DRŽAVNI SUSRET I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Biograd na Moru, 2. – 5. svibnja 2013.

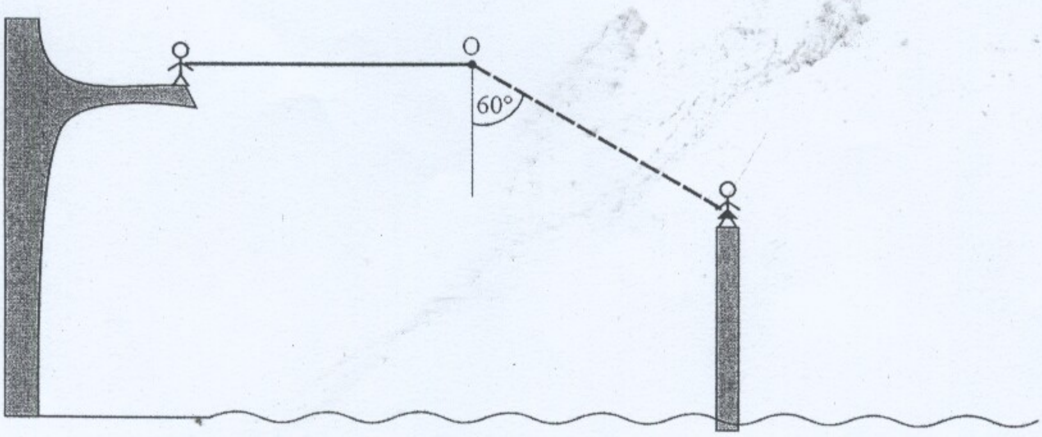
Srednje škole – 1. grupa

Zadatak 1 (17 bodova)

U početnom trenutku Tarzan se nalazi na drvetu, a Jane na mostu, kao što je prikazano na slici. Držeći se za nerastezljivu lijanu zanemarive mase i duljine 9.2 m, čiji je drugi kraj učvršćen u točki O, Tarzan se spušta prema Jane. Kada se nađe na položaju u kojem je lijana označena isprekidanom linijom, Tarzan ispušta lijanu i uhavati Jane. Tarzan i Jane nastavljaju se zajedno gibati te padaju u jezero na horizontalnoj udaljenosti 5.7 m od mosta.

a) Izračunajte brzinu sustava Tarzan+Jane u početnom trenutku njihovog zajedničkog gibanja te skicirajte vektor njihove brzine.
b) Izračunajte visinu mosta.
c) Skicirajte putanju po kojoj su se Tarzan i Jane gibali do pada u jezero.

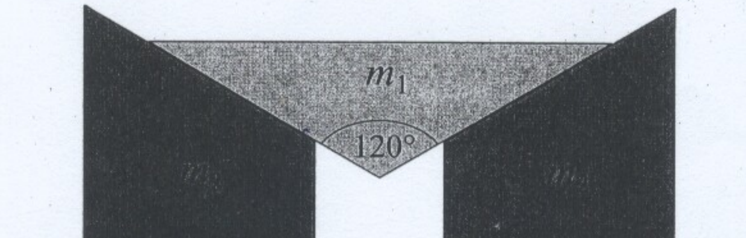
Masa Tarzana je 90 kg, a masa jane je 60 kg. Zanemarite dimenzije Tarzana i Jane te otpor zraka.



Zadatak 2 (18 bodova)

Mali Ivica slaže različita geometrijska tijela na horizontalnoj podlozi. Dva jednaka tijela mase $m_2 = 400$ g postavio je na horizontalnu podlogu, a na njih je stavio tijelo mase $m_1 = 500$ g kao što je prikazano na slici. Trenje između oba tijela mase m_2 i tijela mase m_1 je zanemarivo.

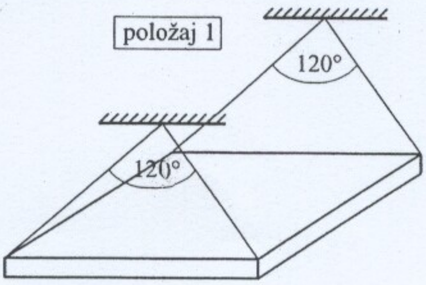
a) Pretpostavite da je trenje između horizontalne podloge i oba tijela mase m_2 zanemarivo te izračunajte iznos i smjer ubrzanja sva tri tijela kojim će se gibati kad ih se pusti iz položaja koji je prikazan na slici.
b) Izračunajte koliki treba biti koeficijent trenja između horizontalne podloge i oba tijela mase m_2 da tri tijela miruju u položaju koji je prikazan na slici.

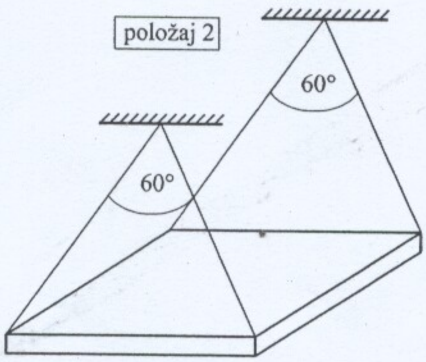


Zadatak 3 (19 bodova)

Pravokutna ploča mase 1.5 kg obješena je pomoću četiri jednake elastične niti zanemarive mase za dva objesišta kao što je prikazano na slici. Objesišta se nalaze točno iznad prednje, odnosno stražnje stranice ploče. U početnom položaju (položaj 1 na slici) ploča miruje, niti zatvaraju kut 120°, a duljina svake niti je 25 cm. Sa visine 1 m iznad gornje stranice ploče puštena je kuglica mase m iz mirovanja. Kuglica pada na središte ploče, a sudar kuglice i ploče je elastičan. Nakon sudara maksimalna visina, koju kuglica postiže, je 0.25 m iznad gornje stranice ploče u početnom položaju. Na minimalnoj visini, na koju se ploča spušta nakon sudara, niti zatvaraju kut 60° (položaj 2 na slici). Produljenje elastičnih niti određeno je Hookovim zkonom, odnosno produljenje je proporcionalno sili koja rasteže nit. Uzmite da je $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

a) Izračunajte masu kuglice.
b) Izračunajte konstantu elastičnosti niti.

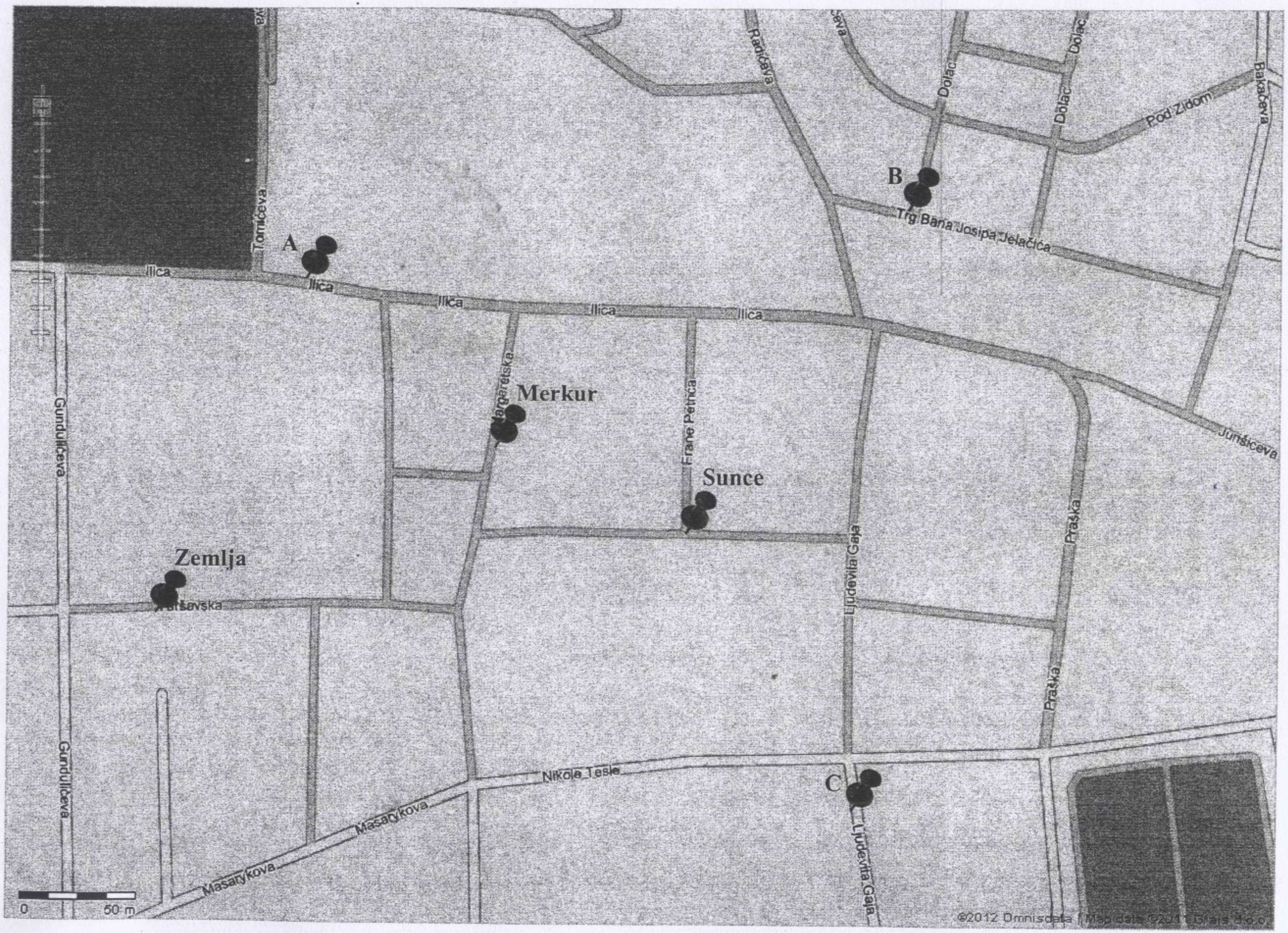




Zadatak 4 (16 bodova)

