

## ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2015/2016

### Srednje škole – 1. grupa

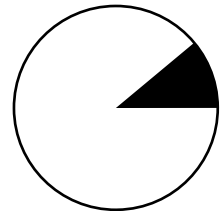
#### Zadatak 1 (9 bodova)

Zec i kornjača utrkuju se na 100 m. Kornjača se giba stalnom brzinom 5 cm/s. Zec daje prednost kornjači te kreće sa starta 33 min nakon kornjače. Zec jednoliko ubrzava 5 s, postiže brzinu od 10 m/s te se nastavlja gibati jednoliko tom brzinom.

- Tko će prvi stići na cilj, zec ili kornjača?
- Kolika je udaljenost između zeca i kornjače u trenutku kada pobjednik utrke prolazi ciljem?

#### Zadatak 2 (9 bodova)

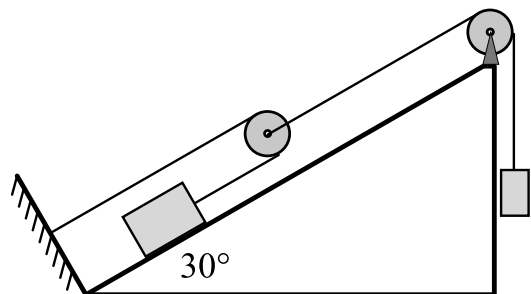
Bijeli krug s crnim kružnim isječkom središnjeg kuta  $40^\circ$  rotira oko osi koja prolazi njegovim središtem stalnom kutnom brzinom 1500 okreta u minuti. Radi tromosti oka čovjek raspoznaje točno 20 slika u sekundi, a promjene koje su brže od toga stapaju se u jednu sliku.



- Kakvu sliku vidimo, ako je krug obasjan kontinuiranim svjetlom?
- Kakvu sliku vidimo, ako se krug nalazi u mračnoj prostoriji i obasjava se bljeskalicom koja krug obasjava svjetlosnim bljeskovima 100 puta u sekundi pri čemu jedan bljesak traje 0.003 s?

#### Zadatak 3 (11 bodova)

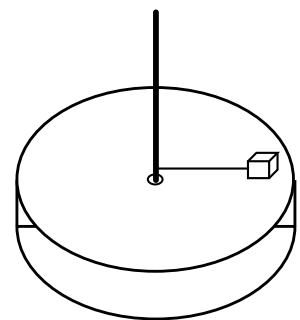
Sustav prikazan na slici pušten je iz mirovanja da se giba. Masa tijela na kosini iznosi 400 g, a tijela, koje visi obješeno preko koloture, 200 g. Koeficijent trenja između tijela na kosini i kosine iznosi 0.15. Niti su nerastezljive i zanemarive mase, kao i koloture. Kosina je nepomična, a trenje između užeta i kolotura je zanemarivo. Odredite iznos i smjer ubrzanja pojedinog tijela.



#### Zadatak 4 (10 bodova)

Kružna ploča rotira stalnom kutnom brzinom  $\omega$ . Malo tijelo mase 2 kg nalazi se na udaljenosti 20 cm od središta kružne ploče te je pričvršćeno pomoću nerastezljivog užeta zanemarive mase za osovinu kao što je prikazano na slici. Koeficijent trenja između tijela i kružne ploče iznosi 0.1.

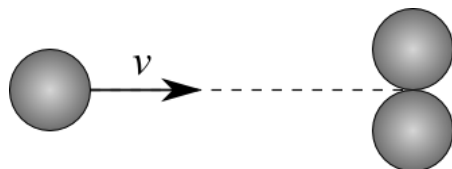
- Nacrtajte sve sile koje djeluju na malo tijelo iz sustava promatrača koji miruje pored kružne ploče.
- Izračunajte najveću moguću kutnu brzinu rotacije ploče, ako maksimalna napetost, koju može izdržati uže, iznosi 60 N.



### Zadatak 5 (11 bodova)

Dvije kuglice miruju na horizontalnoj podlozi. Na njih naliće treća kuglica brzinom 2 cm/s. Sudar kuglica je savršeno elastičan. Sve kuglice su jednake mase i polumjera 1 cm.

- Izračunajte iznos i smjer brzine pojedine kuglice nakon sudara.
- Izračunajte udaljenost središta dviju kuglica, koje su mirovale prije sudara, 10 s nakon sudara.



## ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2015/2016

Srednje škole – 1. grupa

Rješenja i smjernice za bodovanje

### Zadatak 1 (9 bodova)

Neka je početni trenutak  $t = 0$  trenutak u kojem kornjača kreće sa starta. Da prijeđe 100 m danom brzinom, kornjači treba vremena:

$$t_{\text{kornjaca}} = \frac{s}{v_{\text{kornjaca}}} = \frac{100 \text{ m}}{0.05 \text{ m/s}} = 2000 \text{ s} \quad (2 \text{ boda})$$

Zec ubzava ubrzanjem:

$$a_{\text{zec}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2 \quad (1 \text{ bod})$$

i pritom prijeđe put:

$$s_1 = \frac{1}{2} a_{\text{zec}} (\Delta t)^2 = \frac{1}{2} (2 \text{ m/s}^2) (5 \text{ s})^2 = 25 \text{ m} \quad (1 \text{ bod})$$

Za preostalih 100 m – 25 m = 75 m zecu je potrebno:

$$t_2 = \frac{s_2}{v_{\text{zec}}} = \frac{75 \text{ m}}{10 \text{ m/s}} = 7.5 \text{ s} \quad (2 \text{ boda})$$

Prema tome, ukupno vrijeme od početnog trenutka do dolaska na cilj za zeca jednako je:

$$t_{\text{zec}} = 33 \cdot 60 \text{ s} + 5 \text{ s} + 7.5 \text{ s} = 1992.5 \text{ s} \quad (1 \text{ bod})$$

Zec će doći prije na cilj. (1 bod)

Udaljenost između zeca i kornjače u trenutku dolaska zeca na cilj iznosi:

$$\Delta s = 100 \text{ m} - (0.05 \text{ m/s})(1992.5 \text{ s}) = 37.5 \text{ cm} \quad (1 \text{ bod})$$

### Zadatak 2 (9 bodova)

a) Frekvencija kružnog gibanja kruga iznosi  $1500 \text{ min}^{-1} = 1500/60 \text{ s}^{-1} = 25 \text{ s}^{-1}$ . Prema tome, radi tromosti oka na kontinuiranom svjetlu vidjet ćemo u potpunosti crni krug. (2 boda)

b) Za vrijeme trajanja jednog bljeska kružni isječak zakrene se za kut:

$$\Delta\Phi = \omega t = 2\pi f t = 2\pi (25 \text{ s}^{-1})(0.003 \text{ s}) = 0.15\pi \text{ rad} = 27^\circ \quad (2 \text{ boda})$$

Zbog tromosti oka vidjet ćemo crni kružni isječak središnjeg kuta  $40^\circ + 27^\circ = 67^\circ$ . (1 bod)

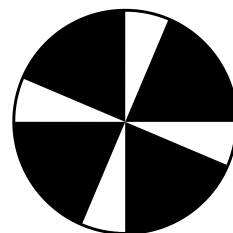
Period bljeskalice iznosi:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{100 \text{ s}^{-1}} = 0.01 \text{ s} \quad (1 \text{ bod})$$

U tom vremenu kružni isječak se zakrene za kut:

