.
c) Odredite funkciju $p(V)$ koja opisuje proces, izračunajte glavne parametre koji ju definiraju i prikazati na pV dijagramu.
d) Izračunajte Q, ΔU i W u pretvorbi.
e) Izračunajte koliko vremena traje pretvorba.
f) Izvedite ovisnost temperature o volumenu i početnim parametrima izračunajte maksimalnu temperaturu koju postiže plin i vrijednost volumena za koju se to postiže.

4. zadatak (17 bodova)

Količina n = 1,2 mola jednoatomnog idealnog plina, uz pomoć dva idealna izvora temperature T_A = 600K i T_C = 300K, prolazi kroz termodinamički ciklus prikazan u slici. Pretvorba AB je izotermna i reverzibilna, pri temperaturi T_A; BC je izohorna ireverzibilna pretvorba (ali gdje je rad W = 0) izvedena stavljajući plin u kontakt s izvorom T_C; CA je adijabatska reverzibilna pretvorba. Ukoliko je $p_A = 8\times10^5$ Pa, izračunajte:

a) Volumen V_C;
b) Rad obavljen u jednome ciklusu;
c) Učinkovitost ciklusa;
d) Promjenu entropije „termodinamičkog svemira“ (sustav + okoliše), tijekom ciklusa.



Napomena: Rješenja zadataka moraju se izraziti s tri značajne znamenke i u SI jedinicama.

Vrijednosti fizikalnih konstanti (vrijedi za sve zadatke):

Plinska konstanta R = 8,314 $JK^{-1}mol^{-1}$

Koeficijent adijabatske ekspanzije:

- jednoatomni plin γ=1,67
- dvoatomni plin γ=1,4

Atmosferski tlak, p_{atm}= 1 atm = 101325 Pa.

Gustoča žive ρ_{Hg} = 13 546 kg/m³

Ubrzanje sile teže g = 9,81 m/s2.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE, Vinkovci 02.-05. svibanj 2107.

Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (16 bodova)

Kuglica ima konstanto ubrzanje zbog djelovanja sile teže i električnog polja. Zbog toga vrijedi sljedeće:

$$v_k^2 = v_p^2 + 2a(x_k - x_p)$$

$$v_k^2 = 0 + 2a(x_k - x_p)$$

$$a = \frac{v_k^2}{(2h)}$$ **(2 boda)**

U smjeru gibanja, sila se može izraziti:

$$-ma = -F_g + |F_e| = -mg + |qE| = -\frac{mv_k^2}{(2h)}$$ **(2 boda)**

$$q|E| = mg - \frac{mv_k^2}{(2h)}$$ **(2 boda)**

a) Znajući da bi samo ubrzanje od gravitacije izazvalo konačnu brzinu iznosa:

$$v_k^2 = v_p^2 + 2g(x_k - x_p)$$

$$v_k = \sqrt{2gh} = 9{,}90\ m/s$$ **(1 bod)**

očito je, a da bi se postigla konačna brzina od 21,0 m/s, da električno polje E mora biti usmjereno u smjeru sile teže, budući da je naboj kuglice pozitivan. **(2 boda)**

b) Naboj na kuglici je:

$$q = \frac{m}{E}\left(\frac{v_k^2}{(2h)} - g\right) = 3{,}43\ \mu C$$ **(2 boda)**

c) Ukoliko je kuglica uronjena u tekućinu gustoće 0,88 kg/dm^3 (zanemarujući viskozno trenje) mora se uzeti u obzir i sila uzgona:

$$-ma = -F_g - F_e + F_u = -mg - qE + \rho g V = -\frac{mv_k^2}{(2h)}$$ **(2 boda)**

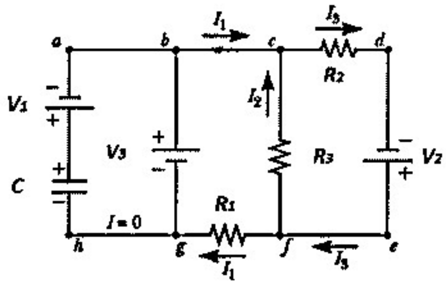
gdje V je ukupni volumen uronjene kuglice u tekućini:

Znajući da je $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, dobije se:

$$r = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\rho\pi}\left[1 - \frac{v_k^2}{(2hg)} + \frac{qE}{mg}\right]} = 8{,}78 \cdot 10^{-3} m$$ **(3 boda)**

2. zadatak (15 bodova)

a) Primjenjujući Kirchhoffovo pravilo za čvor *c* i uzimajući u obzir smjer struja kako naveden u slijedećoj figuri:



$I_1 = I_3 - I_2$ **(1 bod)**

Kirchhoffovo pravilo za petlju *gbcfg* vrijedi:

$+8{,}00V + 3{,}00\Omega\, I_2 - 5{,}00\Omega\, I_1 = 0$ **(1 bod)**

A za petlju *fcdef* vrijedi:

$-3{,}00\Omega\, I_2 - 5{,}00\Omega\, I_3 + 4{,}00V = 0$ **(1 bod)**

Iz čega slijedi da je $I_3 = +1{,}02\, A$ **(2 boda)**

b) Također, od prethodni jednadžbi dobije se $I_2 = -0{,}364\, A$ **(2 boda)**

c) Iz prve jednadžbe dobiva se $I_1 = +1{,}38\, A$, koja teče u granu *bg*. **(2 boda)**

Kada je kondenzator u potpunosti nabijen (zašto je spojen na napon od 10 s) struja koja teče kroz njega i granu *ah* je $I = 0$. **(2 boda)**

d) Uzimajući u obzir petlju *hgbak* može se izračunati napon na pločama kondenzatora.

$\Delta V_{hk} = +8{,}00V + 3{,}00 I_2 = 11V$ **(2 boda)**

Iz čega proizlazi da je naboj na kondenzatoru:

$Q = C_{hk}\Delta V_{hk} = (11V)(6{,}00\mu F) = 66{,}0\mu C$ **(2 boda)**

3. zadatak (22 bodova)

a) U početnom stanju temperatura plina je T_p = 293,15 K, volumen je $V_k = A*h$ = 1000 cm^3, a početni tlak je:

$p_p = p_{atm} + \rho_{Hg} g H_0 = 367\ kPa$ **(2 boda)**

b) Konačni volumen je $V_k = 2V_p$ = 2000 cm^3, što znači da će se klip podignuti za Δh = 10cm a površina žive se spustiti za 9Δh, iz čega slijedi da je promjena visine žive je $\Delta H = -10\ \Delta h$. Konačna visina žive je $H_k = H_0 + \Delta H$ = 1m, a tlak:

$p_k = p_{atm} + \rho_{Hg} g H_f = 234\ kPa$ **(2 boda)**

Iz jednadžbe idealnog plina dobije se temperatura:

$\frac{p_k V_k}{T_k} = \frac{p_p V_p}{T_p} \Longrightarrow T_k = \frac{p_k V_k}{p_p V_p} T_p = 374\ K$ **(2 boda)**

c) Promjena volumena je $\Delta V = A\Delta h$ a promjena tlaka vezana uz promjenu visine žive je:

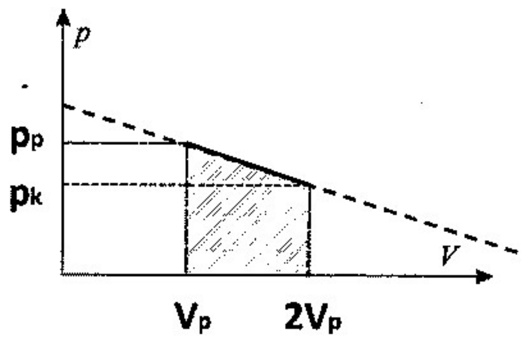
$\Delta p = \rho_{Hg} g \Delta H = -10 \rho_{Hg} g \Delta h$

što znači da vrijedi odnos

$\frac{\Delta p}{\Delta V} = -k \qquad sa\ k = \frac{10\rho_{Hg} g}{A} = 1{,}33 \times 10^{-8} Pa/m^3$ **(2 boda)**

Pretvorba grafički može prikazati kao pravac koji prolazi kroz (V_p,p_p) i koeficijenta smjera $-k$.

$p - p_p = -k(V - V_k) \Longrightarrow p(V) = -kV + p_p + kV_p$ **(2 boda)**



d) Rad je jednak površini ispod pravca prikazanog na slici:

$W = \frac{p_p + p_k}{2}\left(2V_p - V_p\right) = \frac{p_p + p_k}{2} V_p = 301 J$ **(2 boda)**

Promjena unutarnje energije je:

$\Delta U = n c_v \Delta T = \frac{5}{2}(2p_k - p_p)V_p = 253\ J$ **(2 boda)**

Dakle ukupna izmijenjena toplina je:

$Q = \Delta U + W = 554\ J$ **(2 boda)**

e) Budući da se toplina predaje konstantnom snagom, vrijeme trajanja pretvorbe je:

$\Delta t = P/Q = 277 s$ **(2 boda)**

f) Uzimajući u obzir jednadžbu idealnog plina i ovisnost tlaka o volumenu:

$T(V) = \frac{pV}{nR} = \frac{T_p}{V_p p_p}(-kV^2 + (p_p + kV_p)V)$ **(2 boda)**

To je jednadžba parabole okrenute prema dolje:

Iz jednadžbe $y(x) = ax^2 + bx + c$ proizlazi da je položaj tjemena parabole je: $x_V = -b/(2a)$, $y_V = -\Delta/(4a)$.

