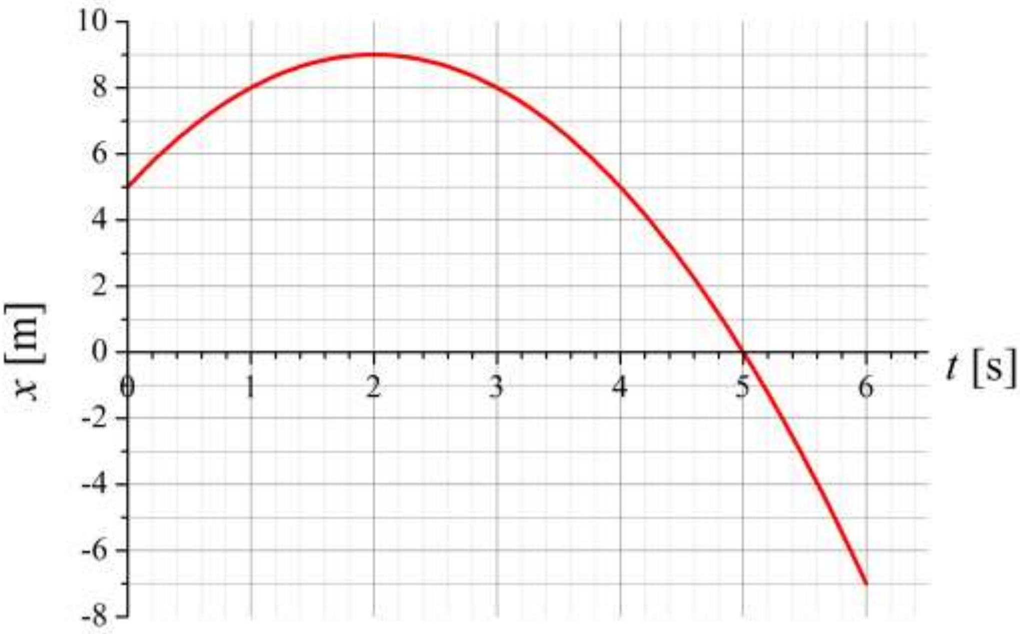
ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 23. veljače 2015.

Srednje škole – 1. skupina

Zadatak 1 (10 bodova)

Tijelo se giba jednoliko ubrzano duž x-osi. Na grafu je prikazana ovisnost položaja tijela o vremenu. Odredite:

a) početni položaj tijela (položaj u trenutku $t = 0$),
b) iznos i smjer početne brzine tijela (brzine u trenutku $t = 0$),
c) iznos i smjer ubrzanja tijela,
d) iznos i smjer brzine tijela u trenutku prolaska kroz ishodište,
e) srednju brzinu tijela po putu u šest sekundi gibanja s početkom u $t = 0$ s prikazanih na grafu.



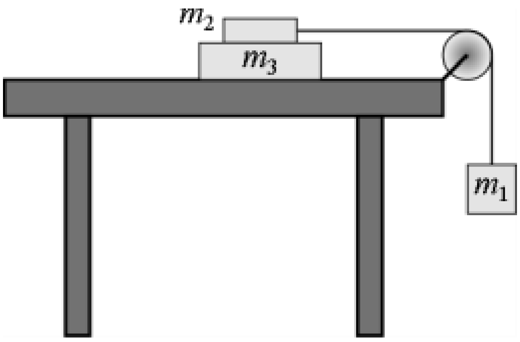
Zadatak 2 (10 bodova)

Dva automobila jednakih masa voze u istom smjeru jedan iza drugog po ravnoj cesti jednakom stalnom brzinom 72 km/h. Razmak između automobila iznosi 250 m. U nekom trenutku prvi automobil počne kočiti te mu se brzina jednoliko smanjuje. Radi nepažnje vozač drugog automobila ne primjećuje da prvi automobil smanjuje brzinu te nastavlja voziti jednolikom brzinom. U određenom trenutku automobili se sudare te se nakon sudara gibaju zajedno. Brzina automobila nakon sudara je za 25% manja od početne brzine automobila. Izračunajte:

a) brzinu prvog automobila neposredno prije sudara,
b) iznos i smjer ubrzanja prvog automobila,
c) koliki je put prešao pojedini automobil od početka kočenja prvog automobila do trenutka sudara,
d) koliki se postotak ukupne kinetičke energije automobila neposredno prije sudara pretvorio u druge oblike energije prilikom sudara.

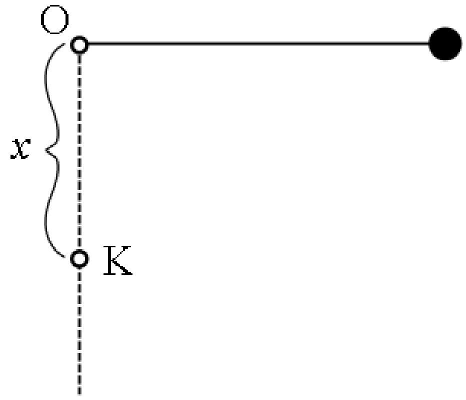
Zadatak 3 (10 bodova)

Tijela mase m_1 = 1 kg i mase m_2 = 2 kg povezani su nerastezljivim užetom zanemarive mase preko koloture zanemarive mase. Tijelo mase m_2 nalazi se na tijelu mase m_3 = 3 kg, a cijeli sustav nalazi se na nepomičnom stolu. Koliki treba biti koeficijent statičkog trenja između tijela masa m_2 i m_3 te koeficijent dinamičkog trenja između tijela mase m_3 i stola da se cijeli sustav giba istom stalnom brzinom?



Zadatak 4 (10 bodova)

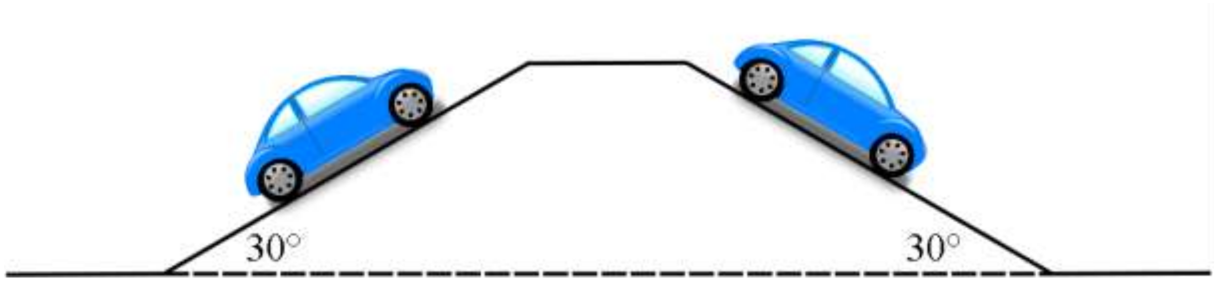
Kuglica mase m pričvršćena je na nit duljine l = 50 cm, čiji je drugi kraj učvršćen u točki O. Kuglica je otklonjena iz ravnotežnog položaja u položaj, u kojem je nit horizontalna, te je puštena da se giba. Na kojoj najmanjoj udaljenosti x ispod objesišta O treba postaviti klin K oko kojeg se kuglica na niti giba nakon prolaska kroz ravnotežni položaj tako da kuglica napravi puni krug u vertikalnoj ravnini?