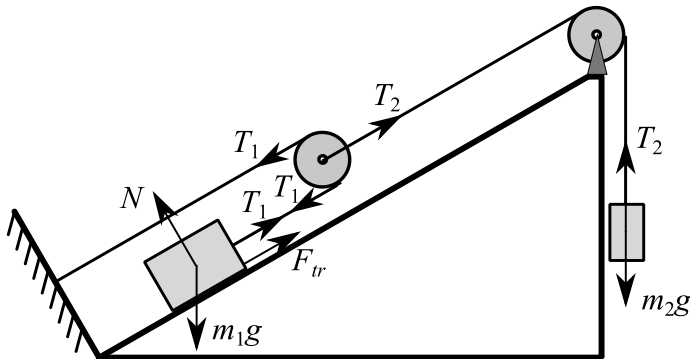
$$\Delta\Theta = \omega T = 2\pi f T = 2\pi (25 \text{ s}^{-1})(0.01 \text{ s}) = 0.5\pi \text{ rad} = 90^\circ \quad (1 \text{ bod})$$

U jednom periodu okretanja kruga bljeskalica će se uključiti četiri puta, svaki put čovjek će vidjeti kružni isječak središnjeg kuta  $67^\circ$  koji su međusobno zakrenuti za  $90^\circ$ . Zbog tromosti oka čovjek će vidjeti četiri stacionarna kružna isječka kao što je prikazano na slici. (2 boda)



### Zadatak 3 (11 bodova)

Pretpostavimo da se tijelo na kosini giba niz kosinu. U tom slučaju se tijelo, koje visi preko koloture, giba prema gore. Tada na sustav djeluju sile prikazane na slici:



Jednadžbe gibanja za tijelo na kosini:

$$m_1 a_1 = \frac{1}{2} m_1 g - T_1 - F_{tr}, \quad 0 = N - \frac{\sqrt{3}}{2} m_1 g \quad (3 \text{ boda})$$

Sila trenja jednaka je:

$$F_{tr} = \mu N = \mu \frac{\sqrt{3}}{2} m_1 g \quad (1 \text{ bod})$$

Jednadžba gibanja za tijelo koje visi preko koloture:

$$m_2 a_2 = T_2 - m_2 g \quad (1 \text{ bod})$$

Također vrijedi:

$$T_2 = 2T_1 \quad (1 \text{ bod})$$

Ako se tijelo, koje visi preko koloture, pomakne za  $s$ , u istom vremenskom intervalu tijelo na kosini će se pomaknuti za  $2s$ . Prema tome, za njihova ubrzanja vrijedi:

$$a_1 = 2a_2 \quad (1 \text{ bod})$$

Uvrštavanjem dobije se sustav:

$$2m_1 a_2 = \frac{1}{2} m_1 g - T_1 - \mu \frac{\sqrt{3}}{2} m_1 g$$

$$m_2 a_2 = 2T_1 - m_2 g$$

Rješavanjem se dobije:

$$(4m_1 + m_2) a_2 = (m_1 - m_2 - \mu\sqrt{3}m_1) g$$

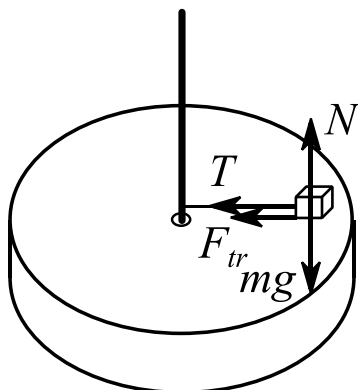
$$a_2 = g \frac{m_1 - m_2 - \mu\sqrt{3}m_1}{4m_1 + m_2} = 0.524 \text{ m/s}^2, \text{ prema gore } (a_2 = 0.534 \text{ m/s}^2 \text{ uz } g = 10 \text{ m/s}^2) \quad (3 \text{ boda})$$

– 2 boda za rješavanje sustava jednadžbi + 1 bod za točno rješenje)

$$a_1 = 2a_2 = 1.048 \text{ m/s}^2, \text{ niz kosinu } (a_2 = 1.068 \text{ m/s}^2 \text{ uz } g = 10 \text{ m/s}^2) \quad (1 \text{ bod})$$

**Napomena:** Ako učenik/ca pretpostavi da se tijelo na kosini giba uz kosinu, a time i da se tijelo, koje visi preko koloture, giba prema dolje, uz točno postavljene jednadžbe gibanja i točne omjere napetosti užeta  $T_2 = 2T_1$  i točne omjere ubrzanja  $a_1 = 2a_2$ , dobit će za ubrzanja pojedinih tijela:  $a_1 = -3.313 \text{ m/s}^2$  i  $a_2 = -1.656 \text{ m/s}^2$ . Ako nakon toga slijedi odgovor da su iznosi ubrzanja jednaki apsolutnim vrijednostima dobivenih brojeva, a smjer suprotan od pretpostavljenog, to je pogrešno (treba ponovo napisati jednadžbe gibanja jer smjer sile trenja ovisi o smjeru gibanja, dok kod ostalih sila to nije slučaj). U tom slučaju dodileliti 7 bodova za zadatak: 5 bodova, ako su jednadžbe gibanja točno napisane (u skladu s pretpostavkom o smjeru gibanja), 1 bod za omjer sila napetosti užeta  $T_2 = 2T_1$  i 1 bod za omjer ubrzanja  $a_1 = 2a_2$ .

#### Zadatak 4 (10 bodova)



U sustavu mirnog promatrača, koji se nalazi pored kružne ploče, na malo tijelo djeluju sile prikazane na slici: težina  $mg$ , reakcija podloge  $N$ , napetost niti  $T$  i sila trenja  $F_{tr}$ . **(3 boda)**  
**Napomene:** ako je na skici nacrtana još neka sila osim ove četiri npr. centripetalna ili centrifugalna sila, broj bodova za ovaj dio zadatka je 0. Ako su nacrtane samo  $T$  i  $F_{tr}$ , a nedostaju  $mg$  i  $N$ , dodijeliti 1 bod. Svi drugi slučajevi se ne boduju, odnosno broj bodova je 0.

Ukupna sila na tijelo jednaka je centripetalnoj sili:

$$F_{cp} = T + F_{tr} \text{ (2 boda)}$$

Sila trenja jednaka je:

$$F_{tr} = \mu N = \mu mg \text{ (1 bod)}$$

Maksimalna brzina rotacije ploče odgovara maksimalnoj napetosti niti:

$$\frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r = T + \mu mg \text{ (2 boda)}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{T + \mu mg}{mr}} = 12.45 \text{ s}^{-1} \text{ (2 boda)}$$

#### Zadatak 5 (11 bodova)

Radi simetrije problema dvije mirujuće kuglice nakon sudara imaju jednaku brzinu (po iznosu), a smjer brzine je u smjeru spojnice središta pojedine kuglice sa središtem kuglice koja nalijeće, odnosno smjer brzine obje kuglice zatvara kut od  $30^\circ$  sa smjerom početne brzine kuglice (vidi sliku). **(1 bod)**

Zakon očuvanja količine gibanja za ovaj sudar glasi (komponenta u smjeru početne brzine kuglice):

$$mv = mv' + mu_x + mu_x \text{ (1 bod)}$$

$$v = v' + 2u_x$$

Također vrijedi:

$$u_x = \frac{\sqrt{3}}{2} u \text{ (1 bod)}$$

Zakon očuvanja energije glasi:

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mv'^2 + \frac{1}{2} mu^2 + \frac{1}{2} mu^2 \text{ (1 bod)}$$

$$v^2 = v'^2 + 2u^2$$

Iz zakona očuvanja količine gibanja slijedi:

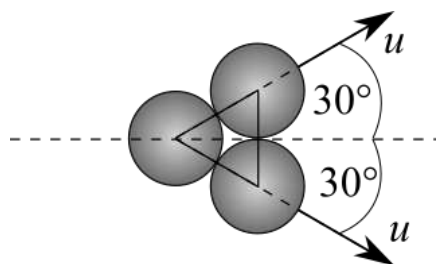
$$v = v' + \sqrt{3}u \Rightarrow v' = v - \sqrt{3}u$$