Skulptura *Prizemljeno Sunce* djelo je akademskog kipara Ivana Kožarića, a nalazi se u užem središtu Zagreba u Bogovićevoj ulici. Skulptura ima oblik kugle te predstavlja model Sunca. Na širem području Zagreba smješten je i model cijelog Sunčevog sustava – umjetnička instalacija *Devet pogleda* čiji je autor Davor Preis. Udaljenost svakog „prizemljenog“ planeta Sunčevog sustava od Prizemljenog Sunca umanjena je za faktor k_1 u odnosu na stvarnu prosječnu udaljenost pojedinog planeta od Sunca. Također, uzimajući u obzir promjer Prizemljenog Sunca i stvarnog Sunca, promjeri „prizemljenih“ planeta umanjeni su za faktor k_2 u odnosu na stvarne promjere planeta. Na priloženoj karti označeni su položaji Prizemljenog Sunca, „prizemljenog“ Merkura i „prizemljene“ Zemlje. Period obilaska Zemlje oko Sunca iznosi 365.26 dana, a period obilaska Venere oko Sunca iznosi 224.7 dana. Pretpostavite da se planeti gibaju po kružnim putanjama oko Sunca, sa Suncem u središtu kružnice. Masa Zemlje je $5.97\cdot10^{24}$ kg, masa Sunca je $1.989\cdot10^{30}$ kg, gravitacijska konstanta je $G = 6.67\cdot10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$.

a) Izračunajte polumjer Zemljine putanje oko Sunca. Koristeći kartu odredite faktor k_1 za koji su umanjene udaljenosti planeta od Sunca u zagrebačkom modelu Sunčevog sustava.
b) Odredite koji od označenih položaja A, B, C odgovara položaju „prizemljene“ Venere.
c) Izračunajte period obilaska Merkura oko Sunca.
d) „Prizemljeni“ planeti izrađeni su od nehrđajućeg čelika gustoće 7900 kg/m^3. Izračunajte kolika bi trebala biti gustoća materijala od kojeg je izrađeno Prizemljeno Sunce da i mase modela Sunca i planeta budu umanjene isti faktor k_3. Promjer Prizemljenog Sunca je 2 m, a promjer „prizemljene“ Zemlje je 18 mm.



A
B
C
Merkur
Sunce
Zemlja
Ilica
Tomićeva
Radićeva
Dolac
Pod Zidom
Bakačeva
Trg Bana Josipa Jelačića
Jurišićeva
Margaretska
Frane Petrića
Ljudevita Gaja
Praška
Varšavska
Gundulićeva
Nikole Tesle
Masarykova
0
50 m

DRŽAVNI SUSRET I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Biograd na Moru, 2. – 5. svibnja 2013.

Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (17 bodova)

Brzina Tarzana u trenutku ispuštanja lijane tj. neposredno prije hvatanja Jane može se izračunati iz zakona očuvanja energije:

$m_T g \frac{l}{2} = \frac{1}{2} m_T v_0^2 \;\Rightarrow\; v_0 = \sqrt{gl} = 9.5\,\mathrm{m/s}$ **(3 boda)**

Smjer brzine v_0 je 60° u odnosu na horizontalu **(1 bod)** pa su komponente brzine jednake:

$v_{0x} = \frac{1}{2} v_0,\; v_{0y} = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0$ **(1 bod)**

Komponente brzine sustava Tarzan+Jane neposredno nakon „sudara" odredimo pomoću zakona očuvanja količine gibanja:

$m_T v_{0x} = (m_T + m_J) u_{0x},\; m_T v_{0y} = (m_T + m_J) u_{0y}$ **(2 boda)**

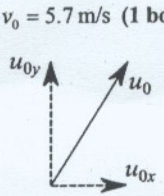
Slijedi:

$u_{0x} = \frac{m_T}{m_T + m_J} \cdot \frac{1}{2} v_0 = 2.85\,\mathrm{m/s},\; u_{0y} = \frac{m_T}{m_T + m_J} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 = 4.94\,\mathrm{m/s}$ **(2 boda)**

Prema tome, njihova brzina na početku zajedničkog gibanja jednaka je:

$u = \sqrt{u_{0x}^2 + u_{0y}^2} = \frac{m_T}{m_T + m_J} v_0 = \frac{3}{5} v_0 = 5.7\,\mathrm{m/s}$ **(1 bod)**

Vektor brzine je **(1 bod)**:



Vrijeme potrebno da Tarzan i Jane padnu u jezero jednako je:

$t = \frac{d}{u_{0x}} = 2\,\mathrm{s}$ **(2 boda)**

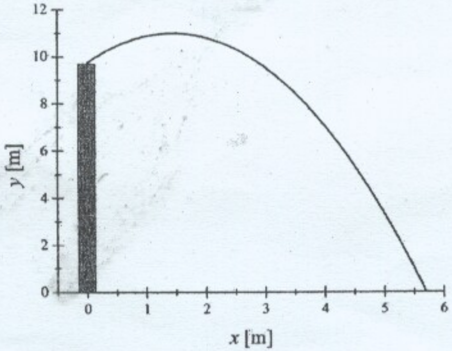
Visina mosta može se izračunati razmatrajući gibanje u vertikalnom smjeru:

$y(t) = h + u_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$ **(1 bod)**

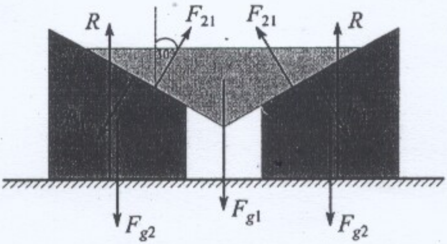
Uvršavanjem vremena potrebnog za pad u jezero dobije se:

$h = -\frac{d u_{0y}}{u_{0x}} + \frac{1}{2} g \left(\frac{d}{u_{0x}}\right)^2 = 9.74\,\mathrm{m}$ **(1 bod)**

Putanja po kojoj se Tarzan i Jane gibaju prikazana je na slici **(1 bod)**:



Zadatak 2 (18 bodova)

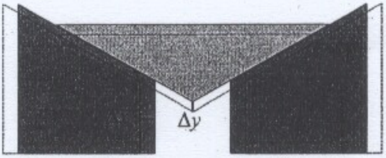


Ako nema trenja, na tijelo mase m_1 djeluju sile: težina, sila lijevog tijela mase m_2 i sila desnog tijela mase m_2 (radi simetrije sile lijevog i desnog tijela mase m_2 na tijelo mase m_1 su jednake). Na tijelo mase m_2 djeluju sile: težina, sila tijela mase m_1 i sila horizontalne podloge (također radi simetrije, dovoljno je razmatrati samo jedno tijelo mase m_2).

Primjenom 2. Newtonovog zakona na tijela mase m_1 i m_2 dobiju se jednadžbe:

$m_1 a_1 = F_{g1} - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} F_{21}$ **(2 boda)**, $m_2 a_2 = \frac{1}{2} F_{12}$ **(2 boda)**

Zbog 3. Newtonovog zakona vrijedi $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ tj. $F_{12} = F_{21}$ **(1 bod)**



Potrebno je još naći vezu između ubrzanja a_1 i a_2. U istom vremenskom intervalu tijelo mase m_1 pomakne se za Δy, a tijelo mase m_2 za Δx. Sa slike se vidi da vrijedi:

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a_1}{a_2}$ **(2 boda)**

Uvrštavanjem u gornje jednadžbe dobije se:

$$m_1 a_1 = F_{g1} - 2\sqrt{3} m_2 a_2$$

$$m_1 a_1 = m_1 g - 2\sqrt{3} m_2 \cdot \sqrt{3} a_1$$

$$(m_1 + 6m_2) a_1 = m_1 g$$

$a_1 = \frac{m_1}{m_1 + 6m_2} g = \frac{0.5}{0.5 + 6 \cdot 0.4} 9.81\,\mathrm{m/s^2} = 1.69\,\mathrm{m/s^2}$ **(2 boda)**

$a_2 = \sqrt{3} a_1 = \sqrt{3} \frac{m_1}{m_1 + 6m_2} g = \sqrt{3} \frac{0.5}{0.5 + 6 \cdot 0.4} 9.81\,\mathrm{m/s^2} = 2.93\,\mathrm{m/s^2}$ **(2 boda)**

Smjer ubrzanja tijela mase m_1 je prema dolje. Smjer ubrzanja lijevog tijela mase m_2 je ulijevo, a smjer ubrzanja desnog tijela mase m_2 je udesno. **(1 bod)**

Ako postoji trenje između horizontalene podloge i oba tijela mase m_2, na njih osim prikazanih sila djeluje još i sila trenja. Sila trenja djeluje u horizontalnom smjeru i to udesno na lijevo tijelo te ulijevo na desno tijelo mase m_2. Iz uvjeta da sustav miruje slijede jednadžbe:

$0 = F_{g1} - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} F_{21}$ **(1 bod)**, $0 = \frac{1}{2} F_{12} - F_{tr}$ **(1 bod)**, $0 = F_{g2} + \frac{\sqrt{3}}{2} F_{12} - R$ **(1 bod)**

Sila trenja je $F_{tr} = \mu R$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem se dobije:

$$F_{21} = F_{12} = \frac{1}{\sqrt{3}} F_{g1}$$

$$F_{tr} = \mu\left(F_{g2} + \frac{1}{2} F_{g1}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} F_{g1}$$

$\mu = \frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{m_1}{m_2 + \frac{1}{2} m_1} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{0.5}{0.4 + 0.25} = \frac{5}{13\sqrt{3}} = 0.222$ **(2 boda)**

Zadatak 3 (19 bodova)

Zakon očuvanja količine gibanja za sudar kuglice i ploče:

$mv_1 = -mu_1 + Mu_2$ **(1 bod)**

Zakon očuvanja energije za sudar kuglice i ploče:

$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}Mu_2^2$ **(1 bod)**

Brzine kuglice neposredno prije i nakon sudara jednake su:

$v_1^2 = 2gh_1$ **(1 bod)**

$u_1^2 = 2gh_2 = 2g\frac{h_1}{4} = \frac{v_1^2}{4} \Rightarrow u_1 = \frac{v_1}{2}$ **(2 boda)**

Uvrštavanjem u zakone očuvanja dobije se:

$\frac{3}{2}mv_1 = Mu_2$

$\frac{3}{4}mv_1^2 = Mu_2^2 = \frac{3}{2}mv_1u_2 \Rightarrow u_2 = \frac{v_1}{2}$ **(1 bod)**

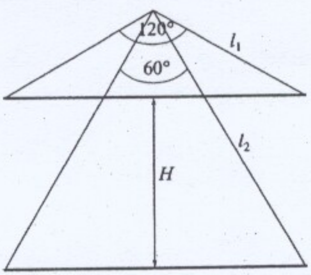
$\frac{3}{2}mv_1 = M\frac{v_1}{2} \Rightarrow \frac{M}{m} = 3, m = \frac{M}{3} = 0.5\,\text{kg}$ **(1 bod)**

U početnom položaju ploča miruje pa je zbroj svih sila na ploču jednak nuli:

$0 = Mg - 4\cdot\frac{1}{2}T$ **(2 boda)**

gdje je T sila napetosti niti koja je jednaka $T = kx_1$, gdje je k konstanta elastičnosti, a x_1 produljenje niti. Slijedi:

$Mg = 2kx_1 \Rightarrow x_1 = \frac{Mg}{2k}$ **(1 bod)**



Sa slike se vidi da vrijedi: $\frac{1}{2}l_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}l_1 \Rightarrow l_2 = \sqrt{3}l_1$

(1 bod)

Visina H za koju se ploča spusti jednaka je:

$H = \frac{\sqrt{3}}{2}l_2 - \frac{1}{2}l_1$ **(1 bod)**

Produljenje niti u početnom položaju je $x_1 = l_1 - l_0$, gdje je l_0 duljina nerastegnute niti.

Produljenje niti u najnižem položaju jednako je:

$x_2 = l_2 - l_0 = l_2 - l_1 + l_1 - l_0 = x_1 + \left(\sqrt{3}-1\right)l_1$ **(1 bod)**

Zakon očuvanja energije za spuštanje ploče od početnog položaja nakon sudara do najnižeg položaja u kojem je brzina ploče jednaka nuli je:

$\frac{1}{2}Mu_2^2 + 4\cdot\frac{1}{2}kx_1^2 = -MgH + 4\cdot\frac{1}{2}kx_2^2$ **(2 boda)**

Uvrštavanjem izraza za u_2, x_1, H i x_2 dobije se:

$\frac{1}{4}Mgh_1 = -Mgl_1 + 4k\left(\sqrt{3}-1\right)\frac{Mg}{2k}l_1 + 2k\left(\sqrt{3}-1\right)^2 l_1^2$

Iz prethodne jednadžbe za konstantu elastičnosti niti se dobije:

$k = \frac{Mg}{4l_1}\left[\frac{h_1}{4\left(2-\sqrt{3}\right)l_1} - \sqrt{3}\right] = 30\,\text{N/m}$ **(4 boda)**

Zadatak 4 (16 bodova)

Za gibanje Zemlje oko Sunca vrijedi:

$F_{cp} = F_g$ **(1 bod)**

$m_Z \dfrac{v^2}{r_Z} = G\dfrac{m_Z m_S}{r_Z^2}$ **(1 bod)**

Brzina gibanja Zemlje može se izraziti pomoću perioda gibanja:

$v = \dfrac{2r_Z\pi}{T_Z}$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem slijedi:

$r_Z^3 = \dfrac{Gm_S T_Z^2}{4\pi^2} \Rightarrow r_Z = \sqrt[3]{\dfrac{Gm_S T_Z^2}{4\pi^2}} = 1.496\cdot 10^{11}\ \text{m}$ **(1 bod)**

Udaljenost „prizemljene" Zemlje od Prizemljenog Sunca na karti je 9.2 cm **(1 bod)**, uzimajući u obzir mjerilo karte (2 cm = 50 m), njihova stvarna udaljenost je $r_Z' = 9.2\cdot 25\ \text{m} = 230\ \text{m}$ **(1 bod)**, što znači da su udaljenosti umanjene za faktor:

$k_1 = 1.496\cdot 10^{11}/230 = 6.5\cdot 10^8$ **(1 bod)**

Iz prethodne jednadžbe slijedi jednakost (koja je također poznata i kao 3. Keplerov zakon):

$\dfrac{r_Z^3}{r_V^3} = \dfrac{T_Z^2}{T_V^2}$ **(2 boda)**

Slijedi da je polumjer gibanja Venere oko Sunca jednak:

$r_V = r_Z\left(\dfrac{T_V}{T_Z}\right)^{2/3}$ **(1 bod)**

Udaljenost „prizemljene" Zemlje na karti od Prizemljenog Sunca iznosi 9.2 cm, a s obzirom da su udaljenosti umanjene za isti faktor, slijedi da je „prizemljena" Venera na udaljenosti

$9.2\ \text{cm}\cdot\left(\dfrac{224.7}{365.26}\right)^{2/3} = 6.65\ \text{cm}$ od Prizemljenog Sunca, što odgovara položaju B. **(1 bod)**

Na sličan način možemo izračunati period Merkura:

$T_M = T_Z\left(\dfrac{r_M}{r_Z}\right)^{3/2} = 365.26\,\text{dana}\cdot\left(\dfrac{3.55}{9.2}\right)^{3/2} = 87.6\,\text{dana}$. **(1 bod)**

Masa „prizemljene" Zemlje je jednaka:

$m_Z' = \rho_Z' V = \rho_Z' \dfrac{4}{3} r_Z'^3 \pi = 24.1\ \text{g}$ **(1 bod)**

Slijedi:

$k_3 = \dfrac{m_Z}{m_Z'} = 2.475\cdot 10^{26}$ **(1 bod)**

$k_3 = \dfrac{m_S}{m_S'} \Rightarrow m_S' = \dfrac{m_S}{k_3}$

$\rho_S' \dfrac{4}{3} r_S'^3 \pi = \dfrac{m_S}{k_3} \Rightarrow \rho_S' = \dfrac{3}{4 r_S'^3 \pi}\dfrac{m_S}{k_3} = 1919\ \text{kg/m}^3$ **(2 boda)**

S obzirom da je Prizemljeno Sunce izrađeno od bronce, čije je gustoća 8000 – 9000 kg/m^3, mase planeta nisu umanjene za isti faktor.

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Biograd na Moru, 2. – 5. svibnja 2013.

Srednje škole – 1. skupina

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor:

- Tri različite kovanice
- Dvije različite podloge
- Ravnalo
- Drveni kvadar
- Selotejp
- Škare

Zadatak: Uporabom priloženih sredstava:

a) Odredite faktor trenja za tri različite kovanice i dvije različite podloge:
   - detaljno skicom i riječima zorno opišite postupak mjerenja;
     .... 6 bodova
   - izvedite, uz kratka pojašnjenja, odgovarajuće algebarske izraze;
     .... 6 bodova
   - rezultate za minimalno tri mjerenja za svaki sustav prikažite tablično;
     .... 6 bodova

b) Provedite račun slučajnih pogrešaka i ukratko komentirajte dobivene zapise točnih rezultata za faktore trenja i relativne maksimalne pogreške
   .... 6 bodova

c) Povežite teorijske osnove u području trenja s rezultatima mjerenja:
   - definirajte trenje prema uzroku nastajanja
     .... 1 bod
   - definirajte faktor trenja i algebarski dokažite mjernu jedinicu;
     .... 1 bod
   - povežite tako definirano trenje s pojmom otpora sredstva;
     .... 1 bod
   - odredite o kojoj se vrsti trenja radi kod vašeg eksperimentalnog postava
     .... 1 bod
   - ukratko komentirajte rezultate obzirom na tri različite kovanice i dvije različite podloge
     .... 1 bod
   - na osnovi vaših mjerenja izvedite uopćen zaključak o čemu ovisi faktor trenja
     .... 1 bod

Ukupno: .... **30 bodova**

Natjecateljima želimo uspješan rad!

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Biograd na Moru, 2. – 5. svibnja 2013

Srednje škole – 1. grupa

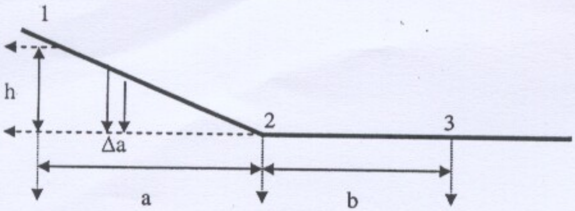
Eksperimentalni zadatak - rješenje

a) Odredite faktor trenja za tri različite kovanice i dvije različite podloge:
- detaljno skicom i riječima zorno opišite postupak mjerenja;

.... 6 bodova

Za određivanje faktora trenja potrebno je na eksperimentalno mjerljiv način pokrenuti kovanice po podlogama koje se nalaze u setu pribora, te je zbog toga potrebno pripremiti kosinu po kojoj će kovanice slobodno kliziti s poznate visine:

- na jednom kraju stola čvršćim selotejpom treba pričvrstiti drveni kvadar za stol;
- također je pomoću selotejpa potrebno pričvrstiti odabranu podlogu za gornji rub kvadra, a moguće je i dodatno pričvrstiti donji kraj podloge za stol;
- na gornjem dijelu podloge ravnalom se označi početni pravac iznad kojega treba svaki put postaviti kovanicu;
- kovanica se zatim pusti da slobodno klizi kosinom: bilježi se konačna točka na kojoj se kovanica zaustavi;
- isti eksperimentalni set koristi se za sve tri kovanice uz promjenu druge podloge.