Dakle:

$$V(T_{max}) = 1{,}88 \times 10^{-3} m^3$$
$$T_{max} = 375\,K$$ **(2 boda)**

4. zadatak (17 bodova)

a) Iz jednadžbe idealnog plina slijedi:

$$V_A = \frac{nRT_A}{p_C} = 0{,}00748\,m^3$$ **(2 boda)**

Uzimajući u obzir da se radi o jednoatomnom plinu $\gamma = 1{,}6$ i budući da je pretvorba CA adijabatska, slijedi:

$$V_C = V_A \left(\frac{T_A}{T_C}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 0{,}0211\,m^3$$ **(2 boda)**

b) Rad obavljen u izotermnom ciklusu je jednak izmijenjenoj toplini i uzimajući u obzir da $V_C = V_B$:

$$W_{AB} = Q_{AB} = nRT_A ln\frac{V_C}{V_A} = 6193\,J$$ **(2 boda)**

Međutim u adijabatskoj pretvorbi:

$$W_{CA} = -\Delta U_{CA} = -nc_v(T_A - T_C) = -4490J$$ **(2 boda)**

Dakle ukupni obavljeni rad je:

$$W = W_{AB} + W_{CA} = 1703J$$ **(2 boda)**

c) Iz čega proizlazi učinkovitost:

$$\eta = \frac{W}{Q_{AB}} = 0{,}275\ ili\ 27{,}5\%$$ **(2 boda)**

d) Promjena entropije svemira (sistem + okoliše) u slučaju da bi ciklus bio reverzibilan bila bi nula ali u ovom slučaju ima se da proces BC je ireverzibilan, slijedi da entropija svemira poveća se. Znajući da promjena entropije sustava tijekom ciklusa je nula (sistem se vrati u početno stanje) slijedi da promjena entropije „termodinamičkog svemira“ tijekom ciklusa izazvana je promjenom entropije dva izvora topline.

Ako se uzme u obzir da toplina prenošena u izohornom procesu je:

$$Q_{BC} = nc_v(T_C - T_A)$$ **(2 boda)**

Promjena ukupne entropije je, ako označimo sa ΔS^* promjenu entropije izvora:

$$\Delta S_{svemira} = \Delta S^*_{AB} + \Delta S^*_{BC} = -\frac{Q_{AB}}{T_A} - \frac{Q_{BC}}{T_C} = 4{,}64\,J/K$$ **(3 boda)**

Državno natjecanje iz fizike, Vinkovci 02.-05. svibnja 2017

EKSPERIMENTALNI ZADATAK- 2.razred

Određivanje mase zrna sačme i gustoće sačme

Pribor: Plastična posuda s vodom, epruveta, sačma , ravnalo

Zadatak :

1. Odredite prosječnu masu zrna sačme
2. Odredite gustoću materijala od kojeg je napravljena sačma

U sklopu zadatka treba:

a) Objasniti teorijsku podlogu mjerenja (10 bodova)
b) Izvesti formulu kojom ćete pomoću izmjerenih veličina odrediti prosječnu masu zrna sačme i gustoću materijala sačme (10 bodova)
c) Napraviti 5 mjerenja , podatke prikazati tablično , odrediti prosječnu masu zrna sačme , srednju vrijednost gustoće materijala sačme. (10 bodova)

Koristite podatak za gustoću vode 1000 kg/m^3.

Državno natjecanje iz fizike, Vinkovci 02.-05. svibnja 2017

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA- 2.razred

1. ***Određivanje prosječne mase zrna sačme***

   a) Zabilježimo razinu vode u čaši, a zatim u čašu s vodom stavimo epruvetu u koju smo stavili malo sačme (na primjer N_1 =50 zrna sačme) ponovo zabilježimo razinu vode. Pomoću ravnala izmjerimo razliku visina. Razliku visina vode prve i druge oznake označit ćemo s Δh_1. **(2 boda)**

   Pomoću ravnala izmjerimo polumjer čaše R. **(2 boda)**

   Budući da epruveta sa sačmom miruje uzgon koji djeluje na epruvetu jednak je sili teži, odnosno:

   $(N_1 m + m_E)g = \rho g R^2 \pi \Delta h_1$ **(2 boda)**

   , gdje je m masa zrna sačme, m_E masa epruvete, a ρ gustoća vode.

   b) Zatim u epruvetu dodajemo još nekoliko zrna sačme (na primjer 25, tako da je $N_2 = 75$) i ponovo zabilježimo razinu vode. Razliku visine u odnosu na početnu označimo Δh_2. Sada vrijedi:

   $(N_2 m + m_E)g = \rho g R^2 \pi \Delta h_2$. **(2 boda)**

   Kombinirajući gore navedene relacije dobivamo za masu zrna sačme m:

   $m = \frac{\rho R^2 \pi (\Delta h_2 - \Delta h_1)}{\Delta N}$ **(2 boda)**

   , gdje je $\Delta N = N_2 - N_1$.

   Više mjerenja napravimo tako da povećavamo broj zrna sačme u epruveti (na primjer dodajemo po 25 zrna) i bilježimo promjene visine razine vode. **(5 bodova)**

2. ***Određivanje gustoće materijala sačme***

   Da bi odredili gustoću materijala sačme potrebno je odrediti volumen zrna sačme. U tu svrhu ćemo epruvetu napuniti vodom, zabilježiti razinu i dodati veći broj zrna sačme u epruvetu (na primjer 120 zrna sačme). **(2 boda)**

   Razina vode u epruveti će se podignuti i zabilježit ćemo razliku visina Δh. **(2 boda)**

   Pomoću ravnala odredimo polumjer epruvete r, a iz polumjera odredimo volumen sačme:

   $V_s = r^2 \pi \Delta h$ i volumen jednog zrna sačme $V = \frac{r^2 \pi \Delta h}{120}$. **(4 boda)**

   Iz mase zrna sačme i volumena zrna sačme odredimo gustoću materijala sačme prema:

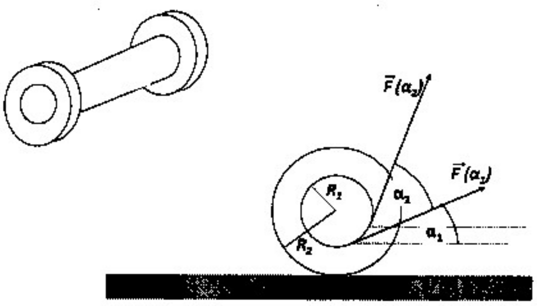
   $\rho_s = \frac{m}{V}$. **(2 boda)**

   Napravimo 5 mjerenja i odredimo srednju vrijednost gustoće. **(5 bodova)**

Zadaci za državno natjecanje 2017. – 3. skupina

Zadatak 1 (18 bodova)

Na kalemu sa slike, radijusa unutarnjeg cilindra R_1 i vanjskog R_2, momenta inercije I, namotan je konac zanemarive debljine, tako da slobodan kraj konca visi s donje strane – namatan je suprotno od kazaljke na satu. Kalem stoji na stolu a trenje između kalema i stola je takvo da kalem neće proklizati.
Mala Monika uhvati slobodan kraj konca i vuče konac silom F pod kutom α u odnosu na horizontalu (na slici su prikazana dva takva proizvoljna kuta).
Diskutiraj smjer gibanja kalema u ovisnosti o kutu $\alpha \in [0, \pi/2]$ i omjeru R_1/R_2.



Zadatak 2 (18 bodova)

Radio Alžir je dugovalna radiopostaja koja odašilje AM radio na frekvenciji $f = 153$ kHz. Radiovalovi te stanice do prijamnika dolaze na dva načina: pravocrtno (direktnim putem) i odbijanjem o ionosferu. Ionosfera je sloj atmosfere koji djeluje kao zrcalo za radiovalove i reflektira ih pod istim upadnim kutom natrag, a nalazi se na visini $H = 60$ km.

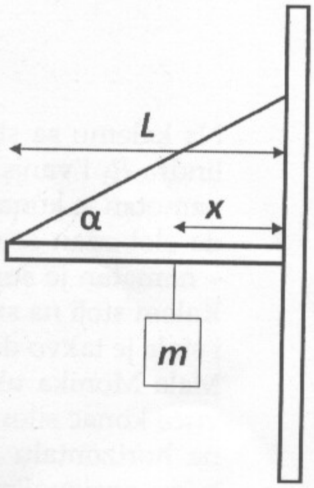
a) Ako s L označimo udaljenost prijamnika od izvora, nađi takve L_n za koje nema signala. L_n izrazi preko f, H, n i brzine svjetlosti c. U svojem računu pretpostavite da je Zemlja ravna. Je li ta pretpostavka valjana za sve L?

b) Koji je najveći, a koji najmanji takav L za danu frekvenciju? (brzina svjetlosti $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

c) Za koje frekvencije ne postoje udaljenosti kod kojih dolazi do destruktivne interferencije?

Zadatak 3 (18 bodova)

Dizalica se sastoji od okomite čelične grede i horizontalne grede duljine L na nekoj visini, kako je prikazano na slici. Okomita greda je dobro učvršćena i nepomična je, a horizontalna je učvršćena s jedne strane preko napete sajle a s druge strane samo preko trenja koeficijenta $\mu = 0.6$. Teret težine $m = 1000$ kg visi ispod horizontalne grede, na udaljenosti $x = 0.4L$ od okomite grede. Masa tereta je puno teža od mase sajle i grede, pa njih zanemarujemo.



a) Skiciraj sve sile na horizontalnu gredu i sajlu.

b) Nađi raspon kuta α za koji sustav miruje.

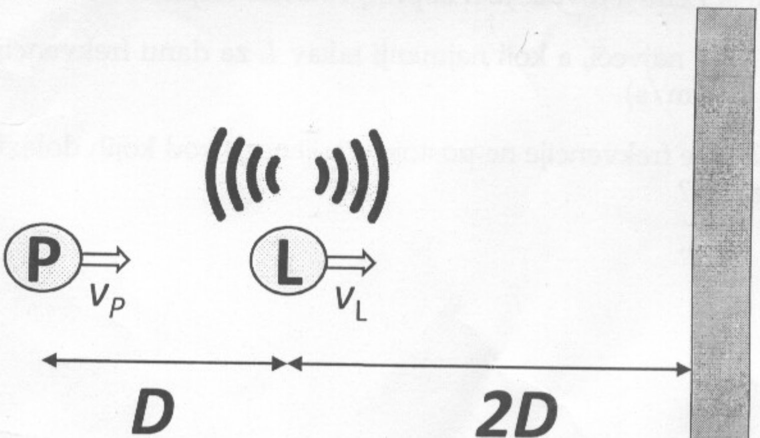
c) Nađi masu koju, obješenu okomito, sajla mora moći izdržati tako da ne pukne prilikom nošenja tereta.