Uvrštavanjem u zakon očuvanja energije:

$$v^2 = v^2 - 2\sqrt{3}vu + 3u^2 + 2u^2$$

$$0 = u(5u - 2\sqrt{3}v)$$

Rješavanje sustava jednažbi: **(2 boda)**



$$u = \frac{2\sqrt{3}}{5}v = 1.39 \text{ cm/s} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v' = v - \sqrt{3} \frac{2\sqrt{3}}{5}v = -\frac{1}{5}v = -0.4 \text{ cm/s}, \text{ predznak minus znači da se kuglica giba u suprotnom smjeru od početnog.} \quad (2 \text{ boda})$$

Kuglice nakon sudara u okomitom smjeru prijeđu put:

$$y = u_y t = \frac{1}{2}ut = \frac{\sqrt{3}}{5}vt = 6.93 \text{ cm} \quad (1 \text{ bod})$$

Dakle, njihova udaljenost iznosi:

$$2 \cdot 6.93 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 15.86 \text{ cm} \quad (1 \text{ bod})$$

Srednje škole – 2. skupina

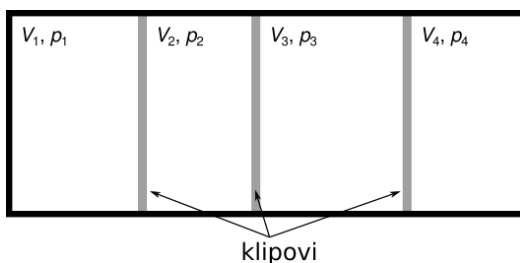
**1. zadatak** (9 bodova)

Kuglica pada jednoliko stalnom brzinom  $v$  kroz tekućinu. Kolikom silom treba vući tu kuglicu prema gore da bi se ona dizala stalnom brzinom  $3v$ ? Volumen kuglice je  $10 \text{ cm}^3$ , gustoća tekućine je  $1000 \text{ kg/m}^3$ , gustoća kuglice je  $3000 \text{ kg/m}^3$ . Pretpostavite da je sila otpora proporcionalna brzini kuglice.

**2. zadatak** (10 bodova)

Zatvorena cilindrična posuda s tri klipova postavljena je horizontalno kao na slici. Klipovi su zanemarive debljine i mogu kliziti bez trenja uz stijenke posude. U svakom dijelu posude nalazi se određena, nepoznata količina idealnog plina. Početno su klipovi učvršćeni na položajima tako da su u svakom dijelu poznati volumeni i tlakovi plinova:  $V_i, p_i, i=1-4$ . U svim dijelovima cilindra početna temperatura je jednaka i iznosi  $T_0$ . U jednom trenutku, klipovima se omogući gibanje i nakon nekog vremena se uspostavi stacionarno stanje tako da sada temperatura u svim dijelovima posude  $T$ .

Odredite tlak i odgovarajuće volumene u sva četiri dijela posude nakon uspostavljanja stacionarnog stanja. Tražene veličine izrazite preko  $V_i, p_i, i=1-4, T_0$  i  $T$ . Posuda je toplinski izolirana od okoline.

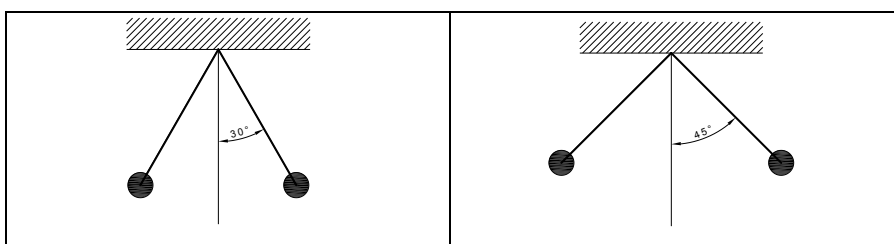


**3. zadatak** (11 bodova)

Dvije jednake kuglice mase  $m$  vise na nitima kao na slici. Niti su pričvršćene u istoj točki. Polumjer kuglica je zanemariv u odnosu na duljinu niti. Naboj svake kuglice je različit, ali obje su pozitivne. Svaka nit je duljine  $L$  i zatvara s vertikalom kut  $30^\circ$ . Zatim se kuglice spoje tankom vodljivom žicom i nakon toga se žica makne. Nakon toga kuglice zauzmu položaj u kojem svaka nit zatvara kut od  $45^\circ$  s vertikalom.

Izračunajte početne naboje kuglica  $q_1$  i  $q_2$ .

$L = 0.5 \text{ m}, m = 8 \text{ g}, k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$



**4. zadatak** (9 bodova)

U zatvorenoj posudi nalaze se 4 mola idealnog plina pri tlaku  $200\,000 \text{ Pa}$  i  $30^\circ\text{C}$ . Koliki će biti tlak i temperatura plina ako se dovede  $16 \text{ kJ}$  topline? Specifični molarni toplinski kapacitet plina pri stalnom tlaku je  $c_p = 29.2 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$ . Opća plinska konstanta je  $R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$

**5. zadatak** (11 bodova)

Kuglice 1 i 2, masa  $m_1$  i  $m_2$  te naboja  $q_1$  i  $q_2$  drže se na međusobnoj udaljenosti  $d_0$ . Izračunajte relativnu brzinu kuglica u trenutku kada su međusobno udaljene za  $d$  ako se:

- a) kuglica 1 drži na mjestu, a kuglica 2 pusti da se slobodno giba
- b) obje kuglice puste da se slobodno gibaju

$m_1 = 0.005 \text{ kg}, m_2 = 0.010 \text{ kg}, q_1 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ C}, q_2 = -8 \cdot 10^{-8} \text{ C}, d_0 = 0.2 \text{ m}, d = 0.12 \text{ m}, k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 25. veljače 2016.

Srednje škole – 2. grupa  
Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadatka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

**1. zadatak** (9 bodova)

$$V = 0.00001 \text{ m}^3, \rho_k = 3000 \text{ kg/m}^3, \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, g = 10 \text{ m/s}^2$$

Bez primjene vanjske sile  $F$  vrijedi:

$$G = F_u + \alpha v \quad (2 \text{ boda})$$

pa je konstanta proporcionalnosti:

$$\alpha = \frac{G - F_u}{v}$$

Primjenom sile  $F$  vrijedi:  $G + \alpha 3v = F_u + F \quad (2 \text{ boda})$

Uvrštavanjem izraza za  $\alpha$ :  $4G - 4F_u = F \quad (1 \text{ bod})$

Uzimajući u obzir izraze za težinu kuglice i silu uzgona:

$$G = mg = V\rho_k g \quad (1 \text{ bod})$$

$$F_u = V\rho g \quad (1 \text{ bod})$$

Tražena sila je:  $F = 4Vg(\rho_k - \rho) \quad (1 \text{ bod})$

$$F = 0.8 \text{ N} \quad (1 \text{ bod})$$

**2. zadatak** (10 bodova)

Poznato:  $V_i, p_i (i = 1, 4), T_o, T$

Nakon uspostave stacionarnog stanja, tlak u svim dijelovima je jednak:

$$p_1' = p_2' = p_3' = p_4' \equiv p \quad (1 \text{ bod})$$

Jednadžbe stanja idealnog plina prije i nakon:

$$\frac{p_i V_i}{T_o} = n_i R \quad \frac{p_i' V_i'}{T} = n_i R \quad (1 \text{ bod})$$

(\*)  $V_1' = \frac{p_1 V_1 T}{p T_o} \quad (1 \text{ bod})$

(\*\*)  $V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = V_1' + V_2' + V_3' + V_4' \quad (1 \text{ bod})$