Slika 1. Skica eksperimentalnog seta za određivanje faktora trenja klizanja kovanica

Prema Slici 1 vidljivo je da se mjere veličine:
h - visina s koje puštamo kovanicu
a - bazu kosine
b - put kovanice po ravnoj podlozi

- izvedite, uz kratka pojašnjenja, odgovarajuće algebarske izraze;

.... 6 bodova

Kovanica predstavlja tijelo mase m koje se nalazi na vrhu kosine u točci (1), na visini (h) iznad horizontalnog dijela podloge po kojoj tijelo klizi.

U položaju (1) kovanica ima potencijalnu energiju:

$$E_{gp} = mgh \qquad (1)$$

Nakon što pustimo kovanicu, ona klizi po podlozi i zaustavlja se u točci (3). Na račun gravitacijske potencijalne energije izvršen je rad sile trenja na dijelovima puta 1 – 2 i 2 – 3, tako da možemo napisati izraz zakon očuvanja mehaničke energije:

$$mgh = W_{1\text{-}2} + W_{2\text{-}3} \tag{2}$$

Rad ($W_{1\text{-}2}$) odredit ćemo tako da put kovanice od točke (1) do točke (2) razdijelimo na najmanje intervale (Δa) koje možemo smatrati ravnima. Rad sile trenja na putu intervala (Δa) jednak je:

$$\Delta W_{1\text{-}2} = \mu\, mg\, \Delta a \cos \alpha \tag{3}$$

gdje je (μ) fakor trenja
(α) kut nagiba intervala puta (Δa) na horizontalnu ravninu .

Uzevši to u obzir, relaciju (3) možemo napisati u obliku:

$$\Delta W_{1\text{-}2} = \mu\, mg\, \Delta a \tag{4}$$

Ukupan rad na dijelu puta 1 – 2 predstavlja zbroj rada sile trenja ($\Delta W_{1\text{-}2}$) na svim intervalima (Δa) od točke (1) do točke (2):

$$W_{1\text{-}2} = \mu\, mg\, a \tag{5}$$

gdje je (a) projekcija puta 1 – 2 na horizontalnu ravninu.

Rad sile trenja na dijelu puta 2 – 3:

$$W_{2\text{-}3} = \mu\, mg\, b \tag{6}$$

Primjenom izraza (2) zakona očuvanja mehaničke energije i uvrštavanjem u izraz relacija (5) i (6) dobivamo:

$$mgh = \mu\, mg\, a + \mu\, mg\, b \tag{7}$$

Sređivanjem izraza (7) faktor trenja može se računati:

$$\mu = h : (a + b) \tag{8}$$

Faktor trenja eksperimentalno možemo dobiti preciznim mjerenjem veličina (h), (a) i (b).

- *rezultate za minimalno tri mjerenja za svaki sustav prikažite tablično;*

.... 6 bodova

Tablica treba biti tako organizirana da su pregledno navedene veličine koje se mjere i odgovarajuće mjerne jedinice, uz redni broj mjerenja. Oznake veličina ne moraju biti iste kao na Slici 1.; moguće je za svaki set mjerenja pripremiti zasebnu tablicu.

b) Provedite račun slučajnih pogrešaka i ukratko komentirajte dobivene zapise točnih rezultata za faktore trenja i relativne maksimalne pogreške

.... 6 bodova

Određivanje srednje vrijednosti: $\overline{\mu} = \Sigma\ \mu_i / n$, n – broj mjerenja

Apsolutna vrijednost maksimalnog pojedinačnog odstupanja: $|\Delta\, \mu_{max}|$

Relativna maksimalna pogreška: $r_m = [\ (|\Delta\, \mu_{max}| \,/\, \overline{\mu}\ ) \cdot 100\ ]\ \%$

Zapis točnog rezultata: $\mu = \overline{\mu} \pm \Delta\, \mu_{max}$

c) Povežite teorijske osnove u području trenja s rezultatima mjerenja:

- *definirajte trenje prema uzroku nastajanja*

.... 1 bod

Trenje je sila koja se javlja pri dodiru dvaju tijela koja se nalaze u međusobnom gibanju ili ih u takvo gibanje želimo dovesti. Prema uzroku nastajanja razlikujemo:

- trenje mirovanja
- trenje klizanja
- trenje kotrljanja.

Za istovrsne površine trenje kotrljanja manje je od trenja klizanja.

- *definirajte faktor trenja i algebarski dokažite mjernu jedinicu;*

.... 1 bod

Trenje je dano izrazom: $F_{tr} = \mu F_n$

gdje je (μ) faktor trenja: $\mu = F_{tr} / F_n$ mjerne jedinice za silu se krate!

(F_{tr}) ~ sila trenja
(F_n) ~ okomita komponenta sile kojom tijelo pritišće na podlogu

- *povežite tako definirano trenje s pojmom otpora sredstva;*

.... 1 bod

Pri gibanju tijela kroz neko sredstvo javlja se sila trenja koju zovemo otpor sredstva.
Otpor sredstva ovisi o:
- veličini i obliku tijela,
- brzini gibanja tijela u odnosu prema tekućini ili plinu,
- vrsti fluida (tekućine ili plina).

- *odredite o kojoj se vrsti trenja radi kod vašeg eksperimentalnog postava*

.... 1 bod

Pretpostavka je da su kovanice puštane tako da klize po podlozi, dakle, u pitanju je trenje klizanja (za ispitivanje trenja kotrljanja trebali bi postojati bolje definirani kontrolni uvjeti koji uključuju stabilnost i duljinu podloge).

- *ukratko komentirajte rezultate obzirom na tri različite kovanice i dvije različite podloge*

.... 1 bod

Eksperimentalni podaci ukazuju na to da je faktor trenja broj manji od 1, te ovisi o osobinama obiju podloga – različiti metali/legure od kojih su kovanice i različite kombinacije podloga.

- *na osnovi vaših mjerenja izvedite uopćen zaključak o čemu ovisi faktor trenja*

.... 1 bod

Uopćeno: pojava trenja posljedica je hrapavosti dodirnih ploha. Definicije koje temeljitije uzimaju u obzir atomarnu strukturu dodirnih ploha ovako zamišljenim mjerenjima nije moguće ispitivati.

Ukupno: .... 30 bodova

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Biograd na Moru, 02.-05. svibnja 2013.

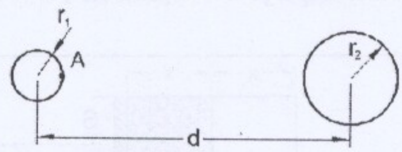
Srednje škole – 2. skupina

1. zadatak (16 bodova)

Dvije kugle polumjera $r_1 = 0{,}2$ cm i $r_2 = 0{,}5$ cm, masa $m_1 = 0{,}1$ g i $m_2 = 0{,}7$ g te naboja $q_1 = -2$ nC i $q_2 = 30$ nC drže se na položajima u kojima su im središta udaljena za $d = 10$ cm. Kugle su napravljene od izolatora i naboj je jednoliko raspoređen.

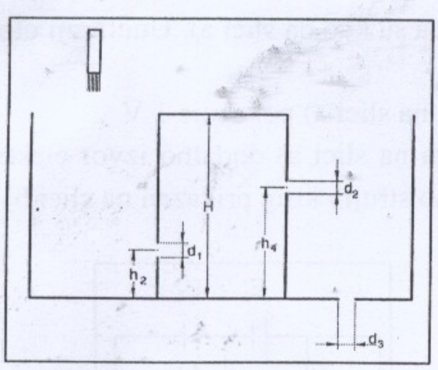
a) Odredite smjer i iznos električnog polja u točki A na površini manje kugle
b) U jednom trenutku pustimo kugle da se slobodno gibaju. Izračunajte brzinu svake kugle u trenutku kada se dotaknu

Gravitaciju možete zanemariti. $k = 9\cdot 10^9$ Nm^{2}C^{-2}

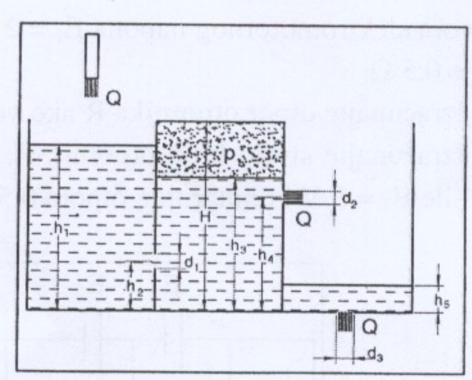


2. zadatak (19 bodova)

Početno prazni široki trodjelni spremnik prikazan na slici a) počinje se puniti vodom. Odredite visine h_1, h_3 i h_5 (slika b)) kada se uspostavi stacionarno protjecanje tekućine tako da protok iznosi $Q = 0{,}009$ m^3/s. Pretpostavite izotermnu kompresiju zraka u srednjem dijelu spremnika. Zadano je $H = 1$ m, $\rho = 1000$ kg/m^3, $h_2 = 0{,}3$ m, $h_4 = 0{,}5$ m. Promjeri kružnih otvora su $d_1 = 0{,}08$ m, $d_2 = 0{,}09$ m, $d_3 = 0{,}07$ m, a atmosferski tlak je $p_{at} = 10^5$ Pa. Zrak možete smatrati idealnim plinom.



a)



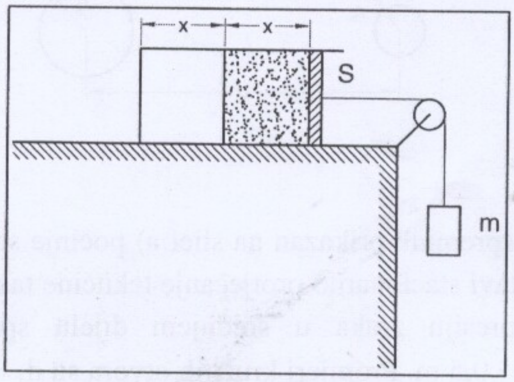
b)

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Biograd na Moru, 02.-05. svibnja 2013.

