DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

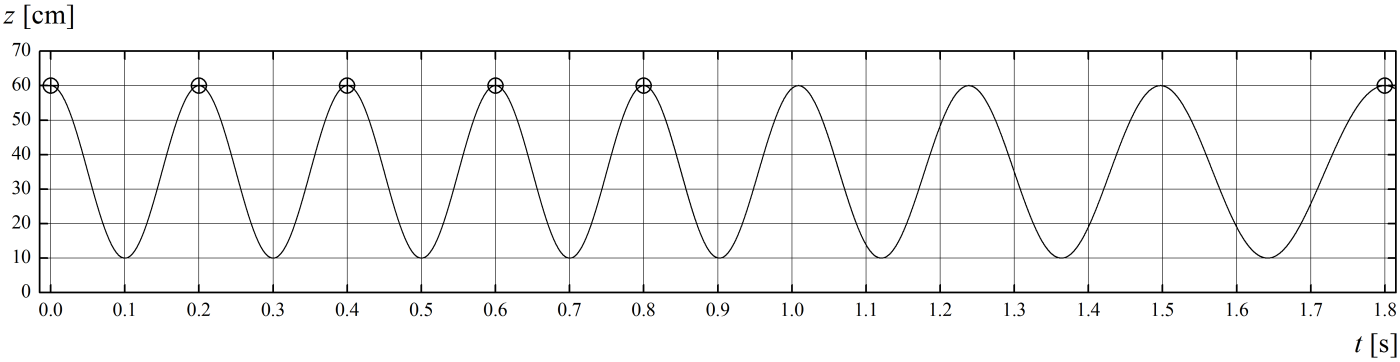
Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Srednje škole – 1. skupina

Zadatak 1 (17 bodova)

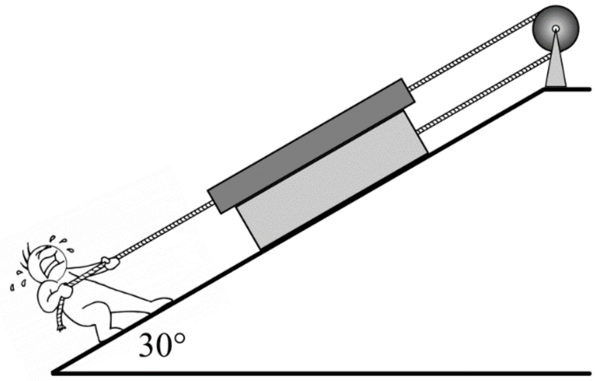
Kotač bicikla ima vanjski promjer 700 mm. Na udaljenosti 250 mm od središta kotača postavljeno je mačje oko. Biciklist vozi bicikl po ravnoj stazi najprije stalnom brzinom, a u trenutku 0.8 s počinje jednoliko usporavati. Na grafu je prikazana ovisnost visine (udaljenosti od tla) mačjeg oka o vremenu (radi jasnoće posebno je označeno da se u trenucima t = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 i 1.8 mačje oko nalazi na najvišem položaju).

a) Nacrtajte graf ovisnosti brzine bicikla o vremenu.
b) Nacrtajte graf ovisnosti položaja bicikla o vremenu.
c) Nakon koliko vremena od početka gibanja će se bicikl zaustaviti, koliki put će do tada prijeći put te koliko iznosi srednja brzina po putu bicikla od početnog trenutka do zaustavljanja?



Zadatak 2 (17 bodova)

Daska mase 1 kg nalazi se na kvadru mase 8 kg. Na dasku i kvadar pričvršćeno je nerastezljivo uže zanemarive mase koje je prebačeno preko koloture zanemarive mase. Čovjek pomoću nerastezljivog užeta zanemarive mase vuče dasku prema podnožju kosine stalnom brzinom primjenjujući stalnu silu F. Koeficijent trenja između svih podloga iznosi 0.2.



a) Nacrtajte sve sile koje djeluju na dasku.
b) Nacrtajte sve sile koje djeluju na kvadar.
c) Izračunajte iznos sile F.
d) Izračunajte rad koji je potrebno utrošiti da se kvadar pomakne uz kosinu za 10 cm.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Zadatak 3 (18 bodova)

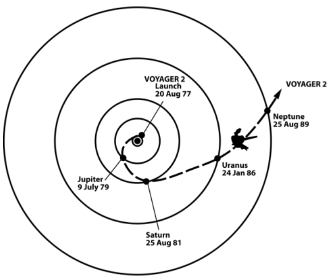
Atletičar se natječe u disciplini bacanja koplja. Položaj koplja opisan je položajem njegovog vrha. U trenutku izbačaja vrh koplja nalazi se na visini y_0. Zanemarite otpor zraka.

a) Ako atletičar miruje za vrijeme izbačaja koplja, koplje padne na tlo na udaljenosti 35.2 m od mjesta izbačaja, a let koplja traje 2.75 s. Brzina koplja u trenutku izbačaja zatvara kut 45° s horizontalom. Izračunajte brzinu koplja neposredno nakon izbačaja.

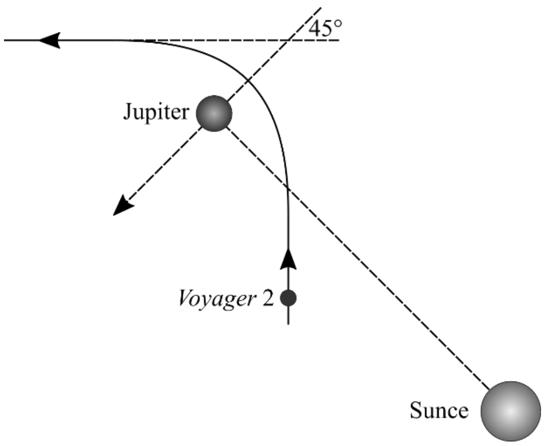
b) Da poveća domet koplja atletičar koristiti zaletište. Atletičar jednoliko ubrzava na zaletištu dugom 32 m te izbacuje koplje pod jednakim kutem u svom referentnom sustavu i s jednake visine kao i u prethodnom slučaju. Ako se domet koplja poveća za 25% u odnosu na prethodni slučaj, a vrijeme leta ostane jednako, izračunajte brzinu atletičara u trenutku izbačaja koplja. Izračunajte brzinu koplja u trenutku izbačaja u referentnom sustavu atletskog stadiona. Izračunajte ubrzanje atletičara na zaletištu.

c) Izračunajte visinu vrha koplja y_0 u trenutku izbačaja. Izračunajte maksimalnu visinu (udaljenost od tla) koju postiže vrh koplja za vrijeme leta u oba slučaja.

Zadatak 4 (18 bodova)



Prilikom planiranja putanja svemirskih letjelica često se koristi „efekt praćke“ (engl. *sligshot effect*) koji se javlja prilikom prolaska letjelice blizu nekog od planeta u Sunčevom sustavu. Razmotrit ćemo ovaj efekt na primjeru svemirske sonde Voyager 2. Svemirsku sondu Voyager 2 lansirala je *National Aeronautics and Space Administration*, USA (NASA) 20. kolovoza 1977. Misija Voyagera 2 je istraživanje vanjskih planeta Sunčevog sustava: Jupitera, Saturna, Urana i Neptuna. Putanja Voyagera 2 obzirom na referentni sustav Sunca prikazana je na slici lijevo.



Promatrano iz referentnog sustava Jupitera (sustav u kojem Jupiter miruje) dio putanje Voyagera 2 prikazan je na slici desno. Obzirom na referentni sustav Jupitera na velikim udaljenostima od Jupitera brzina Voyagera 2 iznosi 7.8 km/s, a smjer brzine promijeni se za 90° nakon prolaska pored Jupitera. Brzina Jupitera u odnosu na Sunce iznosi 13.1 km/s.

a) Izračunajte promjenu iznosa brzine Voyagera 2 u sustavu Sunca prije i nakon prolaska pored Jupitera. Skicirajte vektore brzina Voyagera 2 prije i nakon prolaska pored Jupitera u sustavu Sunca. Pretpostavite da se Jupiter, za vrijeme prolaska Voyagera 2 pored Jupitera, giba po pravcu i zanemarite utjecaj Sunca i drugih planeta. Pokažite da je promjena brzine Jupitera zanemariva.

b) Pretpostavite da se nakon prolaska pored Jupitera i dovoljno daleko od njegovog gravitacijskog utjecaja, Voyager 2 nalazi na udaljenosti od Sunca približno jednakoj udaljenosti Sunce-Jupiter. Je li brzina Voyagera 2 dovoljna da napusti Sunčev sustav?

c) Prilikom prolaska pored Jupitera najmanja udaljenost Voyagera 2 od površine Jupitera iznosi 570 000 km. Izračunajte maksimalnu brzinu Voyagera 2 u referentnom sustavu Jupitera, koju postiže za vrijeme prolaska pored Jupitera.

Masa Sunca: $1.989 \cdot 10^{30}$ kg, masa Jupitera: $1.898 \cdot 10^{27}$ kg, masa Voyagera 2: 722 kg, udaljenost Sunce-Jupiter: $778.5 \cdot 10^{6}$ km, polumjer Jupitera: 70 000 km, gravitacijska konstanta: $G = 6.674 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Srednje škole – 1. skupina, rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (17 bodova)

a) S priloženog grafa se može vidjeti da kotač bicikla u vremenskom intervalu $\Delta t_1 = 0 - 0.8\,\mathrm{s}$ napravi četiri puna okreta. Prema tome, kutna brzina okretanja kotača jednaka je:

$\omega_0 = \frac{\Delta\theta}{\Delta t_1} = \frac{4\cdot 2\pi}{0.8\,\mathrm{s}} = 10\pi\ \mathrm{rad/s}$ **(2 boda)**

U vremenskom intervalu $\Delta t_2 = 0.8 - 1.8\,\mathrm{s}$ kotač se giba jednoliko usporeno s početnom kutnom brzinom ω_0 i kutnim ubrzanjem α te u tom vremenu napravi četiri puna okreta.

$$\Delta\theta = \omega_0\Delta t_2 - \frac{1}{2}\alpha(\Delta t_2)^2$$

$4\cdot 2\pi = (10\pi\ \mathrm{rad/s})(1\,\mathrm{s}) - \frac{1}{2}\alpha(1\,\mathrm{s})^2 \Rightarrow \alpha = \frac{20\pi - 16\pi}{(1\,\mathrm{s})^2} = 4\pi\ \mathrm{rad/s^2}$ **(3 boda)**

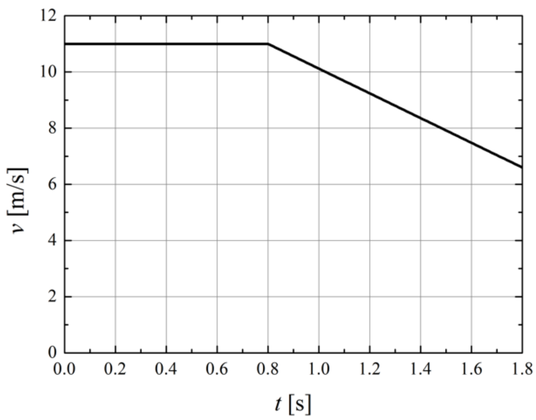
Brzina translacije bicikla jednaka je obodnoj brzini točke na vanjskom rubu kotača bicikla. Prema tome, u vremenskom intervalu Δt_1 bicikl se giba jednoliko brzinom:

$$v_0 = r\omega_0 = (0.35\,\mathrm{m})(10\pi\ \mathrm{rad/s}) = 11\,\mathrm{m/s}$$

U vremenskom intervalu Δt_2 bicikl se giba jednoliko usporeno ubrzanjem:

$$a = r\alpha = (0.35\,\mathrm{m})(4\pi\ \mathrm{rad/s^2}) = 4.4\,\mathrm{m/s^2}$$

te je gibanje opisano jednadžbom $v(t) = v_0 - at$. $v(t)$ graf prikazan je na slici desno. **(4 boda)**



b) U vremenskom intervalu Δt_1 bicikl prijeđe put:

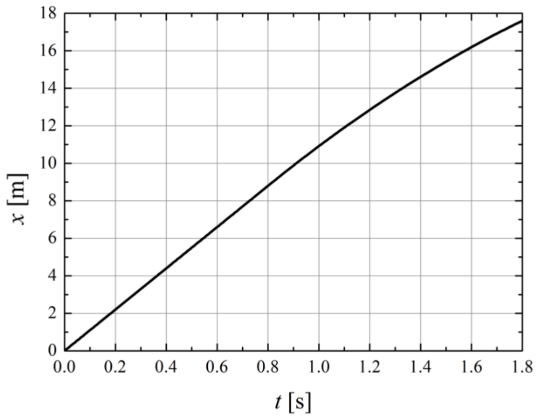
$$s_1 = v_0\Delta t_1 = (11\,\mathrm{m/s})(0.8\,\mathrm{s}) = 8.8\,\mathrm{m}$$

U vremenskom intervalu Δt_2 bicikl prijeđe put:

$$s_2 = v_0\Delta t_2 - \frac{1}{2}a(\Delta t_2)^2$$

$$s_2 = (11\,\mathrm{m/s})(1\,\mathrm{s}) - \frac{1}{2}(4.4\,\mathrm{m/s^2})(1\,\mathrm{s})^2 = 8.8\,\mathrm{m}$$

Na kraju vremenskog intervala Δt_2 bicikl se nalazi na položaju $s_1 + s_2 = 17.6\,\mathrm{m}$. $x(t)$ graf prikazan je na slici desno. **(4 boda)**



c) Bicikl će se zaustaviti u trenutku:

$0 = v_0 - at \Rightarrow t = \frac{v_0}{a} = \frac{11\,\mathrm{m/s}}{4.4\,\mathrm{m/s^2}} = 2.5\,\mathrm{s}$ nakon početka usporenog gibanja. **(1 bod)**

Do tada će prijeći put:

$s_{ukupno} = s_1 + v_0 t - \frac{1}{2}at^2 = 8.8\,\mathrm{m} + (11\,\mathrm{m/s})(2.5\,\mathrm{s}) - \frac{1}{2}(4.4\,\mathrm{m/s^2})(2.5\,\mathrm{s})^2 = 22.55\,\mathrm{m}$ **(2 boda)**

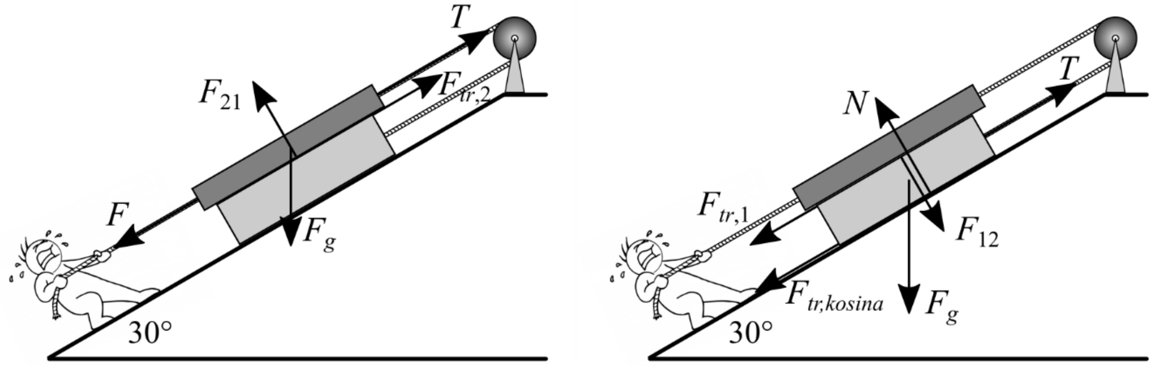
Srednja brzina po putu jednaka je:

$\bar{v} = \frac{s_{ukupno}}{t_{ukupno}} = \frac{22.55\,\mathrm{m}}{0.8\,\mathrm{s} + 2.5\,\mathrm{s}} = 6.83\,\mathrm{m/s}$ **(1 bod)**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Zadatak 2 (17 bodova)



a) Točno nacrtan dijagram sila na dasku: **(2 boda)**
b) Točno nacrtan dijagram sila na kvadar: **(2 boda)**
c) S obzirom da se sustav giba stalnom brzinom zbroj svih sila, koje djeluju na svako pojedino tijelo, jednak je nuli. **(1 bod)** 2. Newtonov zakon za dasku u smjeru paralelno, odnosno okomito na kosinu glasi:

$$0 = T + F_{tr,2} - F - \frac{1}{2} m_1 g \,,\; 0 = F_{21} - \frac{\sqrt{3}}{2} m_1 g$$ **(2 boda)**

2. Newtonov zakon za kvadar u smjeru paralelno, odnosno okomito na kosinu glasi:

$$0 = T - F_{tr,1} - F_{tr,\mathrm{kosina}} - \frac{1}{2} m_2 g \,,\; 0 = N - F_{12} - \frac{\sqrt{3}}{2} m_2 g$$ **(2 boda)**