Uvrštavanjem (\*) u (\*\*)  $\frac{p_1 V_1 T}{p T_o} + \frac{p_2 V_2 T}{p T_o} + \frac{p_3 V_3 T}{p T_o} + \frac{p_4 V_4 T}{p T_o} = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$

Traženi konačni tlak je:  $p = \frac{T}{T_o} \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3 + p_4 V_4}{V_1 + V_2 + V_3 + V_4} = \frac{T}{T_o} \frac{\sum_{i=1}^4 p_i V_i}{\sum_{i=1}^4 V_i} \quad (2 \text{ boda})$

Prema (\*) traženi volumeni su:  $V_1' = p_1 V_1 \frac{V_1 + V_2 + V_3 + V_4}{p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3 + p_4 V_4} = p_1 V_1 \frac{\sum_{i=1}^4 V_i}{\sum_{i=1}^4 p_i V_i} \quad (1 \text{ bod})$

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 25. veljače 2016.

$$V_2' = p_2 V_2 \frac{V_1 + V_2 + V_3 + V_4}{p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3 + p_4 V_4} = p_2 V_2 \frac{\sum_{i=1}^4 V_i}{\sum_{i=1}^4 p_i V_i} \quad (1 \text{ bod})$$

$$V_3' = p_3 V_3 \frac{V_1 + V_2 + V_3 + V_4}{p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3 + p_4 V_4} = p_3 V_3 \frac{\sum_{i=1}^4 V_i}{\sum_{i=1}^4 p_i V_i} \quad (1 \text{ bod})$$

$$V_4' = p_4 V_4 \frac{V_1 + V_2 + V_3 + V_4}{p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3 + p_4 V_4} = p_4 V_4 \frac{\sum_{i=1}^4 V_i}{\sum_{i=1}^4 p_i V_i} \quad (1 \text{ bod})$$

**3. zadatak** (11 bodova)

$$m = 0.008 \text{ kg}, L = 0.5 \text{ m}, k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2, g = 10 \text{ m/s}^2$$

Početno, trokut koji čine niti i spojnica kuglica (r) je jednakostranični:

$$r = L \quad (1 \text{ bod})$$

$$\frac{F_{coul}}{G} = \frac{\frac{L}{2}}{L \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (1 \text{ bod})$$

Uvrštavanjem izraza:  $F_{coul} = k \frac{q_1 q_2}{L^2}$  i  $G = mg$  (1 bod)

(a)  $q_1 q_2 = \frac{\sqrt{3} mg L^2}{3k} = 1.283 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2$  (1 bod)

Nakon što kuglice zauzmu drugi položaj, trokut koji čine niti i spojnica kuglica (R) je jednakokrani pravokutni trokut, a naboj svake kuglice je q:

(b)  $q = \frac{q_1 + q_2}{2}$  (1 bod)

$$R = L\sqrt{2} \quad (1 \text{ bod})$$

$$F_{coul} = G \quad (1 \text{ bod})$$

$$k \frac{q^2}{2L^2} = mg \text{ pa je } q = L\sqrt{mg/2k} \quad (1 \text{ bod})$$

(c)  $q = 2.108 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  (1 bod)

Na temelju (a-c):  $q_1 = 3.886 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  (1 bod)

$$q_2 = 3.301 \cdot 10^{-7} \text{ C} \quad (1 \text{ bod})$$

**4. zadatak** (9 bodova)

$$p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}, T_1 = 303 \text{ K}, Q = 16000 \text{ J}, n = 4 \text{ mol}, c_p = 29.2 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K}), R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$$

Budući da je obavljeni rad nula, toplina predana plinu jednaka je promjeni unutarnje energije plina:

$$Q = \Delta U \quad (1 \text{ bod})$$

$$\Delta U = n \cdot c_v \cdot \Delta t \quad (1 \text{ bod})$$

**ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 25. veljače 2016.**

$$c_v = c_p - R = (29.2 - 8.314) \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 20.886 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \quad (1 \text{ bod})$$

$$\Delta t = \frac{Q}{n \cdot c_{m,v}} = \frac{16000 \text{ J}}{4 \text{ mol} \cdot 20.886 \frac{\text{J}}{\text{molK}}} = 191.52 \text{ K}$$

$$T_2 = T_1 + \Delta t \quad (1 \text{ bod})$$

$$T_2 = 494.52 \text{ K} \quad (2 \text{ boda})$$

Za izohornu promjenu vrijedi:  $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad (1 \text{ bod})$

$$p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} = \frac{200000 \text{ Pa} \cdot 494.52 \text{ K}}{303 \text{ K}} = 326415.84 \text{ Pa} \quad (2 \text{ boda})$$

**5. zadatak (11 bodova)**

$$m_1 = 0.005 \text{ kg}, m_2 = 0.010 \text{ kg}, q_1 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ C}, q_2 = -8 \cdot 10^{-8} \text{ C}, d_o = 0.2 \text{ m}, d = 0.12 \text{ m}, k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

a) Zakon očuvanja energije:  $k \frac{q_1 q_2}{d_o} = k \frac{q_1 q_2}{d} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \quad (2 \text{ boda})$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2kq_1 q_2 (d - d_o)}{d d_o m_2}} = 0.15492 \text{ m/s} \approx 0.155 \text{ m/s} \quad (1 \text{ bod})$$

Relativna brzina:  $v = v_2 - v_1 = 0.155 \text{ m/s} - 0 = 0.155 \text{ m/s} \quad (1 \text{ bod})$

b) Zakon očuvanja energije  $k \frac{q_1 q_2}{d_o} = k \frac{q_1 q_2}{d} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{m_1 v_1^2}{2} \quad (2 \text{ boda})$

Zakon očuvanja količine gibanja:  $0 = m_2 v_2 + m_1 v_1 \quad (2 \text{ boda})$

$$(\text{ili } 0 = m_2 v_2 - m_1 v_1)$$

Rješavanjem sustava kojeg čine jednadžbe zakona očuvanja:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2kq_1 q_2 m_2 (d - d_o)}{d d_o m_1 (m_1 + m_2)}} = 0.17889 \text{ m/s} \approx 0.179 \text{ m/s} \quad (1 \text{ bod})$$

$$v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1 = -0.0895 \text{ m/s} \quad (1 \text{ bod})$$

$$(\text{ili } v_2 = \frac{m_1}{m_2} v_1 = 0.0895 \text{ m/s})$$

Relativna brzina:  $v = v_2 - v_1 = -0.0895 \text{ m/s} - 0.179 \text{ m/s} = -0.2685 \text{ m/s} \quad (1 \text{ bod})$

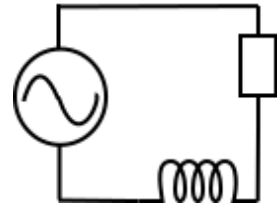
$$(\text{ili } v = v_2 + v_1 = 0.0895 \text{ m/s} + 0.179 \text{ m/s} = 0.2685 \text{ m/s})$$

Napomena: U rješenjima je uzeto da je pozitivan smjer smjer gibanja kuglice 2 tj  $v_2 > 0$ . Naravno, priznaje se i ako učenici uzmu da je to negativan smjer.