3. zadatak (19 bodova)

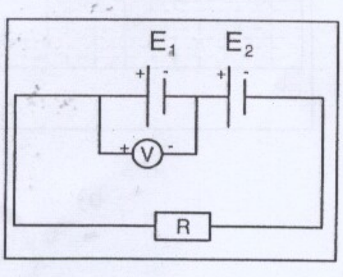
Toplinski izolirana posuda na slici podijeljena je toplinski izoliranom pregradom na dva jednaka dijela. U lijevom dijelu posude je početno vakuum, a u desnom je 1 mol idealnog jednoatomnog plina. Toplinski izolirani pomični klip mase M spojen je preko nerastezljive niti i koloture s utegom mase m = 1 kg. Klip može kliziti bez trenja i početno miruje. U jednom trenutku klip se učvrsti i pregrada pomakne u lijevo za 0,2x i učvrsti u tom položaju. Kada se uspostavi ravnotežno stanje plina, klipu se omogući gibanje. Izračunajte kinetičku energiju sustava klip+uteg u trenutku kada se klip pomakne u odnosu na početni položaj za 0,1x. Molarni toplinski kapaciteti su $C_v = 3R/2$ i $C_p = 5R/2$, R = 8,314 J/(molK).
Atmosferski tlak iznosi 10^5Pa, površina klipa je S = 0,025 m^2, x = 1 m.



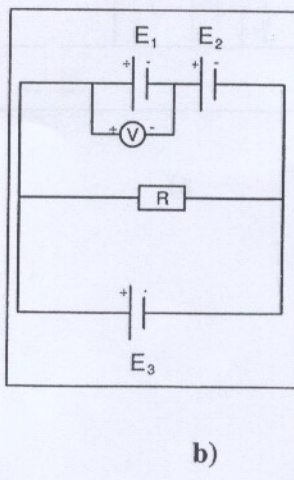
4. zadatak (16 bodova)

Dva izvora elektromotornog napona $E_1 = 2$ V i $E_2 = 4$ V spojena su kao na slici a). Unutarnji otpor svakog izvora je 0,5 Ω.

a) Izračunajte otpor otpornika R ako voltmetar spojen kao na slici a) pokazuje 1 V
b) Izračunajte struju kroz otpornik R, ako strujnom krugu na slici a) dodamo izvor elektromotorne sile $E_3 = 5$ V i unutarnjeg otpora 0,5 Ω tako da dobijemo strujni krug prikazan na slici b)



a)



b)

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Biograd na Moru, 02. – 05. svibnja 2013.

Srednje škole – 2. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (16 bodova)

a) Doprinos od kugle 1 je: $E_1 = k\dfrac{q_1}{r_1^2} = 4{,}5 \cdot 10^6\,\mathrm{V/m}$, smjer prema središtu kugle 1. **(1 bod)**

Doprinos od kugle 2 je: $E_2 = k\dfrac{q_2}{(d-r_1)^2} = 0{,}028113 \cdot 10^6\,\mathrm{V/m}$, smjer prema središtu kugle 1. **(1 bod)**

Iznos ukupnog električnog polja je : $E_1 + E_2 = 4{,}528113$ MV/m **(2 boda)**

Smjer prema lijevo (prema središtu manje kugle) **(2 boda)**

b) Primjenom zakona očuvanja energije dobiva se:

$$k\frac{q_1 q_2}{d} = k\frac{q_1 q_2}{r_1 + r_2} + \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$ **(4 boda)**

Zakon očuvanja količine gibanja daje:

$$0 = m_1 v_1 - m_2 v_2$$ **(4 boda)**

Traženi iznosi brzina su:

$$v_1 = 1{,}1205\,\mathrm{m/s} \text{ i } v_2 = 0{,}1601\,\mathrm{m/s}$$ **(1+1 boda)**

2. zadatak (19 bodova)

Q = 0,009 m^3/s, $p_{at}=10^5$ Pa, H = 1 m, ρ = 1000 kg/m^3, h_2 = 0,3 m, h_4 = 0,5 m, d_1 = 0,075 m, d_2 = 0,090 m, d_3 = 0,070 m.

Prema jednadžbi kontinuiteta za stacionarno strujanje, količina vode koja ulazi u spremnik jednaka je količini vode koja izlazi:

$$Q = v_1\frac{d_1^2\pi}{4} = v_2\frac{d_2^2\pi}{4} = v_3\frac{d_3^2\pi}{4}$$ **(2 boda)**

Odgovarajuće brzine su:

$$v_1 = \frac{4 \cdot 0{,}009\,\mathrm{m^3/s}}{(0{,}075\,\mathrm{m})^2 \cdot 3{,}14} = 2{,}038\,\mathrm{m/s}, \quad v_2 = 1{,}415\,\mathrm{m/s}, \quad v_3 = 2{,}340\,\mathrm{m/s}$$

Primjenom Bernoullijeve jednadžbe na različite razine vode dobivaju se jednadžbe:

(*) $$h_1 g\rho + p_{at} = h_3 g\rho + p + \frac{v_1^2\rho}{2}$$ **(2 boda)**

(**) $$h_3 g\rho - h_4 g\rho + p = p_{at} + \frac{v_2^2\rho}{2}$$ **(2 boda)**

(***) $$h_5 g\rho + p_{at} = p_{at} + \frac{v_3^2\rho}{2}$$ **(2 boda)**

Iz (***) se dobije: $$h_5 = \frac{v_3^2}{2g} = 0{,}279\,\mathrm{m}\ (0{,}274 \text{ m za } g=10\,\mathrm{m/s^2})$$ **(2 boda)**

Iz (*) i (**) se dobije: $h_1 = h_4 + \frac{v_1^2 + v_2^2}{2g} = 0{,}766\text{m}$ (0,761 m za g = 10 m/s^2) **(2 boda)**

Na početku punjenja pa sve dok se ne zatvori otvor d_2, u srednjem dijelu spremnika nalazi se zrak na atmosferskom tlaku. Kada se podizanjem razine vode u srednjem dijelu zatvori otvor promjera d_2, dolazi do izotermne kompresije zraka. Početni tlak je atmosferski, a konačni tlak je p:

(****) $$p_{at}(H - h_4 - \frac{d_2}{2}) = p(H - h_3)$$ **(4 boda)**

Rješavanjem sustava jednadžbi (****) i (**) dobiva se kvadratna jednadžba za h_3 čija su rješenja:

$h_3 = 0{,}547\text{m}$ i $h_3 = 11{,}248\text{m}$ (0,547 m i 11,053 m za $g = 10\ \text{m/s}^2$) **(2 bod)**

Fizikalnog smisla ima samo prvo rješenje pa je $h_3 = 0{,}547\text{m}$ **(1 boda)**

<u>Napomena</u>: ako učenik riješi zadatak tako da u jednadžbi (****) izostavi $\frac{d_2}{2}$, konačno rješenje za h_3 je 0,505 m i 11,291 m (0,505 m i 11,095 m za g =10 m/s^2), od kojeg fizikalnog smisla ima samo 0,505 m. Ako je učenik na taj način riješio zadatak, učeniku se dodijeli 18 bodova (umjesto 19).

3. zadatak (19 bodova)

$S = 0.025\ \text{m}^2$, $m = 1$ kg, $p_{at} = 10^5$ Pa, x = 1 m, M je masa klipa, p_1 je početni tlak plina u desnom dijelu posude.

Početno klip miruje jer je ukupna sila na sustav klip+uteg nula:

(*) $$p_1 S - p_{at} S + mg = (m + M)a = 0$$ **(2 boda)**

$$p_1 = \frac{p_{at}S - mg}{S} = 99607{,}6\text{Pa}$$ (99600 Pa za g = 10 m/s^2)

Nakon pomicanja pregrade, plin se širi adijabatski jer nema izmjene topline.

$$p_1(xS)^\gamma = p_2(1{,}2xS)^\gamma$$ **(2 boda)**

pa vrijedi: $$p_2 = p_1(\frac{1}{1{,}2})^\gamma = 0{,}737957\,p_1 = 73506{,}16\text{Pa}$$ (73500,55 Pa za g = 10 m/s^2)

Temperatura plina je prema jednadžbi stanja idealnog plina:

$$T_2 = \frac{p_2(1{,}2xS)}{nR} = 265{,}24\ \text{K}$$ (265,22 za g = 10 m/s^2) **(2 boda)**

Budući da se tlak plina smanjio, nakon što klipu omogućimo gibanje uteg će krenuti prema gore, a klip prema lijevo (ako umjesto p_1 u (*) uvrstimo p_2 dobije se $a = (-662{,}5)/(m+M) < 0$). **(1 bod)**

Zbog obavljenog rada plina potencijalna energija utega se povećala i sustav uteg+klip je dobio kinetičku energiju:

$$mg\Delta h + E_{kin} = W$$ **(2 boda)**

Plin se sabija adijabatski ($Q = 0$) pa je rad koji se obavi nad plinom $W = \Delta U$

$$\Delta U = nC_V(T_3 - T_2)$$ **(2 boda)**

U trenutku kada je $\Delta h = 0{,}1x$:

$$E_{kin} = nC_V(T_3 - T_2) - 0{,}1xmg$$

T_3 se izračuna koristeći jednadžbu za adijabatsku kompresiju i jednadžbu stanja idealnog plina:

$$p_2(1{,}2xS)^\gamma = p_3(1{,}1xS)^\gamma$$ **(2 boda)**

$$T_3 = \frac{p_3(1{,}1xS)}{nR}$$ **(2 boda)**

Tražena temperatura je: $$T_3 = \frac{1{,}1xS}{nR} p_2 \left(\frac{1{,}2}{1{,}1}\right)^\gamma = 281{,}08\text{K}$$ (281,06 za g = 10 m/s^2) **(2 boda)**

Kinetička energija je: $$E_{kin} = n\frac{3}{2}R(T_3 - T_2) - 0{,}1xmg = 196{,}6\text{J}$$ (196,5 za g = 10 m/s^2) **(2 boda)**