Vrijede sljedeće relacije:

$$F_{12} = F_{21} = \frac{\sqrt{3}}{2} m_1 g$$ **(1 bod)**

$$F_{tr,1} = F_{tr,2} = \mu F_{12} = \mu \frac{\sqrt{3}}{2} m_1 g$$ **(1 bod)**

$$F_{tr,\mathrm{kosina}} = \mu N = \mu\left(F_{12} + \frac{\sqrt{3}}{2} m_2 g \right) = \mu \frac{\sqrt{3}}{2}(m_1 + m_2) g$$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem za silu F se dobije:

$$0 = F - 2F_{tr,1} - F_{tr,\mathrm{kosina}} + \frac{1}{2} m_1 g - \frac{1}{2} m_2 g$$

$$F = 2F_{tr,1} + F_{tr,\mathrm{kosina}} + \frac{1}{2}(m_2 - m_1) g$$

$$F = \frac{1}{2}\left[\mu\sqrt{3}(3m_1 + m_2) + m_2 - m_1\right] g$$

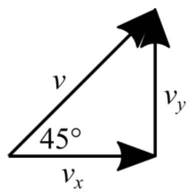
$$F = \frac{1}{2}\left[0.2\sqrt{3}(11\ \mathrm{kg}) + (7\ \mathrm{kg})\right]\left(9.81\ \mathrm{m/s^2}\right) = 53\ \mathrm{N}$$ **(3 boda)**

d) Rad, koji čovjek izvrši, jednak je:
$W = Fs = 5.3\ \mathrm{J}$ **(2 boda)**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Zadatak 3 (18 bodova)



a) Brzinu koplja u trenutku izbačaja, v, možemo rastaviti na horizontalnu (v_x) i vertikalnu komponentu (v_y):

$$v_x = v_x = \frac{\sqrt{2}}{2} v \textbf{ (1 bod)}$$

Domet koplja određen je horizontalnom komponentom brzine:

$$d = v_x t_{let} \quad \Rightarrow \quad v_x = \frac{d}{t_{let}} = \frac{35.2\ \mathrm{m}}{2.75\ \mathrm{s}} = 12.8\ \mathrm{m/s} \textbf{ (2 boda)}$$

Brzina koplja u trenutku izbačaja jednaka je: $v = \sqrt{2} v_x = 18.1\ \mathrm{m/s}$ **(1 bod)**

b) Budući da je vrijeme leta koplja jednako kao u prethodnom slučaju, vertikalna komponenta brzine je također jednaka. **(1 bod)**. S obzirom da je kut izbačaja u referentnom sustavu atletičara jednak, brzina koplja u referentnom sustavu atletičara je jednaka (18.1 m/s). **(1 bod)** Horizontalna komponenta brzine u odnosu na atletski stadion jednaka je zbroju horizontalne komponente brzine u sustavu atletičara i brzine atletičara v_a:

$$v'_x = v_x + v_a \textbf{ (1 bod)}$$

Domet koplja jednak je:

$$d' = v'_x t_{let} \quad \Rightarrow \quad v'_x = \frac{d'}{t_{let}} = \frac{1.25d}{t_{let}} = \frac{44\ \mathrm{m}}{2.75\ \mathrm{s}} = 16\ \mathrm{m/s} \textbf{ (1 bod)}$$

Prema tome, brzina atletičara u trenutku izbačaja koplja jednaka je:

$$v_a = v'_x - v_x = 3.2\ \mathrm{m/s} \textbf{ (1 bod)}$$

Brzina koplja u trenutku izbačaja u sustavu atletskog stadiona jednaka je:

$$v = \sqrt{v_x'^2 + v_y^2} = 20.5\ \mathrm{m/s} \textbf{ (1 bod)}$$

Ubrzanje atletičara na zaletištu jednako je:

$$s = \frac{v_a^2}{2a} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{v_a^2}{2s} = \frac{(3.2\ \mathrm{m/s})^2}{2(32\ \mathrm{m})} = 0.16\ \mathrm{m/s^2} \textbf{ (2 boda)}$$

c) Visinu y_0 izračunamo iz jednadžbe:

$$y(t_{pad}) = 0 = y_0 + v_{y0} t_{pad} - \frac{1}{2} g t_{pad}^2 \quad \Rightarrow \quad y_0 = \frac{1}{2} g t_{pad}^2 - v_{y0} t_{pad} = 1.89\ \mathrm{m} \textbf{ (2 boda)}$$

Maksimalna visina, koju postiže koplje, jednaka je u oba slučaja jer je i vertikalna komponenta brzine jednaka u oba slučaja. Za gibanje u vertikalnom smjeru vrijedi:

$$y(t) = y_0 + v_{y0} t - \frac{1}{2} g t^2,\ v_y(t) = v_{y0} - gt \textbf{ (2 boda)}$$

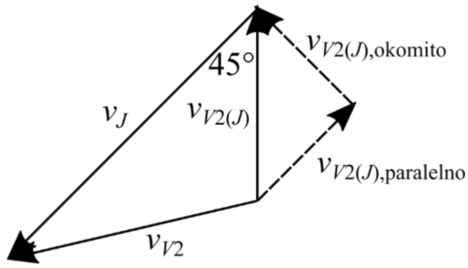
U najvišoj točki putanje vertikalna komponenta brzine jednaka je nuli:

$$0 = v_{y0} - gt \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_{y0}}{g} \textbf{ (1 bod)}$$

$$y_{\max} = y_0 + \frac{v_{y0}^2}{2g} = 10.25\ \mathrm{m} \textbf{ (1 bod)}$$

Zadatak 4 (18 bodova)

a) Brzina Voyagera 2 u referentnom sustavu Sunca prije prolaska pored Jupitera jednaka je vektorskom zbroju brzine Voyagera 2 u sustavu Jupitera i brzine Jupitera, kao što je prikazano na slici (skica: **1 bod**). Brzinu Voyagera 2 u sustavu Jupitera $v_{V2(J)}$ možemo rastaviti na komponentu paralelnu brzini Jupitera i komponentu okomitu na brzinu Jupitera koje redom iznose:



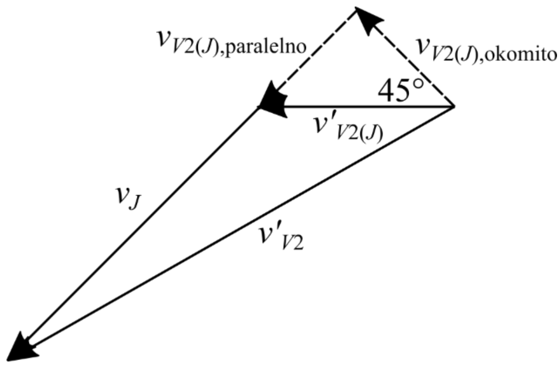
$$v_{V2(J),\parallel} = \frac{\sqrt{2}}{2} v_{V2(J)} = 5.5\,\text{km/s}$$

$$v_{V2(J),\perp} = \frac{\sqrt{2}}{2} v_{V2(J)} = 5.5\,\text{km/s}$$ **(1 bod)**

Slijedi da je brzina Voyagera 2 u referentnom sustavu Sunca prije prolaska pored Jupitera jednaka:

$$v_{V2} = \sqrt{\left(v_J - v_{V2(J),\parallel}\right)^2 + v_{V2(J),\perp}^2} = 9.4\,\text{km/s}$$ **(2 boda)**

Analogno se može napraviti za brzinu Voyagera 2 nakon prolaska pored Jupitera (skica vektora brzina: **1 bod**). Slijedi da je brzina Voyagera 2 u referentnom sustavu Sunca nakon prolaska pored Jupitera jednaka:



$$v'_{V2} = \sqrt{\left(v_J + v'_{V2(J),\parallel}\right)^2 + v'^2_{V2(J),\perp}} = 19.4\,\text{km/s}$$

(2 boda)

Prema tome, prilikom prolaska Voyagera 2 pored Jupitera, njegova brzina obzirom na Sunce se poveća za: $\Delta v_{V2} = v'_{V2} - v_{V2} = 10\,\text{km/s}$ **(1 bod)**

Za prolazak Voyagera 2 pored Jupitera vrijedi zakon očuvanja količine gibanja:

$$m_{V2}\vec{v}_{V2} + m_J\vec{v}_J = m_{V2}\vec{v}'_{V2} + m_J\vec{v}'_J$$ **(1 boda)**

Promjena brzine Jupitera jednaka je: $\Delta\vec{v}_J = \vec{v}'_J - \vec{v}_J = \frac{m_{V2}}{m_J}\left(\vec{v}_{V2} - \vec{v}'_{V2}\right)$ **(1 bod)**

Omjer masa Jupitera i Voyagera 2 jednak je:

$\frac{m_{V2}}{m_J} = \frac{722}{1.898\cdot 10^{27}} = 3.8\cdot 10^{-25}$, što znači da je $\Delta\vec{v}_J \cong 0$ **(1 bod)**

b) Ukupna energija Voyagera 2 na udaljenosti od Sunca jednakoj udaljenosti Sunce-Jupiter je:

$$E = \frac{1}{2} m_{V2} v'^2_{V2} - G\frac{m_{V2} m_S}{r_{S-J}}$$ **(1 bod)**

Uvjet da Voyager 2 izađe iz gravitacijskog polja Sunca je $E \geq 0$ **(1 bod)**. Slijedi:

$$v'_{V2} \geq \sqrt{\frac{2Gm_S}{r_{S-J}}} \;\Rightarrow\; 19.4\,\text{km/s} \geq 18.5\,\text{km/s}$$

Relacija je zadovoljena te Voyager 2 ima dovoljnu brzinu da izađe iz Sunčevog sustava. **(1 bod)**

c) Maksimalnu brzinu Voyager 2 ima u trenutku kada se nalazi najbliže Jupiteru. Ovu brzinu možemo izračunati iz zakona očuvanja energije:

$$\frac{1}{2} m_{V2} v_{V2(J)}^2 - G\frac{m_{V2} m_J}{r_{daleko}} = \frac{1}{2} m_{V2} v_{V2(J),\max}^2 - G\frac{m_{V2} m_J}{r_{\min}}$$ **(2 boda)**

Uzimajući u obzir da je $G\frac{m_{V2} m_J}{r_{daleko}} = 0$ i da je $r_{\min} = r_J + d = 640000\,\text{km}$ slijedi:

$$v_{V2(J),\max} = \sqrt{v_{V2(J)}^2 + \frac{2Gm_J}{r_{\min}}} = 21.4\,\text{km/s}$$ **(2 boda)**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Srednje škole – 1. skupina

Određivanje koeficijenta kinetičkog trenja

Pribor: Drveni kvadar poznate mase, uteg poznate mase, čelična kuglica poznate mase, spojene slamke, kolotura , nit, plastelin, šipka, držač , ravnalo

Zadatak :

Odredite koeficijent kinetičkog trenja između drvenog kvadra i stola

U sklopu zadatka treba:

a) Objasniti teorijsku podlogu mjerenja (10 bodova)
b) Izvesti formulu kojom ćete pomoću izmjerenih veličina odrediti koeficijent kinetičkog trenja i nacrtati odgovarajuće dijagrame sila
   (10 bodova)
c) Napraviti 10 mjerenja , podatke prikazati tablično , odrediti srednju vrijednost koeficijenta kinetičkog trenja i odstupanja od srednjih vrijednosti pazeći pritom na pouzdana mjesta.
   (10 bodova)

Koristite vrijednost $g=9.81\ m/s^2$.

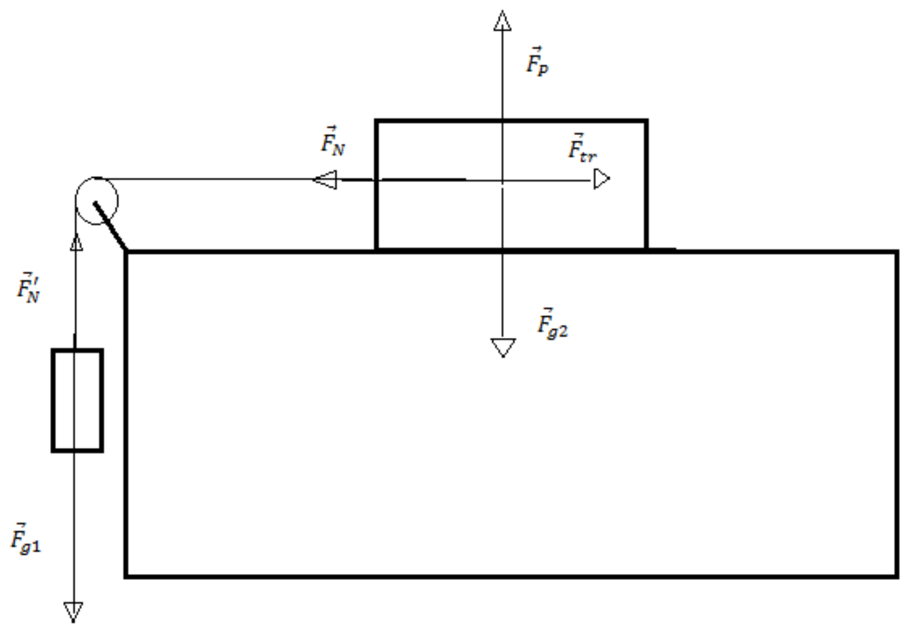
DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Srednje škole – 1. Skupina, rješenje i smjernice za bodovanje

Pribor spojimo na način da uteg pričvrstimo na nit , a drugi kraj niti pričvrstimo na drveni kvadar. Nit prebacimo preko koloture tako da uteg pada , a kvadar ubrzava po horizontalnoj podlozi.

Nacrtamo dijagram sila na uteg i kvadar.



Primijenimo 2. Newtonov zakon posebno na uteg i na kvadar.

$$m_1 a = m_1 g - F_N$$

$$m_2 a = F_N - F_{tr} = F_N - mg\mu$$

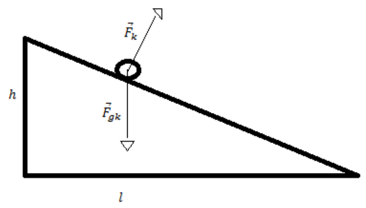
m_1 je masa utega, m_2 je masa drvenog kvadra, F_N je napetost niti, μ je koeficijent kinetičkog trenja, g je ubrzanje zbog djelovanja sile teže, $\vec{F}_P$ je sila podloge odnosno stola na kvadar, a je ubrzanje sustava.

Kombiniranjem gore navedenih relacija dobije se izraz za koeficijent kinetičkog trenja:

$$\mu = \frac{m_1}{m_2} - \frac{a}{g}\left(\frac{m_1}{m_2} + 1\right)$$

Iz gornjeg izraza je vidljivo da možemo odrediti koeficijent kinetičkog trenja ako odredimo ubrzanje utega i kvadra. Ubrzanje ćemo odrediti tako da konstruiramo akcelerometar na drvenom kvadru.

Pomoću plastelina i slamki konstruiramo kosinu po kojoj se može gibati čelična kuglica. Da bi odredili ubrzanje istovremeno pustimo kuglicu niz kosinu i uteg da pada. Nagib kosine se može mijenjati. Cilj je postići takav nagib kosine da čelična kuglica miruje u odnosu na kosinu dok se cijeli sustav ubrzava. Izmjerimo visinu h i priležeću katetu l kosine.



U toj situaciji možemo primijeniti 2. Newtonov zakon za gibanje čelične kuglice.
$\vec{F}_{gk}$ je sila teža čelične kuglice , a
$\vec{F}_k$ je okomita sila podloge (odnosno sila kosine) na kuglicu ,a njihova rezultanta je paralelna sa stolom tj. ima smjer akceleracije sustava.

Primjenom sličnosti trokuta dobiva se $\frac{m_k a}{m_k g} = \frac{h}{l}$ i $a = g\frac{h}{l}$. Ako to uvrstimo u relaciju za koeficijent trenja konačno se dobiva $\mu = \frac{m_1}{m_2} - \frac{h}{l}\left(\frac{m_1}{m_2} + 1\right)$

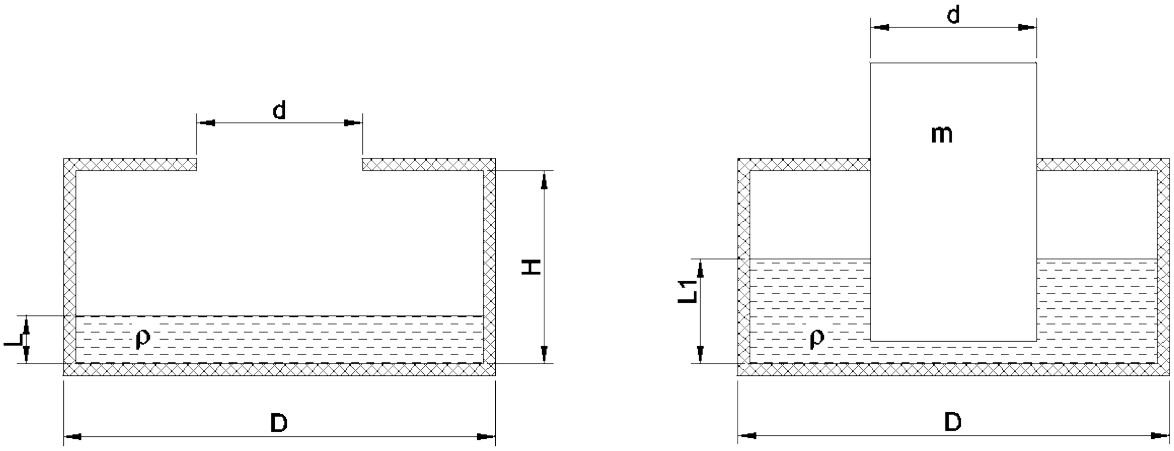
DRŽAVNO NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Brodarica, 25. - 28. travnja 2016.