**Županijsko natjecanje iz fizike 25.02.2016.**  
**Srednje škole – 3. Skupina (zadaci)**

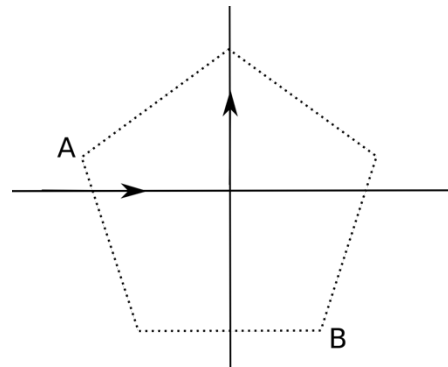
**1. zadatak (10 bodova)**

Za strujni krug na slici pronađite iznos i fazu struje kroz zavojnicu (u odnosu na napon izvora) i magnetsko polje u njenom centru, ako je zavojnica duljine 20 cm i ima 800 navoja. Izvor izmjeničnog napona ima amplitudu 10 V i frekvenciju  $f = 50$  Hz, zavojnica ima induktivitet  $100/\pi$  mH, a otpornik otpor  $10 \Omega$ . Ako se u centar zavojnice postavi mala petlja od žice na kojoj je žaruljica, hoće li žaruljica svijetliti? Obrazložite odgovor.



**2. zadatak (12 bodova)**

Dva ravna, beskonačno duga vodiča sjeku se pod pravim kutom kao na slici. Svakim vodičem teče struja iznosa 10 A. Odredite iznose i smjerove magnetskog polja u točkama A i B na slici. Sjecište vodiča odgovara centru pravilnog peterokuta čija su dva vrha zadane točke. Stranica peterokuta duga je 1 m.



**3. zadatak (12 bodova)**

Bungee uže može se razmatrati kao opruga koja djeluje povratnom silom kad ju se rastegne, no koju se uopće ne može sabiti. Osoba visine 2 m i mase 80 kg skače s mosta koji je na 45 m iznad površine rijeke. Za stopala osobe vezano je bungee uže koje je u nerastegnutoj stanju dugo 23 m. Kolika mora biti konstanta elastičnosti kako bi nakon vertikalnog skoka, glavom prema dolje, osoba taman dotaknula površinu vode? Na kojoj visini iznad površine vode težište osobe ima najveću brzinu? Do koje konačne visine će osoba doći u svom gibanju prema gore? Pretpostavite da osoba kreće s mosta bez početne brzine. Masa užeta je zanemariva, a težište osobe nalazi se na pola njene visine. Zanemarite sve gubitke energije na trenje.

**4. zadatak (8 bodova)**

Tri komada idealnog užeta, svaki duljine  $L$  spojeni su tako da čine jedno uže duljine  $3L$ . Jedan komad ima masu po jedinici duljine  $\mu$ , drugi  $4\mu$ , a treći  $\mu/4$ . Ako je uže napeto silom  $T$ , koliko vremena treba transverzalom valu da prođe cijelom dužinom užeta? Odgovor izrazite pomoću  $L$ ,  $T$  i  $\mu$ . Ovisi li odgovor o redosljedu vezanja komada u cjelovito uže? Treba li valu više ili manje vremena da prođe kroz ovakvo uže ili uže koje je duljine  $3L$ , a cijelo ima masu po jedinici duljine  $\mu$ ?

**5. zadatak (8 bodova)**

Šišmiš leti prema bubi brzinom  $v$  i ispušta ton frekvencije  $f$ . Buba miruje i ton se odbija natrag od nje prema šišmišu. Ako šišmiš čuje ton koji je 60% viši od tona koji je ispustio, odredite izraz za brzinu zvuka u zraku pomoću zadanih veličina.

**Županijsko natjecanje iz fizike 25.02.2016.**  
**Srednje škole – 3. Skupina (rješenja i smjernice za bodovanje)**

**1. zadatak (10 bodova)**

Ukupna impedancija kruga jednaka je:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi fL)^2} = 10\sqrt{2} \Omega \quad (2 \text{ boda})$$

Faza struje u odnosu na napon dana je s:

$$\tan(\phi) = \frac{\omega L}{R} = \frac{2\pi fL}{R} = 1 \rightarrow \phi = \pm \frac{\pi}{4} \quad (2 \text{ boda})$$

Struja u krugu dana je s:

$$I = I_0 \cos(\omega t + \phi) = \frac{V_0}{Z} \cos(\omega t + \phi) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{4}) \text{ A} \quad (2 \text{ boda})$$

**Napomena: 1 bod se daje za pravilan izraz, jedan za pravilan predznak ispred faze.**

Magnetsko polje u centru zavojnice dano je izrazom  $B = \mu_0 NI/L$  (1 bod), tj. u našem slučaju, nakon uvrštavanja  $N=800$  i  $L=0.2\text{m}$ :

$$B = 8\pi\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{4}) \cdot 10^{-4} = 3.55 \cos(314t + \frac{\pi}{4}) \text{ mT} \quad (1 \text{ bod})$$

Petlja sa žaruljicom postavljena u centar petlje svijelit će ovisno o orijentaciji petlje u odnosu na smjer magnetskog polja. (1 bod) Ako su polje i petlja okomiti, žaruljica neće svijetliti jer je tok magnetskog polja kroz petlju uvijek jednak nuli. Ako pak nisu okomiti, već pod bilo kojim kutom različitim od okomitog, žaruljica svijetli promijenjivo jer se magnetsko polje mijenja u vremenu, pa se i tok mijenja u vremenu. (1 bod za objašnjenje)

**2. zadatak (12 bodova)**

Za određivanje polja u pojedinoj točki potrebno je znati udaljenosti točaka od žica koje nose struju. Iznos polja u pojedinoj koordinati od pojedine žice jednak je  $|\mu_0 I / (2d\pi)|$  (1 bod), pri čemu je  $d$  okomita udaljenost od žice. Smjer polja od pojedine žice određuje se pravilom desne ruke (1 bod).

Nalaženje koordinata točaka ili udaljenosti točaka od žica može se na više načina pronaći trigonometrijski. Primijetimo da točke leže u vrhovima peterokuta pa time i na kružnici opisanoj tom peterokutu. Kako je unutarnji kut peterokuta jednak  $2\pi/5$  (1 bod), lako se vidi da je točka A na kutu  $9\pi/10$  (1 bod), a točka B na kutu  $17\pi/10$  (1 bod), oba mjerena od osi x. Dakle, koordinate tih točaka jednake su  $A(r\cos(9\pi/10), r\sin(9\pi/10))$  i  $B(r\cos(17\pi/10), r\sin(17\pi/10))$ . (1 bod). Preostaje naći koliki je polumjer kružnice opisane peterokutu. Ako uzmemo jednu stranicu i povežemo s centrom peterokuta, dobijamo jednakokrtačan trokut kuta  $2\pi/5$  i stranica  $r$ ,  $r$  i  $a$ . Pomoću kosinusovog poučka dobija se:

$$a^2 = r^2 + r^2 - 2r^2 \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) \quad (1 \text{ bod})$$

$$r = a \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}} = 0.85065a \quad (1 \text{ bod})$$

**Napomena: za neki drugi način pronalazjenja općenitog zapisa koordinata točaka ili udaljenosti od žica dodjeljuje se ravnopravno 6 bodova.**