Zadatak 5 (10 bodova)

Automobil mase 1200 kg vozi uz kosinu nagiba 30° u odnosu na horizontalu stalnom brzinom 45 km/h. Ukupna sila trenja, koja usporava automobil, opisana je koeficijentom trenja 0.2, koji je jednak na svim dijelovima puta.

a) Izračunajte snagu motora.
b) Automobil se popne na vrh kosine te se nakon horizontalnog dijela puta počne spuštati niz kosinu. Brzina automobila se ne mijenja za vrijeme gibanja po horizontalnom dijelu puta. Ako se želi nastaviti gibati jednakom stalnom brzinom niz kosinu može li vozač isključiti motor? Treba li koristiti kočnice? Izračunajte snagu koja se pritom troši.



ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 23. veljače 2015.

Srednje škole – 1. skupina

Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (10 bodova)

Sa $x(t)$ grafa se očita položaj tijela u t = 0: $x(0)$ = 5 m **(1 bod)**
Tijelo se giba jednoliko usporeno, odnosno jednoliko ubrzano s negativnim ubrzanjem, pa možemo pisati da položaj ovisi o vremenu kao:

$x(t) = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2}at^2$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem x_0 = 5 m te dva para točaka (t, $x(t)$), koji se očitaju s grafa, može se izračunati početna brzina v_0 i ubrzanje a.

$x(1\,\mathrm{s}) = (8\,\mathrm{m}) = (5\,\mathrm{m}) + v_0(1\,\mathrm{s}) - \frac{1}{2}a(1\,\mathrm{s})^2$

$x(2\,\mathrm{s}) = (9\,\mathrm{m}) = (5\,\mathrm{m}) + v_0(2\,\mathrm{s}) - \frac{1}{2}a(2\,\mathrm{s})^2$ **(2 boda)**

Rješavanjem prethodnog sustava jednadžbi dobije se:
$v_0 = 4\,\mathrm{m/s}$, odnosno početna brzina iznosi 4 m/s u $+x$ smjeru. **(1 bod)**
$a = -2\,\mathrm{m/s^2}$, odnosno ubrzanje iznosi 2 m/s^2 u $-x$ smjeru. **(1 bod)**
Brzina u trenutku prolaska kroz ishodište je:
$v(t) = v_0 - at$ **(1 bod)**
$v(5\,\mathrm{s}) = (4\,\mathrm{m/s}) - (2\,\mathrm{m/s^2})(5\,\mathrm{s}) = -6\,\mathrm{m/s}$, odnosno iznosi 6 m/s u $-x$ smjeru **(1 bod)**
Srednja brzina po putu jednaka je:

$\bar{v} = \frac{\text{ukupan prijedjeni put}}{\text{ukupno vrijeme}} = \frac{(9-5)\,\mathrm{m} + 9\,\mathrm{m} + 7\,\mathrm{m}}{6\,\mathrm{s}} = \frac{20\,\mathrm{m}}{6\,\mathrm{s}} = 3.33\,\mathrm{m/s}$ **(2 boda)**

Zadatak 2 (10 bodova)

Brzina kojom se automobili zajedno gibaju nakon sudara jednaka je:
$V = v_0 - 0.25v_0 = 15\,\mathrm{m/s}$ **(1 bod)**
Zakon očuvanja količine gibanja za sudar automobila je:
$mv_0 + mv_1 = 2mV$ **(2 bod)**
Slijedi da je brzina prvog automobila neposredno prije sudara jednaka:
$v_1 = 2V - v_0 = 10\,\mathrm{m/s}$ **(1 bod)**
Gledano iz sustava drugog automobila, prvi automobil se giba prema njemu jednoliko ubrzano, a ubrzanje je dano s:

$250\,\mathrm{m} = \frac{1}{2}at^2$, $v_1 = at \Rightarrow 250\,\mathrm{m} = \frac{v_1^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{v_1^2}{2 \cdot 250\,\mathrm{m}} = 0.2\,\mathrm{m/s^2}$ **(2 boda)**

Prvi automobil je prešao put:

$s_1 = v_0\frac{v_1}{a} - \frac{v_1^2}{2a} = 750\,\mathrm{m}$ **(1 bod)**

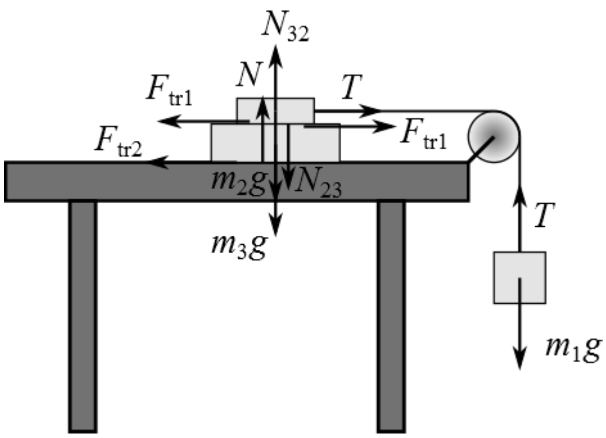
Drugi automobil je prešao put:
$s_2 = s_1 + 250\,\mathrm{m} = 1000\,\mathrm{m}$ **(1 bod)**
Zakon očuvanja energije za sudar automobila glasi:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 = Q + \frac{1}{2}2mV^2$$ **(1 bod)**

Iz čega slijedi:

$$\frac{Q}{E_{k,pocetna}} = \frac{v_0^2 + v_1^2 - 2V^2}{v_0^2 + v_1^2} = 0.1$$, odnosno 10% **(1 bod)**

Zadatak 3 (10 bodova)



S obzirom da se sustav giba stalnom brzinom, zbroj svih sila na svako tijelo jednak je nuli.