Zadatak 4 (16 bodova)

Policajac Petar hvata lopova Lovru koji bježi nepoznatom brzinom v_L prema velikoj zgradi i istodobno se manično smije (ispušta neki zvuk nepoznate frekvencije f_0). Policajac trči za njim brzinom $v_P = 10$ m/s, i istodobno čuje i njegov smjeh i jeku tog smijeha jer se zvuk odbija od zgradu ispred (slika). Budući da su frekvencije njegovog smjeha kojeg Petar čuje f_1 i smjeha kojeg čuje zbog jeke f_2 jako bliske, ono što uho razaznaje su udari, tj. poznate su kombinacije frekvencija $f_s = \frac{f_1+f_2}{2} = 250$ Hz i $f_u = |f_1 - f_2| = 5$ Hz.

Zbog čega frekvencije f_1 i f_2 nisu iste? Odredite brzinu lopova i hoće li ga Petar stići prije nego spas pronađe u prostorijama velike zgrade ako je u početnom trenutku Lovre dvaput dalje od zgrade nego što je Petar od Lovre.

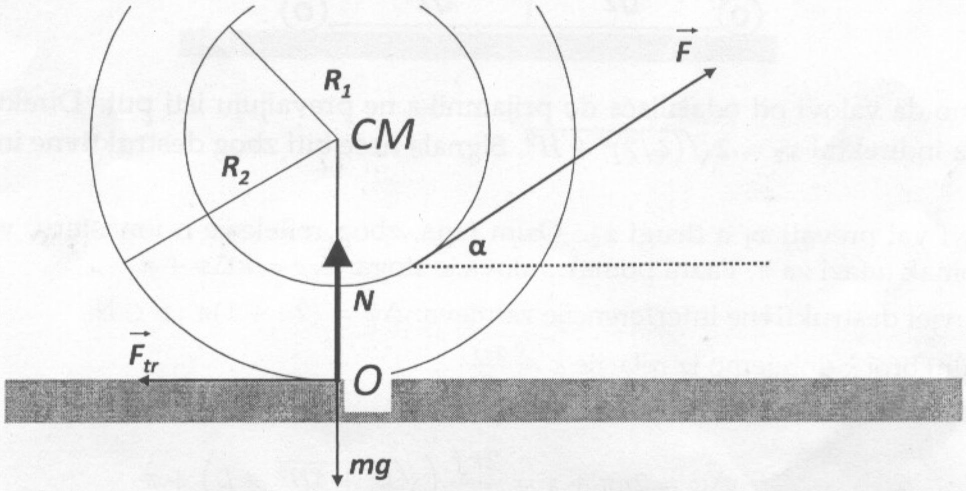
Brzina zvuka u zraku je $c = 340$ m/s.



Zadaci za državno natjecanje 2017. – 3. skupina
Rješenja

Zadatak 1 (18 bodova)

Prvo raspišemo sile na kalem, kao na slici dolje. Vučna sila F je uvijek tangencijalna i ima hvatište na unutarnjem cilindru R_1, sila trenja F_{tr} je vodoravna s podlogom i sa hvatištem u točki dodira kalema s podlogom O, sila teža mg ima hvatište u centru mase CM, a sila N je otpor podloge sa hvatištem u O.



Za korektno nacrtane sile daje se **(4 boda)**

Rješenje problema slijedi iz raspisa sila u horizontalnom i vertikalnom smjeru kao i momenta.

$$\text{Vodoravno: } F\cos\alpha - F_{tr} = ma$$
$$\text{Okomito: } F\sin\alpha + N = mg$$
$$\text{Moment oko CM: } R_2 F_{tr} - R_1 F = I\frac{a}{R_2}$$

Zadnji član smo napisali preko linearne akceleracije, iz uvjeta da tijelo ne proklizava – $\alpha = a/R_2$. (ovdje je α kutna akceleracija, ne kut!)

Za obje sile **(2 boda)**, za moment **(3 boda)** i za vezu akceleracija **(3 boda)**

Sila trenja je statička i možemo je izraziti iz prve jednadžbe te uvrstiti u treću, pa dobijemo:

$$\begin{aligned} F_{tr} &= F\cos\alpha - ma \\ Ia &= R_2^2 F\cos\alpha - R_2^2 ma - R_1 R_2 F \\ a(I + R_2^2 m) &= R_2 F(R_2\cos\alpha - R_1) \end{aligned}$$

(4 boda)

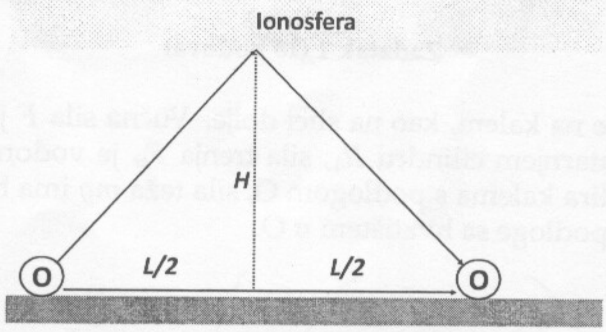
Vidimo da akceleracija mijenja predznak kada je $R_2\cos\alpha - R_1 = 0$, a to je isti uvjet koji daje i grafičko rješenje:

$$\cos\alpha_C = \frac{R_1}{R_2}$$

(2 boda)

Zadatak 2 (18 bodova)

Skicirajmo odašiljač i prijamnik te dva vala – direktni i onaj koji se odbije:



Vidimo da valovi od odašiljaća do prijamnika ne prevaljuju isti put. Direktni put je $x_1 = L$, a indirektni $x_2 = 2\sqrt{(L/2)^2 + H^2}$. Signala neće biti zbog destruktivne interferencije **(2 boda)**

a) Prvi val prevali x_1 a drugi x_2. Osim toga, zbog refleksije o ionosferu, val dobije pomak u fazi za π. Fazni pomak valova je stoga: $\Delta\varphi = k\Delta x + \pi$ **(4 boda)**

a uvjet destruktivne interferencije zahtjeva: $\Delta\varphi = (2n+1)\pi$; $n \in \mathbb{N}_0$ **(2 boda)**

Valni broj k dobijemo iz relacije $k = \frac{2\pi f}{c}$

Uvrštavanjem svih relacija imamo:

$$\Delta\varphi = 2n\pi + \pi = \frac{2\pi f}{c}\left(\sqrt{L^2 + 4H^2} - L\right) + \pi$$

$$2n\pi\frac{c}{2\pi f} = \sqrt{L^2 + 4H^2} - L$$

$$\frac{nc}{f} + L = \sqrt{L^2 + 4H^2}$$

Posljednji izraz sada možemo kvadrirati, uz opasku da smo L odabrali pozitivan, inače bi razlika puteva $x_2 - x_1$ imala drugačiji oblik.

$$L_n = \frac{4f^2H^2 - n^2c^2}{2ncf}$$

(3 boda)

b) Iz gornje relacije zaključujemo da je za danu frekvenciju najveći $L_{n=1} = 3\,671$ km, a najmanji L_n (a da je pozitivan) dobijemo iz relacije:

$$4f^2H^2 - n^2c^2 > 0 \Rightarrow n < \frac{2fH}{c}$$

(2 boda)

Rezultat desno je $n < 61.2$, stoga je najveći $n = 61$, pa je $L_{61} = 392.8$ m. **(2 boda)**

c) Do destruktivne interferencije ne dolazi za frekvencije za koje vrijedi $L_{n=1} < 0$, tj.

$$L_0 < 0 \Rightarrow 4f^2H^2 < c^2$$

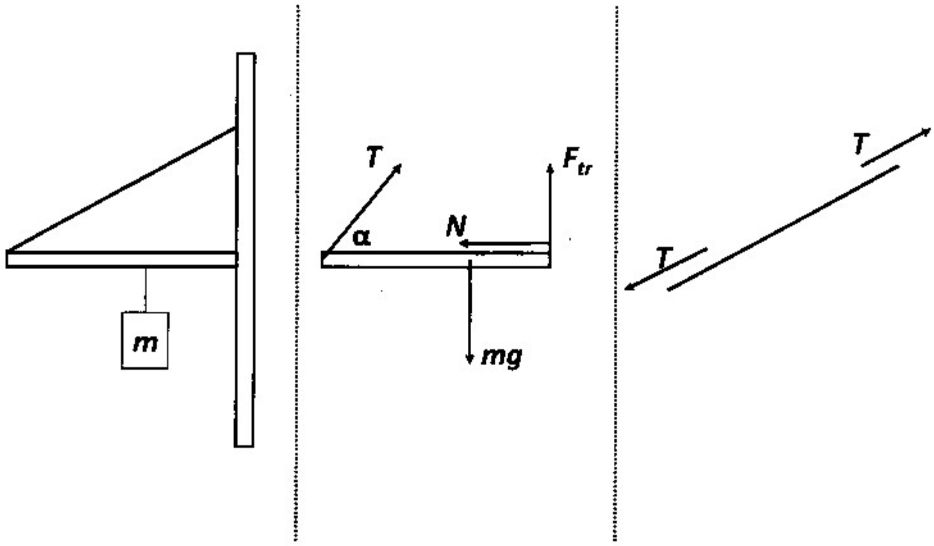
$$f < \frac{c}{2H}$$

kritična frekvencija $f_c = 2.5$ kHz. **(3 boda)**

Zadatak 3 (18 bodova)

a) Sile na horizontalnu gredu su sila utega $F = mg$, sila napetosti sajle T, sila trenja F_{tr} i reakcije podloge N. Smjerovi i hvatišta sila su kao na slici. **(4 boda)**

Sile na sajlu su sila napetosti T od horizontalne grede i sila napetosti T od vertikalne grede za koju je pričvršćena. **(2 boda)**



b) Sustav miruje ako je trenje statičko, tj. $F_{tr} \leq \mu N$ **(3 boda)**. Raspišemo li sile po horizontalnom i vertikalnom smjeru i momente, uz činjenicu da ukupni moment i ukupna sila mora iščezavati:

$$N = T\cos\alpha$$
$$mg = T\sin\alpha + F_{tr} \Rightarrow T = \frac{mg - F_{tr}}{\sin\alpha}$$
$$0.6\,L\,mg = LF_{tr} \Rightarrow F_{tr} = 0.6\,mg$$