Konačno, korištenjem pravila desne ruke slijedi da ukupno polje u A gleda iz papira (1 bod) i iznos mu je

$$B_A = \frac{\mu_0 I}{2r\pi} \left( \left| \frac{1}{\sin \frac{9\pi}{10}} \right| + \left| \frac{1}{\cos \frac{9\pi}{10}} \right| \right) = \frac{\mu_0 I}{2a\pi} \sqrt{\frac{2\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}} \left( \left| \frac{1}{\sin \frac{9\pi}{10}} \right| + \left| \frac{1}{\cos \frac{9\pi}{10}} \right| \right)$$

$$B_A = 10.08\mu T \quad (1 \text{ bod})$$

Analogno, polje u B gleda u papir (1 bod) i iznos mu je

$$B_B = \frac{\mu_0 I}{2r\pi} \left( \left| \frac{1}{\sin \frac{17\pi}{10}} \right| + \left| \frac{1}{\cos \frac{17\pi}{10}} \right| \right) = \frac{\mu_0 I}{2a\pi} \sqrt{\frac{2\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}} \left( \left| \frac{1}{\sin \frac{17\pi}{10}} \right| + \left| \frac{1}{\cos \frac{17\pi}{10}} \right| \right)$$

$$B_B = 6.91\mu T \quad (1 \text{ bod})$$

### 3. zadatak (12 bodova)

Da bi osoba taman dotaknula površinu vode, mora u tom trenutku stati (1 bod). Stoga je zgodno koristiti zakon očuvanja energije. Postavimo površinu vode na  $h=0$ . Zakon očuvanja energije daje:

$$mgh_1 = mgh_2 + \frac{1}{2}k(\Delta l)^2 \quad (2 \text{ boda})$$

pri čemu je  $h_1$  jednak 46m (visina do mosta + visina do težišta osobe),  $h_2$  je 1m (visina do težišta osobe u najnižoj točki putanje) (2 boda za visine), a  $\Delta l$  jednak je 20m (jer je od vode do mosta 45m - 2m visina osobe - 23m nerastegnuta dužina užeta) (1 bod). Uvrštavanjem brojeva slijedi da je  $k = 180 \text{ N/m}$  (1 bod) **Napomena: za drugi odabir koordinate  $h=0$  dodjeljuje se isto bodovanje.**

Osoba u početku ubrzava, zatim postiže najveću brzinu u nekom trenutku i zatim usporava. Očito, kad je brzina najveća, ubrzanje promijeni smjer, tj. u tom je trenutku jednako nuli (1 bod). Ako je tad ubrzanje jednako nuli, i sila je jednaka nuli, pa se koordinata u kojoj je težište u tom trenutku lako nađe iz ravnoteže sila:

$$mg = k\Delta l \quad (1 \text{ bod})$$

iz čega slijedi da je  $\Delta l = 40/9 \text{ m}$  (1 bod). Visina na kojoj je težište osobe kad je uže rastegnuto za toliko je  $45\text{m} - (23\text{m} + 40/9\text{m} + 1\text{m}) = 16.56\text{m}$  iznad površine vode (1 bod).

Kako nema trenja početna energija je očuvana pa se osoba u povratku vrati u početnu točku (1 bod).

#### 4. zadatak (8 bodova)

Brzina širenja vala na napetoj niti dana je s  $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$  (1 bod). Kako se val širi stalnom brzinom, kroz navedena tri komada treba mu:

$$\begin{aligned}t_1 &= \frac{L}{v_1} = L \sqrt{\frac{\mu}{T}} \\t_2 &= \frac{L}{v_2} = L \sqrt{\frac{4\mu}{T}} = 2L \sqrt{\frac{\mu}{T}} \\t_3 &= \frac{L}{v_3} = L \sqrt{\frac{\mu}{4T}} = \frac{1}{2} L \sqrt{\frac{\mu}{T}} \quad \text{(3 boda, jedan po komadu)}\end{aligned}$$

Ukupno vrijeme jednako je zbroju ova 3 vremena i NE ovisi o poretku kojim je užad vezana (1 bod). Slijedi:

$$t_{uk} = \frac{7}{2} L \sqrt{\frac{\mu}{T}} \quad \text{(1 bod)}$$

Ako je uže jednoliko, duljine  $3L$ , tad je ukupno vrijeme potrebno jednako

$$t_{uk} = 3L \sqrt{\frac{\mu}{T}} \quad \text{(1 bod)}$$

Očito na nejednolikom užetu vala treba više vremena (1 bod).

#### 5. zadatak (8 bodova)

Šimiš prvo djeluje kao izvor zvuka, a buba kao prijammnik (1 bod). Frekvencija tona koji čuje buba jednaka je:

$$f_B = f \frac{c}{c-v} \quad \text{(1 bod)}$$

Kad se zvuk reflektira, buba djeluje kao izvor, a šišmiš kao prijammnik (1 bod). Šišmiš čuje frekvenciju iznosa:

$$f' = f_B \frac{c+v}{c} = f \frac{c+v}{c-v} \quad \text{(2 boda)}$$

Prema uvjetu zadatka, ta je frekvencija jednaka  $1.6f$  (1 bod). Uvrštavanjem i rješavanjem po  $c$  slijedi:

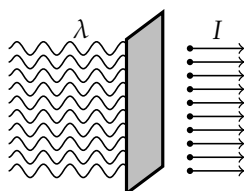
$$c = v \frac{1.6+1}{1.6-1} = \frac{13}{3} v \quad \text{(2 boda)}$$

# ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE

- srednje škole: IV. grupa -

25.02.2016.

1. Da biste ispitali fizikalna svojstva tanke pločice načinjene od nekog egzotičnog metala, obasjate je elektromagnetskim zračenjem valne duljine  $\lambda = 3 \mu\text{m}$ . Nakon što u pločici dođe do fotoefekta, struja elektrona jakosti  $I = 1 \text{ mA}$  izleti s druge strane pločice, kao na slici.



Izbačeni elektroni potom upadaju okomito na obližnji zid te, prilikom savršeno neelastičnog sudara sa zidom, djeluju na njega silom  $F = 2.5 \mu\text{N}$ .

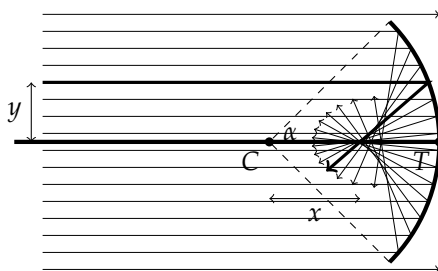
- Odredite brzinu  $v$  kojom se izbačeni elektroni gibaju prije nego što udare u zid.
- Umjesto da pustimo elektrone da udaraju u zid, želimo ih usporiti električnim poljem. Pri kojoj će se razlici potencijala  $U$  elektroni usporiti do zaustavljanja?
- Koliko iznosi izlazni rad ovog metala?

[11 BODOVA]

2. Odredite valnu duljinu  $\lambda$  monokromatske svjetlosti koja upada okomito na difrakcijsku rešetku konstante  $d = 2.2 \mu\text{m}$  ako je drugi difrakcijski maksimum otklonjen za kut  $\Delta\theta = 15^\circ$  u odnosu na prvi maksimum. Koliko se ukupno difrakcijskih maksimuma može opaziti? Pri kojim se kutovima opažaju ovi maksimumi? Središnji maksimum brojite kao nulti.

[8 BODOVA]

3. Snop zraka svjetlosti upada paralelno optičkoj osi na sferno zrcalo središnjeg kuta  $\alpha = 90^\circ$  i polumjera zakrivljenosti  $R = 20 \text{ cm}$  kako je prikazano na slici.



Za razliku od uskih snopova kod kojih se sve paralelne zrake koje upadaju na sferno zrcalo odbijaju tako da prolaze kroz istu točku na optičkoj osi, žarište, reflektirane zrake paralelnog snopa proizvoljne širine neće sjeći optičku os u jednoj točki. Ta se pojava naziva sferna aberacija.

- Odredite na kojoj će udaljenosti od središta zakrivljenosti  $x$  reflektirana zraka sjeći optičku os ako se prilikom upada nalazila na udaljenosti  $y$  od optičke osi.
- Nađite područje na optičkoj osi  $x \in [x_{\min}, x_{\max}]$  unutar kojeg prolaze sve reflektirane zrake.