Za tijelo mase m_1 vrijedi:

$0 = m_1g - T$ **(1 bod)**

Za tijelo mase m_2 vrijedi:

$0 = T - F_{tr1}$ **(1 bod)**

$0 = m_2g - N_{32}$ **(1 bod)**

Za tijelo mase m_3 vrijedi:

$0 = F_{tr1} - F_{tr2}$ **(1 bod)**

$0 = m_3g + N_{23} - N$ **(1 bod)**

Prema trećem Newtonovom zakonu vrijedi $N_{32} = N_{23}$ **(1 bod)**

Pojedine sile trenja jednake su:

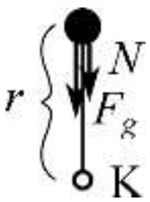
$F_{tr1} = \mu_1 N_{32} = \mu_1 m_2 g$ **(1 bod)**

$F_{tr2} = \mu_2 N = \mu_2 (m_2 + m_3) g$ **(1 bod)**

$$F_{tr1} = T = m_1 g \Rightarrow m_1 g = \mu_1 m_2 g \Rightarrow \mu_1 = \frac{m_1}{m_2} = 0.5$$ **(1 bod)**

$$F_{tr2} = F_{tr1} \Rightarrow \mu_2 (m_2 + m_3) g = \mu_1 m_2 g \Rightarrow \mu_2 = \mu_2 \frac{m_2}{m_2 + m_3} = 0.5\frac{2}{5} = 0.2$$ **(1 bod)**

Zadatak 4 (10 bodova)



Kada kuglica radi krug u vertikalnoj ravnini, u najvišoj točki putanje na kuglicu djeluje težina i napetost niti. U graničnom slučaju napetost niti jednaka je nuli pa vrijedi:

$$F_{cp} = \frac{mv^2}{r} = mg$$ **(2 boda)**

Slijedi da je polumjer kruženja $r = \frac{v^2}{g}$ **(1 bod)**, gdje je v brzina u najvišoj točki, koju možemo izračunati iz zakona očuvanja energije:

$$\frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mg2r \Rightarrow v^2 = v'^2 - 4gr$$ **(2 boda)**

Gdje je v' brzina u najnižoj točki putanje koju izračunamo iz zakona očuvanja energije:

$$mgl = \frac{1}{2}mv'^2 \Rightarrow v' = \sqrt{2gl}$$ **(2 boda)**

Uvrštavanjem u prethodni zakon očuvanja energije dobije se:

$v^2 = 2gl - 4gr$ **(1 bod)**

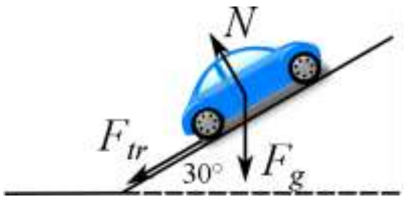
Uvrštavanjem u izraz za polumjer kruženja slijedi:

$r = 2l - 4r \;\;\Rightarrow\;\; 5r = 2l \;\;\Rightarrow\;\; r = \frac{2}{5}l$ **(1 bod)**

Pa je udaljenost od objesišta do klina jednaka:

$x = l - r = \frac{3}{5}l = 30\,\text{cm}$ **(1 bod)**

Zadatak 5 (10 bodova)



Kada se automobil giba uz kosinu, na njega djeluju sile prikazane na slici.

Primjenom 2. Newtonovog zakona ukupna sila u smjeru paralelnom kosini je:

$F = \frac{1}{2}mg + F_{tr}$ **(1 bod)**

Ukupna sila na automobil u smjeru okomitom na kosinu je:

$0 = N - \frac{\sqrt{3}}{2}mg$ **(1 bod)**

Sila trenja jednaka je:

$F_{tr} = \mu N = \mu \frac{\sqrt{3}}{2}mg$ **(1 bod)**

Slijedi da je ukupna sila na automobil:

$F = \frac{1}{2}\left(1 + \mu\sqrt{3}\right)mg$ **(1 bod)**

Ako se automobil giba stalnom brzinom uz kosinu, motor automobila razvija snagu:

$P = Fv = \frac{1}{2}\left(1 + \mu\sqrt{3}\right)mgv = 99062\,\text{W}$ **(2 boda)**

Kada se automobil giba niz kosinu, sila trenja ima suprotan smjer pa je ukupna sila na automobil jednaka:

$F = \frac{1}{2}\left(1 - \mu\sqrt{3}\right)mg$ **(2 boda)**

S obzirom da je $1 - \mu\sqrt{3} = 0.654 > 0$ ukupna sila na automobil je različita od nule i ima smjer niz kosinu što znači da bi automobil ubrzavao te mora kočiti, ako se želi nastaviti gibati stalnom brzinom. **(1 bod)**

Snaga koja je troši u kočnicama jednaka je:

$P = Fv = \frac{1}{2}\left(1 - \mu\sqrt{3}\right)mgv = 48088\,\text{W}$ **(1 bod)**

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 23. veljače 2015.

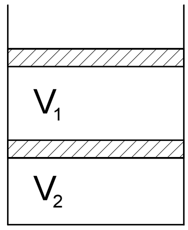
Srednje škole – 2. skupina

1. zadatak (10 bodova)
Kugla se sastoji od dva dijela: oko središta od nepoznatog materijala omotan je srebrni plašt. Težina kugle u zraku je 39 N. Ako se kugla objesi na nit koja visi na stalku te uroni potpuno u vodu, napetost niti je 28 N. Ako se zatim kugla potpuno uroni u nepoznatu tekućinu, napetost niti je 19 N. Gustoća vode je 1000 kg/m^3, a srebra 10500 kg/m^3.

a) Izračunajte gustoću nepoznate tekućine
b) Ako se makne nit i srebrni plašt, preostala kugla će u nepoznatoj tekućini lebdjeti. Izračunajte volumen srebrnog plašta

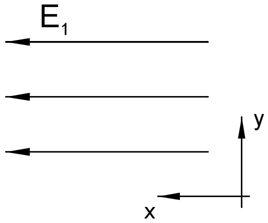
2. zadatak (10 bodova)
Na slici je prikazana cilindrična posuda s dva klipa. U gornjem (V_1) i donjem (V_2) dijelu posude nalazi se jednaka masa istog idealnog plina. Klipovi su zanemarive debljine i mogu kliziti bez trenja uz stijenke posude. Težina svakog klipa je 10 N. Cijeli sustav je na sobnoj temperaturi. Ukupni volumen koji zauzima plin (V_1 + V_2) je 0.005 m^3. Atmosferski tlak je 10^5 Pa. Površina dna posude je 0.001 m^2.

a) Izračunajte volumen plina u gornjem i donjem dijelu posude
b) Izračunajte koliki će volumen zauzimati plin nakon što donji klip izvučemo (izotermno).