4. zadatak (16 bodova)

a) Za strujni krug na slici a) vrijedi: $$E_1 + E_2 = I(R + r + r)$$

Pad napona na izvoru 1 je: $$U = E_1 - Ir$$ **(2 boda)**

pa se za uvjet U = 1 V dobiva $$I = 2\text{A}$$ **(2 boda)**

Traženi otpor je: $$R = \frac{E_1 + E_2}{I} - 2r = 2\Omega$$ **(3 boda)**

b) Primjenom Kirchoffovih pravila za gornji i donji strujni krug se dobiva:

$$E_1 + E_2 = I_1 2r + I_2 R$$

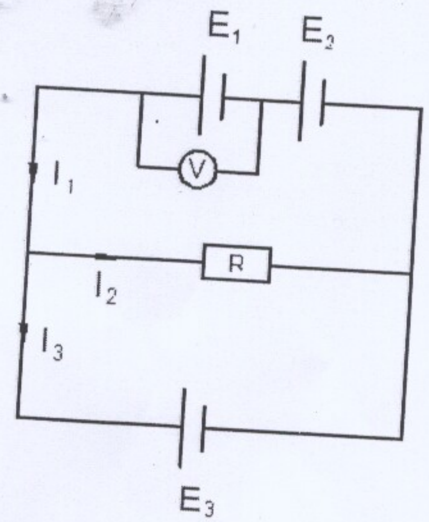
$$E_3 = I_2 R - I_3 r$$ **(2 boda)**

$$I_1 = I_2 + I_3$$ **(2 boda)**

Pri čemu su smjerovi struja kao na slici. **(2 boda)**

Rješavanjem sustava od tri jednadžbe s tri nepoznanice dobiva se $I_2 = \frac{16}{7}\text{A}$ **(3 boda)**

(Ostale struje su $I_1 = \frac{10}{7}\text{A}$ u smjeru kao na slici i $I_3 = \frac{6}{7}\text{A}$ u smjeru suprotnom nego na slici)



DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2013. – 2. SKUPINA

Eksperimentalni zadatak

Gustoća nepoznate tekućine (ρ)

Zadatak

- Odrediti gustoću nepoznate tekućine ρ uz pretpostavku da je poznat atmosferski tlak i da je normiran (101325 Pa)

Pribor

- Staklena U-cijev učvršćena na drvenu daščicu s mjernom skalom od milimetarskog papira
- Posuda s nepoznatom tekućinom
- Injekcijska šprica

U sklopu zadatka treba:

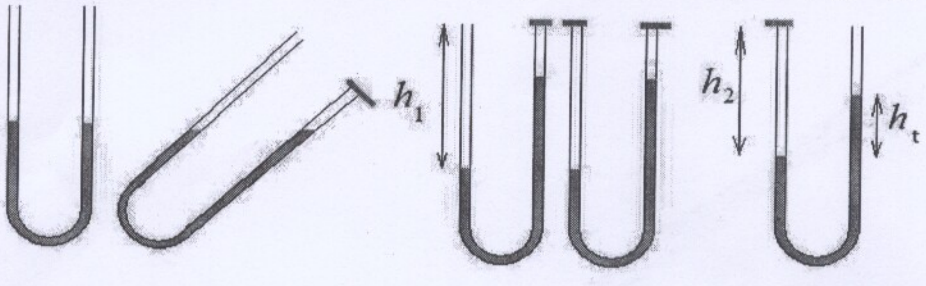
1. Objasniti fizikalne osnove za rješenje zadatka i opisati precizno uz skice koje veličine i kako ćeš mjeriti (14 bodova)
2. Napraviti najmanje 10 mjerenja i podatke prikazati tabelarno (11 bodova)
3. Provesti račun pogreške (5 bodova)

Ukupno eksperimentalni zadatak 30 bodova

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2013. – 2. SKUPINA

Rješenje eksperimentalnog zadatka

Najprije natočimo tekućinu u U-cijev tako da u oba kraka nivoi budu otprilike do polovine (sl.a). Nakon toga nagnemo U-cijev (sl. b) npr. na desnu stranu tako da više tekućine bude u desnom kraku U-cijevi i tada prstom začepimo desni krak. Sada U-cijev vratimo u vertikalni položaj, držeći začepljen desni krak, te očitamo duljinu stupca zraka h_1 u lijevom kraku (sl. c), u kojem je tlak zraka jednak atmosferskom tlaku: $p_1 = p_a$. Zatim, prstom druge ruke, začepimo i lijevi krak U-cijevi (sl. d), a tek nakon što je lijevi krak začepljen, otvorimo desni krak (sl. e) te sada opet očitamo duljinu stupca zraka h_2 u lijevom kraku i razliku nivoa tekućine h_t u krakovima, držeći lijevi krak zatvoren. Sada je tlak tog stupca zraka duljine h_2 jednak zbroju atmosferskog tlaka i hidrostatskog tlaka stupca tekućine duljine h_t: $p_2 = p_a + \rho g h_t$.



a) b) c) d) e) (7 bodova)

Budući da se u opisanom postupku dogodila izotermna promjena stanja stupca zraka u lijevom kraku U-cijevi, možemo pisati:

$$p_1 h_1 = p_2 h_2 \quad \text{tj.} \quad p_a h_1 = (p_a + \rho g h_t) h_2 .$$

Iz zadnjeg izraza sređivanjem se dobije gustoća nepoznate tekućine:

$$\boxed{\rho = \frac{p_a (h_1 - h_2)}{g h_t h_2}}.$$

(7 bodova)

Napraviti najmanje 10 mjerenja, izračunati ρ i podatke prikazati tabelarno:

Br. mjerenja	h_1 **(m)**	h_2 **(m)**	h_t **(m)**	ρ **(kg/m³)**	$\Delta\rho$ **(kg/m³)**
1.					
2.					
.					

(11 bodova)

Račun pogreške. (5 bodova)

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

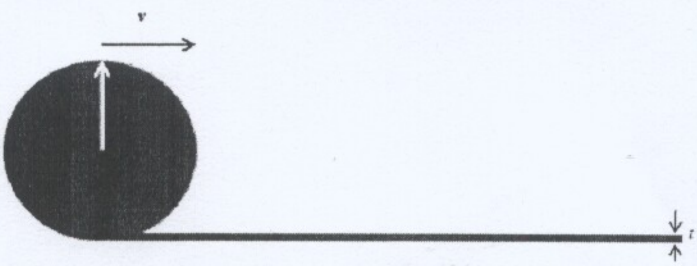
Biograd na Moru, 2.-5. svibnja 2013

Srednje škole – 3. skupina

Zadatak 1. (18 bodova)

Nakon svečane dodjele nagrada pobjednicima Državnog natjecanja iz fizike vrijeme je za pakiranje i povratak u svakodnevnicu. Jedna od stvari koja se mora učiniti je namatanje crvenog tepiha u rolu da bi se lakše vratio u spremište.

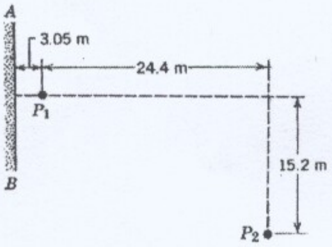
Zamislite jako dugačak tepih, vrlo male debljine t, širine W, dužine cijelog tepiha L i gustoće ρ, koji je djelomično namotan tako da čini valjak radijusa r. Budući da je tepih veoma tanak, pretpostavite da namotani dio čini savršeni valjak (presjek je savršena kružnica). Ideja je sljedeća: potrebno je namotati cijeli tepih tako da se valjkasti dio tepiha šutne nogom čime središte valjka dobiva početnu brzinom v (slika, v je brzina središta valjka).



Kolika je najmanja početna brzina v potrebna da bi se na cilindrični dio namotao cijeli tepih?

Zadatak 2. (17 bodova)

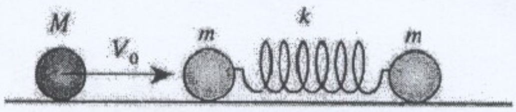
Sferni izvor zvuka nalazi se u točki $P1$ blizu zida AB od kojeg se zvuk može odbijati. Mikrofon se nalazi u točki $P2$, kao na slici. Frekvencija zvuka koji proizvodi izvor je promjenjiva. Izračunajte dvije najniže frekvencije za koje je intenzitet zvuka u točki $P2$ maksimalan. Prilikom refleksije ne dolazi do promjene faze: upadni kut jednak je kutu refleksije. Brzina zvuka u zraku je 343 m/s.



Zadatak 3. (18 bodova)

Kuglica mase M koja se kreće brzinom $V_0 = 1$ m/s po podlozi bez trenja sudara se s prvom od dvije identične kuglice, svaka mase m = 500 g, koje su povezane oprugom (bez mase) konstante $k = 1$ N/m (slika). Sudar je centralan, elastičan i trenutan. Pronađite jednakost koja povezuje m, M, k i t da bi kuglica mase M još jednom udarila sustav dvije kuglice mase m u nekom trenutku t (t se računa od prvog sudara).

Koliki mora biti omjer masa m/M da bi se sudar desio u trenutku t = 2 s? (Uputa: nakon prvog sudara promatrajte gibanje u sustavu središta dvije jednake mase.)



Zadatak 4. (17 bodova)

Najjednostavniji magnetohidrodinamički generator sastoji se od pločastog kondenzatora koji je uronjen u vodljivu tekućinu vodljivosti σ koja teče (tjerana pumpom) konstantnom brzinom v paralelno pločama. Površina ploča kondenzatora je S, udaljenost među pločama je d. (d je dovoljno malen da se mogu zanemariti rubni uvjeti.) Kondenzator se nalazi u jednolikom magnetskom polju $\boldsymbol{B}$, koje je okomito na smjer toka tekućine i paralelno pločama. Izračunajte snagu koja se oslobađa u vanjskom strujnom krugu otpora R, koji je spojen na kondenzator. Koliki je rad magnetske sile? Dokažite. Odakle potječe energija u sustavu?