Srednje škole – 2. skupina

1. zadatak (17 bodova)

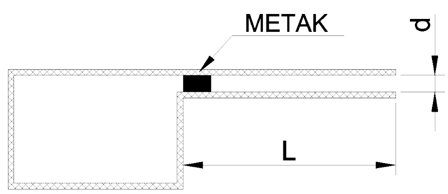
U cilindričnoj posudi nalazi se tekućina gustoće $\rho = 1000\ kg/m^3$. Dno posude je promjera $D = 0.4$ m, a otvor na vrhu je promjera $d = 0.1$ m. U posudu se polako stavi klip. Trenje između klipa i posude zanemarite, pretpostavite savršeno brtvljenje i izotermnu promjene zraka prilikom spuštanja klipa. Konačni položaj mirnog i neopterećenog klipa prikazan je na desnoj slici. Izračunajte masu klipa.
Atmosferski tlak iznosi 100 000 Pa, $H = 0.28$ m, $L = 0.14$ m, $L_1 = 0.15$ m.



2. zadatak (20 bodova)

Kod zračnih pušaka se za ispaljivanje metka koristi zrak pod visokim tlakom koji se prilikom okidanja ostvari u spremniku iza metka te uzrokuje gibanje metka prema vani. Na slici je prikazana pojednostavljena skica zračne puške u trenutku ispaljivanja metka. Volumen spremnika iza metka, u kojem je stlačeni zrak pod tlakom 10 puta većim od atmosferskog, je $V_1 = 6\ cm^3$.

a) Izračunajte brzinu metka na izlazu iz cijevi
b) Pretpostavite da se duljina cijevi puške može mijenjati.
Za koju duljinu bi se dobila najveća brzina metka? Svi ostali parametri se ne mijenjaju. Koliko iznosi maksimalna brzina?



Pretpostavite da je zrak idealni plin i da je tijekom ispaljivanja ekspanzija adijabatska. Zanemarite trenje. Duljina cijevi je $L = 0.48$ m. Promjer cijevi (kalibar) je 4.5 mm. Adijabatska konstanta za zrak iznosi 1.4. Masa metka je 0.8 g. Duljina metka u odnosu na duljinu cijevi je zanemariva. Atmosferski tlak iznosi 10^5 Pa.

DRŽAVNO NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Brodarica, 25. - 28. travnja 2016.

3. zadatak (15 bodova)

Elektronski top emitira tanak i vremenski stalan snop elektrona. Za ubrzavanje se koristi razlika potencijala 50 kV. Snop udara okomito na učvršćenu neutralnu metalnu kuglu u kojoj se elektroni zaustave. Središte kugle udaljeno je 0.5 m od topa. 100 sekundi nakon početka emitiranja elektrona, temperatura kugle poraste za Δt.

a) Odredite Δt ako je jakost struje snopa elektrona 0.3 μA

b) Odredite za koliko je porasla temperatura kugle 1 ns nakon uključivanja topa

Pretpostavite da se elektroni odvode s kugle preko uzemljenja i da pri tome nema izmjene topline. Cijeli sustav se nalazi u vakuumu. Polumjer kugle je 0.005 m, gustoća je 2700 kg/m^3, specifični toplinski kapacitet je 900 J/(kgK). Zanemarite relativističke učinke.

Naboj elektrona je $-1.6\cdot10^{-19}$C, a masa $9.1\cdot10^{-31}$ kg.

4. zadatak (18 bodova)

Između tri jednake paralelne metalne ploče stavi se dielektrik čija je dielektrična konstanta ε_r. Vanjske ploče spojene su na bateriju napona U. Razmak između susjednih ploča je D, duljina umetnutog dijela dielektrika je x, visina i širina ploča je L.

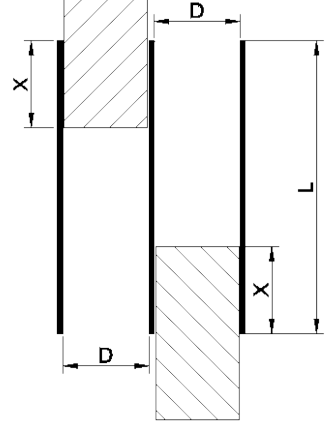
a) Odredite kapacitet sustava prikazanog na lijevoj slici

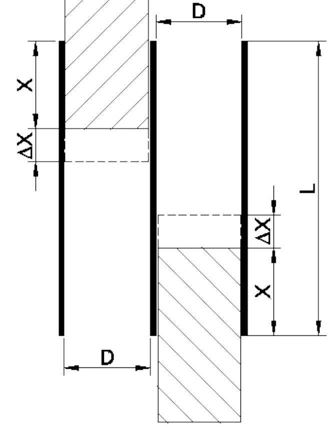
b) Ako se svaki dielektrik pomakne za Δx prema središtu (lijevi dielektrik se spusti, a desni podigne za Δx kao na desnoj slici), odredite kapacitet sustava

c) Odredite za koliko se promijenila energija sustava zbog pomicanja dielektrika za Δx. Vanjske ploče su cijelo vrijeme spojene na bateriju

d) Odredite za koliko bi se promijenila energija ovakvog sustava zbog pomicanja dielektrika za Δx ako se, prije pomicanja dielektrika, metalne ploče odspoje od baterije

Sve tražene vrijednosti izrazite pomoću zadanih veličina.





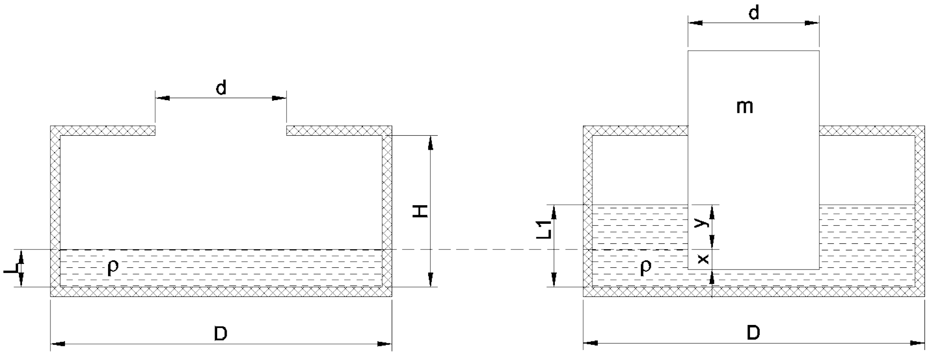
DRŽAVNO NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Brodarica, 25. – 28. travnja 2016.

Srednje škole – 2. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (17 bodova)

p_{at}=100 000 Pa, ρ = 1000 kg/m^3, D = 0.4 m, d = 0.1 m, H = 0.28 m, L = 0.14 m, L_1 = 0.15 m, g = 10 m/s^2



$$V_o = \frac{D^2\pi}{4}(H-L) \qquad (0.01758\ \mathrm{m}^3)$$ **(2 boda)**

$$V_1 = \frac{(D^2-d^2)\pi}{4}(H-L_1) \qquad (0.01531\ \mathrm{m}^3)$$ **(2 boda)**

Izotermna kompresija: $$p_oV_o = p_1V_1$$ **(1 bod)**

$$p_1 = p_o\frac{D^2(H-L)}{(D^2-d^2)(H-L_1)} \qquad (114\ 871\ \mathrm{Pa})$$ **(2 boda)**

$$\frac{d^2\pi}{4}x = \frac{(D^2-d^2)\pi}{4}y$$ **(2 boda)**

Za $y = L_1 - L = 0.01\,\mathrm{m}$

dobije se: $x = 0.15\,\mathrm{m}$ **(1 bod)**

Klip miruje pa vrijedi: $mg = S\Delta p$ **(2 boda)**

$$S\Delta p = \frac{d^2\pi}{4}\lfloor g\rho(y+x)+(p_1-p_{at})\rfloor$$ **(3 boda)**

Masa klipa je $$m = \frac{d^2\pi}{4}(\rho(y+x)+(p_1-p_{at})/g)$$ **(1 bod)**

$m = 12.930\,\mathrm{kg}$ (13.156 kg za g = 9.81 m/s^2) **(1 bod)**

2. zadatak (20 bodova)

$V_1 = 6\cdot10^{-6}$ m^3, L = 0.48 m, d = 0.0045 m, γ = 1.4, m = 0.0008 kg, p_{at} = 10^5 Pa, p_1 = 10^6 Pa, R = 8.314 J/(mol·K)

a) Volumen plina(zraka) u trenutku izlaska metka iz cijevi:

(*) $$V_2 = V_1 + \frac{d^2\pi}{4}L \qquad (0.00001363\ \mathrm{m}^3)$$ **(1 bod)**

Rad plina pri adijabatskom širenju ($Q = 0$):

$$W_{plina} = -\Delta U = -nC_V\Delta T$$ **(1 bod)**

DRŽAVNO NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Brodarica, 25. – 28. travnja 2016.

Koristeći $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$ i $p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma}$ za promjenu temperature se dobije:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{p_2V_2 - p_1V_1}{nR}$$

$$= \frac{p_1V_1}{nR}\left((\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1} - 1 \right)$$ **(1 bod)**

Koristeći: $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ i $C_p = C_V + R \quad \Rightarrow \quad C_V = \frac{R}{\gamma - 1} = 20.785\ \frac{\text{J}}{\text{molK}}$ **(1 bod)**

$$W_{plin} = \frac{p_1V_1}{R}\left(1 - (\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1} \right) C_V \qquad (W_{plin} = 4.197\ \text{J})$$ **(1 bod)**

Rad vanjskog zraka: $W_{at} = p_{at}\Delta V = p_{at}(V_1 - V_2) = -p_{at}\frac{d^2\pi L}{4} \quad (W_{at} = -0.763\ \text{J})$ **(2 boda)**

Promjena kinetičke energije metka jednaka je ukupnom obavljenom radu:

$$\Delta E_{kin} = \frac{mv^2}{2} - 0 = W_{plin} + W_{at}$$ **(3 boda)**

Brzina metka na izlazu: $v = \sqrt{\frac{2}{m}(W_{plin} + W_{at})} = 92.65\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ **(2 boda)**

b)Cijev ima smisla produživati dok se tlak plina ispred metka ne izjednači s atmosferskim:

$$p_2 = p_{at}$$ **(3 boda)**

$$V_2 = (\frac{p_1}{p_{at}})^{1/\gamma} V_1 = 0.0000311\ \text{m}^3$$ **(1 bod)**

Na temelju (*): $L_{\max} = (V_2 - V_1)\frac{4}{d^2\pi} = 1.58\ \text{m}$ **(2 boda)**

Brzina: $v = \sqrt{\frac{2}{m}(W_{plin} + W_{at})} = 108.66\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ **(2 boda)**

3. zadatak (15 bodova)

$t = 100$ s, $R = 0.005$ m, $\rho = 2700\ \text{kg/m}^3$, $q = 1.6\cdot 10^{-19}$ C, $U = 50\,000$ V, $c = 900$ J/(kgK), $I = 3\cdot 10^{-7}$ A, $D = 0.5$ m, $m_e = 9.1\cdot 10^{-31}$ kg.

a)Za jedan elektron: $E_{kin} = qU \qquad (E_{kin} = 50\ \text{keV})$ **(1 bod)**

$$I = \frac{Nq}{t} \quad \Rightarrow \quad N = \frac{It}{q} \qquad (N = 1.875\cdot 10^{14})$$ **(2 boda)**

Kinetička energija jednaka je toplini predanoj kugli: $mc\Delta t = NE_{kin}$ **(3 boda)**

$$m = \frac{4}{3}R^3\pi\rho \qquad (m = 0.001413\ \text{kg})$$ **(1 bod)**

$$\Delta t = \frac{3It}{4R^3\pi\rho c}U$$ **(1 bod)**

$$\Delta t = 1.1795\text{K} \approx 1.18\text{K}$$ **(1 bod)**

b) Vrijeme gibanja elektrona od izlaska iz topa do udara u kuglu:

$$t = \frac{D-R}{v}$$ **(2 boda)**

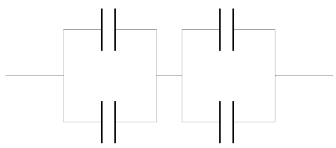
$$v = \sqrt{\frac{2E_{kin}}{m_e}} = 1.326 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$ **(1 bod)**

$$t = \frac{D-R}{v} = 3.733 \text{ ns}$$ **(1 bod)**

Nakon 1 ns prvi elektron još nije udario o metu pa je povećanje temperature nula! **(2 boda)**

4. zadatak (18 bodova)

a)Ekvivalentna shema je:



(3 boda)

$$C_1 = \varepsilon_o \varepsilon_r \frac{xL}{D} = C_4 \;\;,\;\; C_2 = \varepsilon_o \frac{L(L-x)}{D} = C_3$$ **(2 boda)**

$$C_{12} = \varepsilon_o \frac{L}{D}(\varepsilon_r x + L - x) = C_{34}$$ **(1 bod)**

Ukupno: $$C \equiv C_{1234} = \frac{C_{12}C_{34}}{C_{12}+C_{34}} = \varepsilon_o \frac{L}{2D}(\varepsilon_r x + L - x)$$ **(2 boda)**

b) $$C_1 = \varepsilon_o \varepsilon_r \frac{(x+\Delta x)L}{D} = C_4 \;\;,\;\; C_2 = \varepsilon_o \frac{L(L-x-\Delta x)}{D} = C_3$$ **(1 bod)**

Istim postupkom kao u a) dobije se ukupni kapacitet:

$$C' = \varepsilon_o \frac{L}{2D}(\varepsilon_r x + \varepsilon_r \Delta x + L - x - \Delta x) = \varepsilon_o \frac{L}{2D}((x+\Delta x)(\varepsilon_r - 1) + L)$$ **(2boda)**

c) Napon je stalan pa je $$\Delta E = \frac{C'U^2}{2} - \frac{CU^2}{2}$$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem izraza za C i C': $$\Delta E = \frac{U^2}{4}\frac{\varepsilon_o L}{D}\Delta x(\varepsilon_r - 1)$$ **(2 boda)**

d) Naboj je stalan pa je $$\Delta E = \frac{Q^2}{2C'} - \frac{Q^2}{2C}$$ **(1 bod)**

$$Q = CU = \varepsilon_o \frac{LU}{2D}(\varepsilon_r x + L - x)$$ **(1 bod)**

$$\Delta E = \frac{U^2}{4}\frac{\varepsilon_o L}{D}\frac{\Delta x(\varepsilon_r x + L - x)(1-\varepsilon_r)}{\varepsilon_r x + \varepsilon_r \Delta x + L - x - \Delta x}$$ **(2 boda)**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Srednje škole – 2. skupina

Eksperimentalni zadatak

Određivanje gustoće ρ

Zadatak

- Odrediti gustoću ρ materijala od kojeg je napravljena žica

Pribor

- Žica čiju gustoću mjerimo
- Staklena čaša
- Epruveta
- Škarice
- Samoljepljiva traka
- Mjerna traka (ili milimetarski papir)
- Bočica s vodom 0.5 L (gustoća vode je 1000 kg/m^3)

U sklopu zadatka treba:

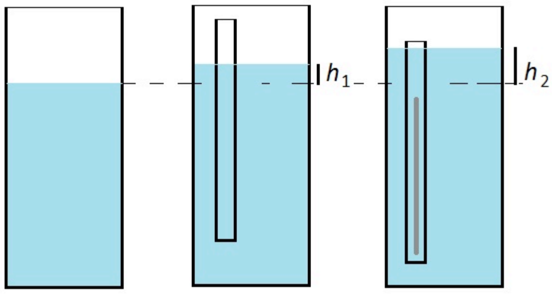
1. Objasniti fizikalne osnove (model) za rješenje zadatka i opisati precizno uz skice koje veličine i kako ćete mjeriti (16 bodova)
2. Napraviti najmanje 6 mjerenja i podatke prikazati tabelarno (10 bodova)
3. Provesti račun pogreške za ρ (4 boda)

Ukupno eksperimentalni zadatak 30 bodova

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Srednje škole – 3. Skupina, rješenja i smjernice za bodovanje eksperimentalnog zadatka



a) b) c) (**2 boda**)

Gustoća materijala ρ, od kojeg je napravljena žica, je omjer mase žice $m_ž$ i volumena žice $V_ž$: $\rho = \frac{m_ž}{V_ž}$ (**1 bod**). Volumen žice je $V_ž = r^2\pi l$ (**1 bod**) gdje je r polumjer presjeka žice, a l duljina žice. Mjernom trakom izmjerimo duljinu žice, a promjer žice preciznije odredimo tako da nekoliko namotaja žice gusto namotamo na olovku, ili plastično crijevo, izmjerenu širinu namotane žice i podijelimo s brojem namotaja (**1 bod**).