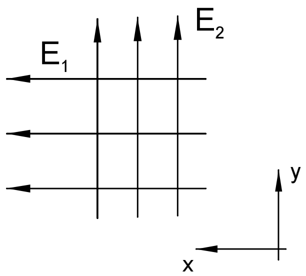


3. zadatak (10 bodova)
Točkasti naboj q = 1.6 10^{-19} C, mase m = 1.67 10^{-27} kg , miruje u homogenom električnom polju E_1 = 100 V/m čije su silnice prikazane na slici a). U jednom trenutku naboj se pusti da se slobodno giba.

a) Izračunajte brzinu naboja nakon što prijeđe udaljenost d = 0.1 m
b) U trenutku kada je naboj udaljen za d od početne točke mirovanja, uključi se dodatno homogeno električno polje E_2 = 200 V/m čije su silnice okomite na smjer polja E_1 (slika b)). Izračunajte brzinu naboja q nakon vremena t = 1 μs od uključenja polja E_2. Pri tome je polje E_1 cijelo vrijeme uključeno



a)



b)

4. zadatak (10 bodova)
Živin stakleni termometar ima spremnik volumena V = 0.90 cm^3 na temperaturi 0°C. Izračunajte razmak između oznaka na skali termometra koje označavaju temperaturnu razliku od 1°C, ako je polumjer kapilare 0.2 mm. Skala termometra je nacrtana na materijalu čije toplinsko širenje zanemarujemo. Također, zanemarite toplinsko širenje kapilare. Koeficijent toplinskog volumnog širenja stakla je $24\cdot10^{-6}$ K^{-1}, a žive $180\cdot10^{-6}$ K^{-1}.

5. zadatak (10 bodova)
Određenoj količini dvoatomnog idealnog plina (γ = 1.4, C_p = 7R/2) želimo volumen smanjiti x puta. Odredite omjer rada pri adijabatskoj i rada pri izobarnoj kompresiji.

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 23. veljače 2015.

Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. zadatak (10 bodova)

G = 39 N, $F_{N,voda}$ = 28 N, $F_{N,tek}$ = 19 N, ρ_{voda} = 1000 kg/m^3, $\rho_{plašt}$ = 10500 kg/m^3, g = 10 m/s^2

a) $F_{N,voda} = G - F_{u,voda}$ i $F_{N,tek} = G - F_{u,tek}$ **(2 boda)**

Sila uzgona: $F_{u,voda} = Vg\rho_{voda}$ i $F_{u,tek} = Vg\rho_{tek}$ **(1 bod)**

Rješenja gornjeg sustava: $\rho_{tek} = 1818.18$ kg/m^3 **(2 boda)**

$V = 0.0011$ m^3

b) Gustoća središnjeg dijela kugle jednaka je gustoći nepoznate tekućine ($\rho_{sredina} = 1818.18$ kg/m^3). **(1 bod)**

Masa kugle: $\frac{G}{g} = V_{plašt}\rho_{plašt} + V_{sredina}\rho_{sredina}$ **(1 bod)**

Volumen kugle: $V = V_{plašt} + V_{sredina}$ **(1 bod)**

Rješavanjem sustava od dvije jednadžbe s dvije nepoznanice (volumen sredine i volumen plašta) dobije se:

$V_{plašt} = 0{,}000219\,\mathrm{m}^3 \quad (za\ \mathrm{g} = 9.81\,\mathrm{m/s2}, V_{plašt} = 0{,}000223\mathrm{m}^3)$ **(2 boda)**

2. zadatak (10 bodova)

$p_{at} = 10^5$ Pa, $S = 0.001$ m^2, $G = 10$ N, V = 0.005 m^3

a) $p_{at} + \frac{G}{S} = p_1$ **(1 bod)**

$p_1 + \frac{G}{S} = p_2$ **(1 bod)**

$p_1 = 110000\mathrm{Pa} \quad p_2 = 120000\mathrm{Pa}$

Primjenom jednadžbe stanja idealnog plina:

(*) $p_1V_1 = nRT$ i $p_2V_2 = nRT$

dobiva se $\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}$ **(1 bod)**

$V_1 + V_2 = V$

Rješenja sustava kojeg čine zadnje dvije napisane jednadžbe su:

$V_1 = 0.00261\,\mathrm{m}^3$ **(1 bod)**

$V_2 = 0.00239\,\mathrm{m}^3$ **(1 bod)**

b) Tlak plina će biti: $p_1 = 110000\mathrm{Pa}$ **(1 bod)**

$p_1V' = 2nRT$ **(2 bod)**

Uzevši u obzir (*) dobiva se: $V' = \frac{2nRT}{p_1} = \frac{2p_1V_1}{p_1} = 2V_1$ **(1 bod)**

$V' = 0.00522\,\mathrm{m}^3$ **(1 bod)**

3. zadatak (10 bodova)

q = 1.6 10^{-19} C, m = 1.67 10^{-27} kg, E_1 = 100 V/m, d = 0.1 m, E_2 = 200 V/m, t = 0.000001 s:

a) Promjena kinetičke energije jednaka je iznosu obavljenog rada:

$$\frac{mv^2}{2} = q(E_1 d)$$ **(2 boda)**

$$v = \sqrt{\frac{2qE_1 d}{m}} = 43774\ \text{m/s} \approx 4.38 \cdot 10^4\ \text{m/s}$$ **(1 bod)**

b) $$v_x = v + a_x t$$ **(1 bod)**

$$v_y = a_y t$$ **(1 bod)**

$$a_x = \frac{qE_1}{m} \quad \text{i} \quad a_y = \frac{qE_2}{m}$$ **(1 bod)**

$$v(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$ **(1 bod)**

Konačno: $$v(t) = \sqrt{v^2 + 2v\frac{qE_1}{m}t + \frac{q^2E_1^2}{m^2}t^2 + \frac{q^2E_2^2}{m^2}t^2}$$ **(2 bod)**

$$v(t = 1\mu s) = 56691\ \text{m/s} \approx 5.67 \cdot 10^4\ \text{m/s}$$ **(1 bod)**

4. zadatak (10 bodova)

V_o = 0.90 cm^3 , Δt = 1°C, r = 0.2 mm, γ_{staklo} = 24·10^{-6} K^{-1}, $\gamma_{živa}$ = 180·10^{-6} K^{-1}

Volumen stakla i volumen žive povećava se s temperaturom:

$$V_i(t) = V_0(1 + \gamma_i t) \quad i = staklo, živa$$

$$\Delta V_i = V_o \gamma_i \Delta t \quad i = staklo, živa$$ **(2 boda)**

$$\Delta V = \Delta V_{živa} - \Delta V_{staklo}$$ **(2 boda)**

$$\Delta V = V_o \Delta t(\gamma_{živa} - \gamma_{staklo}) = 1.404 \cdot 10^{-10}\ \text{m}^3$$ **(3 boda)**

$$\Delta l = \frac{\Delta V}{S} = \frac{\Delta V}{r^2\pi}$$ **(1 bod)**

$$\Delta l = \frac{1.404 \cdot 10^{-10}\ \text{m}^3}{1.256 \cdot 10^{-7}\ \text{m}^2} = 0.00112\ \text{m} = 1.12\ \text{mm}$$ **(2 boda)**