Za sile **(2 boda)**, moment **(3 boda)**

Iz uvjeta statičkog trenja i prve jednadžbe za N:

$$0.6\,mg \leq \mu T\cos\alpha = \frac{\mu mg(1-0.6)}{\tan\alpha}$$
$$\tan\alpha \leq \frac{2}{3}\mu \Rightarrow \alpha \leq 21.8^\circ$$

(2 boda)

c) Sajla trpi silu T. Iz prošlog dijela zadatka izrazimo T:

$$T\sin\alpha = 0.4\,mg \Rightarrow T = \frac{0.4\,mg}{\sin\alpha}$$

Uvrstimo li vrijednosti dobijemo $T = 10\,566$ N, pa sajla mora moći izdržati masu od $m = 1\,077$ kg. **(2 boda)**

Zadatak 4 (16 bodova)

Frekvencije f_1 i f_2 su različite zbog Dopplerovog efekta. **(2 boda)**

Frekvencija f_1 se direktno dobije iz vlastite frekvencije lopova f_0 preko jednadžbe za Dopplerov efekt u kojoj se gibaju i izvor i promatrač:

$$f_1 = f_0 \frac{c + v_P}{c + v_L}$$

S druge strane, f_2 frekvencija dolazi od zvuka koji se odbio od zida, pa je za nju efektivno zid izvor. Do zida dolazi frekvencija f_x, za koju je zid promatrač, a lopov izvor. Sastavimo li te dvije relacije:

$$f_2 = f_x \frac{c + v_P}{c}$$
$$f_x = f_0 \frac{c}{c - v_L}$$
$$f_2 = f_0 \frac{c + v_P}{c - v_L}$$

(6 bodova)

Poznate su nam kombinacije $f_s = \frac{f_1+f_2}{2}$ i $f_u = |f_1 - f_2| = f_2 - f_1$. Posljednje smo zaključili jer $f_2 > f_1$. Sada obje te kombinacije možemo izraziti preko f_0 i v_L:

$$f_s = \frac{f_0}{2} \cdot \frac{(c + v_P)\, 2\, c}{c^2 - v_L^2}$$
$$f_u = f_0 \, \frac{(c + v_P)\, 2\, v_L}{c^2 - v_L^2}$$

Iz omjera ove dvije vrijednosti dobijemo:

$$\frac{f_s}{f_u} = \frac{c}{2v_L} \Rightarrow v_L = \frac{c f_u}{2 f_s} = 3.44 \text{ m/s}$$

(4 boda)

Da bi odredili hoće li policajac stići lopova promotrimo vrijeme koje im treba da dođu do zgrade, ako pretpostavimo da je lopov od zgrade udaljen za $2D$. Tada je policajac udaljen za D od lopova, tj. $3D$ od zgrade:

$$t_L = \frac{2D}{v_L} = 0.58D$$
$$t_P = \frac{3D}{v_P} = 0.3D$$

Policajac će prije doći do zgrade, tj. stići će lopova! **(4 boda)**

Državno natjecanje iz fizike
Vinkovci, 02.-05. svibnja 2017.

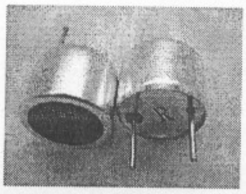
EKSPERIMENTALNI ZADATAK

3. skupina

Pribor:

- Ultrazvučni prijemnik
- Ultrazvučni predajnik
- Mjerne trake na letvicama, 2 komada
- Tri pravokutna profila (plastika, karton ili šperpločea)
- Voltmetar (AC mjerenja)

Na slici su prikazani ultrazvučni pretvornici. Jedan od njih je prijamnik (oznaka R), a drugi predajnik (oznaka T).



Da bi predajnik emitirao u ultrazvučnom području potreban je generator tahvih signala. Predajnik je spojen na elektronički sklop koji to ostvaruje. Podatak o generiranoj frekvenciji zapisan je na kućištu elektroničkog sklopa (rezonatna frekvencija).

Prijamnik prima signale u širem rasponu ultrazvučnih frekvencija. Spojen je na kućište pojačala signala.

Mjerenja se očitavaju pomoću voltmetra koji se spaja na prijamnik na označeno mjesto.

Zadatci:

Odrediti brzinu širenja ultrazvuka pomoću zadanog pribora na barem dva načina.

Opišite detaljno opažanja i obrazložite mjerenja. Skicirajte eksperimentalne postave.

Objasnite fizikalne pojave na osnovu kojih ste izveli mjerenja i odredili brzinu ultrazvuka u zraku.

Procijenite točnost mjerenja. Što sve uvjetuje točnost mjerenja?

Usporedite mjerenja sa očekivanom teorijskom vrijednosti brzine.

Napomene:

Upute za potreban izvor napona dane su uz pripremljeni pribor.

Predajnik učvrstite sa manjim komadom plastelina na stol. Jednu mjernu traku na letvici postavite uz predajnik. Prijamnik učvrstite na kraj druge letvicu sa mjernom trakom.

Državno natjecanje iz fizike
Vinkovci, 02.-05. svibnja 2017.

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA

3. skupina

Sa zadanim priborom očekivana su četiri načina rješenja eksperimentalnog zadatka. Prvi način (stojni val) najjednostavniji je. Određivanje brzine ultrazvuka pomoću interferencije valova na dvije pukotine nešto je zahtjevnije. Brzinu uktrazvuka u zraku može se odrediti i pomoću ˝Loydova zrcala˝. Moguća su i opažanja ogiba ultrazvučnih valova.

1. način: Stojni val

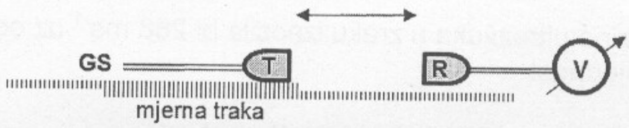
Stojni val nastaje interferencijom dvaju valova jednake amplitude i jednake frekvencije, a time i jednake valne duljine, koji se na istom pravcu gibaju jedan nasuprot drugome. Može nastati superponiranjem reflektiranog vala od čvrste prepreke i upadnog vala.

1 bod

Predajnik i prijemnik se međusobno udaljavaju, okrenuti jedan prema drugome, a na voltmetru se očitavaju promjene napona.

3 boda

.



Pri udaljenostima manjima od 10 cm relativno je jednostavno očitati ovisnost napona o udaljenosti sa izraženim minimumima i maksimumima. Na prijamniku se reflektiraju ultrazvučni valovi i nastaje stojni val. Dva susjedna minimuma su međusobno udaljena za pola valne duljine:

$$d = \frac{\lambda}{2}$$

2 boda

Bilježenjem mjesta na kojem se nalazi prijamnik pri minimumu ili maksimumu primljenog signala može se odrediti međusobna udaljenost između dva susjedna minimuma ili maksimuma.

1 bod

Rezultati mjerenja:

U tablicama su prikazane dvije moguće serije mjerenja (za manje i veće udaljenosti pretvornika).

4 boda

Broj mjerenja	d / cm	Δd / cm
1	2,3	
2	2,7	0,4
3	3,1	0,4
4	3,2	0,3
5	3,6	0,4
6	4,0	0,4
7	4,4	0,4
8	4,7	0,3
9	5,0	0,3
10	5,3	0,3
		$\overline{\Delta d}$=0,36cm
		r_m=17%

Broj mjerenja	d / cm	Δd / cm
1	9,4	
2	9,8	0,4
3	10,3	0,5
4	10,8	0,5
5	11,2	0,4
6	11,6	0,4
7	12,1	0,5
8	12,5	0,4
9	12,9	0,4
10	13,4	0,5
		$\overline{\Delta d}$=0,44cm
		r_m=9%

d ... razmak između prijemnika pri očitavanju maksimuma signala
$\overline{\Delta d}$... udaljenost prijamnika između dva uzastopna prijema

Povećanjem udaljenosti između pretvornika dolazi do smanjenja intenziteta signala, ali su pojave pojačavanja i slabljenja signala i dalje uočljive.

Na osnovu ovih mjerenja pri većim razmacima pretvornika mjerenja su nešto preciznija.

Rezultat procjena brzine ultrazvuka:

Iz d=0,44cm slijedi da je valna duljina λ=0,88cm.

Uz frekvenciju predajnika od 40 kHz, brzina vala iznosi:

$$v = \lambda \cdot f$$ **2 boda**

$$v = 352 \text{ ms}^{-1}$$ **1 bod**

Brzina ultrazvuka u zraku usporediva je brzini zvuka u zraku. Tako je očekivana teorijska vrijednost 344ms^{-1} pri 20°C. Odstupanja od terijske vrijednosti iznosi 2,3%.

Na osnovu prve serije brzina ultrazvuka u zraku iznosila bi 288 ms^{-1} uz odstupanje od 16% s obzirom na očekivanu vrijednost. **1 bod**

2. način: Interferencija valova ultrazvuka na dvije pukotine

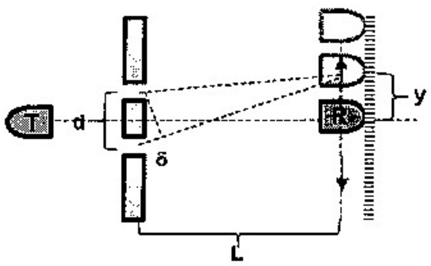
Emitirani ultrazvučni val iz predajnika nailazi na dvije pukotine. Pukotine postaju 2 izvora vala. Iz pukotina izlaze dva koherentna ultrazvučna vala. **1 bod**

Razmak između sredina pukotina je 7 cm, a širine pukotina su 2 cm. **1 bod**

Ovisno o razlici u fazi (ili razlici hoda) koju će valovi imati u određenoj točki prostora, nastat će konstruktivna ili destruktivna interferencija. Pomoću voltmetra se očitavaju naizmjenični maksimumi i minimumi signala (interferencije). **1 bod**

Eksperimentalni postav prikazan je na slici:

4 boda



Moguće je zabilježiti položaje prijamnika na mjestima kada je očitan maksimum signala i zatim odrediti udaljenosti između dva susjedna maksimuma.