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Biograd na Moru, 2.-5. svibnja 2013

Srednje škole – 3. skupina

Zadatak 1. (18 bodova)

Kinetička energija objekta je $K = \frac{M_1 v^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{1}{2}(\pi r^2 W\rho)v^2 + \frac{1}{4}M_1 r^2 \frac{v^2}{r^2} = \frac{3}{4}(\pi r^2 W\rho)v^2$ **[2 boda]**

Gdje je $M_1 = \pi r^2 W\rho$ masa namotanog dijela. **[1 bod]**

Ukupna masa tepiha je $M = LWt\rho$. **[1 bod]**

Centar mase tepiha konstantno se diže prema gore u opisanom procesu namotavanja tepiha, tako da energija prenesena na valjkasti dio tepiha podiže centar mase. **[2 boda]**

Na kraju procesa, polumjer tepiha će biti $r_f = \sqrt{\frac{Lt}{\pi}}$, **[3 boda]**

odnosno visina centra mase će se povećati za $\Delta h = r_f - r$. **[2 boda]**

Promjena potencijalne energije je $\Delta U = U_f - U_i = Mgr_f - M_1 gr$. **[2 boda]**

$\Delta U = LWt\rho g\sqrt{\frac{Lt}{\pi}} - \pi r^2 W\rho gr = W\rho g\left(\sqrt{\frac{(Lt)^3}{\pi}} - \pi r^3\right)$. **[2 boda]**

Kombiniranjem izraza za kinetičku i potencijalnu energiju dolazimo do izraza za minimalnu brzinu:

$v = \left[\frac{4g}{3\pi r^2}\left(\sqrt{\frac{(Lt)^3}{\pi}} - \pi r^3\right)\right]^{1/2}$ **[3 boda]**

Zadatak 2. (17 bodova)

Maksimalna amplituda će biti postignuta kada dva vala, onaj koji dolazi izravno iz izvora i reflektirani, dođu u točku $P2$ u fazi i konstruktivno interferiraju. Označimo udaljenost koju je prešao izravni val s d_1 (udaljenost između $P1$ i $P2$), a udaljenost koju je prešao reflektirani val s d_2. **[1 bod]**

Najveća valna duljina za koju dolazi do konstruktivne interferencije ova dva vala je kada n polovina valnih duljina „stane" u d_1 a $n + 2$ polovina valnih duljina „stane" u d_2 (ukoliko bi bilo $n + 1$ došlo bi do destruktivne interferencije):

$n\frac{\lambda_1}{2} = d_1$, **[2 boda]**

gdje je λ_1 najveća valna duljina koja nas zanima, i

$(n + 2)\frac{\lambda_1}{2} = d_2$. **[2 boda]**

Iz toga proizlazi

$\frac{2d_1}{n} = \frac{2d_2}{n+2}$ **[1 bod]**

odnosno

$n = \frac{2d_1}{d_2 - d_1}$. **[1 bod]**

Uvrštavanjem tog izraza u prvu jednadžbu, dolazimo do uvjeta $\lambda_1 = d_2 - d_1$. **[1 bod]**

Time se dobiva frekvencija f_1:

$f_1 = c\lambda = \frac{c}{d_2 - d_1} = \frac{343\ \mathrm{m/s}}{d_2 - d_1}$ (c je brzina zvuka u zraku). **[1 bod]**

Vrijedi sljedeće:

$d_1 = \sqrt{24.4^2 + 15.2^2} = 28.75$ m, $d_2 = \sqrt{(24.4 + 2 * 3.05)^2 + 15.2^2} = \cancel{34.43}$ 34.08 m. **[2 boda]**

Najkraću udaljenost za reflektirani val izračunali smo metodom virtualne slike, gdje se zamišlja da se izvor reflektiranog vala nalazi na udaljenosti 3.05 m unutar zida, suprotno od $P1$.

Time se dobiva $f_1 = 64.3$ Hz. **[1 bod]**

Na isti način, upotrebom prve jednadžbe, dolazi se do iduće najviše frekvencije:

$(n+4)\frac{\lambda_2}{2} = d_2$, **[2 boda]**

odnosno:

$n = \frac{4d_1}{d_2 - d_1}$, **[1 bod]**

I $\lambda_2 = (d_2 - d_1)/2$. **[1 bod]**

Dakle, iduća frekvencija koja daje maksimalnu amplitudu u $P2$ je $f_2 = 128.7$ Hz. **[1 bod]**

Zadatak 3. (18 bodova)

U trenutku baš nakon sudara, može se pretpostaviti da masa M i lijeva masa m imaju brzine u i u_1, kao da je došlo do sudara bez prisustva opruge, i vrijedi:

$MV_0 = Mu + mu_1$ (zakon sačuvanja količine gibanja) **[1 bod]**

$\frac{MV_0^2}{2} = \frac{Mu^2}{2} + \frac{mu_1^2}{2}$ (zakon sačuvanja energije kod elastičnog sudara) **[1 bod]**

Rješenja su:

$u = \frac{M-m}{M+m}V_0 = \frac{1-\mu}{1+\mu}V_0$, i $u_1 = \frac{2M}{M+m}V_0 = \frac{2}{1+\mu}V_0$, **[1 bod]**

gdje je uvedena oznaka $\mu = m/M$.

Nakon prvog sudara, masa M će se gibati konstantnom brzinom, a položaj je određen s

$x = ut = \frac{1-\mu}{1+\mu}V_0 t$. 1 **[~~2~~ bod~~a~~]**

Središte mase dvije identične kuglice gibat će se konstantnom brzinom $u_c = {}^1/_2\, u_l$ i njegov položaj dan je s **[1 bod]**

$x_c = u_c t = \frac{V_0}{1+\mu}t$. **[1 bod]**

U referentnom sustavu središta mase (SM) dvije identične kuglice, brzina središta mase je nula, i dvije kuglice se gibaju jedna prema drugoj s početnom brzinom ${}^1/_2\, u_1$. **[2 boda]**

Opruga među kuglicama izaziva harmonijsko titranje i položaji pojedine kuglice u sustavu središta mase dani su s

$x_{1,2}^{(SM)} = Asin(\omega t)$, gdje je $\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}} = \sqrt{\frac{k\prime}{m}}$. **[2 boda]**

Za uzima se $k' = 2\ k$ zbog simetrije; kada se jedna kuglica pomakne za Δl prema središtu opruge, druga kuglica se također pomiče za istu udaljenost, pa se opruga rasteže za $2\Delta l$. Prema Hookovom zakonu $F = k(2\Delta l) = 2k\Delta l = k'\Delta l$. **[2 boda]**

Maksimalna moguća brzina koju bilo koja kuglica m postiže u referentnom sustavu središta mase je dana s:

$u_{1,2}^{(SM)} = A\omega = u_1 - u_c = \frac{1}{1+\mu}V_0 \rightarrow A = \frac{V_0}{(1+\mu)\omega}$. **[1 bod]**

Vraćanjem u laboratorijski referentni sustav, položaj kuglice m u nekom trenutku t nakon prvog sudara dan je s

$x_1(t) = x_{1,2}^{(SM)}(t) + x_c = Asin(\omega t) + \frac{V_0}{1+\mu}t = \frac{V_0}{(1+\mu)}\left(\frac{sin(\omega t)}{\omega} + t\right)$. **[2 boda]**

Da bi došlo do drugog sudara, mora biti ispunjen uvjet $x = x_1$, odnosno

$V_0 t\frac{1-\mu}{1+\mu} = V_0 t\frac{1}{1+\mu}\left(1 + \frac{sin(\omega t)}{\omega t}\right) \rightarrow \frac{sin(\omega t)}{\omega t} = -\mu = -\frac{m}{M}$. **[2 boda]**

$\mu = 0,2$ [1 bod]

Zadatak 4. (17 bodova)

Kondenzator napunjen s vodljivom tekućinom koja teče, u magnetskom polju, postaje izvor elektromotorne sile (*ems*). **[1 bod]**

Slobodan naboj q u vodljivoj tekućini koja teče brzinom v u magnetskom polju $\boldsymbol{B}$, osjeća magnetsku silu $F = qvB$, koja mijenja putanju nabijene čestice. Kao posljedica, naboji se nagomilavaju na pločama kondenzatora. Ukoliko kondenzator nije spojen na otpor, nabija se sve dok sila na naboje koja dolazi od rastućeg električnog polja ne postane jednaka magnetskoj sili:

$qE = qvB$, odnosno $E = vB$. **[2 boda]**

Za pločasti kondenzator to znači da je razlika potencijala na odspojenom kondenzatoru, odnosno *ems*, jednaka $\varepsilon = vBd$. **[2 boda]**

Unutarnji otpor jednak je otporu vodljive tekućine između ploča:

$r = \frac{1}{\sigma}\frac{d}{S}$. **[1 bod]**

Nakon što je vanjski otpor spojen na kondenzator, u krugu počinje teći električna struja:

$I = \frac{\varepsilon}{R+r}$. **[2 boda]**

Snaga dovedena na otpornik je $P = I^2R = \frac{(vBd)^2R}{\left(R+\frac{1d}{\sigma S}\right)^2}$, i disipira se u obliku topline. **[2 boda]**

Još ostaje otkriti izvor topline, budući da je magnetska sila uvijek okomita na brzinu, pa ne može stvarati rad.

Nakon što je krug zatvoren, slobodni naboji u vodljivoj tekućini dobivaju komponentu brzine koja je okomita na smjer brzine tekućine, i samim time okomita na ploče kondenzatora.

Rad magnetske sile jednak je $\Delta W_B = q(\vec{v} \times \vec{B})\Delta\vec{l}$. Budući da je $\vec{v} \parallel \Delta\vec{l}$,samim time rad koji obavlja magnetska sila je jednak nuli (budući da zbog skretanja tekučine ona se efektivno giba sporije u smjeru okomitom na ploče, pa se rad troši na održavanje konstantne brzine).