5. zadatak (10 bodova)

Početno stanje plina: p, V, T

Konačno stanje za izobarnu kompresiju: p, V/x, T_1

Konačno stanje za adijabatsku kompresiju: p_2, V/x, T_2

Rad plina za izobaran proces: $W_1 = p\Delta V = p(\frac{V}{x} - V) = pV(\frac{1}{x} - 1)$ **(2 boda)**

Tijekom adijabatskih procesa nema izmjene topline ($Q = 0$) pa je rad plina**:**

$$W_2 = Q - \Delta U = -\Delta U$$ **(1 bod)**

$$= -nC_V \Delta T$$ **(1 bod)**

$$\Delta T = \frac{p_2 \frac{V}{x}}{nR} - \frac{pV}{nR} = \frac{V}{nR}(\frac{p_2}{x} - p)$$ **(1 bod)**

Za adijabatski proces vrijedi:

$$pV^{\gamma} = p_2\left(\frac{V}{x}\right)^{\gamma} \quad \text{tj.} \quad p_2 = px^{\gamma}$$ **(1 bod)**

pa je promjena temperature: $\Delta T = \frac{V}{nR}\left(\frac{px^{\gamma}}{x} - p\right) = \frac{pV}{nR}(x^{\gamma-1} - 1)$

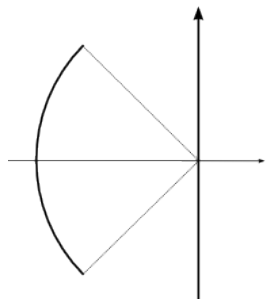
a rad: $W_2 = -C_V \frac{pV}{R}(x^{\gamma-1} - 1)$ **(2 bod)**

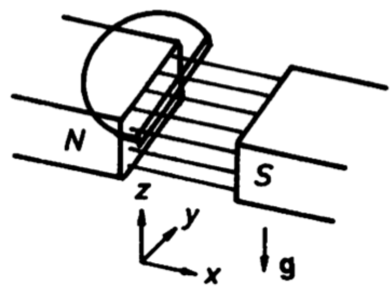
Omjer radova: $\frac{W_1}{W_2} = \frac{R(x^{-1} - 1)}{-C_V(x^{\gamma-1} - 1)}$ **(1 bod)**

Uzevši u obzir $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$: $\frac{W_1}{W_2} = \frac{2(x^{-1} - 1)}{5(1 - x^{0.4})} = \frac{2(1 - x)}{5x(1 - x^{0.4})}$ **(1 bod)**

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 23. veljače 2015.
Srednje škole – 3. skupina

1. zadatak (11 bodova)
Tri paralelne beskonačne žice leže u x-y ravnini tako da su im jednadžbe pravaca zadane s $y=-a\sqrt{3}$, $y=0$ i $y=a\sqrt{3}$. Kroz sve žice teku struje u smjeru pozitivne osi x. Kako izgleda magnetsko polje za proizvoljnu točku u x-y koordinatnom sustavu čije su koordinate (x_0, y_0)? U kojim točkama iščezava magnetsko polje?

2. zadatak (11 bodova)

Elektron (iz nama nepoznatog razloga) titra tako da mu se kut koji zatvara s osi $-x$ mijenja harmonijski kružnom frekvencijom ω. Elektron se giba po kružnom luku polumjera r koji zatvara kut od 90^0 i leži u x-y ravnini kao na slici. Skicirani polumjeri zatvaraju kut od 45^0 s osi y. Ravninom prolazi beskonačna žica položena duž osi y kojom teče struja I prema gore. Elektron se u trenutku $t=0$ nalazi na koordinati $(-r,0)$ i ima smjer brzine prema gore. Odredite iznos magnetskog polja na koordinatama kojima se giba elektron te iznos i smjer Lorentzove sile kojom žica djeluje na elektron u proizvoljnom trenutku t.

3. zadatak (9 bodova)


Ravni komad žice usmjeren je duž osi y i pušten da pada u gravitacijskom polju kroz homogeno magnetsko polje iznosa B kao na slici. Žica ima masu po jedinici duljine λ i otpor po jedinici duljine ρ. Duljina ravnog komada žice jednaka je širini polja. Krajevi žice spojeni su vrlo dugim bezmasenim vodičem zanemariva otpora, koji ni u jednom trenutku padanja ne prolazi kroz magnetsko polje (za potrebe zadatka skiciran, no zamislite da je njegov utjecaj beznačajan). U nekom trenutku žica postigne stalnu brzinu propadanja v. Kolika struja teče kroz žicu? Odgovor izrazite pomoću B, v i ρ. Kolikog je iznosa stalna brzina propadanja? Odgovor izrazite pomoću B, λ i ρ.

4. zadatak (9 bodova)
Crna kutija s 2 terminala sadrži otpornik otpora R, idealnu zavojnicu induktiviteta L i kapacitor kapaciteta C. Kad se na terminale spoji baterija od $9V$ kroz nju teče struja od $9mA$. Nacrtajte moguće sklopove koji se nalaze u kutiji. Kad se na terminale spoji izvor izmjeničnog napona, primjećuje se da struja poprima iznos od $6mA$ pri frekvenciji izvora iznosa $1000Hz$. Je li moguće odrediti iznose otpora, induktiviteta i kapaciteta elemenata? Ako da, koliki su? Ako ne, zašto?

5. zadatak (10 bodova)
Usmjereni izvor zvučnih valova frekvencije f i prijamnik smješteni su na istoj okomici na zid. Izvor i prijamnik miruju, a zid se udaljava od prijamnika brzinom c/n, pri čemu je c brzina zvuka u zraku. Koliki mora biti n kako bi prijamnik čuo frekvencije koje se razlikuju za faktor 2?