Uvjet konstruktivne interferencije je da je razlika hoda između dvije valne zrake jednaka cjelobrojnoj vrijednosti valnih duljina:

$$\delta = n\lambda$$

Da bi nastala destruktivna interferencija razlika hoda mora biti jednaka polubrojnoj vrijednosti valnih duljina: $\delta = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$

n = 0,1,2,3,....

Na osnovu skice postava i prethodnih uvjeta moguće je odrediti razmak između dva susjedna maksimuma ili minimuma:

$$y = \frac{\delta L}{d}$$ **2 boda**

Odnosno, mjerenjem razmaka pukotina (d), i udaljenosti pukotina od zaslona (L) može se izračunati valna duljina ultrazvučnog signala, λ:

$$\lambda = \frac{yd}{L}.$$ **1 bod**

Primjer mjerenja koja su izvedena:

d=7cm
L=36cm

2 boda

Broj mjerenja	y / cm	λ / cm
1	4,5	0,875
2	4	0,778
3	4	0,778
4	5	0,97

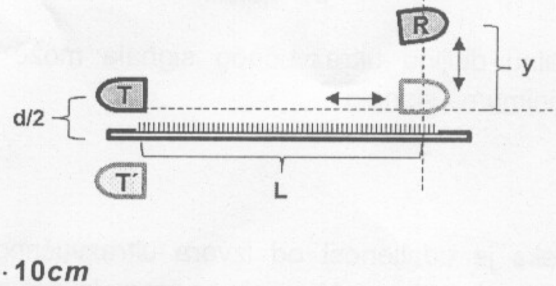
$$\bar{\lambda} = 0,85cm$$
$$v = \lambda \cdot f$$
$$v = 340\ ms^{-1}$$

1 bod

3. način: Loydovo ˝zrcalo˝

Loydovo ˝zrcalo˝ je glatka reflektirajuća ploha, na primjer ravnina stola, pomoću koje dobivamo virtualnu ˝sliku˝ predajnika. Dobivena su dva koherentna izvora ultrazvuka. Izvori su u fazi. Potrebno je malo podići predajnik sa površine stola. Udaljenost predajnika od stola jednaka je polovici udaljenosti predajnika i njegove ˝slike˝.
Prijamnik se može pomicati duž stola dok ne očitamo maksimalni napon na voltmetru.
Ako pomičemo prijamnik okomito na ravninu stola možemo očitati daljne maksimume i razmake između dva susjedna maksimuma.

Prikaz eksperimentalnog postava:



Očekivana mjerenja:

L=44cm
d=10cm
y=3,8cm

$$\lambda = \frac{yd}{L} = \frac{3,8cm \cdot 10cm}{44cm}$$

$$\lambda = 0,86cm$$

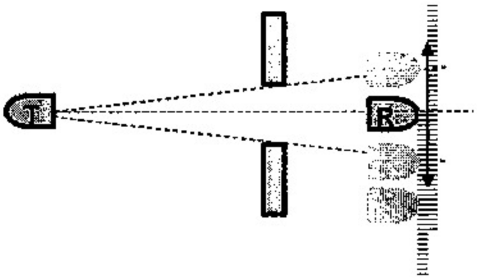
$$v = \lambda \cdot f$$

$$v = 344\ ms^{-1}$$

4. način: Ogib ultrazvučnih valova

Na zvučnim valovima, pa tako i na ultrazvuku moguće je opaziti pojavu ogiba ili difrakcije.

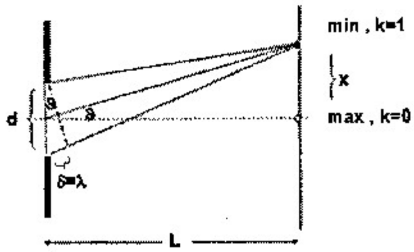
Difrakcija je skretanje vala iza prepreke ili zalaženje iza pukotine i njegovo odstupanje od pravocrtnog širenja.



Sporedni maksimumi signala nalaze se u područje sjene. Intenziteti signala su izrazito manji no u slučaju središnjeg maksimuma i teže ih je mjeriti.

Na osnovu skice mogu se uočiti dva slična trokuta.

Za male kuteve Θ:



$\Delta 1: \sin\Theta = \frac{\lambda}{d}$

$\Delta 2: tg\Theta \approx \sin\Theta = \frac{x}{L}$

slijedi uvjet opažanja minimuma signala:

$$\frac{\lambda}{d} = \frac{x}{L}$$

$\frac{xd}{L} = k\lambda$ *k-ti red minimuma signala od središnjeg maksimuma*

$\frac{xd}{L} = (2k-1)\frac{\lambda}{2}$ *k-ti red maksimuma signala od središnjeg maksimuma*

$k = 1,2,3...$

Valnu duljinu ultrazvučnog signala može se izračunati na osnovu određivanja položaja minimuma signala:

$$\lambda = \frac{xd}{kL}$$

Neka je udaljenost od izvora ultrazvučnog vala do pukotine 50 cm, a od pukotine do prijamnika 25 cm. Mjerenja se mogu izvesti za razne širine pukotina.

Mjerenja i izračuni:

L=25 cm

d=6cm	k	x/cm	λ/cm
	1	3,9	0,94
	2	7,0	0,84
	3	10,7	0,86
	1	3,8	0,91
	2	7,1	0,85
	3	10,7	0,86
	$\lambda = (8{,}8 \pm 0{,}6)cm$		
	r_m=6,8%		
	v = 352 ms^{-1}		

d=4cm	k	x/cm	λ/cm
	1	3,9	0,94
	2	7,0	0,84
	3	10,7	0,86
	1	3,8	0,91
	2	7,1	0,85
	3	10,7	0,86
	$\lambda = (8{,}85 \pm 0{,}52)cm$		
	r_m=5,8%		
	v = 355 ms^{-1}		

Napomena:

Ako je jedan od načina određivanja brzine ultrazvuka opisani 3. ili 4. način, bodovat će se kao 2. način.

Točnost mjerenja uvjetovana je: **2 boda**

- Očitavanjem mjernih podataka
- Ovisi o tome je li postignuta rezonatna frekvencija
- O usmjerenost prijemnika i predajnika
- O veličini senzora. On mora biti manji od valne duljine.
- O snazi senzora
- O razlučivosti voltmetra
- Prijemu signala
- Pojačanju signala...

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Vinkovci, 02.–05. svibnja 2017.

Srednje škole - 4. skupina

1. Najjače električno polje koje se može uspostaviti u zraku iznosi $E = 3 \times 10^6\,\mathrm{V/m}$. Pretpostavite da je cijeli prostor ispunjen takvim homogenim električnim poljem, te da u nj postavimo mirujući elektron.

   - Nađite formulu koja opisuje vremensku ovisnost brzine elektrona $v(t)$ te odredite $\lim_{t\to\infty} v(t)$. Uzmite da vrijeme $t = 0$ označava početak gibanja elektrona.
   - Za koje će vrijeme τ elektron doseći brzinu $v = 0.99c$?
   - Koji će put s prevaliti za to vrijeme?

   Uputa: za pravocrtna gibanja, električna sila na nabijenu česticu ne ovisi o brzini čestice.

   [16 BODOVA]

2. Pretpostavimo da se višeelektronski atomi mogu dobro opisati Bohrovim modelom atoma. To znači da u atomu atomskog broja Z, koji se nalazi u stabilnom stanju, elektroni popunjavaju Bohrove energijske orbite energija
$$E_n = -\frac{Z \times 13.6\,\mathrm{eV}}{n^2},$$
gdje je $n = 1, 2, \ldots, Z$, i to tako da se u svakoj popunjenoj orbiti nalazi točno jedan elektron. Razmotrimo sad sljedeći eksperiment. Na atom bora ($Z = 5$), koji se nalazi u stabilnom stanju, ispuca se kratkotrajni laserski puls frekvencije $\nu = 1.93 \times 10^{16}\,\mathrm{Hz}$. Kao rezultat interakcije sa svjetlosti, elektron kinetičke energije $E = 11.9\,\mathrm{eV}$ je trenutno izbačen iz atoma. Nakon nekog (kratkog) vremena, atom spontano izbaci i drugi elektron, kinetičke energije $E' = 56.2\,\mathrm{eV}$. Ubrzo, atom spontano emitira i foton frekvencije ν' te se nakon toga nađe u stabilnom, dvostruko ioniziranom stanju.

   - Odredite orbitu iz koje je izbačen prvi elektron.
   - Objasnite kako je došlo do izbacivanja drugog elektrona, te nađite orbitu iz koje je izbačen.
   - Izračunajte nepoznatu frekvenciju emitiranog fotona ν'.

   [22 BODA]

3. Obična električna žarulja sadrži gusto namotanu zavojnicu od volframove niti, koju možemo aproksimirati plaštom cilindra duljine $L = 2\,\mathrm{cm}$ i polumjera baze $R = 0.5\,\mathrm{mm}$. Za vrijeme rada žarulje volfram doseže temperature i do $T = 3300\,\mathrm{K}$ te zrači spektrom savršenog crnog tijela.

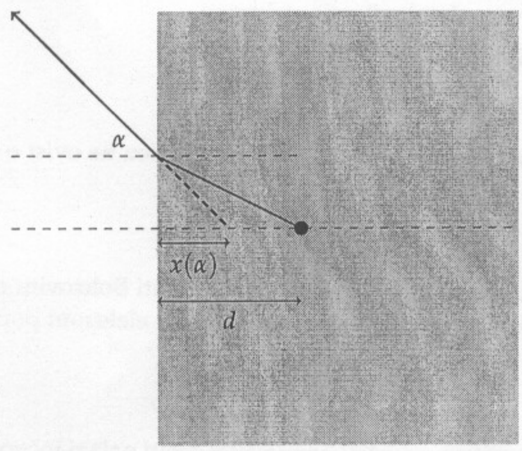
   - Odredite snagu žarulje P te valnu duljinu $\lambda_{\max}$ na kojoj se javlja maksimum zračenja.
   - Pretpostavimo da u mraku gori samo jedna takva žarulja. S koje će maksimalne udaljenosti D ona biti vidljiva ljudskom oku?