Masu žice odredit ćemo pomoću uzgona u vodi.

Na čašu samoljepljivom trakom zalijepimo mjernu traku. Nalijemo više od pola čaše vode i na mjernoj traci zabilježimo **početni nivo** vode (Slika a)). Zatim praznu epruvetu spustimo u čašu s vodom. Količina vode u čaši mora biti tolika da epruveta ne dodiruje dno čaše, nego da najniža točka epruvete bude nekolika centimetara iznad dna čaše. Sada je nivo vode u čaši podignut (Slika b)). Zabilježimo na mjernoj traci novi nivo vode i odredimo povećanje visine vode h_1 u odnosu na početni nivo vode. (**2 boda**)

Budući da epruveta tako pluta u vodi, uravnotežena je sila uzgona F_u i sila teža F_g pa vrijedi:

$F_u = F_g \;\Rightarrow\; m_e g = \rho_v g V_{ur} \Rightarrow m_e = \rho_v S_{čaše} h_1$ (**2 boda**)

gdje je m_e masa epruvete, ρ_v = 1000 kg/m^3 gustoća vode, $S_{čaše} = r_č^2\pi$ površina presjeka čaše ($r_č$ je radijus čaše).

Zatim u epruvetu stavimo komad žice duljine l. Epruveta će se malo dublje spustiti u vodu, dok se opet ne izjednači sila uzgona s novom silom težom, a voda u čaši će se zbog toga malo podignuti, pa izmjerimo povećanje visine h_2 u donosu na početni nivo (Slika c)). Mjerenja variramo tako da mijenjamo duljinu žice l. (**2 boda**)

U ravnotežnom stanju vrijedi: $m_ž + m_e = \rho_v S_{čaše} h_2$ (**1 bod**)

Na kraju dobijemo: $m_ž = \rho_v S_{čaše}(h_2 - h_1)$. (**2 bod**)

Gustoća žice je: $\rho = \frac{\rho_v S_{čaše}(h_2-h_1)}{r^2\pi l} = \frac{\rho_v r_č^2\pi(h_2-h_1)}{r^2\pi l} \;\Rightarrow\; \boxed{\rho = \rho_v\left(\frac{r_č}{r}\right)^2\frac{h_2-h_1}{l}}$ (**2 boda**)

Podatke prikažemo tabelarno

Tablica

Br. mjerenja	h_1 / m	h_2 / m	l / m	$r_č$ / m	r / m	ρ / kg/m^3	$\lvert\rho_i - \bar{\rho}\rvert$/ kg/m^3
1.							
2.							
3.							
4.							
5.							
6.							

(**10 bodova**)

Na kraju provedemo jednostavni račun pogreške.

Srednja vrijednost gustoće: $\bar{\rho} = \frac{\sum \rho_i}{n}$, n je broj mjerenja (**1 bod**)

Maksimalna apsolutna pogreška: $|\Delta\rho|_{max} = |\rho_i - \bar{\rho}|_{max}$ (**1 bod**)

Relativna pogreška: $\Delta r = \frac{|\Delta\rho|_{max}}{\bar{\rho}} \cdot 100\%$ (**1 bod**)

Rezultat: $\rho = \bar{\rho} \pm |\Delta\rho|_{max}$ (**1 bod**)

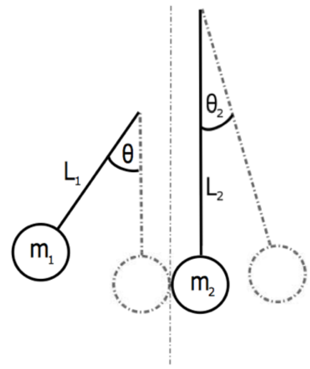
DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Srednje škole – 3. skupina

1. zadatak (18 bodova)

Dvije točkaste kugle masa $m_1 = m$ i $m_2 = 5m$ ovješene su na nerastezljive niti duljina L_1 = 1m i L_2 = 1.6m tako da se taman dodiruju kad vertikalno vise (na slici su kugle preuveličane radi jasnoće prikaza). Kugla m_1 otkloni se za $\theta=30^0$ i pusti da se savršeno elastično sudari s kuglom mase $5m$. Odredite maksimalne kutne otklone kugli nakon sudara (zaokružite na najbliži stupanj). Skicirajte na istom grafu ovisnosti kutova otklona kugli od početka gibanja prve kugle sve do drugog sudara kugli. S koje se strane okomice (lijeve ili desne) kugle drugi put sudare? U dijelu zadatka koji traži crtanje koristite aproksimaciju malih titraja.

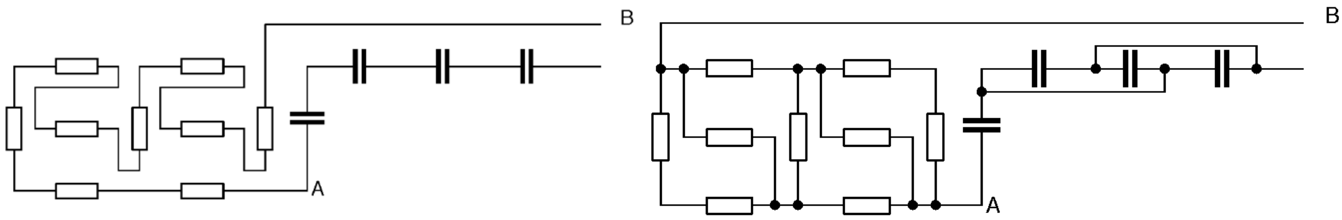


2. zadatak (18 bodova)

Kugla se sastoji od dvije homogene polukugle koje su slijepljene skupa. Gustoća materijala jedne polukugle η puta je veća od gustoće materijala druge polukugle. Kugla se stavi na kosinu. Odredite maksimalni nagib kosine i potreban koeficijent trenja između kugle i kosine takav da kugla može na njoj mirovati. Promotrite rezultat u granicama $\eta=1$ i $\eta \rightarrow \infty$. Koji je fizikalni smisao ovih granica? (krutina najmanje gustoće je aerografen pri 160 g/m^3, a najveće osmij, pri 22 600 kg/m^3). Centar mase polukugle nalazi se na njenoj osi simetrije, na 3/8 visine mjereno od baze.

3. Zadatak (20 bodova)

Učenik nije znao čitati upute za lemlenje te je krivo polemio zadani sklop. Umjesto sheme zadane s lijeve strane on je zalemio shemu na desnoj strani. Za koliko posto se promijeni otpor između A i B zbog njegove greške? Za koliko se posto promijeni iznos impedancije cijelog sklopa ako se spaja na izvor kružne frekvencije 2016 rad/s? Na više ili na niže? Svi otpornici imaju otpor od 2016 Ω, svi kapacitori kapacitet od 20.16 nF. Ovise li dobivene postotne promjene o iznosima otpora i kapaciteta?



4. Zadatak (14 bodova)

Kvadrat se izradi od nerastezljive žice dužine $4l$ i postavi se u homogeno magnetsko polje iznosa B koje je okomito na njegovu ravninu. Lijeva dva i desna dva vrha kvadrata razvlače se stalnom relativnom brzinom v okomitom na njihove spojnice (udesno, odnosno ulijevo) tako da je žica u svakom trenu pravokutnog oblika. Koliko vremena treba da se kvadrat deformira u dužinu? Odredite vremensku ovisnost površine pravokutnika S(t) i trenutne elektromotorne sile inducirane u petlji V(t) pomoću zadanih veličina. Trenutna vremenska ovisnost elektromotorne sile određuje se tako da se oduzmu tokovi u trenutku (t + Δt) i u trenutku t, rezultat se podijeli s -Δt, te se **na kraju** postavi Δt = 0. U kojem je trenutku elektromotorna sila najvećeg iznosa i koliko iznosi?

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Srednje škole – 3. Skupina, rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (18 bodova)

Brzina prve kugle prilikom sudara dobije se iz zakona očuvanja energije. Ako kao *h=0* uzmemo točku u kojoj je kugla najniže, početna visina joj je $h = l_1 - l_1 cos\theta$ **(1 bod)** pa slijedi

$$\frac{m_1 v_{10}^2}{2} = m_1 g l_1 (1 - cos\theta) \rightarrow v_{10} = \sqrt{2 g l_1 (1 - cos\theta)} = 1.64 \text{ m/s}$$ **(2 boda)**

Prilikom sudara vrijede zakoni očuvanja količine gibanja i energije:

$$m_1 v_{10} = m_1 v_1{}' + m_2 v_2{}' \qquad \textbf{(2 boda)}$$
$$\frac{m_1 v_{10}^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \qquad \textbf{(2 boda)}$$

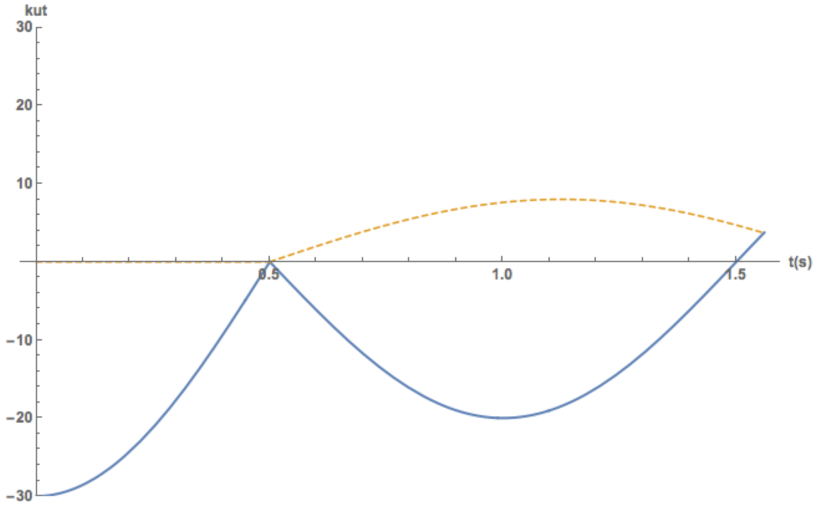
Ovaj sustav treba riješiti. Jedan način je, npr. pomnožiti drugu jednadžbu s 2, a zatim je podijeliti s prvom jednadžbom. Slijedi:

$$v_1{}' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{10} = \frac{m - 5m}{m + 5m} 1.64 = -1.09 \text{ m/s} \qquad \textbf{(2 boda)}$$
$$v_2{}' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{10} = \frac{2m}{m + 5m} 1.64 = 0.55 \text{ m/s} \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Visine na koje se kuglice ponovno podignu slijedi iz zakona očuvanja energije. Vidi se iz predznaka brzine da se prva kuglica podiže natrag na lijevu stranu, a druga na desnu stranu.

$$\frac{m_1 v_1'^2}{2} = m_1 g l_1 (1 - cos\theta_1') \rightarrow \theta_1' = ArcCos\left(1 - \frac{v_1'^2}{2 g l_1}\right) = 19.87^0 \approx 20^0 \text{ na lijevo } \textbf{(2 boda)}$$
$$\frac{m_2 v_2'^2}{2} = m_2 g l_2 (1 - cos\theta_2') \rightarrow \theta_2' = ArcCos\left(1 - \frac{v_2'^2}{2 g l_2}\right) = 7.8^0 \approx 8^0 \text{ na desno } \textbf{(2 boda)}$$

Skica gibanja kugli dana je na grafu **(2 boda)**. Puna linija predstavlja lakšu kuglu, crtkana predstavalja težu.



Drugi sudar kugli dešava se s desne strane okomice. To se može vidjeti ili iz grafa ili primijetiti da je period titranja desne kuglice veći jer titra na dužoj niti, pa desnoj kuglici treba više vremena da dosegne najvišu točku svog gibanja, iako je na manjem kutnom otklonu. **(1 bod)**

Drugi sudara dešava se na otprilike 3.7^0 stupnjeva s desne strane u trenutku $t =$ 1.56 s.

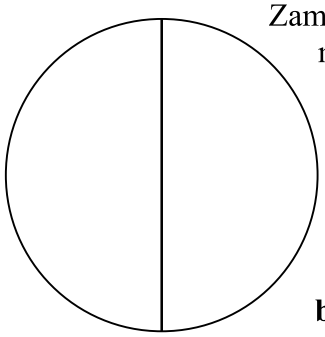
DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

2. zadatak (18 bodova)

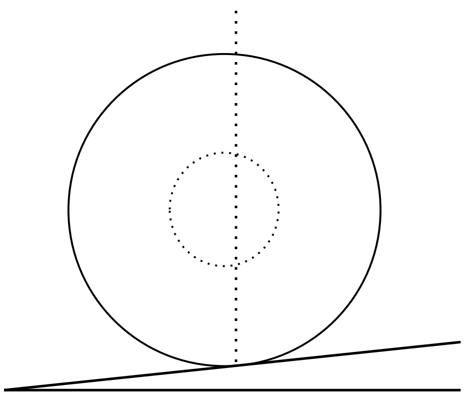
Pronađimo najprije gdje se nalazi centar mase dvije spojene polukugle. Neka su kugle spojene kao na slici. Koordinatu *x=0* postavimo u centar kugle. Lijeva kugla neka je manje gustoće, a desna veće. Kako je masa direktno proporcionalna s gustoćom, desna kugla će biti η puta masivnija od lijeve **(1 bod)**. Koordinata centra mase nalazi se na:

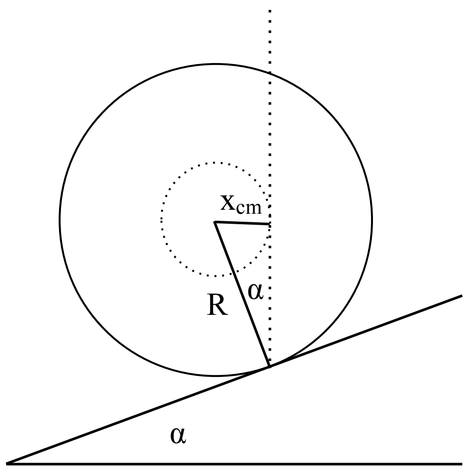
$$x_{cm} = \frac{m_{lijeva}(-\frac{3}{8}R) + m_{desna}(\frac{3}{8}R)}{m_{lijeva}+m_{desna}} = \frac{m(-\frac{3}{8}R) + \eta m(\frac{3}{8}R)}{\eta m+m} = \frac{3}{8}R\frac{\eta-1}{\eta+1} \qquad \textbf{(2 boda)}$$



Zamislimo da se kugla stavi na kosinu. Za dani kut kosine, ako je dovoljno malen, kugla se može postaviti u dva ravnotežna položaja uz uvjet da postoji dovoljno trenja da ne proklizi. To se vidi na slijedeći način: kako se kugla rotira oko vlastite osi, tako centar mase rotira po kružnici polumjera x_{cm}. Kad se koordinata centra mase nalazi iznad dodirne točke kugle i kosine, zakretni moment gravitacijske sile oko dodirne točke jednak je nuli. Zakretni momenti sile trenja i reakcije podloge oko te iste točke su također nula jer im je krak sile nula. Stoga, kugla je stabilna. **(2 boda za zaključak o stabilnosti).**

Povećanjem kuta kosine doći će se do trenutka u kojem kružnica na kojoj se nalazi centar mase točno dodiruje vertikalnu liniju koja će spajati centar mase i točku dodira kugle i kosine. To je maksimalni kut na kojem će kugla moći mirovati na kosini (desna slika) **(2 boda)**.