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 23. veljače 2015.
Srednje škole – 3. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (11 bodova)

Pretpostavimo da se nalazimo u nekoj točki (x_0, y_0) koordinatnog sustava. Primjetimo da magnetsko polje od pojedine žice u bilo kojoj točki gleda okomito na ravninu **(1 bod).** Jakost magnetskog polja u nekoj točki u prostoru ovisi samo o udaljenosti od pojedine žice i dana je izrazom B=$\mu_0 I/(2d\pi)$, dok je smjer određen pravilom desne ruke. **(2 boda).** Možemo razlikovati 4 područja, gledano odozgo: iznad gornje žice, između gornje i srednje žice, između srednje i donje žice te ispod donje žice. Po područjima vrijedi:

a.) iznad gornje žice ($y_0 > a\sqrt{3}$). Vidimo prema pravilu desne ruke da su polja od svih žica usmjerena iz ravnine. Znajući udaljenosti žica od točke gledišta, jakost polja jednaka je

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{y_0 - a\sqrt{3}} + \frac{1}{y_0} + \frac{1}{y_0 + a\sqrt{3}}\right) = \frac{3\mu_0 I}{2\pi y_0}\frac{y_0^2 - a^2}{y_0^2 - 3a^2}$$ **(2 boda)**

b.) između gornje i srednje žice ($0 < y_0 < a\sqrt{3}$). Vidimo prema pravilu desne ruke da su polja donje dvije žice usmjerena iz ravnine, dok je polje gornje žice usmjereno u ravninu. Znajući udaljenosti žica od točke gledišta, jakost polja jednaka je

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{y_0} + \frac{1}{y_0 + a\sqrt{3}} - \frac{1}{a\sqrt{3} - y_0}\right) = \frac{3\mu_0 I}{2\pi y_0}\frac{y_0^2 - a^2}{y_0^2 - 3a^2}$$ **(2 boda)**

Funkcijski oblik rješenja b.) isti je kao i onaj rješenja a.), no smjer može biti drugačiji zbog iznosa y_0.

c.) lako se vidi da su donja dva područja postavljena simetrično u odnosu na gornja 2 područja. Stoga, iznos polja će u njima biti istog funkcijskog oblika, no polje će imati suprotan smjer (gleda u ravninu, a ne iz nje). **(2 boda).**

Polje iščezava kad je B=0, tj. kad je $y_0 = \pm a$ **(2 boda).**

2. zadatak (11 bodova)

Na elektron djeluje Lorentzova sila iznosa qv_0B. **(1 bod).** Odredimo najprije smjer i iznos magnetskog polja u pojedinoj točki putanje elektrona. Pravilom desne ruke vidi se da je polje usmjereno iz ravnine gibanja, ako uzmemo u obzir da struja kroz žicu teče prema gore **(1 bod)**. Iznos polja u pojedinoj koordinati jednak je $|\mu_0 I/(2d\pi)|$, pri čemu je d okomita udaljenost od žice, a u ovom slučaju odgovara koordinati *-x* na kojoj se nalazi elektron. **(2 boda).** Povežimo *x* s uvjetima zadanim u zadatku. Vrijedi da je $d = r\cos(\phi)$, pri čemu je ϕ kut koji trenutni položaj zatvara s osi *-x*, s pozitivnim smjerom prema gore **(1 bod, daje se i za analogne definicije kuta, npr. kut s pozitivnom osi x, s osi y, u drugom smjeru itd.)**. Iz uvjeta zadatka taj se kut mijenja harmonijski s frekvencijom *f*. Vidimo da je u početnom trenutku elektron u prolasku kroz položaj ravnoteže (gdje je ϕ jednak nuli) i ima pozitivnu brzinu (jer povećanjem vremena kut ϕ raste). **(1 bod za početne uvjete)** Stoga, možemo pisati da vrijedi $\phi = \frac{\pi}{4} sin(\omega t)$, **(1 bod za izraz ovog tipa)** pa je polje iznosom jednako:

$$B(t) = \left| \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{rcos(\frac{\pi}{4} sin(\omega t))} \right| \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Da bi odredili iznos magnetske sile u proizvoljnom trenutku, potreban nam je iznos brzine elektrona. Kako on harmonijski titra, znamo da je brzina jednaka

$$v = r \cdot brzina\ titranja\ = r\omega \frac{\pi}{4} cos(\omega t) \quad \textbf{(1 bod)}$$

Stoga, iznos sile je jednak:

$$F = |e| \left| r\omega \frac{\pi}{4} sin(\omega t) \right| \left| \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{rcos(\frac{\pi}{4} sin(\omega t))} \right| = \frac{\mu_0 I e}{8} \left| \frac{\omega cos(\omega t)}{cos(\frac{\pi}{4} sin(\omega t))} \right| \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Smjer magnetske sile odredi se pravilom desne ruke i vidi se da je sila usmjerena od središta kružnice kad se elektron giba od dolje prema gore i usmjerena prema središtu kružnice kad se giba od gore prema dolje. **(1 bod)**.

3. zadatak (9 bodova)

Neka žica ima duljinu *L*. Kad pada stalnom brzinom kroz polje, tad je inducirana elektromotorna sila na njoj iznosom jednaka *BLv* **(1 bod)**, otpor joj je jednak R= ρL **(1 bod)**, a struja koja kroz nju teče jednaka je po Ohmovom zakonu $I = BLv/\rho L = Bv/\rho$ **(1 bod).**

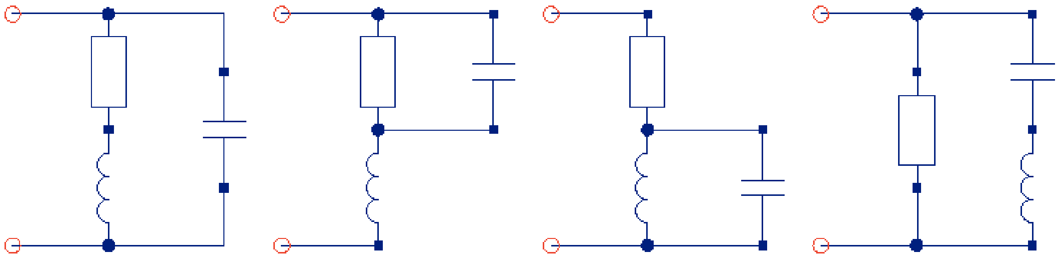
Kako bi našli brzinu propadanja, primijetimo da je za stalnu brzinu propadanja iznos magnetske sile na žicu jednak njenoj težini **(1 bod)**. Iznos magnetske sile jednak je $F = BLI \ = B^2 vL/\rho$ **(2 boda).** Napokon, težinu tijela zapišimo kao $G = mg = \lambda Lg$ **(1 bod)**, pa izjednačavanjem slijedi:

$$\frac{B^2 vL}{\rho} = \lambda Lg \qquad \textbf{(1 bod)} \text{ iz čega slijedi}$$

$$v = \frac{\lambda \rho g}{B^2}\text{. } \textbf{(1 bod)}$$

4. zadatak (9 bodova)

Razmotrimo na koji način mogu biti spojeni elementi u kutiji. Ako su sva 3 elementa spojena serijski, kroz krug neće teći istosmjerna struja, što se kosi s uvjetom zadatka **(1 bod)**. Stoga, vidi se da otpornik mora biti ili spojen serijski sa zavojnicom i paralelno s kapacitorom (3 mogućnosti) ili paralelno sa serijskim spojem zavojnice i kapacitora (1 mogućnost) **(2 boda).** Sheme mogućih sklopova su na slici **(2 boda, po pola za pojedinu shemu)**.