   Da bi ljudsko oko registriralo svjetlosni signal konstantnog intenziteta, nužno je da svake sekunde na nj upadne barem 10^7 fotona[1] srednje valne duljine $\bar{\lambda} = 565\,\mathrm{nm}$. Uzmite da je polumjer zjenice u mraku $r = 3\,\mathrm{mm}$.

   [14 BODOVA]

[1] U slučaju pojedinih bljeskova svjetlosti, taj je broj znantno manji!

4. Mala kuglica nalazi se usred prozirnog bloka načinjenog od optičkog materijala indeksa loma $n > 1$ na udaljenosti d od ruba bloka. Kad kuglicu promatramo izvan bloka, u području ispunjenom zrakom ($n_{\text{zrak}} = 1$), čini nam se da udaljenost kuglice od ruba bloka x ovisi o kutu α pod kojim promatramo kuglicu, kao što je prikazano na slici.



Provedena mjerenja za nekoliko različitih kutova daju sljedeću ovisnost $x(\alpha)$:

$\alpha/°$	x/cm
0	5.00
30	4.47
45	3.78
60	2.77
90	0.00

Koristeći ove podatke odredite indeks loma bloka n, kao i stvarnu udaljenost kuglice od ruba bloka d.

[18 BODOVA]

Vrijednosti fizikalnih konstanti:

- brzina svjetlosti: $c = 3.00 \times 10^8\,\text{m/s}$;
- elementarni naboj: $e = 1.60 \times 10^{-19}\,\text{C}$;
- masa elektrona: $m = 9.11 \times 10^{-31}\,\text{kg}$;
- Planckova konstanta: $h = 6.63 \times 10^{-34}\,\text{m}^2\text{kg/s} = 4.14 \times 10^{-15}\,\text{eV s}$;
- Stefan-Boltzmannova konstanta: $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\,\text{Ws}^{-2}\text{K}^{-4}$;
- Wienova konstanta: $b = 2.89 \times 10^{-3}\,\text{m K}$;

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Vinkovci, 02.–05. svibnja 2017.

Srednje škole - 4. skupina, rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ukoliko učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. • Gibanje naboja u električnom polju konstantnog iznosa je opisano drugim Newtonovim zakonom

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = qE, \qquad \text{[3 BODA]}$$

gdje je $p = \gamma m v$ relativistička količina gibanja. Uz $p(t=0) = 0$, gornja jednadžba postaje

$$p(t) = qEt. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Izražavanjem brzine preko količine gibanja

$$v(t) = \frac{p/m}{\sqrt{1+(p/mc)^2}}, \qquad \text{[2 BODA]}$$

nalazimo vremensku ovisnost brzine

$$v(t) = \frac{qEt/m}{\sqrt{1+(qEt/mc)^2}}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

U limesu $t \to \infty$ dobivamo očekivani rezultat

$$\lim_{t\to\infty} v(t) = c, \qquad \text{[2 BODA]}$$

budući da čestica konstantno ubrzava, a ne može se gibati brže od brzine svjetlosti.

• Vrijeme potrebno da čestica dosegne 99% brzine svjetlosti računamo iz

$$\tau = \frac{m\gamma v}{qE} \qquad \text{[2 BODA]}$$

$$= 4.00 \times 10^{-9}\,\mathrm{s}, \qquad \text{[1 BOD]}$$

gdje smo uvrstili $v = 0.99c$.

• Put koji čestica prevali računamo iz rad-energija teorema. Ukupni rad koji je konstantna sila qE obavila na pravocrtnoj putanji elektrona mora biti jednak promjeni kinetičke energije elektrona. Budući da je elektron na početku mirovao, vrijedi

$$s = \frac{(\gamma-1)mc^2}{qE} \qquad \text{[3 BODA]}$$

$$= 1.04\,\mathrm{m}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Vinkovci, 02.–05. svibnja 2017.

2. • Budući da je elektron izbačen zbog izravnog međudjelovanja sa svjetlošću, koristeći zakon očuvanja energije možemo odrediti orbitu u kojoj se izbačeni elektron nalazio

$$h\nu = E + \frac{Z\epsilon}{n^2}, \qquad \text{[1 BOD]}$$

gdje smo uveli pokratu $\epsilon = 13.6\,\text{eV}$. Odavde odmah imamo

$$n = \sqrt{\frac{Z\epsilon}{h\nu - E}} \qquad \text{[1 BOD]}$$
$$= 1. \qquad \text{[1 BOD]}$$

Prvi je elektron, dakle, izbačen iz najniže Bohrove orbite.

• Nakon što je elektron izbačen iz $n = 1$ orbite, atom bora se ionizirao i sadrži četiri elektrona u orbitama $n = 2, 3, 4, 5$. Svaki od tih elektrona ima na raspolaganju slobodnu $n = 1$ orbitu u koju može spontano skočiti. U trenutku skoka, emitira se jedan foton koji može napustiti atom, ali može i izbaciti neki drugi elektron, ako ima dovoljno energije za to. Taj se proces naziva Augerov efekt. Ukoliko je opažena spontana emisija elektrona, bez drugih emitiranih čestica, radi se o Augerovom elektronu. [3 BODA]

Da bismo kvantitativno odredili je li moglo doći do Augerovog efekta u našem slučaju, pretpostavimo da je elektron iz m-te orbite prešao u $n = 1$ orbitu, zatim emitirao foton koji je izbacio elektron iz k-te orbite i predao mu kinetičku energiju E'. Zakon očuvanja energije u ovom slučaju daje

$$Z\epsilon\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) = \frac{Z\epsilon}{k^2} + E'. \qquad \text{[2 BODA]}$$

Odavde slijedi da nepoznate orbite m i k moraju zadovoljavati uvjet

$$\frac{1}{m^2} + \frac{1}{k^2} = \frac{1}{n^2} - \frac{E'}{Z\epsilon}. \qquad \text{[2 BODA]}$$

U posljednjoj se jednakosti brojevi m i k javljaju simetrično, što znači da ako je moguće da elektron iz m-te orbite prelaskom u $n = 1$ orbitu izbaci elektron iz k-te orbite, moguće je i da elektron iz k-te orbite na isti način izbaci elektron iz m-te orbite. Dakle, ako rješenje gornje jednadžbe postoji, ono nije jedinstveno, već postoje dva rješenja. [3 BODA]

Sad preostaje isprobati sljedeće kombinacije brojeva

$$(m, k) \in \{(2,3), (2,4), (2,5), (3,4), (3,5), (4,5)\}$$

i provjeriti zadovoljava li koja gornju relaciju. Jedino je rješenje gornje jednadžbe

$$(m, k) = (3, 4), \qquad \text{[3 BODA]}$$

što znači da je drugi emitirani elektron mogao doći iz treće ili četvrte Bohrove orbite.

• Nakon što je emitiran i drugi elektron, atom bora je sad dvostruko ioniziran i ima elektrone u orbitama $n = 1, 2, 5$. Jedini mogući elektronski prijelazi su $5 \to 4$ i $5 \to 3$. Prijelaz $5 \to 4$ ne bi doveo ion bora u stabilno stanje, što znači da je posljednji foton rezultat prijelaza $5 \to 3$. [3 BODA]

Frekvencija ovog prijelaza je stoga

$$\nu' = \frac{E_5 - E_3}{h} = \frac{16}{225}\frac{Z\epsilon}{h} \qquad \text{[2 BODA]}$$
$$= 1.17 \times 10^{15}\,\text{Hz}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

3. • Prema Stefan-Boltzmannovom zakonu, snagu zračenja crnog tijela računamo kao

$$P = S\sigma T^4, \qquad [2\ \text{BODA}]$$

gdje je S površina crnog tijela, a T njegova temperatura. U slučaju volframove žarulje, imamo

$$\begin{aligned} P &= 2R\pi L\sigma T^4 && [1\ \text{BOD}] \\ &= 423\,\text{W}. && [1\ \text{BOD}] \end{aligned}$$

Valnu duljinu maksimuma zračenja možemo odredite iz Wienovog zakona

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{max}} &= \frac{b}{T} && [1\ \text{BOD}] \\ &= 876\,\text{nm}, && [1\ \text{BOD}] \end{aligned}$$

što je izvan vidljivog spektra.