[10 BODOVA]

4. Pikulu mase  $m = 20 \text{ g}$  želite čim preciznije ispustiti s vrha zgrade visine  $H = 25 \text{ m}$  na metu koja je označena na tlu. Koliko vam kvantna fizika u tome odmaže? Prema Heisenbergovom načelu neodređenosti, pikula ne može istovremeno imati točno određen položaj i količinu gibanja, što otežava precizno ciljanje. Jednostavnosti radi, uzmite da su kvantni efekti bitni jedino u horizontalnom ( $x$ ) smjeru, i u potpunosti ih zanemarite u vertikalnom ( $y$ ) smjeru. Pretpostavite, drugim riječima, da se horizontalan položaj pikule  $x_0$  u trenutku ispuštanja ( $t = 0$ ) nalazio negdje unutar intervala  $x_0 \in [-\Delta x, +\Delta x]$ , dok je početna količina gibanja  $p_0$  također bila neodređena:  $p_0 \in [-\Delta p, +\Delta p]$ , a početne neodređenosti  $\Delta x$  i  $\Delta p$  su zadovoljavale Heisenbergovu relaciju

$$\Delta x \Delta p = \frac{h}{4\pi}.$$

- Neka je  $\delta x(t)$  neodređenost u horizontalnom položaju pikule tijekom slobodnog pada, tako da vrijedi  $\delta x(0) = \Delta x$ . Odredite  $\delta x(t)$  kao funkciju vremena i pokažite da se  $\delta x(t)$  može prikazati u obliku koji ne sadrži  $\Delta p$ .
- Izračunajte nakon kojeg će vremena  $\tau$  pikula pasti na tlo.
- Da bi pikula najtočnije pogodila metu, njena horizontalna neodređenost u trenutku pada  $\delta x(\tau)$  mora biti minimalna. Kolika mora biti početna neodređenost  $\Delta x$ , da bi konačna neodređenost  $\delta x(\tau)$  bila najmanja moguća? Koliko, u tom slučaju, iznosi  $\delta x(\tau)$ ?

Prilikom računa pretpostavite da je pikula materijalna točka te zanemarite utjecaj otpora zraka i rotacije Zemlje na vertikalno gibanje pikule.

[12 BODOVA]

5. Pozitronij je „atom“ sastavljen od elektrona i njegove antičestice (ista masa, no suprotni naboj), pozitrona.<sup>1</sup>

- Pretpostavite da se elektron i pozitron unutar pozitronija gibaju istom nerelativističkom brzinom konstantnog iznosa  $v$  te skicirajte njihove putanje u sustavu centra mase.
- Nađite kako veličina pozitronija (udaljenost između elektrona i pozitrona)  $D$  ovisi o  $v$ .
- Odredite ukupnu energiju pozitrona  $E$  kao funkciju od  $D$ .
- Izračunajte ukupni zamah pozitronija  $L$ .
- Pretpostavite, baš poput Bohra, da je zamah kvantiziran,  $L = nh/(2\pi)$ , gdje je  $n \in \mathbb{N}$ , te izračunajte ionizacijsku energiju pozitronija (u eV-ima), kao i njegovu veličinu u osnovnom stanju.

[9 BODOVA]

Vrijednosti fizikalnih konstanti:

- ubrzanje sile teže:  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ;
- brzina svjetlosti:  $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$ ;
- Planckova konstanta  $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$ ;
- masa elektrona:  $m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ;
- elementarni naboj:  $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ;
- permitivnost vakuum:  $\epsilon_0 \equiv 1/(4\pi k_e) = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ , gdje je  $k_e$  Coulombova konstanta.

<sup>1</sup>Nije na odmet napomenuti da je pozitronij prvi predvidio hrvatski znanstvenik Stjepan Mohorovičić 1934.

# ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE - RJEŠENJA

- srednje škole: IV. grupa -

25.02.2016.

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

- Budući da se svi elektroni sudaraju savršeno neelastično sa zidom, oni mu predaju svu svoju količinu gibanja. Stoga silu na zid možemo prikazati u obliku

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = p_1 \frac{\Delta N}{\Delta t}, \quad [1 \text{ BOD}]$$

gdje je  $p_1$  količina gibanja pojedinog elektrona prije sudara, a  $\Delta N/\Delta t$  broj elektrona koji se sudaraju sa zidom u jedinici vremena. Ti su elektroni u vremenu  $\Delta t$  prenijeli zidu naboj

$$\Delta Q = e\Delta N, \quad [1 \text{ BOD}]$$

što znači da se broj sudara elektrona sa zidom u jedinici vremena može prikazati preko jakosti struje tih elektrona

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1}{e} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{I}{e}, \quad [1 \text{ BOD}]$$

gdje je  $I = \Delta Q/\Delta t$  količina prenesenog naboja u jedinici vremena, odnosno jakost struje elektrona. Kombinacijom gornjih relacija možemo izraziti količinu gibanja pojedinačnih elektrona preko zadanih veličina

$$p_1 = \frac{eF}{I}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Uvrštavanje nerelativističkog izraza  $p_1 = mv$  vodi na brzinu elektrona koja je veća od brzine svjetlosti, što znači da moramo koristiti izraz za relativističku količinu gibanja  $p_1 = \gamma mv$ , odakle, nakon sređivanja izraza, imamo

$$v = \frac{\frac{eF}{mI}}{\sqrt{1 + \left(\frac{eF}{mcl}\right)^2}} \quad [2 \text{ BODA}]$$
$$= 2.48 \times 10^8 \text{ m/s}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

- Da bismo usporili elektrone u električnom polju, potrebno je nametnuti takvu razliku potencijala koja će u potpunosti poništiti kinetičku energiju elektrona. Prema tome, mora vrijediti

$$U = \frac{E_k}{e} = \frac{(\gamma - 1)mc^2}{e} \quad [1 \text{ BOD}]$$
$$= 3.96 \times 10^5 \text{ V}, \quad [1 \text{ BOD}]$$

gdje smo relativistički faktor  $\gamma = 1.77$  odredili iz prethodno izračunate brzine.

- Za kraj, izlazni rad ovog metala je

$$W = E_{\text{fot}} - E_k = \frac{hc}{\lambda} - (\gamma - 1)mc^2 \quad [1 \text{ BOD}]$$
$$= 2.95 \times 10^{-15} \text{ J}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

2. Prva dva difrakcijska maksimuma su određena relacijama

$$d \sin \theta_1 = \lambda \quad \& \quad d \sin \theta_2 = 2\lambda$$

Ukoliko podijelimo te dvije relacije i pišemo  $\theta_2 = \theta_1 + \Delta\theta$ , dolazimo do jednadžbe

$$\sin(\theta_1 + \Delta\theta) = 2 \sin \theta_1 \quad \rightsquigarrow \quad \operatorname{tg} \theta_1 = \frac{\sin \Delta\theta}{2 - \cos \Delta\theta} \quad [1 \text{ BOD}]$$

gdje smo koristili adicijske formule za sinus. Sad je lako odrediti valnu duljinu svjetlosti

$$\lambda = d \sin \theta_1 = d \frac{\operatorname{tg} \theta_1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_1}} = \frac{d \sin \Delta\theta}{\sqrt{5 - 4 \cos \Delta\theta}} \quad [1 \text{ BOD}]$$

$$= 0.534 \mu\text{m}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Poznavajući valnu duljinu svjetlosti, lako je odrediti broj difrakcijskih maksimuma (ne uključujući središnji)

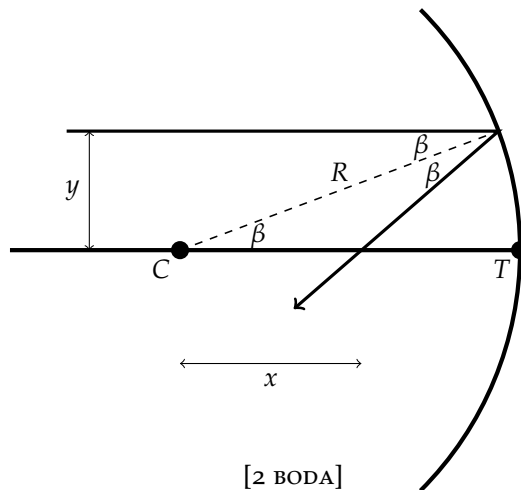
$$n = \left\lfloor \frac{d}{\lambda} \right\rfloor = 4. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Njihovi su kutni položaji dani relacijom  $\theta_m = \arcsin(m\lambda/d)$ . Uvrštavanjem dobivamo

$$\theta_1 = 14.05^\circ, \quad \theta_2 = 29.05^\circ, \quad \theta_3 = 46.75^\circ, \quad \theta_4 = 76.22^\circ. \quad [4 \text{ BODA}]$$

Ukoliko je učenik promatrao maksimume s obje strane od središnjeg te tako dobio dvostruko veći broj maksimuma, priznati sve bodove.