Iz desne slike se vidi (trokut nacrtan punim linijama) da vrijedi $sin\alpha = |x_{cm}/R|$ **(1 bod)**, pa je maksimalni kut pod kojim kugla još može mirovati jednak:

$$\alpha = ArcSin\left|\frac{x_{cm}}{R}\right| = ArcSin\left(\frac{3}{8}\frac{\eta-1}{\eta+1}\right) \textbf{ (2 boda)}$$

Ta činjenica stoji samo ako postoji dovoljno trenja da kugla ne proklizi. Tijelo na kosini neće proklizit ako je sila trenja minimalno jednaka iznosom komponenti sile teže koja povlači tijelo niz kosinu. Kako je sila trenja jednaka $F_{tr} = kN$, a $N = mgcos\alpha$ **(1 bod)**, slijedi:

$$kmgcos\alpha \geq mgsin\alpha \rightarrow k_{min} = tan\alpha \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Taj se uvjet može na više načina izraziti pomoću parametra η, a najzgodniji od njih je:

$$k_{min} = \frac{sin\alpha}{cos\alpha} = \frac{sin\alpha}{\sqrt{1-sin^2\alpha}} = \frac{\frac{3\eta-1}{8\eta+1}}{\sqrt{1-\left(\frac{3\eta-1}{8\eta+1}\right)^2}} = \frac{3(\eta-1)}{\sqrt{55+146\eta+55\eta^2}} \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Granica η=1 predstavlja homogenu kuglu. U tom slučaju i kut kosine i koeficijent trenja postaju nula, što znači da homogena kugla može mirovati samo na ravnoj podlozi, bez obzira na koeficijent trenja **(1 bod)**. Granica kad η teži u beskonačno predstavlja kuglu kojoj je jedna polovica izrazito teška u odnosu na drugu. U slučaju aerografena i osmija η = 141250, što je dovoljno veliko da se smatra beskonačnim. U tom slučaju slijedi da je

$$\alpha = ArcSin\frac{3}{8} = 22^0$$
$$k_{min} = tan\alpha = 0.4 \qquad \textbf{(2 boda)}$$

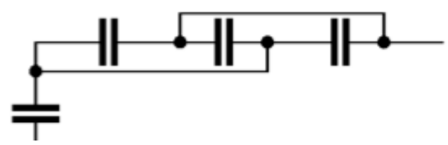
3. zadatak (20 bodova)

U zadanom sklopu su svi kapacitori i otpornici spojeni serijski i vrijedi

$$R_{uk} = 9R = 18144\ \Omega \qquad \textbf{(1 bod)}$$
$$C_{uk} = C/4 = 5.04\ \text{nF} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Impedancija zadanog sklopa pri zadanoj frekvenciji je:

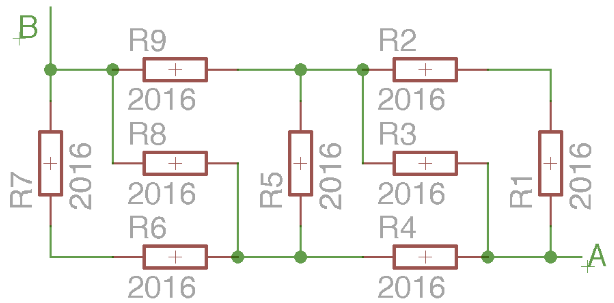
$$Z = \sqrt{R_{uk}^2 + \frac{1}{\omega^2 C_{uk}^2}} = \sqrt{18144^2 + \frac{1}{2016^2 \cdot (5.04 \cdot 10^{-9})^2}} = 100\ 077\ \Omega \qquad \textbf{(2 boda)}$$

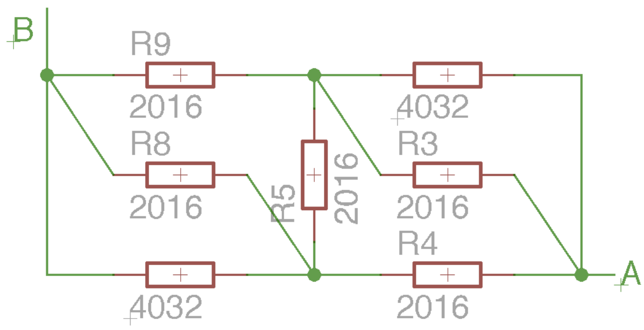


Promotrimo sad krivo polemljeni sklop. Pogledajmo prvo kapacitore. Gledano zdesna nalijevo, vidimo da su prva tri kapacitora (na horizontalnoj liniji) vezani paralelno između točke skroz udesno i točke prije četvrtog (vertikalnog) kapacitora. Stoga, ukupan kapacitet jednak je kapacitetu tri paralelno spojena kapacitora na koje je spojen jedan serijski **(1 bod)**:

$$C'_{uk} = \left(\frac{1}{3C} + \frac{1}{C}\right)^{-1} = 15.12\ \text{nF} \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Sklop otpora između A i B može se srediti.

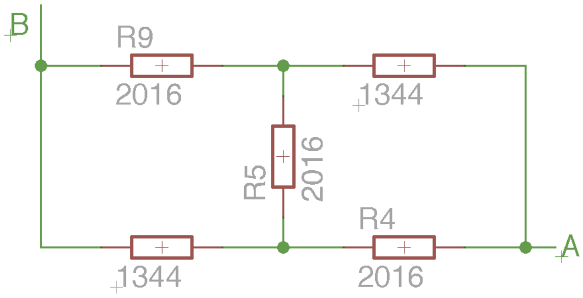




Najprije uočimo serijski spoj R_1 i R_2 te R_6 i R_7. Zamijenimo te kombinacije ekvivalntnim otporima iznosa 2R = 4032 Ω **(1 bod)**. Nakon toga, primijetimo da su ti ekvivalentni otpori spojeni paralelno s R_3, tj. R_8. Zamijenimo i to ekvivalentnim otporima koji iznose $R_{ekv} = \left(\frac{1}{2016} + \frac{1}{4032}\right)^{-1} = \frac{2R}{3} = 1344\ \Omega$. **(2**

boda) Konačan sklop ne može se dalje sređivati, ali mu možemo naći ekvivalentni otpor tako da ga spojimo na zamišljeni izvor napona i tražimo struju kroz krug.

Napomena: sređivanje kruga do ove mjere nosi 3 boda navedena u tekstu, kako god da se stiglo do rezultata. Struja koja ulazi u A razdvoji se na I_1 i I_2. Neka kroz otpornik u srednjoj grani teče I_3 i prema gore. Kirchoffova pravila za pojedine grane daju:



$$I = I_1 + I_2$$
$$I_1 R + I_3 R = \frac{2R}{3} I_2$$
$$(I_1 - I_3)\frac{2R}{3} = (I_2 + I_3)R \ + \ I_3 R$$
$$\frac{2R}{3} I_2 + R(I_2 + I_3) = V$$
$$\frac{2R}{3}(I_1 - I_3) + RI_1 = V$$

(3 boda za ovaj ili sličan sustav)

Vrijedi da je $R_{ekv} = V/I$ **(1 bod)**. Rješavanjem sustava slijedi da je $R_{ekv} = 9R/11 = 1649.5\ \Omega$ **(1 bod)**.Vidi se da ja otpor pao za 90.9 % **(1 bod)**. Impedancija novog sklopa jednaka je:

$$Z = \sqrt{R_{ekv}^2 + \frac{1}{\omega^2 C{\prime}_{uk}^2}} = \sqrt{1649.5^2 + \frac{1}{2016^2 \cdot (15.12 \cdot 10^{-9})^2}} = 32847.8\ \Omega \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Ukupna impedancija pala je za 67.2 % **(1 bod)**. Postotna promjena otpora ne ovisi o iznosu otpora, no promjena imedancija ovisi o iznosima otpora i kapaciteta **(1 bod)**.

4. zadatak (14 bodova)

Nakon vremena *t* od početka rastezanja kvadrat se deformira u pravokutnik. Kako mu se desna i lijeva stranica međusobno udaljavaju relativnom brzinom *v*, donja i gornja stranica rastu s vremenom i svaka iznosi $l+vt$ **(1 bod)** . Ukupan opseg pravokutnika je očuvan, pa se desna i lijeva stranica skraćuju u svaka iznosi $l-vt$ **(1 bod)**. Kvadrat se deformira u liniju kad nestanu bočne stranice, tj. kad je $l-vt=0$, što se desi nakon $t_{kraj}=l/v$ **(2 boda)**.

Površina pravokutnika jednaka je umnošku dvije stranice pa iznosi

$$S(t) = (l + vt)(l - vt) = l^2 - v^2t^2 \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Za određivanje vremenske ovisnosti elektromotorne sile koristimo se uputom iz zadatka i tražimo tok u trenucima $t + \Delta t$ i t. Petlja i polje stalno su okomiti pa ne moramo brinuti o kutu između njih **(1 bod)**.

$$\Phi(t + \Delta t) - \Phi(t) = B(S(t + \Delta t) - S(t)) \qquad \textbf{(1 bod)}$$
$$= B(l^2 - v^2(t + \Delta t)^2 - l^2 + v^2t^2) = B(-2v^2 t\Delta t - v^2\Delta t^2) \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Trenutna elektromotorna sila dobija se dijeljenjem s $-\Delta t$ i puštanjem iste veličine u nulu:

$$V(t) = 2v^2Bt \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Elektromotorna sila najveća je kad je i vrijeme najveće, a u ovom slučaju u trenutku kad se kvadrat deformira u dužinu. Iznos joj je tad jednak $V(t_{kraj}) = 2v^2B\frac{l}{v} = 2vlB$ **(2 boda)**.

Državno natjecanje iz fizike
Brodarica, 25.-28. svibnja 2016.

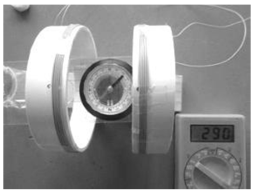
EKSPERIMENTALNI ZADATAK

3. skupina

Pribor: kompas, izvor napona (baterija), spojne žice, ljepljiva traka, izolirana ili lak žica za zavojnice, multimetar, pločica sa promjenjivim otpornikom (trimerom), mjerna traka, nit konca ili najlona, štapičasti magneti, kutomjer, arak papira, plastične cijevi i postolje, stativni pribor, zaporni sat.

1. dio

Na slici je prikazan dio jednostavnog eksperimentalnog postava kojim se treba odrediti horizontalna komponenta magnetske indukcije Zemljinog magnetskog polja.



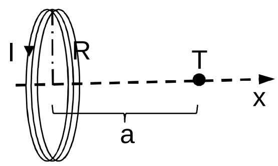
Pomoću dvije međusobno spojene zavojnice potrebno je ostavriti homogeno magnetsko polje. Koji uvjeti moraju biti ispunjeni da bi se takvo polje ostvarilo? Obrazložite odgovore i ako je moguće provjerite i eksperimentalno svoje odgovore i opišite opažanja.

Iznos magnetske indukcije u točki T na osi x koja prolazi okomito na ravninu zavojnice, kroz njezino središte, i udaljena je za a od središta zavojnice može se na osnovi Biot-Savartova zakona izračunati pema izrazu:

$$B = \mu \frac{NIR^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}}$$

Gdje je N broj namotaja zavojnice, R polumjer zavojnice, I jakost struje koja prolazi zavojnicom, μ permeabilnost sredstva.

Apsolutna permeabilnost vakuuma iznosi, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ TmA^{-1}, a relativna permeabilnost zraka je približno jedan, μ_r=1.



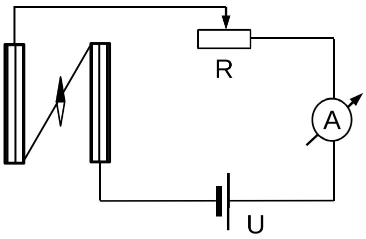
Koji je smjer vektora magnetske indukcije u točki T?

Skicirajte izgled magnetskog polja dviju usporednih zavojnica kojima teku struje u istom smjeru.

Napišite izraz za magnetsku induciju za slučaj da su zavojnice razmaknute na udaljenosti njihovog promjera u točki koja je jednako udaljena od jedne i druge zavojnice i da kroz njih teku struje u istom smjeru. Obrazložite.

Što se događa ako u zavojnicama struje ne teku u istom smjeru? Pokušajte odgovor i eksperimentalno provjeriti.

Na slici je dan shematski prikaz određivanje magnetske indukcije Zemlje:



Na osnovu shematskog prikaza opišite detaljno kako se izvodi određivanje magnetske indukcije Zemlje.

Napomena:

Promjenjivi otpornik (trimer) je spojen na eksperimentalnu pločicu i moguće je mijenjati vrijednost njegova otpora njegovim zakretanjem (utor). Koristi se za promjenu jakosti struje u danom spoju.
Pomoću multimetra se očitava jakost struje u strujnom krugu. Vrijednost očitavanja se očitava na mA skali. Multimetar treba spojiti serijski (*zašto?*) i jakosti struje koje se mogu očitavati su maksimalno 200 mA!!!

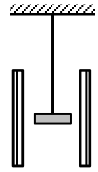
Broj namotaja na svakoj zavojnici neka je 100 ili više namotaja. Izmjerite promjer svojih zavojnica. Na osnovu odgovora na prethodna pitanja odredi razmak između zavojnica.

Treba izvesti mjerenja, tablično ih prikazati, a na osnovu kojih se može nacrtati grafički prikaz ovisnosti magnetske indukcije zavojnica i funkcije kuta otklona magnetske igle kompasa kako bi se na osnovu grafa mogla odrediti vrijednost magnetske indukcije Zemlje. *Što pokazuje kompas?*

Procijenite točnost mjerenja. S obzirom na mogućnost da se rezultati o odnosu na druge osobe koje paralelno izvode mjerenja mogu razlikovati potrebana je detaljna analiza rezultata mjerenja!

2. dio

Mjerenje magnetske indukcije Zemlje pomoću magnetskog njihala



Ovjesi li se i postavi li se ravni ili štapičasti magnet u magnetsko polje tako da je magnet usmjeren sa magnetskim silnicama vanjskog polja, on miruje. Tada je njegov ukupni moment sile jednak nuli.

Iznos vektora momenta sile M određen je izrazom: $M=\mu B\sin\Theta$, gdje je Θ kut između vektora magnetskog dipolnog momenta μ i vektora magnetske indukcije B.

Kada magnet nije usmjeren sa silnicama vanskog magnetskog polja, on se zakreće kako bi se usmjerio sa silnicama vanjskog polja. Ako je I_m moment tromosti magneta, a α njegova kutna akceleracija, tada je:

$$I_m\alpha=-M=-\mu B\sin\Theta \quad \text{ili} \quad \alpha=-\frac{\mu B}{I_m}\sin\theta$$

Za male kuteve otklona $\sin\Theta\approx\Theta$ pa se kutna akceleracija može izraziti kao: $\alpha=-\frac{\mu B}{I_m}\theta$.

Proporcionalnost kutne akceleracije i kuta otklona ukazuje na harmonijske oscilacije i prema analogiji sa matematičkim njihalom, može se izraziti period oscilacija kao:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I_m}{\mu B}}$$

ili:

$$B=\left(\frac{4\pi^2 I_m}{\mu B}\right)\frac{1}{T^2}$$

Usmjeri li se magnetsko polje zavojnice u smjeru magnetskog polja Zemlje, ukupno polje u kojem se magnet nalazi proizlazi iz magnetskog polja Zemlje i magnetskog polja zavojnica. Tada se ukupna magnetska indukcija može odrediti kao zbroj magnetskih indukcija zavojnice i Zemlje:

$$B_{uk}=B_{zem}+B_{zav}$$

Treba izraziti period kao funciju:

$$\frac{1}{T^2}=C_0+C_1 I$$

gdje je potrebno odrediti parametre C_0 i $C_{1,}$ na osnovu mjerenja perioda oscilacija magneta u magnetskom polju. Ovisnost recipročne vrijednosti periosa titranja $1/T^2$ o jakosti struje I potrebno je prikazati grafički.

Očitane podatake treba uvrstiti u izraz pomoću kojeg će se izračunati magnetska indukcija Zemlje.

Mjerenja treba izvršiti za najmanje pet do deset različitih vrijednosti jakosti struje i procijeniti točnost mjerenja. Početni kutevi otklona neka su do 15°.

Paziti na duljinu niti o koju je ovješen magnet. Ispitajte kako duljina niti utječe na harmonijske oscilacije magneta.

Obrazloži kojom metodom se može preciznije odrediti iznos horizontalne komponente magnetske indukcije Zemlje.

Kako bi se odredila ukupna magnetska indukcija Zemlje?

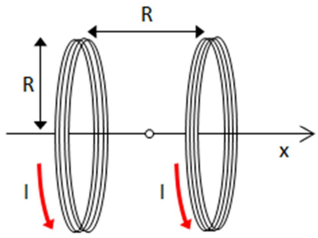
Državno natjecanje iz fizike

Brodarica, 25.-28. svibnja 2016.

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA

3. skupina

1. dio

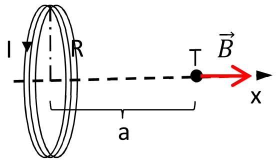


Helmholtzove zavojnice su dvije jednake zavojnice, polumjera R, sa N namotaja, postavljenje paralelno sa zajedničkom osi koja prolazi njihovim središtima i razmaknutih za R. Ako se spoje tako da njima teku struje u istom smjeru, između zavojnica nastaje približno homogeno magnetsko polje.