• Kad smo odmaknuti od žarulje, možemo uzeti da se svjetlost širi izotropno, bez obzira na činjenicu što je izvor svjetlosti cilindar, a ne sfera. Na udaljenosti D od izvora, ukupna snaga zračenja koja upada na disk polumjera r (oko) jest

$$P_{\text{oko}} = P\frac{\pi r^2}{4\pi D^2} = P\left(\frac{r}{2D}\right)^2, \qquad [2\ \text{BODA}]$$

gdje je P ukupna snaga izvora, izračunata gore. Prosječan foton koji upada u oko ima energiju

$$\bar{E} = \frac{hc}{\bar{\lambda}}, \qquad [2\ \text{BODA}]$$

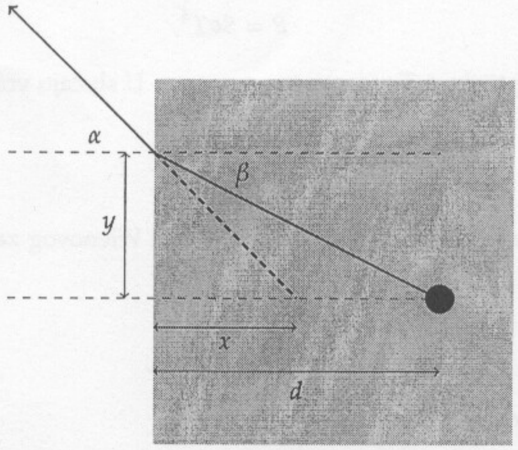
što znači da u $\Delta t = 1\,\text{s}$ na oko upadne

$$N = \frac{P_{\text{oko}}\Delta t}{\bar{E}} = P\left(\frac{r}{2D}\right)^2 \frac{\bar{\lambda}\Delta t}{hc} \qquad [2\ \text{BODA}]$$

fotona. Ako iz ove relacije izrazimo D i uvrstimo minimalan potreban broj fotona, dobijemo

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{\frac{Pr^2}{4N}\frac{\bar{\lambda}\Delta t}{hc}} && [1\ \text{BOD}] \\ &= 16.44\,\text{km}. && [1\ \text{BOD}] \end{aligned}$$

4. Promotrimo zraku svjetlosti kao na slici.



Ako su kutovi α i β izlazni i upadni kut svjetlosti kao sa slike, tada je veza među njima određena Snellovim zakonom

$$\sin\alpha = n\sin\beta. \qquad [3 \text{ BODA}]$$

S druge strane, iz pravokutnih trokuta na slici imamo

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{x}, \qquad [2 \text{ BODA}]$$

kao i

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{y}{d}. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Eliminacijom visine y, dolazimo do relacije

$$x = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha}d. \qquad [1 \text{ BOD}]$$

Ako posljednju jednadžbu kombiniramo sa Snellovim zakonom dobivamo ovisnost $x(\alpha)$

$$x = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}d. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Budući da je funkcija $x(\alpha)$ zadana s dva neodređena parametra, n i d, moramo iskoristiti dva različita mjerenja dana u zadatku. Svejedno je koja ćemo dva podatka uzeti (osim $\alpha = 90°$, iz kojeg ne možemo ništa zaključiti), pa uzmimo $\alpha = 0°$ i $\alpha = 45°$. To nas vodi na sustav od dvije jednadžbe s dvije nepoznanice

$$x(0) = \frac{d}{n}, \quad x(45) = \frac{d}{\sqrt{2n^2 - 1}}. \qquad [2 \text{ BODA}]$$

Odavde imamo

$$\begin{aligned} d &= \left(\frac{2}{x(0)^2} - \frac{1}{x(45)^2}\right)^{-1/2} && [2 \text{ BODA}] \\ &= 10\,\text{cm}, && [1 \text{ BOD}] \end{aligned}$$

te

$$\begin{aligned} n &= \frac{x(45)}{\sqrt{2x(45)^2 - x(0)^2}} && [2 \text{ BODA}] \\ &= 2. && [1 \text{ BOD}] \end{aligned}$$

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Vinkovci, 02. – 05. svibnja 2017.

Srednje škole – 4. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor:

- konkavno i konveksno sferno zrcalo na postolju
- bikonveksna leća
- svijeća
- šibice
- krojački metar
- dva ravnala različite duljine
- dva tanja kartona
- škare
- selotejp
- plastelin
- bijeli papir A4
- milimetarski papir

Zadatak:

1. Odredite žarišnu daljinu konveksnog sfernog zrcala tako da:

I. a) opišete način na koji ste odredili koja je strana sfernog zrcala konveksna .... 2 boda
b) opišete teorijsku osnovu eksperimentalnog postupka .... 3 boda
c) napravite odgovarajuće skice rasporeda optičkih elemenata s naznačenim fizikalnim veličinama .... 3 boda
d) tablično prikažete rezultate za minimalno pet mjerenja .... 2 boda
e) provedete račun slučajnih pogrešaka uz zapis točnog rezultata i određivanje relativne maksimalne pogreške .... 4 boda

II. f) konstruirate sliku za žarište konkavnog sfernog zrcala .... 2 boda
g) konstruirate sliku za žarište konveksnog sfernog zrcala .... 2 boda
h) konstruirate sliku za općeniti slučaj konveksnog sfernog zrcala sa svim označenim veličinama i navedenom naravi slike .... 4 boda
i) konstruirate optički put zraka svjetlosti i položaj konačne slike u konkretno provedenom eksperimentalnom postupku .... 3 boda

III. j) ukratko komentirate preciznost mjerenja prema dobivenoj maksimalnoj relativnoj pogrešci .... 1 bod
k) prema stečenom eksperimentalnom iskustvu navedete što sve utječe na preciznost mjerenja .... 1 bod
l) zaključno potvrdite teorijski model kojeg ste provjerili ovim eksperimentalnim mjerenjima tako da odredite koje su zrake svjetlosti dale konačnu sliku i koja je bila konačna narav slike u odnosu na početni predmet .... 3 boda

---

Ukupno: ....**30 bodova**

Natjecateljima želimo uspješan rad!

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Vinkovci, 02. – 05. svibnja 2017.

Srednje škole – 4. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK – rješenje

1. Odredite žarišnu daljinu konveksnog sfernog zrcala tako da:

I. a) opišete način na koji ste odredili koja je strana sfernog zrcala konveksna
.... 2 boda

U priboru uz eksperimentalni zadatak nalazi se sferno zrcalo kojemu je jedna strana konveksna, a druga konkavna. Najjednostavniji i najbrži način određivanja vrste sfernog zrcala je određivanje naravi slike pri primicanju i odmicanju zrcala od našeg odraza:

- konkavna strana zrcala ima žarišnu daljinu veću od prosječne udaljenosti ruke, te će narav slike za te udaljenosti uspravna, uvećana i virtualna, što se odnosi na sve slučajeve u kojima se predmet nalazi između žarišta i tjemena konkavnog sfernog zrcala;
- konveksna strana zrcala za sve udaljenosti predmeta daje uspravnu, umanjenu i virtualnu sliku.

b) opišete teorijsku osnovu eksperimentalnog postupka ...... 3 boda

Narav ili priroda slike za konveksno sferno zrcalo uvijek je virtualna i nastaje iza samog zrcala te ju nije moguće dobiti na zastoru; realnu sliku možemo dobiti ako između konveksnog zrcala i predmeta postavimo konvergentnu (sabirnu, u našem primjeru bikonveksnu) leću.

Eksperimentalni set sastoji se od dva dijela:

1. Ispred plamena svijeće kojeg možemo koristiti kao predmet na određenoj udaljenosti postavimo konvergentnu leću i na suprotnoj strani zastor (slika 1).
   Zastor se nalazi na udaljenosti d od predmeta.
   Leću pomičemo sve dok na zastoru ne dobijemo oštru realnu sliku predmeta; time smo odredili njezin položaj na optičkoj osi.
2. Na put zraka svjetlosti između leće i zastora postavljamo konveksno sferno zrcalo (slika 2); u odgovarajućem položaju zrcala na drugom zastoru kojeg smo postavili uz predmet dobivamo realnu sliku. Zrcalo se tada nalazi na udaljenosti x od predmeta. Obzirom da smo realnu sliku dobili od zraka svjetlosti koje su se od zrcala reflektirale same u sebe, to je moguće jedino u slučaju kad je zrcalo u takvom položaju da mu je središte zakrivljenosti u ravnini prvog zastora, te stoga slijedi:

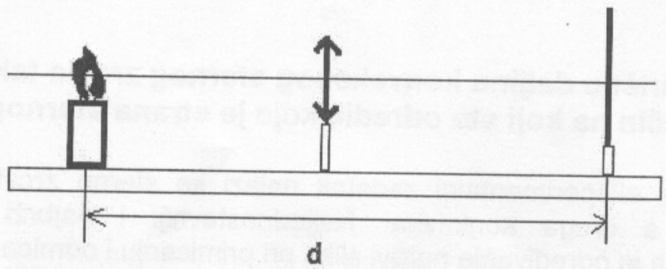
$$d - s = R = 2f \qquad (1)$$

Napomena:

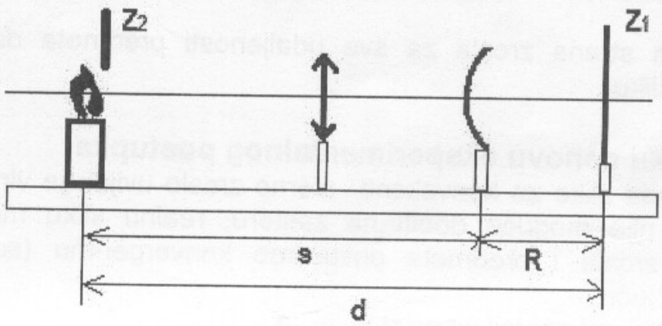
- krojački metar služi za mjerenja duž optičke osi i predstavlja osnovni pravac za postavljanje optičkih elemenata;
- zrcalo ima svoje postolje, tako da se može zakretati pod malim kutovima u odnosu na optičku os u smislu bržeg i optimalnijeg dobivanja konačne slike uz plamen svijeće;
- od dobivenog pribora, pomoću škara, papira i kartona može se napraviti i izrezani predmet u obliku trokuta, slova 'L' ili improvizirane strelice, kojeg se postavlja ispred plamena svijeće, no eksperimentalni set daje zadovoljavajuće rezultate i s izravnim korištenjem samog plamena;
- plastelin se oblikuje prema potrebi i pomaže pri učvršćivanju leće i zastora u odgovarajuće položaje; po rubu plastelina dobro je škarama urezati točan smjer sredine leće i zastora, kako bi kasnija mjerenja ravnalom bila preciznija;
- zastor treba pripremiti od kartona; može se izravno koristiti ploha kartona, ili se na nju pomoću selotejpa može zalijepiti bijeli papir, tj. milimetarski papir ako se tako želi preciznije određivati sama veličina dobivene realne slike;

- ukoliko svijeća tijekom rada previše smanji svoju visinu, mogu se za povećanje konačne visine plamena u odnosu na zadanu optičku os koristiti izrezani dijelovi kartona ili kutija šibica kao podmetnuta podloga za svijeću.

c) napravite odgovarajuće skice rasporeda optičkih elemenata s naznačenim fizikalnim veličinama .... **3 boda**



Slika 1. – 1. Eksperimentalni set: predmet – leća – prvi zastor



Slika 2. – 2. Eksperimentalni set: predmet i drugi zastor – leća – zrcalo – prvi zastor

d) tablično prikažete rezultate za minimalno pet mjerenja .... **2 boda**

Organizacija podataka koje prikupljamo tijekom mjerenja značajan je dio svakog eksperimentalnog rada. Tablica treba biti smisleno i svrsishodno organizirana tako da se lako uočava redni broj mjerenja, mjerene veličine i konačni rezultat svakog mjerenja; zadnji stupac u tablici, radi preglednosti prikaza rezultata, može biti i određivanje veličine $\Delta f_i = \overline{f} - f_i$. Tablica treba imati i jasno naznačen naziv koji ukazuje na to koji se podaci u njoj nalaze.