Spajanjem baterije napona *9V*, struja teče samo kroz otpornik i zavojnicu ili samo kroz otpornik. Kako je zavojnica idealna, njen omski otpor je nula. Iz Ohmovog zakona iznos otpora jednak je $R=9V/9mA = 1k\Omega$. **(2 boda)**.

Spajanjem izmjeničnog izvora struja teče kroz obje grane spoja. Načelno, za općenitu frekvenciju izvora moguće je odrediti impedanciju i napisati Ohmov zakon. No, problem s tim pristupom jest da ne znamo za koji sklop odrediti impedanciju te uvrstiti vrijednosti frekvencije i iznosa struje iz zadatka **(1 bod).** Druga ideja koju bi mogli primijeniti jest rezonantni uvjet, no u zadatku ne stoji da je zadana frekvencija rezonantna. Stoga, moguće je odrediti iznos otpora, ali ne i induktiviteta i kapaciteta elemenata. **(1 bod)**

5. zadatak (10 bodova)

Prijamnik detektira dva zvuka: onaj koji dolazi direktno od izvora i onaj koji se reflektira na zidu **(2 boda)**. Frekvencija prvog zvuka jednostavno je jednaka f. **(1 bod)** Drugom zvuku, koji odlazi do zida, prvo biva snižena frekvencija radi odmicanja zida i iznosi:

$$f_2' = f\frac{c-v}{c} = f\frac{c-c/n}{c} = \frac{n-1}{n}f \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Poslije toga se taj zvuk reflektira od zida i prilazi detektoru. **(1 bod)** Pomak u frekvenciji tad je jednak:

$$f_2'' = f_2'\frac{c}{c+v} = f_2'\frac{c}{c+c/n} = \frac{n}{n+1}f_2' = f\frac{n-1}{n+1} \qquad \textbf{(2 boda).}$$

Uvjet koji je postavljen u zadatku jest da se frekvencije razlikuju za faktor 2. Drugim riječima, možemo zahtijevati da je f_2'' jednak $2f$ ili $f/2$. Prvi uvjet vodi na $n=-3$, što je nemoguće **(1 bod)**, a drugi na $n=3$, što je rješenje zadatka. **(1 bod)**.

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 23. veljače 2015.
Srednje škole - 4. skupina

Zadatak 1 (10 bodova)

Žarna nit žarulje i zaslon postavljeni su na stalnu međusobnu udaljenost od 3m. Konvergentna leća postavljena na određeno mjesto između žarulje i zaslona proizvodi oštru sliku žarne niti na zaslonu. Kada se leća s tog položaja pomakne za 1m prema žarulji, opet se dobije oštra slika. Iz ovog eksperimenta odredite:

a) žarišnu daljinu leće
b) veličinu žarne niti, ako se veličina njene slike promijenila za 3cm prilikom opisanog pomaka leće.

Zadatak 2 (10 bodova)

Pomoću interferometra može se vrlo precizno mjeriti indeks loma prozirnih materijala. Izveden je tako da se jedna zraka jednobojne svjetlosti valne duljine 589nm rascijepi na dvije, potom one prolaze svaka duž zatvorene posudicu duljine 10cm i nakon prolaska dvije se zrake dovedu do interferiranja te na zaslonu promatraju svijetle i tamne pruge. Kad je u obje posudice zrak indeksa loma 1,000277, na zaslonu se opaža početna interferentna slika. Zamjenom zraka amonijakom u gornjoj posudici, interferentna slika pomakne se prema gore za 19 pruga. Koliki je indeks loma amonijaka?

Zadatak 3 (10 bodova)

Nedavno je uočeno da se odmotavanjem samoljepljive vrpce s koluta (tzv. selotejp) pojavljuje rentgensko zračenje, a u jednom pokusu uspješno je snimljena i rentgenska slika prsta. Objasnite kako do tog zračenja dolazi prisjećajući se kako rentgenska cijev proizvodi zračenje i imajući u vidu da ljepljiva strana vrpce ima drugačija svojstva zadržavanja naboja nego neljepljiva! Kolika je kinetička energija elektrona koji je proizveo rentgensku zraku valne duljine $8{,}28\cdot10^{-11}$m? Uočeno je da se zračenje javlja u pulsevima koji traju 1ns, a razmak od završetka jednog do početka drugog pulsa je 11ns. Koliko je fotona emitirano tijekom jednog pulsa ako je unutar dugog vremenskog intervala (npr. 1s) izmjerena prosječna snaga emitiranog rendgenskog zračenja 10mW, pretpostavljajući da je svo zračenje navedene valne duljine? Emisija rendgenskog zračenja uočena je prilikom rada u vakuumu. Zbog čega se ne moramo bojati tog zračenja odmatajući selotejp u zraku? Odmatajući selotejp u zraku i mraku možete vidjeti barem slabašnu svjetlost.

Zadatak 4 (10 bodova)

Sunce zrači približno kao crno tijelo temperature 5700K. Bakrena sfera koju možemo smatrati crnim tijelom nalazi se na udaljenosti 1a.j. (astronomska jedinica) od Sunca, a gotovo isto toliko je od Sunca udaljena i Zemlja. Kolika je ravnotežna temperatura sfere? Kutni promjer Sunca gledano sa Zemlje je 0,5°. Kad ne bi bilo stakleničkog učinka i drugih realnosti Zemlje i njene atmosfere, i ona bi postigla toliku temperaturu.

Zadatak 5 (10 bodova)

Francuski fizičar Armand Fizeau vrlo je precizno izmjerio brzinu svjetlosti. Također je eksperimentalno pronašao da u rezervoaru s vodom, koji se u laboratorijskom sustavu giba brzinom V, brzina svjetlosti s obzirom na laboratorijski sustav iznosi $v=c/n+k\cdot V$. n=1,333 je indeks loma vode. On je konstantu k odredio eksperimentalno, a vi je odredite računom preko relativističkih transformacija i usput pokažite da se dobije navedeni izraz za brzinu!

NAPOMENA: Za X<<1 približno vrijedi $1/(1-X)\approx1+X$, $1/(1+X)\approx1-X$, $\sqrt{1-X}\approx1-X/2$.
KONSTANTE: Planckova konstanta $h=6{,}626\cdot10^{-34}$Js, brzina svjetlosti $c=3\cdot10^{8}$m/s, $1\text{eV}=1{,}6\cdot10^{-19}$J.