1 bod

Smjer vektora magnetske indukcije u točki T određuje se pravilom desne ruke, savijeni prsti pokazuju smjer obilaska struje u pelji, a palac smjer magnetske indukcije:

1 bod



Magnetska inducija za slučaj da su zavojnice sa N namotaja, razmaknute na udaljenosti njihovog promjera R, u točki koja je u sredini između jedne i druge zavojnice, i kojima teku struje u istom smjeru, određena je pomoću preklapanja magnetskih indukcija dviju kružnih petlji:

$$B = B\left(\frac{R}{2}\right) + B\left(-\frac{R}{2}\right) = 2B\left(\frac{R}{2}\right)$$

Za zavojnicu se iznos poveća za broj namotaja, N puta:

$$B = \mu \frac{NIR^2}{\left[R^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2\right]^{3/2}},$$

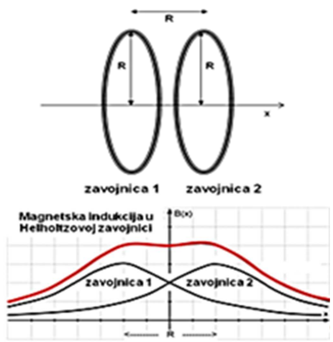
3 boda

Za μ_r=1 slijedi:

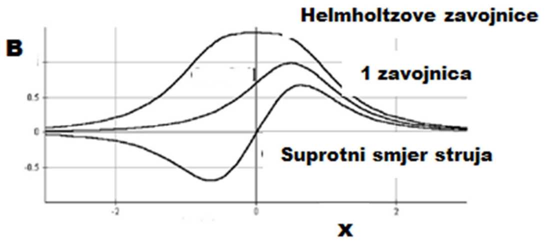
$$B = \left[\frac{4}{5}\right]^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 NI}{R}$$

Homogeno magnetsko polje dviju zavojnica kojima teku struje u istom smjeru može se predočiti preklapanjem magnetskih indukcija svake zavojnice zasebno:

1 bod

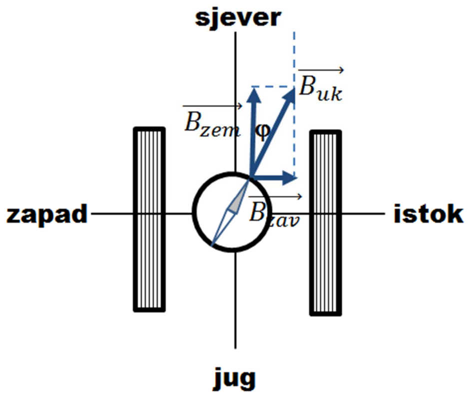


Grafički prikaz ovisnosti magnetske indukcije Helmholtzovih zavojnica, jedne zavojnice kad njima teku struje, te dviju usporednih zavojnica kad struje teku u suprotnim smjerovima. U tom slučaju magnetsko polje iščezava, potencijal je jednak nuli.



1 bod

Zavojnice treba tako usmjeriti da je njihova os okomita na smjer magnetskog polja Zemlje.



2 boda

Kompas postavljen u magnetsko polje zavojnica pokazuje smjer rezultantnog magnetskog polja zavojnica i Zemlje.

Mijenjanjem jakosti struje kroz zavojnice mijenja se kut otklona magnetske igle od pravca sjever-jug. Mjerenjem jakosti struje može se odrediti magnetska indukcija između zavojnica.

Kako bi se odredila horizontalna komponenta magnetske indukcije Zemlje mjeri se kut otklona.

Tada je: $$B_{zem} = \frac{B_{zav}}{tg\varphi}$$ **1 bod**

Rezultati mjerenja i grafički prikaz ovisnosti magnetske indukcije zavojnice (B_{zav}) o kutu otklona magnetske igle (tgφ):

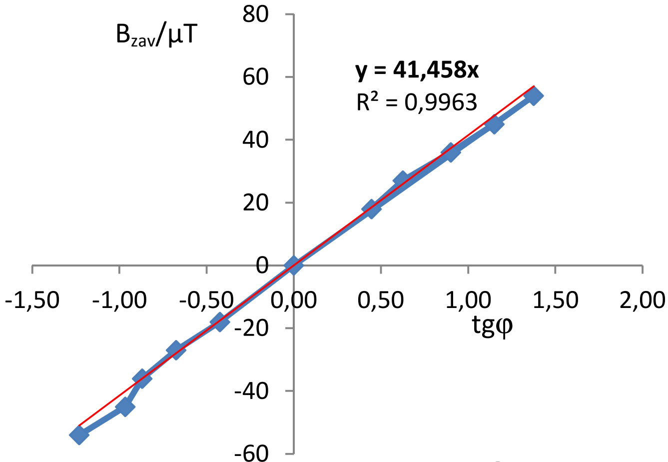
N=100

R=5cm

Na osnovu mjerenja jakosti struje kroz zavojnicu određuje se magnetska indukcija zavojnice, i očitava kut otklona magnetske igle.

$$B_{zav} = \left[\frac{4}{5}\right]^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 N I}{R}$$ **1 bod**

I/mA	φ/°	tgφ	B_{zav}/μT	B_{zem}/μT
10	24	0,445	18	40,449
15	32	0,625	27	43,200
20	42	0,900	36	40,000
25	49	1,150	45	39,130
30	54	1,376	54	39,244
-30	-23	-0,424	-18	42,453
-25	-34	-0,675	-27	40,000
-20	-41	-0,869	-36	41,427
-15	-44	-0,966	-45	46,584
-10	-51	-1,230	-54	43,902



2 boda

Ako se promijeni smjer struje u zavojnicama, mjerenja bi trebala biti simetrična.

Iz grafa se može očitati: B_{zav} = 41,5 μT ili

$B_{zav} = 4{,}15 \cdot 10^{-5}$ T

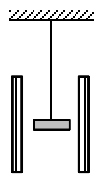
Horizontalna komponenta magnetske indukcije Zemlje je:

1 boda

$B_{zem} = (43{,}09 \pm 0{,}89) \cdot 10^{-5}$ T

S obzirom na moguću prisutnost električnih uređaja, magnetičnih materijala, ukupna magnetska indukcija ne proizlazi samo od magnetskog polja zavojnica i Zemlje.

2. dio



Mjerenje magnetske indukcije Zemlje pomoću magnetskog njihala

Ovjesi li se i postavi ravni ili štapičasti magnet u magnetsko polje tako da je magnet usmjeren u smjeru magnetskih silnica vanjskog polja, on je uravnotežen. Pomakne li se magnet za neki kut u odnosu na smjer u kojem se nalazi kad je uravnotežen, izvodit će titranja u horizontalnoj ravnini oko osi koja prolazi okomito kroz njegovo središte (smjer niti), ako je njegov magnetski moment izraženiji od od ostalih momenata. Ako su početni otkloni u granicama (nekoliko stupnjeva), titranja će biti harmonijska. Na osnovu toga može se izraziti veza između magnetske indukcije zavojnica i perioda titranja:

$$B = \left(\frac{4\pi^2 I_m}{\mu B}\right)\frac{1}{T^2}$$

Usmjeri li se magnetsko polje zavojnice u smjeru magnetskog polja Zemlje, ukupno polje u kojem se magnet nalazi proizlazi iz magnetskog polja Zemlje i magnetskog polja zavojnica. Tada se ukupna magnetska indukcija može odrediti kao zbroj magnetske indukcije zavojnice i Zemlje:

B_{uk}=B_{zem}+B_{zav}

$$B_{uk} = B_{zem} + \left[\frac{4}{5}\right]^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 NI}{R}$$

Tada je
$$\frac{1}{T^2} = \frac{\mu}{4\pi^2 I_m}\left[B_{zem} + \left[\frac{4}{5}\right]^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 NI}{R}\right]$$
3 boda

Ili se period može izraziti kao funkcija:

$$\frac{1}{T^2} = C_0 + C_1 I$$

gdje su: $C_0 = \frac{\mu}{4\pi^2 I_m} B_{zem}$ *i* $C_1 = \frac{\mu}{4\pi^2 I_m}\left[\frac{4}{5}\right]^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 NI}{R}$ **1 bod**

Potrebno odrediti članove C_0 i C_1 na osnovu mjerenja perioda oscilacija magneta u magnetskom polju. Ovisnost recipročne vrijednosti kvadrata perioda titranja $1/T^2$ o jakosti struje I treba prikazati grafički. Pretpostavljena je linearna ovisnost.

Magnetska indukcija Zemlje se može izraziti preko omjera prethodnih izraza:

$$B_{zem} = \frac{C_0}{C_1}\left[\frac{4}{5}\right]^{3/2} \frac{\mu_0 N}{R}$$
2 boda

Rezultati mjerenja:

Broj njihaja = 10

N=100

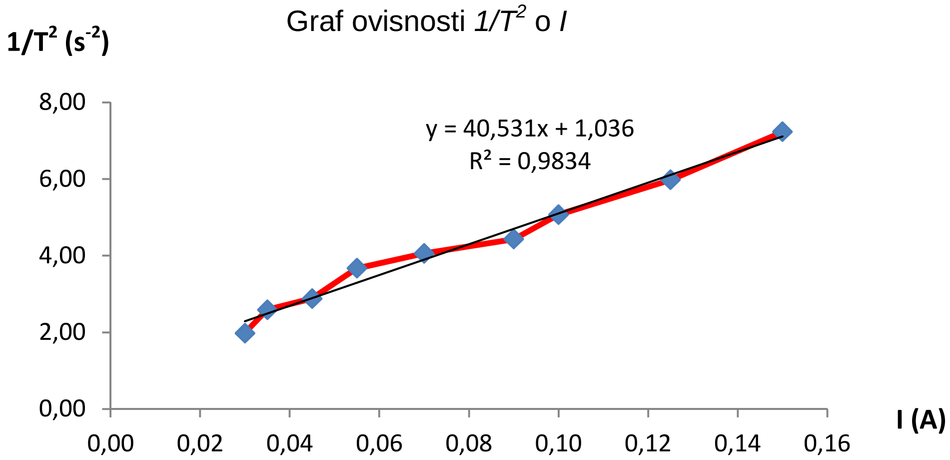
R=5cm

1 boda

I/A	t/s	T/s	$T^2(s^2)$	$1/T^2\ (s^{-2})$
0,15	3,72	0,37	0,14	7,23
0,13	4,09	0,41	0,17	5,98
0,10	4,44	0,44	0,20	5,07
0,09	4,75	0,48	0,23	4,43
0,07	4,96	0,50	0,25	4,06
0,06	5,22	0,52	0,27	3,67
0,05	5,89	0,59	0,35	2,88
0,04	6,21	0,62	0,39	2,59
0,03	7,11	0,71	0,51	1,98

Graf ovisnosti $1/T^2$ o *I*

2 boda



Na osnovu linearne regresije može se očitati se i izračunati:

nagib pravca: $a=40{,}531\ s^{-2}/A$, standardna devijacija: $\sigma_a=1{,}093\ s^{-2}/A$

odsječak na ordinati: $b=1{,}036\ s^{-2}$, standardna devijacija $\sigma_b=0{,}054\ s^{-2}$ **2 boda**

Odnosno:

$C_0= (1{,}036\pm 0{,}054)\ s^{-2}$

$C_1=(40{,}531\pm 1{,}093)\ s^{-2}/A$

Uvrštavanjem ovih parametara, polumjera zavojnice, broja namotaja, može se izračunati iznos horizontalne komponente magnetske indukcije Zemlje:

$\mathbf{B = 4{,}38\cdot 10^{-5}\ T}$ **1 bod**

Ukupna magnetska indukcija Zemlje odredila bi se na osnovi tangncijalne i radijalne komponente.

1 bod

<u>Diskusija rezultat:</u> **3 boda**

Neki mogući uzroci koji utječu na rezultate mjerenja:

Uz naveći problem, prisutnost električnih uređaja oko nas i niz dodatnih uzroka koje dovode do određenih odstupanja u mjerenjima. Početno već smo osuđeni na postojanje dodatnog magnetskog polja, a koje znatno utječe na rezultate.

Jedan od ozbiljnih razloga odstupanjima u mjerenjima može biti i nehomogenost polja. Ograničenja su i veličine zavojnica. Te njihovo postavljanje.

Baterija nije najbolji primjer izvora napona.

Preciznost izrade i veličina kompasa uvjetuju točnost očitavanja. Između igle kompasa i osovine postoji trenje, a samim tim i određeni gubici.

Magnet je jači izvor magnetskog polja. Osjetljiviji za mjerenje, ali i osjetljiv na vanjske utjecaje.

I duljina niti uvjetuje koliko su oscilacije harmonijske.

Magnet bi trebao biti vrlo precizno postavljen kako bi mu gibanje bilo ograničeno samo u horizintalnoj ravnini...

<u>Napomena: u ovisnosti o eksperimentalnom postavu, rezultati se mogu razlikovati. Boduje se ispravan prikaz rezultata, obrada i obrazloženje.</u>

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

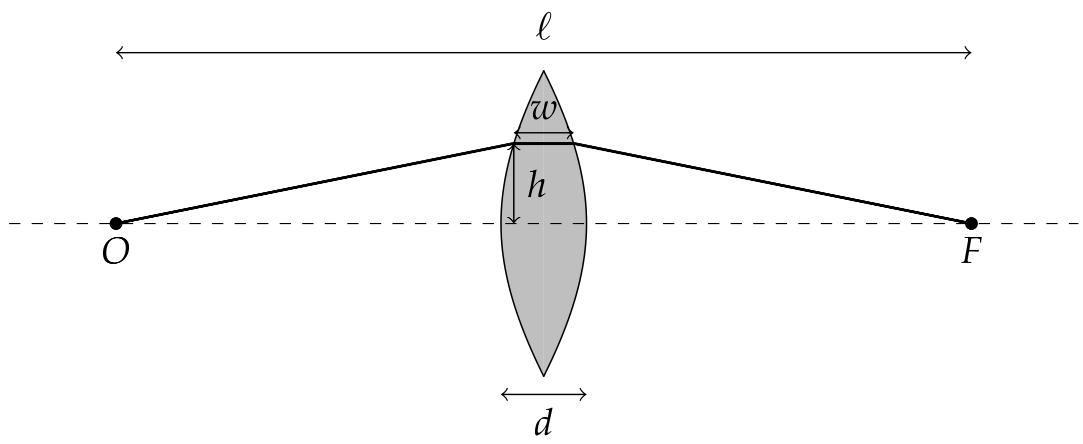
Srednje škole - 4. skupina

1. Kao rezultat testiranja nuklearnog oružja sredinom prošlog stoljeća, u atmosferi su stvorene znatne količine radioaktivnog izotopa vodika—tricija. Jezgra tricija, triton, sastoji se od jednog protona i dva neutrona te se standardno označava $^3_1\mathrm{H}$. Triton je nestabilna jezgra s vremenom poluraspada od 12.3 godine. Atomi tricija u atmosferi se brzo vežu u molekule vode i, nošeni kišom, završe u oceanu. Tamo dolazi do radioaktivnog raspada u kojem se triton $^3_1\mathrm{H}$ raspada na stabilnu jezgru helija $^3_2\mathrm{He}$ koju u normalnim okolnostima, kao niti triton, ne nalazimo u oceanu. Stoga je, mjerenjem relativnih udjela izotopa helija $^3_2\mathrm{He}$ i tricija $^3_1\mathrm{H}$ u uzorku morske vode, moguće odrediti koliko se dugo radioaktivan tricij nalazi u oceanu.

   - Kojeg je tipa raspad $^3_1\mathrm{H} \to {}^3_2\mathrm{He}$? Nastaju li još neke čestice u tom raspadu? Ako da, koje?
   - Mjerenja na uzorku morske vode iz 1952. godine su pokazala da je omjer izotopa helija naspram tricija 0.483 : 1. Ako sav tricij u oceanu pripišemo eksploziji jedne atomske bombe, koje je godine ta bomba eksplodirala?
   - Druga je atomska bomba na istom mjestu eksplodirala 1955. godine, a mjerenja uzorka morske vode iz 1956. godine pokazuju da je omjer izotopa helija naspram tricija tada bio 0.158 : 1. Pod pretpostavkom da je jačina atomske bombe proporcionalna količini stvorenog tricija u trenutku eksplozije, odredite koja je od atomskih bombi, prva ili druga, bila snažnija. Koliko puta?

[17 BODOVA]

2. Točkasti izvor svjetlosti se nalazi u točki O, a vi želite konstruirati leću koja bi svjetlost fokusirala u točku F, na udaljenosti $\ell = 1\,\mathrm{m}$ od izvora. U tu ćete svrhu koristiti komad stakla debljine $d = 2\,\mathrm{cm}$ i indeksa loma $n = 1.62$. Zbog jednostavnosti, napravit ćete simetričnu bikonveksnu leću i postaviti je točno između točaka O i F, kao na donjoj slici.



   - Prema Fermatovom principu, da bi se zrake svjetlosti, koje su istovremeno krenule iz točke O, fokusirale u točki F, one moraju tamo stići istovremeno. Koliko je vremena potrebno svjetlosti da dođe iz točke O do točke F, ako prolaze kroz gore spomenutu leću?
   - Zbog simetrične konstrukcije, svjetlost se unutar leće giba paralelno optičkoj osi. Koristeći tu činjenicu, kao i Fermatov princip, odredite kako debljina leće w mora ovisiti o visini h tako da leća ima tražena svojstva.
   - Jednom kad ste izbrusili leću da bude traženog oblika, koliko je ta leća velika? To jest, gledano iz smjera optičke osi, koliki je njen polumjer R?
   - Ukoliko izvor emitira svjetlost u svim smjerovima, koliki je udio emitirane svjetlosti fokusiran u točki F?