Primjer tabličnog prikaza:

Tablica 1. Tablični prikaz rezultata određivanje žarišne duljine konveksnog sfernog zrcala

Redni broj mjerenja:	d (cm)	s (cm)	f_i (cm)	$(\Delta f_i = \overline{f} - f_i)$/(cm)
1.				
…				
5.				

e) provedete račun slučajnih pogrešaka uz zapis točnog rezultata i određivanje relativne maksimalne pogreške .... **4 boda**

Svako je mjerenje, u ovisnosti o eksperimentalnom setu i specifičnostima samog postupka, podložno grubim, sustavnim i slučajnim pogreškama. Do sustavnih pogrešaka može doći zbog netočnosti pojedinih instrumenata koje pri mjerenju koristimo ili konstantnim nepravilnim načinom mjerenja, tj. interpretacije pri očitavanju podataka; pretpostavka je da su u provedenom eksperimentu grube i sustavne pogreške svedene na minimum, kao i slučajne (statističke pogreške), koje su subjektivne prirode i najčešće ovise o načinu vršenja mjerenja i nekontroliranim vanjskim utjecajima.

Računom slučajnih pogrešaka procjenjujemo točnost kojom smo izmjerili određenu veličinu, pri čemu određujemo:

- aritmetičku sredinu ili srednju vrijednost svih pojedinih mjerenja:

$$\overline{f} = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} f_i \quad \text{(mjerna jedinica)} \qquad (2)$$

- razlike između srednje vrijednosti i svakog pojedinačnog mjerenja:

$$\Delta f_i = (\overline{f} - f_i) \quad \text{(mjerna jedinica)} \qquad (3)$$

- apsolutnu vrijednost maksimalnog pojedinačnog odstupanja:

$$|\Delta f_{i\,max}| \quad \text{(mjerna jedinica)} \qquad (4)$$

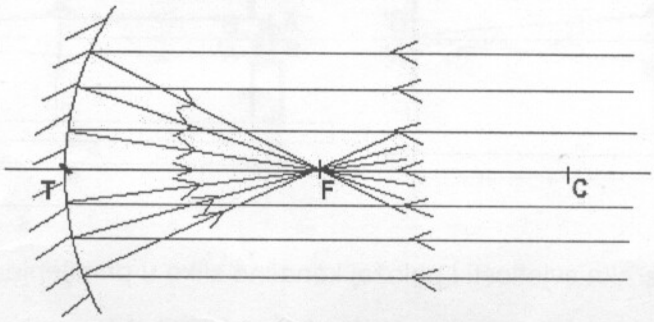
- zapis točnog rezultata:

$$f = (\overline{f} \pm |\Delta f_{i\,max}|) \quad \text{(mjerna jedinica)} \qquad (5)$$

- maksimalnu relativnu pogrešku koju najčešće izražavamo u postocima:

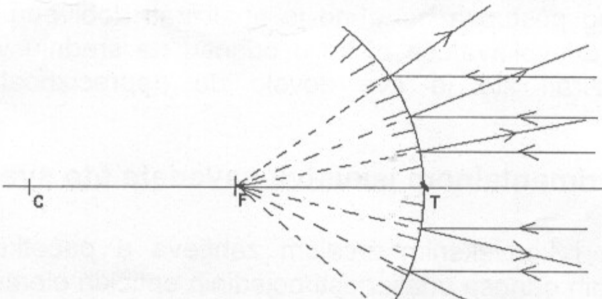
$$r_m = \left(\frac{|\Delta fi\ max|}{\overline{f}} \cdot 100\right)\ \% \qquad (6)$$

II. f) konstruirate sliku za žarište konkavnog sfernog zrcala .... **2 boda**



Slika 3. Konstrukcija slike za žarište konkavnog sfernog zrcala*

g) konstruirate sliku za žarište konveksnog sfernog zrcala .... **2 boda**

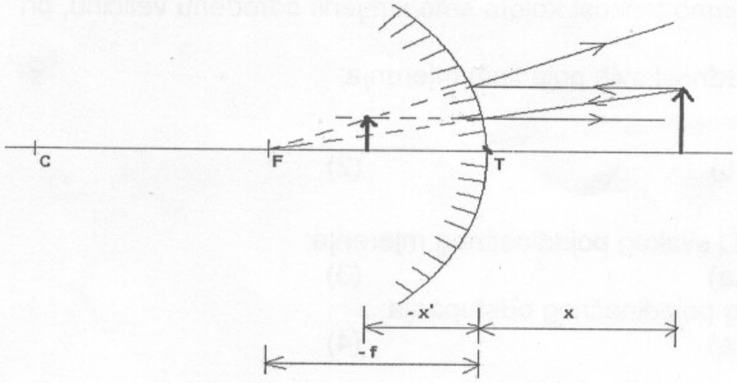


Slika 4. Konstrukcija slike za žarište konveksnog sfernog zrcala*

*Konstrukcija slike treba sadržavati minimalno četiri paralelne zrake u odnosu na optičku os i označene točke T (tjeme zrcala) i F (žarište ili fokus zrcala). Sve konstrukcije trebaju biti nacrtane s priborom i put zraka svjetlosti treba biti određen strelicama. Strana sfernog zrcala koja nije zrcalna treba biti označena na uobičajeni način u stručnoj literaturi (slike 3. i 4.).

Za konstrukcije slika pod h) i i) (slike 5. i 6.) potrebno je označiti i veličine: žarišnu daljinu, udaljenost predmeta i udaljenost slike od tjemena zrcala.

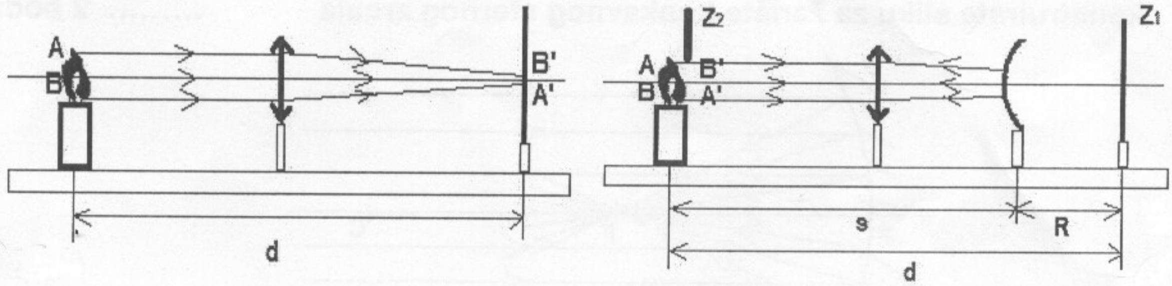
h) konstruirate sliku za općeniti slučaj konveksnog sfernog zrcala sa svim označenim veličinama i navedenom naravi slike ...... **4 boda**



Narav ili priroda slike za konveksno sferno zrcalo:
- uspravna,
- umanjena,
- imaginarna ili virtualna.

Slika 5. Konstrukcija slike za konveksno sferno zrcalo

i) konstruirate optički put zraka svjetlosti i položaj konačne slike u konkretno provedenom eksperimentalnom postupku .... **3 boda**



Slike 6. i 7. Optički put zraka svjetlosti i položaj konačne slike u primijenjenom eksperimentu

III. j) ukratko komentirate preciznost mjerenja prema dobivenoj maksimalnoj relativnoj pogrešci .... **1 bod**

Maksimalna relativna pogreška predstavlja omjer apsolutne vrijednosti najvećeg odstupanja pojedinog mjerenja u odnosu na srednju vrijednost svih mjerenja i same srednje vrijednosti. Na kraju svakog eksperimentalnog postupka potrebno je analizirati dobivenu maksimalnu relativnu pogrešku (r_m) u smislu je li zadovoljavajuće niska u odnosu na srednju vrijednost. Za veće r_m potrebno je temeljitije analizirati što je sve dovelo do nepreciznosti mjerenja (točka k eksperimentalnog zadatka).

k) prema stečenom eksperimentalnom iskustvu navedete što sve utječe na preciznost mjerenja .... **1 bod**

Eksperimentalni set s lećom i konveksnim zrcalom zahtjeva u početku dosta strpljenja pri određivanju idealnih međusobnih odnosa udaljenosti pojedinih optičkih elemenata. Jednom kad se na zastoru 1 i zatim na zastoru 2 dobiju realne slike, sam proces mjerenja vrlo je jednostavan, tim više što je potrebno napraviti pet mjerenja za isti razmještaj. Zbog svega toga ovdje treba ukratko navesti opažanja prilikom eksperimentalnog rada koja dovode do najpreciznijih mjerenja i rezultata.

l) zaključno potvrdite teorijski model kojeg ste provjerili ovim eksperimentalnim mjerenjima tako da odredite koje su zrake svjetlosti dale konačnu sliku i koja je bila konačna narav slike u odnosu na početni predmet .... **3 boda**

Slika na zastoru 1 nastala prolazom zraka svjetlosti kroz konvergentnu leću je obrnuta i realna; zrake svjetlosti koje daju konačnu sliku na zastoru 2 su zrake koje su izravno reflektirane od konveksnog sfernog zrcala (slika 7) jer je zrcalo postavljeno u takav položaj da mu je središte zakrivljenosti C u ravnini prvog zastora Z_1. Konačna slika nastaje na drugom zastoru Z_2 u ravnini predmeta: slika je obrnuta, realna i jednake veličine kao i predmet.

Ukupno: ....**30 bodova**