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE – 23. veljače 2015.
Srednje škole – 4. skupina
Rezultati i smjernice za bodovanje

Zadatak 1. (10 bodova)

Jednadžba za tanku leću je $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{d-x_1}=\frac{1}{f}$, gdje je x_1 udaljenost predmeta od leće, a d-x_1 udaljenost slike od leće, pri čemu su slika i predmet međusobno udaljeni za d. **(1b)**

Rješenja ove kvadratne jednadžbe su $x_1=\frac{d}{2}\pm\sqrt{\frac{d^2}{4}-fd}$. **(1b)**

Drugi položaj pri kojem se također javlja oštra slika određen je s x_2 za koji vrijedi ista jednadžba koja stoga ima i ista rješenja. **(1b)**

Položaji predmeta za koje se javljaju oštre slike razlikuju se za $\sqrt{d^2-4fd}$, što je jednako izmjerenom pomaku leće l. **(1b)**

Slijedi $f=\frac{d^2-l^2}{4d}$=2/3 m. **(1b)**

Udaljenosti leće od žarulje i leće od slike su 2m i 1m prije pomicanja te 1m i 2m nakon pomicanja. **(1b)**
Veličina slike izražena preko veličine žarne niti y je 0,5y prije pomicanja i 2y nakon pomicanja. **(1b)**
Iz zadanog 2y - 0,5y = 3cm dobije se y = 2cm. **(1b)**
Ispravna slika opisane situacije donosi **(2b)**

Zadatak 2. (10 bodova)

Zraka koja prolazi kroz gornju posudu s amonijakom indeksa loma n_a duljine d prijeđe optički put dn_a+l_1, gdje je l_1 duljina puta od mjesta izlaska iz plina do zaslona na mjestu promatrane svijetle pruge. **(1b)**
Zraka koja prolazi kroz donju posudu sa zrakom indeksa loma n_z duljine d prijeđe optički put dn_z+l_2, gdje je l_2 duljina puta od mjesta izlaska iz plina do zaslona na mjestu iste svijetle pruge. **(1b)**
Ispravna slika te situacije donosi **(1b)**
Za slučaj zrak-zrak maksimum reda k javlja se pod uvjetom $dn_z+l_1-dn_z-l_2= l_1-l_2=k\lambda$. **(1b)**
Za slučaj amonijak-zrak maksimum reda k' javlja se pod uvjetom $dn_a+l_1-dn_z-l_2=d(n_a-n_z)+ l_1-l_2=k'\lambda$. **(1b)**
Da bi se za zamjenu zraka amonijakom dogodio pomak od 19 pruga, mora biti k'-k=19. **(2b)**
Stoga je $d(n_a-n_z)=(k'-k)\lambda=19\lambda$. **(2b)**
Slijedi $n_a=n_z+19\lambda/d$=1,000389. **(1b)**

Zadatak 3. (10 bodova)

Odvajanjem jednog sloja vrpce od ostatka koluta dolazi do razdvajanja naboja. Prilikom nakupljanja naboja raste električno polje među plohama vrpci i dolazi do proboja (ionizacija i tok struje) pa elektroni jure prema suprotnoj plohi. Prilikom udara u materijal dolazi do njihovog naglog kočenja pri čemu se emitira elektromagnetsko zračenje. **(3b)**
Kinetička energija elektrona koju je stekao zbog razlike potencijala među razdvojenim plohama pretvori se u energiju izračenog fotona: $E_f = h\nu = hc/\lambda$ = $2{,}4\cdot10^{-15}$ J = 15 keV. (Napon među plohama je stoga 15kV.) **(2b)**
Energija emitirana tijekom jednog perioda (puls+razmak) iznosi $P\Delta t$=10mW·12ns.
Ta energija se emitira tijekom svakog pulsa u obliku $N = P\Delta t/E_f$ = 50000 fotona. **(3b)**
U prisustvu zraka prije se dogodi proboj i energija elektrona je mnogo manja pa nema rentgenskih frekvencija. **(2b)**

Zadatak 4. (10 bodova)

Sunce zrači snagom $P = 4\pi R_S^2 \sigma T_S^4$ (T_S je temperatura površine, a R_S polumjer Sunca). **(1b)**

Intenzitet na udaljenosti d od njegovog središta iznosi $I = \dfrac{4\pi R_S^2 \sigma T_S^4}{4\pi d^2}$. **(1b)**

Sfera apsorbira zračenje kao krug polumjera r, **(1b)**

pa je apsorbirana snaga $P_a = Ir^2\pi = \dfrac{R_S^2 \sigma T_S^4}{d^2} \cdot \pi r^2$. **(1b)**

Sfera zrači jednoliko u svim smjerovima snagu $P_z = 4\pi r^2 \sigma T^4$. **(1b)**

U ravnoteži apsorbirana snaga je emitirana, **(1b)**

pa se iz $P_a = P_z$ dobije $T = T_S \sqrt[4]{\left(\dfrac{R_S}{2d}\right)^2}$. **(1b)**

Kutni promjer Sunca je $\varphi = \dfrac{2R_S}{d}$, koji inače iznosi φ=0,5°=0,008727rad. **(1b)**

Slijedi $T = T_S \dfrac{\sqrt{\varphi}}{2} = 266,2\text{K}$. **(2b)**

Zadatak 5. (10 bodova)

Koordinate u laboratorijskom sustavu su x i t, a u sustavu rezervoara vode x' i t'. Tada vrijede relativističke transformacije $x = \dfrac{x'+Vt'}{\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}}$ i $t = \dfrac{t'+\dfrac{Vx'}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}}$, gdje je V brzina rezervoara u laboratorijskom sustavu i c brzina svjetlosti. **(1b)**

Dijeljenjem ta dva izraza dobije se $v = \dfrac{v'+V}{1+\dfrac{Vv'}{c^2}}$, gdje je v brzina u laboratorijskom sustavu i v' brzina u sustavu rezervoara. **(2b)**

Za V<<c može se uzeti $\dfrac{1}{1+\dfrac{Vv'}{c^2}} \approx 1-\dfrac{Vv'}{c^2}$. **(1b)**

Tada je $v \approx (v'+V)\left(1-\dfrac{Vv'}{c^2}\right) = v'+V-Vv'^2/c^2-V^2v'/c^2$. **(1b)**

$v'=c/n$ je brzina svjetlosti u sustavu rezervoara vode indeksa loma n=1,333. **(1b)**

$Vv'^2 << V^2v'$ pa za brzinu svjetlosti u laboratorijskom sustavu preostaje $v = \dfrac{c}{n} + \left(1-\dfrac{1}{n^2}\right)V$. **(2b)**

$1-1/n^2=0,437$ pa je $v=c/n+0,437\cdot V$, tj. traženi k=0,437. **(2b)**