[19 BODOVA]

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

3. Uzorak idealnog crnog tijela temperature $T = 1000\,\mathrm{K}$ stavi se u laboratorijsku centrifugu kraka $r = 1\,\mathrm{m}$ i zavrti do kutne brzine ω. U središtu centrifuge, na samoj osi rotacije, nalazi se optički spektrometar pomoću kojeg se mjeri temperatura uzorka u gibanju.

   - Hoće li izmjerena temperatura biti veća ili manja od stvarne temperature uzorka?
   - Pri kojoj će se kutnoj brzini ω izmjerena temperatura razlikovati za $\Delta T = 1\,\mathrm{K}$ od stvarne?

   [14 BODOVA]

4. Je li foton stabilna čestica? Ovaj će nam zadatak dati odgovor na to pitanje. Pretpostavite da se foton energije E_γ giba u vakuumu i, u nekom trenu, spontano raspadne. Budući da je foton nositelj elektromagnetske interakcije, za očekivati je da su produkti raspada fotona neke nabijene čestice. Najlakše nabijene čestice su elektron i njegova antičestica, pozitron. Zbog zakona očuvanja naboja, među produktima raspada mora biti isti broj čestica i antičestica. Uzmimo, stoga, da se foton spontano raspada na elektron-pozitron par: $\gamma \to e^+e^-$.

   - Napišite zakone očuvanja energije i količine gibanja za gornji raspad, te iz njih odredite izraze za kutove raspršenja elektrona i pozitrona u odnosu na smjer upadnog fotona. Pokažite da se kut raspršenja $e^\pm$ može izraziti samo kao funkcija količina gibanja $e^\pm$ i njegove mase. Što nam dobiveni rezultati govore o spontanom raspadu fotona?

   Promotrimo sad drugu mogućnost raspada fotona. Foton upada upada u mirujući olovni blok i sudari se s jezgrom olova N[1] uslijed čega dolazi do raspada $\gamma N \to N e^+ e^-$. Dakle, u sudaru se foton raspadne na elektron-pozitron par, a jezgra se odbije, bez raspada. Ovaj se proces naziva *dezintegracija fotona u materijalu*.

   - Odredite kojom minimalnom energijom E_γ (u MeV-ima) foton mora udariti u mirujuću jezgru olova da dođe do raspada. Masa jezgre olova je $M = 207.2u$.

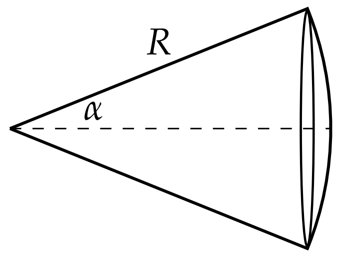
   Prilikom računa koristite relativističke izraze za energiju i količinu gibanja te zanemarite elektrostatsko privlačenje/odbijanje među nabijenim česticama.

   [20 BODOVA]

Vrijednosti fizikalnih konstanti:

- brzina svjetlosti: $c = 3.00 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$;
- elementarni naboj: $e = 1.60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$;
- masa elektrona: $m = 9.11 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$;
- unificirana atomska jedinica mase: $u = 1.66 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$.

Formula za oplošje kugline kape polumjera R i polukuta α: $2\pi R^2(1-\cos\alpha)$.



[1] *Nucleus* = jezgra.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Srednje škole - 4. skupina, rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ukoliko učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1.
- Prilikom raspada ${}^3_1\mathrm{H} \to {}^3_2\mathrm{He}$, jedan se neutron pretvori u proton što znači da se radi o β^- raspadu. Puni raspad glasi
$$ {}^3_1\mathrm{H} \to {}^3_2\mathrm{He} + e^- + \bar{\nu}_e, \qquad [3\ \text{BODA}]$$
i u njemu još nastaju elektron i (elektronski) (anti)neutrino.
- Označimo $t = 0$ trenutak u kojem je eksplodirala prva atomska bomba i pretpostavimo da je sav tricij odmah završio u oceanu. Zbog radioaktivnog raspada, količina tricija i helija se u vremenu mijenja na način
$$N_{\text{tricij}}(t) = N_1\, 2^{-t/T}, \qquad [1\ \text{BOD}]$$
$$N_{\text{helij}}(t) = N_1(1 - 2^{-t/T}), \qquad [1\ \text{BOD}]$$
gdje je N_1 količina početnog tricija oslobođena u eksploziji prve bombe, a $T = 12.3$ godina vrijeme poluživota tricija. Odavde je relativni omjer helija naspram tricija
$$\eta_1(t) = \frac{N_{\text{helij}}(t)}{N_{\text{tricij}}(t)} = 2^{t/T} - 1. \qquad [2\ \text{BODA}]$$
Ako izvrnemo ovu relaciju, dobijemo
$$t = \frac{\ln(1+\eta_1)}{\ln 2} T. \qquad [1\ \text{BOD}]$$
Uvrštavanjem $\eta_1 = 0.483$ dobivamo $t \approx 7$ godina, što znači da je prva atomska bomba eksplodirala 1945. godine. [1 BOD]
- Neka je $\tau = 10$ godina, vrijeme proteklo između eksplozija dviju atomskih bombi. Količina tricija i helija nakon eksplozije druge bombe, $t \geq \tau$ se mijena u vremenu na način
$$N_{\text{tricij}}(t) = N_1\, 2^{-t/T} + N_2\, 2^{-(t-\tau)/T}, \qquad [2\ \text{BODA}]$$
$$N_{\text{helij}}(t) = N_1(1 - 2^{-t/T}) + N_2(1 - 2^{-(t-\tau)/T}), \qquad [2\ \text{BODA}]$$
gdje je N_2 količina tricija nastala u eksploziji druge bombe. Relativni omjer ovih elemenata sad postaje
$$\eta_2(t) = \frac{N_{\text{helij}}(t)}{N_{\text{tricij}}(t)} = \frac{2^{t/T} - 1 + k(2^{t/T} - 2^{\tau/T})}{1 + k\, 2^{\tau/T}}, \qquad [2\ \text{BODA}]$$
gdje je $k = N_2/N_1$ omjer količina tricija oslobođenih u drugoj, odnosno, prvoj eksploziji. Odavde možemo izraziti k kao
$$k = -\frac{1 - (1+\eta_2)2^{-t/T}}{1 - (1+\eta_2)2^{-(t-\tau)/T}}. \qquad [1\ \text{BOD}]$$
Uvrštavanjem $t = 11$ godina imamo
$$k \approx 4. \qquad [1\ \text{BOD}]$$
Druga je bomba, dakle, bila četiri puta snažnija od prve.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

2. • Budući da, prema Fermatovom principu, sve zrake koje krenu iz točke O dođu u fokus F za isto vrijeme, dovoljno je izračunati potrebno vrijeme samo za jednu zraku. Najjednostavnije je uzeti zraku koja se giba uzduž optičke osi. Za nju imamo

$$t = \frac{l-d}{c} + \frac{d}{c/n} = \frac{l+(n-1)d}{c} \qquad [2\ \text{BODA}]$$
$$= 3.37 \times 10^{-9}\,\text{s}. \qquad [1\ \text{BOD}]$$

• Zraci koja upada na leću na visini h, potrebno je

$$t = \frac{2\sqrt{h^2 + ((l-w)/2)^2}}{c} + \frac{nw}{c} \qquad [2\ \text{BODA}]$$

vremena da dođe do točke F. Međutim, prema Fermatovom principu, to vrijeme mora biti isto onom prethodno izračunatom. Dakle,

$$\frac{2\sqrt{h^2 + ((l-w)/2)^2}}{c} + \frac{nw}{c} = \frac{l+(n-1)d}{c}. \qquad [2\ \text{BODA}]$$

Sređivanjem, dobijemo kvadratnu jednadžbu za w,

$$(n^2-1)w^2 - 2(n-1)(\ell + nd)w + d(n-1)(2\ell + (n-1)d) - 4h^2 = 0. \qquad [1\ \text{BOD}]$$

Rješenja ove jednadžbe su

$$w_{1,2} = \frac{\ell + nd}{n+1} \pm \frac{\sqrt{(n-1)\left[(n-1)(\ell-d)^2 + 4(n+1)h^2\right]}}{n^2-1}. \qquad [1\ \text{BOD}]$$

Predznak rješenja biramo uvjetom $w(h=0) = d$. Uz ovo, oblik leće $w(h)$ je

$$w(h) = \frac{\ell + nd}{n+1} - \frac{\sqrt{(n-1)\left[(n-1)(\ell-d)^2 + 4(n+1)h^2\right]}}{n^2-1}. \qquad [1\ \text{BOD}]$$

• Veličinu leće određujemo iz uvjeta $w(h=R) = 0$, odnosno—debljina leće na njenom rubu mora, po definiciji, biti jednaka nuli. [2 BODA]

Uvrštavanje $w = 0$ vodi na izraz za polumjer leće

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{(n-1)[2\ell + (n-1)d]d} \qquad [1\ \text{BOD}]$$
$$= 7.90\,\text{cm}. \qquad [1\ \text{BOD}]$$

• U fokusu F će završiti sve zrake koje upadaju na leću. A to su upravo one zrake koje su iz točke O emitirane pod kutom

$$\varphi \in [-\alpha, +\alpha] \qquad [2\ \text{BODA}]$$

u odnosu na optičku os, gdje je $\cos\alpha = (\ell/2)/(R^2 + (\ell/2)^2)^{1/2}$. Prema tome, ako zamislimo da se iz točke O širi sferna fronta svjetlosnog vala polumjera $(R^2 + (\ell/2)^2)^{1/2}$, zrake koje će biti fokusirane se nalaze na sfernoj kapici polumjera R. Zaključujemo, udio fokusiranih zraka jest omjer oplošja te sferne kapice i oplošja cijele sfere

$$\eta = \frac{2\pi(R^2 + (\ell/2)^2)(1-\cos\alpha)}{4\pi(R^2 + (\ell/2)^2)} = \frac{1-\cos\alpha}{2} = \frac{(n-1)d}{\ell + (n-1)d} \qquad [2\ \text{BODA}]$$
$$= 1.22\,\%. \qquad [1\ \text{BOD}]$$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

3. Optički spektrometar, kao što mu ime kaže, mjeri optički spektar uzorka. Pod pretpostavkom da mjereni spektar odgovara spektru crnog tijela, temperaturu uzorka možemo odrediti iz Wienovog zakona

$$\lambda_{\max} T = b, \qquad [\text{2 BODA}]$$

gdje je $\lambda_{\max}$ valna duljina zračenja najvećeg intenziteta, a b Wienova konstanta. Dakle, ako će spektrometar mjeriti temperaturu T' različitu od prave temperature uzorka T, to mora biti zato jer mjeri drugačiju maksimalnu valnu duljinu $\lambda'_{\max}$. [2 BODA]

Valna je duljina zračenja povezana s frekvencijom preko

$$\lambda = \frac{c}{\nu}, \qquad [\text{1 BOD}]$$

odnosno s periodom τ preko

$$\lambda = c\tau. \qquad [\text{1 BOD}]$$

Dakle, do promjene u mjerenju valne duljine može doći jedino ako za uzorak i mjerni instrument drugačije teče vrijeme. No, ovo je poznat efekt koji se manifestira pri relativističkim brzinama—radi se, naime, o dilataciji vremena. [1 BOD]

- Ako se uzorak u laboratorijskom sustavu giba brzinom v konstantnog iznosa, no ne nužno i smjera, tada je veza između proteklog vremena τ u sustavu uzorka i laboratorijskom sustavu τ' dana relacijom

  $$\tau' = \gamma\tau, \qquad [\text{1 BOD}]$$

  gdje je $\gamma = 1/\sqrt{1-(v/c)^2}$ Lorentzov faktor. Budući je $\gamma > 1$, to je $\tau' > \tau$. Ako uzmemo da je τ upravo period zračenja, imamo vezu između emitirane $\lambda = c\tau$ i detektirane valne duljine $\lambda' = c\tau'$

  $$\lambda' = \gamma\lambda. \qquad [\text{1 BOD}]$$

  Ova relacija vrijedi za sve valne duljine, pa i one maksimalnog intenziteta. Prema tome, veza između prave temperature uzorka $T = b/\lambda_{\max}$ i one mjerene u laboratorijskom sustavu $T' = b/\lambda'_{\max}$ je

  $$T' = \frac{1}{\gamma}T. \qquad [\text{1 BOD}]$$

  Dakle, spektrometar će mjeriti manju temperaturu od prave temperature uzorka.

- Iz prethodne relacije možemo odrediti brzinu gibanja uzorka, ako znamo T i T'

  $$v = c\sqrt{1-\left(\frac{T'}{T}\right)^2}. \qquad [\text{2 BODA}]$$

  Uzmajući u obzir za se radi o kružnom gibanju, imamo

  $$\omega = \frac{v}{r} = \frac{c}{r}\sqrt{1-\left(\frac{T'}{T}\right)^2}. \qquad [\text{1 BOD}]$$

  Uvrštavajući $T = 1000\,\mathrm{K}$ i $T' = 999\,\mathrm{K}$, dobivamo potrebnu kutnu brzinu

  $$\omega = 1.34 \times 10^7\ \mathrm{rad/s}. \qquad [\text{1 BOD}]$$

4. • Polazimo od zakona očuvanja

$$E_\gamma = E_+ + E_-, \quad [1 \text{ BOD}]$$
$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}_+ + \vec{p}_-. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Ovdje smo indeksom γ označili energiju i količinu gibanja upadnog fotona, a indeksima $\pm$ energiju i količinu gibanja nastalog elektrona $(-)$ i pozitrona $(+)$. Ove ćemo jednadžbe kvadrirati, donju pomnožiti s c^2 i oduzeti od gornje. Na taj način dolazimo do

$$E_\gamma^2 - (\vec{p}_\gamma c)^2 = (E_+^2 - (\vec{p}_+ c)^2) + (E_-^2 - (\vec{p}_- c)^2) + 2(E_+ E_- - c^2 \vec{p}_+ \cdot \vec{p}_-).$$

Izraze u zagradama možemo pojednostaviti koristeći

$$E_\gamma^2 = (\vec{p}_\gamma c)^2, \quad [1 \text{ BOD}]$$
$$E_\pm^2 = (\vec{p}_\pm c)^2 + (mc^2)^2, \quad [1 \text{ BOD}]$$

gdje je m masa elektrona (pozitrona). Ovim manipulacijama dolazimo do izraza

$$0 = (mc^2)^2 + E_+ E_- - c^2 \vec{p}_+ \cdot \vec{p}_-. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Ako sad u gornju relaciju stavimo npr. $E_- = E_\gamma - E_+$ i $\vec{p}_- = \vec{p}_\gamma - \vec{p}_+$, te opet iskoristimo vezu između relativističke energije i količine gibanja dolazimo do

$$E_+ E_\gamma = c^2 \vec{p}_+ \cdot \vec{p}_\gamma. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Ako je θ_+ kut raspršenja pozitrona, tada gornja relacija postaje

$$E_+ E_\gamma = c^2 p_+ p_\gamma \cos\theta_+. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Koristeći $E_\gamma = p_\gamma c$ i $E_+ = \sqrt{(p_+ c)^2 + (mc^2)^2}$, imamo traženi izraz za θ_+.

$$\cos\theta_+ = \frac{E_\gamma}{p_\gamma c}\frac{E_+}{p_+ c} = \sqrt{1 + \left(\frac{mc}{p_+}\right)^2}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Potpuno analogno bismo dobili izraz za kut raspršenja elektrona

$$\cos\theta_- = \sqrt{1 + \left(\frac{mc}{p_-}\right)^2}. \quad [1 \text{ BOD}]$$

Iz dobivenih rezultata vidimo da su kosinusi kutova raspršenja nastalih čestica veći od jedinice, odakle zaključujemo da do takvog raspršenja ne može doći. Drugim riječima, foton se ne može spontano raspasti na elektron-pozitron par. [2 BODA]