3. • Skicirajmo detaljnije zraku koja upada paralelno optičkoj osi na udaljenosti  $y$ .



Upadni (i izlazni) kut  $\beta$  mora biti jednak kutu kojeg crtkana normala zatvara s optičkom osi. Prema tome, možemo pisati

$$\sin \beta = \frac{y}{R}, \quad [2 \text{ BODA}]$$

kao i

$$\cos \beta = \frac{R/2}{x}. \quad [2 \text{ BODA}]$$

Eliminacijom kuta  $\beta$  iz gornjih jednadžbi, dobivamo traženu ovisnost

$$x = \frac{R^2}{2\sqrt{R^2 - y^2}}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

- Uzimajući u obzir da je središnji kut zrcala  $\alpha = 90^\circ$ , slijedi da na zrcalo upadaju sve zrake na udaljenosti

$$y \in [0, R \sin 45^\circ] = [0, R/\sqrt{2}] \quad [1 \text{ BOD}]$$

od optičke osi. Pripadne reflektirane zrake će sjeći optičku os na udaljenosti

$$x \in [R/2, R/\sqrt{2}] \quad [1 \text{ BOD}]$$

$$= [10 \text{ cm}, 14.14 \text{ cm}]. \quad [1 \text{ BOD}]$$

od središta zakrivljenosti.

4. • Kako na pikulu ne djeluje sila u horizontalnom smjeru, gibat će se konstantnom brzinom, tako da će vremenska ovisnost horizontalnog položaja biti

$$x(t) = x_0 + v_0 t, \quad [1 \text{ BOD}]$$

gdje je  $v_0 = p_0/m$  početna horizontalna brzina pikule. Budući da su kvantni efekti mali, ne očekujemo relativističke brzine, stoga smo koristili relaciju  $p = mv$ . Nadalje, pošto ne znamo niti  $x_0$  niti  $v_0$ , ne možemo odrediti  $x(t)$ , no možemo dati interval unutar kojeg se horizontalni položaj čestice mora nalaziti,

$$x(t) \in [-\delta x(t), +\delta x(t)]. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Taj ćemo interval odrediti pomoću „najgoreg mogućeg“ slučaja kad se pikula nalazi na rubu početnog intervala  $x_0 = \pm\Delta x$ , te giba maksimalnom brzinom usmjerenom tako da izlazi iz početnog intervala  $v_0 = \pm\Delta p/m$ . Sad je jasno da će se interval u kojem se pikula nalazi linearno povećavati u vremenu

$$\pm\delta x(t) = \pm\Delta x \pm \frac{\Delta p}{m} t. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Koristeći relaciju neodređenosti, možemo izraziti  $\Delta p$  preko  $\Delta x$

$$\Delta p = \frac{h}{4\pi\Delta x}, \quad [1 \text{ BOD}]$$

čime prethodna relacija postaje

$$\delta x(t) = \Delta x + \frac{ht}{4\pi m} \frac{1}{\Delta x}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

- Vrijeme  $\tau$  potrebno da pikula padne na tlo računamo uzimajući u obzir da je slobodni pad jednoliko ubrzano gibanje te vrijedi

$$H = \frac{1}{2} g \tau^2, \quad [1 \text{ BOD}]$$

gdje smo uzeli u obzir da je pikula ispuštena, dakle nije imala početnu vertikalnu brzinu. Odavde imamo

$$\tau = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 2.26 \text{ s}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

- Horizontalna neodređenost u trenutku pada je sad

$$\begin{aligned} \delta x(\tau) &= \Delta x + \frac{h\tau}{4\pi m} \frac{1}{\Delta x} \quad [1 \text{ BOD}] \\ &= \left( \sqrt{\Delta x} - \sqrt{\frac{h\tau}{4\pi m} \frac{1}{\Delta x}} \right)^2 + \sqrt{\frac{h\tau}{\pi m}}. \end{aligned}$$

U posljednjem smo izrazu prikazali  $\delta x(\tau)$  kao sumu dva nenegativna doprinosa. Ukoliko želimo minimizirati taj izraz, moramo posebno minimizirati svaki od ta dva doprinosa. Drugi je doprinos konstantan, a prvi je minimalan kad je jednak nuli, odnosno kad vrijedi

$$\Delta x = \Delta x_{\min} = \sqrt{\frac{h\tau}{4\pi m}} \quad [1 \text{ BOD}]$$

$$= 7.72 \times 10^{-17} \text{ m}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

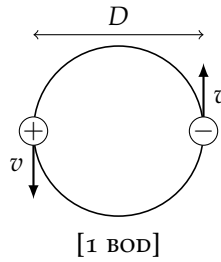
Minimalna će vrijednost  $\delta x(\tau)$  tad biti

$$\delta x(\tau)_{\min} = \sqrt{\frac{h\tau}{\pi m}} \quad [1 \text{ BOD}]$$

$$= 1.54 \times 10^{-16} \text{ m}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Dakle, kvantni efekti su potpuno zanemarivi u slučaju slobodnog pada pikule.

5. • Jedini način da se elektron i pozitron gibaju istom brzinom stalnog iznosa pod utjecajem elektrostatske privlačne sile jest da se gibaju po kružnici kao što je prikazano na donjoj slici.



- Prilikom gibanja po kružnici polumjera  $D/2$  elektrostatska privlačna sila igra ulogu centripetalne sile,

$$\frac{mv^2}{D/2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{D^2} \equiv k_e \frac{e^2}{D^2} \rightsquigarrow D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2mv^2} \equiv k_e \frac{e^2}{2mv^2}. \quad [2 \text{ BODA}]$$

- Ukupna se energija sastoji od kinetičke i potencijalne energije

$$E = 2 \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{D} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2D} \equiv -k_e \frac{e^2}{2D}, \quad [1 \text{ BOD}]$$

gdje smo brzinu  $v$  eliminirali u korist udaljenosti  $D$ .

- Ukupni je zamah

$$L = 2mv \frac{D}{2} = mvD. \quad [1 \text{ BOD}]$$

- Uvrštavajući  $v = (nh)/(2\pi mD)$  u relaciju koja povezuje brzinu  $v$  i veličinu atoma  $D$ , lako nalazimo dopuštene vrijednosti veličine pozitronija

$$D_n = n^2 \frac{2\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} \equiv n^2 \frac{h^2}{2\pi^2 k_e m e^2}, \quad [1 \text{ BOD}]$$

odakle lako nalazimo veličinu pozitronija u osnovnom stanju

$$D_1 = 1.06 \times 10^{-10} \text{ m}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Dopuštene su energije pozitronija

$$E_n = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2D_n} = -\frac{1}{n^2} \frac{m e^4}{16\epsilon_0^2 h^2} \equiv -\frac{1}{n^2} \frac{\pi^2 k_e^2 m e^4}{h^2}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Energija ionizacije pozitronija je stoga

$$E_{\text{ion}} = -E_1 = 6.77 \text{ eV}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Radi lakšeg ispravljanja, konačni su rezultati su zapisani i pomoću  $\epsilon_0$  i pomoću  $k_e$ .