• Da bismo odredili minimalnu potrebnu energiju za raspršenje $\gamma N \to N e^+ e^-$, najlakše je zamisliti taj sudar u sustavu centra mase. Tada foton i jezgra jure jedan prema drugom, sudaraju se i foton se pretvori elektron-pozitron par. Ako je početna energija minimalna moguća, tada će, nakon sudara, svi produkti naprosto mirovati. Drugim riječima, među njima neće biti relativnog gibanja. To pak znači da će se u bilo kojem drugom referentnom sustavu, pa i u laboratorijskom, tj. onom u kojem olovni blok miruje, produkti sudara $N e^+ e^-$ gibati kao jedna čestica mase $M^* = M + 2m$. [3 BODA]
S ovim razmatranjem možemo napisati zakone očuvanja

$$E_\gamma + Mc^2 = E^*, \quad [1 \text{ BOD}]$$
$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}^*, \quad [1 \text{ BOD}]$$

gdje su E^* i $\vec{p}^*$ energija i količina gibanja čestice mase M^*. Ponavljanjem računa kao u prethodnom zadatku, te koristeći $E^{*2} = (\vec{p}^* c)^2 + (M^* c^2)^2$ dolazimo do relacije

$$(Mc^2)^2 + 2E_\gamma Mc^2 = (M^* c^2)^2, \quad [2 \text{ BODA}]$$

odakle je

$$E_\gamma = 2mc^2 \left(1 + \frac{m}{M}\right). \qquad \text{[1 BOD]}$$

minimalna energija koju mora imati upadni foton da bi se raspao na zadani način. Numerički,

$$E_\gamma = 1.02\,\mathrm{MeV}. \qquad \text{[1 BOD]}$$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Srednje škole – 4. skupina

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor:

- izvor svjetlosti
- metar
- ravnalo
- pomična mjerka
- karton
- škare
- selotejp
- plastelin
- bijeli papir A4
- dva kutomjera
- milimetarski papir

Zadatak:

1. Istražite ovisnost osvijetljenosti o udaljenosti od izvora svjetlosti i kutu upadanja zraka svjetlosti tako da:

I. a) primijenite odgovarajuću eksperimentalnu metodu i nacrtate odgovarajući grafički prikaz s minimalno 5 eksperimentalnih točaka kojim ćete dokazati kakva je ovisnost osvijetljenosti o udaljenosti od izvora ……... 3 boda

b) opišete teorijsku osnovu eksperimentalnog postupka ……… 2 boda

c) napravite odgovarajuću skicu s naznačenim fizikalnim veličinama …. 1 bod

d) ukratko opišete način vršenja mjerenja …..…. 1 bod

e) tablično prikažete rezultate mjerenja ..……. 2 boda

f) ponovite postupak, mjerenja i grafičku analizu za drugu udaljenost prvog zastora od izvora svjetlosti ..……. 4 boda

II. g) primijenite odgovarajuću eksperimentalnu metodu i nacrtate odgovarajući grafički prikaz s minimalno 5 eksperimentalnih točaka kojim ćete dokazati kakva je ovisnost udaljenosti o kutu upadanja zrake svjetlosti ……… 3 boda

h) opišete teorijsku osnovu eksperimentalnog postupka ……… 2 boda

i) napravite odgovarajuću skicu s naznačenim fizikalnim veličinama …. 1 bod

j) ukratko opišete način vršenja mjerenja ……… 1 bod

k) tablično prikažete rezultate mjerenja ..……. 2 boda

l) ponovite postupak, mjerenja i grafičku analizu za drugu udaljenost drugog zastora od izvora svjetlosti ..……. 4 boda

III. m) analizirate dobivene eksperimentalne rezultate tako da navedete što sve utječe na preciznost dobivenih eksperimentalnih rezultata …. .. 1 bod

n) zaključno povežite dobivene grafičke prikaze sa odgovarajućim algebarskim izrazom vezanim za osvijetljenost i definirate odgovarajuću mjernu jedinicu ………. 3 boda

---

Ukupno: ……………………………………………………………………………**30 bodova**

Natjecateljima želimo uspješan rad!

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Brodarica, 25.-28. travnja 2016.

Srednje škole – 4. skupina

EKSPERIMENTALNI ZADATAK – rješenje i smjernice za bodovanje

1. **Istražite ovisnost osvijetljenosti o udaljenosti od izvora svjetlosti i kutu upadanja zraka svjetlosti tako da:**

I.

a) primijenite odgovarajuću eksperimentalnu metodu i nacrtate odgovarajući grafički prikaz s minimalno 5 eksperimentalnih točaka kojim ćete dokazati kakva je ovisnost osvijetljenosti o udaljenosti od izvora ……... 3 boda

Na milimetarskom papiru nacrtati dijagram kojemu je na x-osi (apscisi) veličina r^2 - kvadrat udaljenosti drugog zastora na kojem promatramo osvijetljenu površinu od prvog zastora s pravokutnim otvorom - s odgovarajućom mjernom jedinicom prema SI sustavu, a na y-osi (ordinati) veličina A - osvijetljena površina – s odgovarajućom mjernom jedinicom prema SI sustavu.

Tri boda odnose se po jedan za svaku pravilno označenu koordinatnu os i jedan za pravilno označene pomoćne linije koje vode do eksperimentalnih točaka.

b) opišete teorijsku osnovu eksperimentalnog postupka ……… 2 boda

Osvijetljenost ili iluminacija određene površine predstavlja omjer svjetlosnog toka ϕ na površinu ploštine A koja je okomita na svjetlosne zrake:

$$E = \frac{\phi}{A} \qquad (1)$$

Mjerna jedinica za osvijetljenost E je luks (oznaka 'lx'), a za svjetlosni tok je lumen (oznaka 'lm'). Osvijetljenost neke površine je jedan luks ako na svaki kvadratni metar te površine upada svjetlosni tok od jednog lumena. Ako okomica na površinu ploštine A zatvara kut α sa zrakama iz izvora, tada je

$$E = \frac{\phi \cos\alpha}{r^2} \qquad (2)$$

Osvijetljenost neke površine ovisi o jakosti svjetlosnog izvora I, kutu upada svjetlosti na površinu α i udaljenosti svjetlosnog izvora od površine:

$$E = \frac{I \cos\alpha}{r^2} \qquad (3)$$

Izraz (3) dobili smo tako što smo uzeli u obzir svjetlosni tok ϕ kojeg izvor jakosti I emitira u prostorni kut Ω:

$$\Phi = \Omega I \qquad (4)$$

pri čemu smo za prostorni kut koristili izraz:

$$\Omega = \frac{A}{r^2} \qquad (5)$$

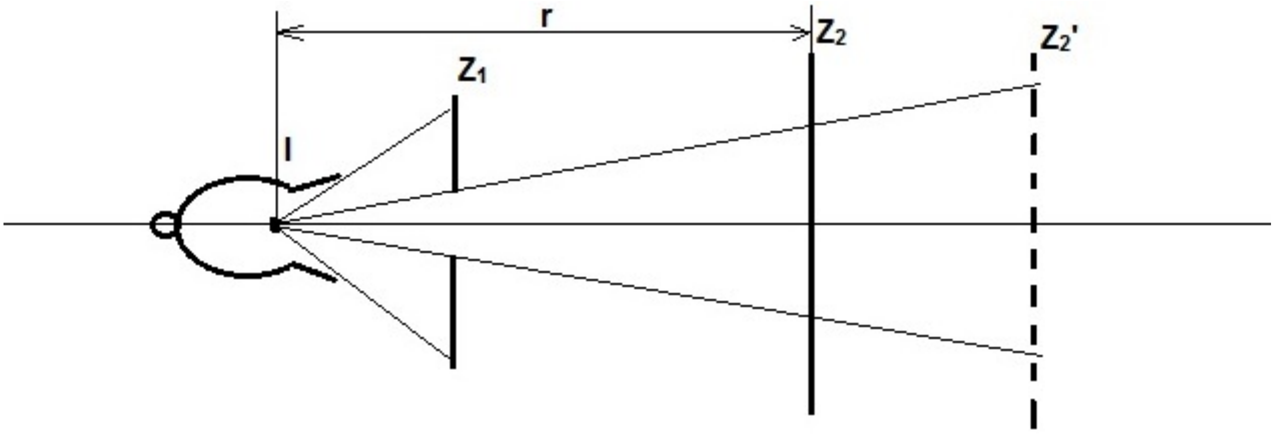
Izraz (5) definira prostorni kut pod kojim je vidljiva površina A na kugli polumjera r u čijem se središtu nalazi izvor svjetlosti.

Za dva boda u ovom dijelu zadatka dovoljno je riječima povezati osvijetljenost s kvadratom udaljenosti (1 bod) i/ili raspisati odgovarajući algebarski izraz iz kojeg je to vidljivo (1 bod):

$$E \sim \frac{1}{r^2} \qquad (7)$$

c) napravite odgovarajuću skicu s naznačenim fizikalnim veličinama .... 1 bod

Skica treba sadržavati jednostavni prostorni plan izvođenja pokusa, tj. postavljanja eksperimentalnog seta:

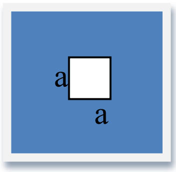


Slika 1. Izvor svjetlosti – prvi zastor – drugi zaslon u prvom i u novom položaju – oznaka udaljenosti r od I do Z_2 –

d) ukratko opišete način vršenja mjerenja .... 1 bod

Obzirom da se u zadatku traži eksperimentalni dokaz za ovisnost osvijetljenosti o udaljenosti, ovdje je potrebno kratko opisati kako su pripremljeni prvi i drugi zastor:

- na prvom zaslonu preporuča se napraviti mali pravokutni otvor (bit će priznat i neki drugi oblik čija je površina zadovoljavajuće precizno mjerljiva) kroz koji svjetlost prolazi do drugog zaslona:



Slika 2. Pravokutni otvor u prvom zaslonu

- drugi zaslon može ostati komad kartona umetnut u valjak od plastelina koji služi kao držač, ili može biti pripremljen kao bijeli papir zalijepljen na kartonski okvir.

e) tablično prikažete rezultate mjerenja .... 2 boda

Tablica sadrži redni broj mjerenja, udaljenost zastora i odgovarajuću veličinu iz koje se može izračunati osvijetljena površina na drugom zaslonu:

- duljina stranice za oblik kvadrata,
- promjer za oblik kruga.

Radi bolje preglednosti moguće je u istoj tablici prikazati i rezultate mjerenja za drugu udaljenost drugog zaslona, što se traži pod f) dijelom zadatka.

f) ponovite postupak, mjerenja i grafičku analizu za drugu udaljenost prvog zastora od izvora svjetlosti .... 4 boda

Eksperimentalni set ostaje postavljen na isti način (Slika 1):

Izvor svjetlosti – prvi zaslon – drugi zaslon, koji je sada pomaknut za određeni iznos u odnosu na položaj pri prvoj seriji mjerenja.

Prema izmjerenoj veličini računa se osvijetljena površina i zatim crta dijagram ovisnosti osvijetljene površine o kvadratu udaljenosti drugog zaslona od izvora svjetlosti.
Grafički prikaz veze tih veličina trebao bi biti pravac, što pokazuje kako je osvijetljena površina A upravno proporcionalna s r^2. Obzirom da je A obrnuto proporcionalna s osvijetljenošću, to znači i da je osvijetljenost (stari naziv rasvjeta) obrnuto proporcionalna s r^2, što je i potrebno eksperimentalno dokazati.

U grafičkom prikazu dobivenom na temelju eksperimentalnih mjerenja nikada sve točke neće činiti točno pravac zbog mogućih pogrešaka u procesu mjerenja, ali mogu biti zadovoljavajuće blizu. Za veći broj mjerenja primjenom metode najmanjih kvadrata kroz eksperimentalne točke moguće je provući pravac i odrediti jednadžbu tog pravca.

II. g) primijenite odgovarajuću eksperimentalnu metodu i nacrtate odgovarajući grafički prikaz s minimalno 5 eksperimentalnih točaka kojim ćete dokazati kakva je ovisnost udaljenosti o kutu upadanja zrake svjetlosti .... 3 boda

Na milimetarskom papiru nacrtati dijagram kojemu je na jednoj osi vrijednost 1/A, gdje je A osvijetljena površina – i cos α, gdje je α kut za koji je zakrenut drugi zaslon.
Na taj način izmjereni parovi površine A i kuta α su točke kroz koje se može provući pravac i dokazati linearna ovisnost veličina na koordinatnim osima.

Tri boda odnose se po jedan za svaku pravilno označenu koordinatnu os i jedan za pravilno označene pomoćne linije koje vode do eksperimentalnih točaka.

h) opišete teorijsku osnovu eksperimentalnog postupka .... 2 boda

U ovom dijelu praktičnog zadatka ispituje se ovisnost kuda α i osvijetljenosti E. Ako smo nacrtali grafički prikaz s osima 1/A i cos α i dobili eksperimentalne točke koje približno leže na pravcu (približno zbog mogućih nepreciznosti u procesu mjerenja), to znači da je osvijetljena površina A obrnuto proporcionalna s cos α:

$$1/A \sim \cos\alpha \qquad (8)$$

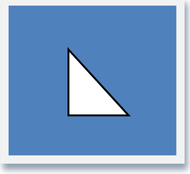
Prema I. dijelu praktičnog zadatka i dobivenim eksperimentalnim rezultatima možemo tada iz relacije (8) zaključiti:

$$E \sim \cos\alpha \qquad (9)$$

Izraz (8) eksperimentalni je dokaz definicije osvijetljenosti (1), a izraz (9) odnosi se na relacije (2) i (3).
Za dva boda dovoljno naznačiti relacije (8) i (9).

i) napravite odgovarajuću skicu s naznačenim fizikalnim veličinama .... 1 bod

Eksperimentalni set ostaje postavljen na isti način kao i u I. dijelu, samo što je sada sugestija za izmjenom oblika otvora prvog zaslona – to bi sada trebao biti pravokutni trokut – i kod drugog zaslona, obzirom da je potrebno nekoliko puta promijeniti kut, potrebno je mjeriti taj kut kutomjerom.



Slika 3. Prijedlog otvora u obliku pravokutnog trokuta na prvom zaslonu

Za 1 bod treba uz skicu u I. dijelu praktičnog rada (Slika 1) prikazati i koje su promjene vršene na prvom i drugom zaslonu, tj. koji zaslon treba rotirati pri svakom mjerenju.

j) ukratko opišete način vršenja mjerenja .... 1 bod

Uz određenu jakost izvora svjetlosti I i određene iste udaljenosti oba zaslona od izvora svjetlosti mjerenja započinjemo tako da je drugi zaslon okomit na optičku os. Izmjerimo veličine pomoću kojih možemo odrediti osvijetljenu površinu. Ako je u pitanju trokut, tada površinu trokuta možemo izračunati na poznati način pomoću baze i visine trokuta.
Tijekom I. i II. dijela praktičnog rada pomoću krojačkog metra kojeg smo selotejpom pričvrstili na stolu možemo dobiti pravac na kojeg zatim postavljamo dijelove eksperimentalnog seta: izvor svjetlosti, prvi i drugi zaslon.
Zatim drugi zaslon zakrenemo za određeni manji kut i ponovimo mjerenje veličina pomoću kojih ćemo odrediti osvijetljenu površinu.
Oba zaslona, kao i u I. dijelu praktičnog rada, treba jednostavno učvrstiti u valjak plastelina koji služi kao stalak i koji se po potrebi može pažljivo zakretati za određeni kut. Kutomjerom mjerimo kut zakretanja drugog zaslona Z_2 u odnosu na optičku os.
Priznaje se i svaki drugi način rada koji dovodi do pravilnog fizikalnog zaključivanja.

k) tablično prikažete rezultate mjerenja .... 2 boda

Za dva boda treba biti jasno organizirana struktura tablice iz koje je vidljiv redni broj mjerenja, kut zakretanja drugog zaslona i mjerene veličine pomoću kojih se određuje osvijetljena površina.

l) ponovite postupak, mjerenja i grafičku analizu za drugu udaljenost drugog zastora od izvora svjetlosti .... 4 boda

Drugi zaslon pomaknemo na drugu udaljenost i ponovimo postupak kojemu je krajnji cilj crtanje grafičkog prikaza ovisnosti $1/A$ o $\cos \alpha$.

III. m) analizirate dobivene eksperimentalne rezultate tako da navedete što sve utječe na preciznost dobivenih eksperimentalnih rezultata .... 1 bod

Prema stečenom eksperimentalnom iskustvu, potrebno je navesti barem dvije komponente koje su utjecale na preciznost mjerenja i crtanja grafičkog prikaza.
Ovdje je moguće istaknuti kako za mjerenja nije bila potrebna pomična mjerka, osim u slučaju kad je pomoću nje moguće preciznije odrediti udaljenost od zaslona izvora svjetlosti do same točke od koje počinje put svjetlosti, no to se manje precizno može odrediti i pomoću ravnala.

n) zaključno povežite dobivene grafičke prikaze sa odgovarajućim algebarskim izrazom vezanim za osvijetljenost i definirate odgovarajuću mjernu jedinicu .... 3 boda

Na kraju svakog eksperimentalnog rada potrebno je izvesti zaključke, tj. povezati eksperimentalne rezultate sa teorijskom podlogom.
Po jedan bod odnosi se na dobivene eksperimentalne relacije ovisnosti mjerenih i određenih veličina u I. i II. dijelu praktičnog rada: (7) i (8), te zatim za treći bod povezati sve sa nekim od oblika definicije osvijetljenosti (1), (2) ili (3) i na taj način dokazati zadovoljavajuću preciznost primijenjene eksperimentalne metode i izvršenih mjerenja.

Ukupno: ……………………………………………………………………………30 bodova