[5 boda]

Stvaran izvor energije za ovaj sustav predstavlja pumpa koja tjera tekućinu kroz kondenzator. Rad ovog izvora obavljen je protiv mehaničke i magnetske sile otpora tekućini i u konačnici je pretvoren u toplinu (grijanje otpora u krugu). **[2 boda]**

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Biograd na Moru, 02. - 05. svibnja 2013.

srednje škole - 3. skupina

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor: Uređaj se sastoji od većeg i manjeg poklopac za staklenke. Sredinom većeg poklopca prolazi vijak koji je pričvršćen s maticom. Na većem poklopcu nalazi se manji poklopac. Sredinom manjeg poklopca prolazi isti vijak. Na vijku nalazi se podložna pločica i matica.

Ostali pribor: Velika podložna pločica, matica, viličasti ključ, dinamometar od 5 N, stegač, križna spojka, šipka, kutomjer, trokut, 4 lista milimetarskog papira, marker, papir sa skicama uređaja

Zadatak:

Pomoću viličastog ključa zatezati maticu. **Zabranjeno je načiniti više od dva okretaja matice nakon što je počela deformacija poklopaca.**

Nacrtati ovisnost momenta sile o deformaciji poklopaca (pod deformacijom podrazumijeva se uleknuće poklopaca Δl).

Opisati kako ste mjerili.

Naći konstantu elastičnosti poklopaca. Izračunati pogreške mjerenja.

Kod zadnjeg mjerenja maknite ključ. Izračunajte sve sile koje djeluju na maticu.

Želimo vam puno uspjeha u rješavanju.

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Biograd na Moru, 02. - 05. svibnja 2013.

srednje škole - 3. skupina

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA

Ovisnost momenta sile o deformaciji poklopaca

Mjerenje uspona vijka

Da bi se odredio za koliko se deformiraju poklopci potrebno je odrediti koliki razmak između dva susjedna navoja. To je ujedno pomak matice kada načinimo jedan okret. Taj pomak naziva se i uspon. Najbolje je na vijak naviti maticu, označiti markerom početak matice na vijku, a zatim naviti maticu određeni broj okretaja i označiti početak matice u novom položaju na vijku. Pomoću trokuta izmjeriti udaljenost između te dvije crte. Omjer izmjerene duljine i broja okretaja dati će uspon vijka. Potrebno je načiniti nekoliko mjerenja za različiti broj zavoja i naći srednju vrijednost.

n	Δs/cm	h/cm	abs(Δh)
10	1,1	0,110	0,000
13	1,5	0,115	0,006
18	1,9	0,106	0,004
8	0,9	0,113	0,003
15	1,6	0,107	0,003
11	1,2	0,109	0,001
	$\bar{h}$	0,110	5%
	Δh_{max}	0,006	

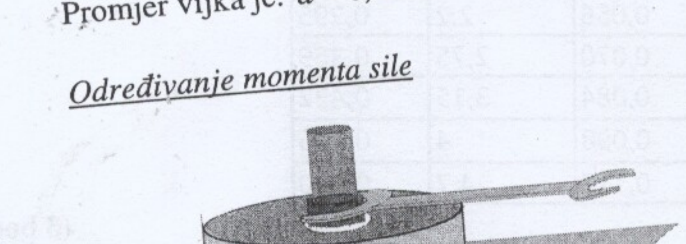
$$h = (0{,}110 \pm 0{,}006)cm$$

Potrebno je trokutom izmjeriti i promjer vijka.

(2 boda)

Promjer vijka je: $d = 0{,}6cm$

Određivanje momenta sile



Na poklopcu potrebno je označiti kutove za koje ćete zakretati vijak. Dovoljno je označiti svakih 45°, odnosno 1/8 kruga. To moglo načiniti tako da se na milimetarskom papiru nacrta krug pomoću poklopca, kutomjerom označite kutove i potegnu zrake iz središta kruga. Poklopac se vrati na milimetarski papir i markerom označi kutove na poklopcu. Može se to napraviti i na drugi način, ali može utjecati na preciznost mjerenje.

Stegač se pričvrsti za stol, u stegač pričvrsti šipka i stavi križna spojka. U spojku se nagura dinamometar. Ispod stegača može se staviti milimetarski papir tako da se ne pomiče dok mjerite. Na milimetarskom papiru može se potegnuti crta uz dinamometar tako da se dobije paralela s dinamometrom.

Ključ se stavite na vijak, a drugu strana ključa zakači se za dinamometar. Da bi ključ stabilnije stajao može se staviti iznad ključa široka podložnu pločicu i navije se slobodna matica, ali ne do kraja kako ne bi bilo prevelikog trenja između pločice i ključa. Ključ treba stajati okomito na dinamometar. Na milimetarskom papiru može se uz rub donjeg poklopaca potegnuti paralelnu liniju s linijom koja je povučena uz dinamometar i ako se drži rub poklopca uz tu liniju ključ i dinamometar biti će okomiti.

Treba izmjeriti duljinu od sredine vijka do hvatišta dinamometra na drugom kraju vijka. To će biti krak sile l.

$l = 13{,}4$ cm

(duljine svih ključeva nisu iste, tako da su podaci o kraku sile samo primjer)

Rukom treba zakretati poklopce sve dok dinamometar ne počne pokazivati neku silu. Tada počinje deformacija poklopaca.

Poklopce se zakreće dok ne opiše dio kruga, recimo 1/8 kruga. Istovremeno treba linearno pomicati poklopce kako bi dinamometar i ključ ostali okomiti jer se dinamometar izvlači. Dobro je poklopce za to vrijem držati malo iznad stola kako ne bi dolazilo do trenja između poklopaca i stola. Poklopce je potrebno okretati polako stalnom brzinom i kada se napravi željeni zakret stati i očitati silu. Može se dogoditi da kada se ponovo krene da se dinamometar izvlači, a da ne zakrećete poklopce zato jer je maksimalna statička sila trenja veća od dinamičke sile trenja. Zato nije dobro zakrenuti poklopce za određeni kut pa onda tražiti silu kada će se ponovo poklopci početi zakretati.

Ako izmjerite silu na neki drugi način također će vam se priznati.

Množenjem uspona vijka h sa zakretom vijka n dobije se deformacija poklopaca Δl.

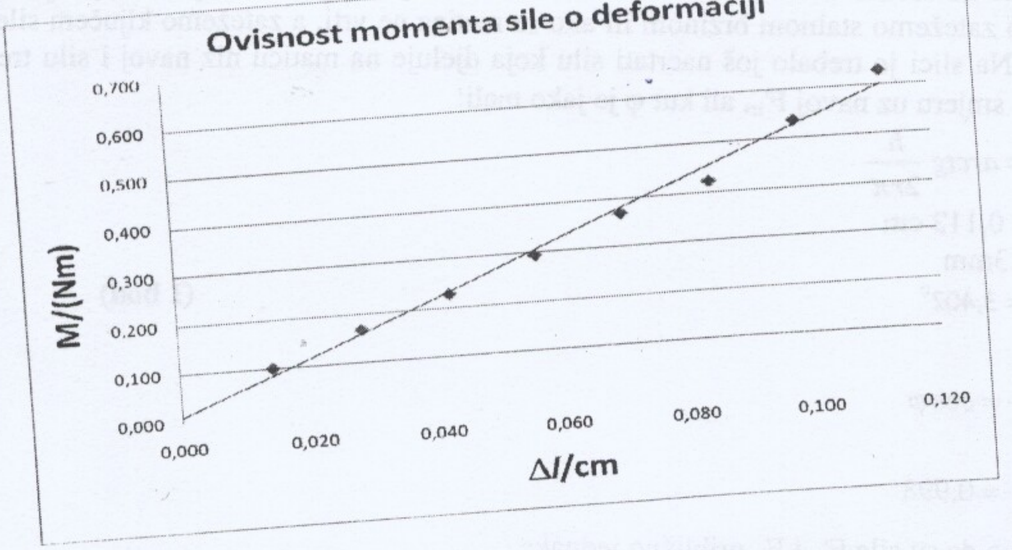
$$\Delta l = nh \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Množenjem sile F koju ste izmjerili i kraka sile dobije se moment sile npr:

$$M = Fl \qquad \textbf{(1 bod)}$$

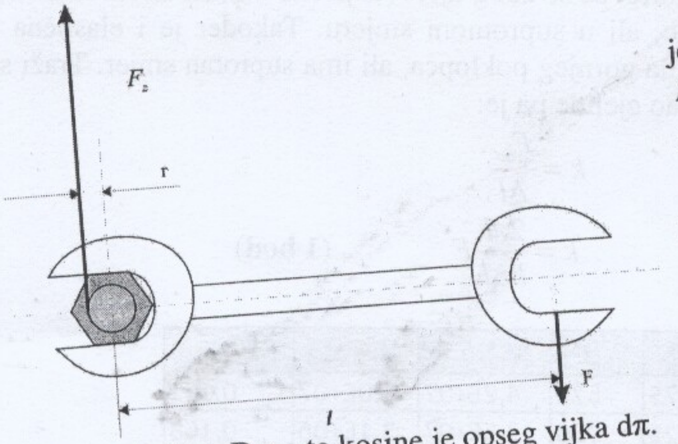
n	α	Δl/cm	F/N	M/(Nm)
0,125	45	0,014	0,75	0,101
0,250	90	0,028	1,25	0,168
0,375	135	0,042	1,7	0,228
0,500	180	0,056	2,2	0,295
0,625	225	0,070	2,75	0,369
0,750	270	0,084	3,15	0,422
0,875	315	0,098	4	0,536
1,000	360	0,112	4,7	0,630

(3 boda)



(2 boda)

Konstanta elastičnosti poklopaca



Moment sile koji djeluje na ključ

$$M_k = Fl$$

jednak je momentu sile zatezanja matice

$$M_z = F_z r$$

$$M_k = M_z$$

$$Fl = F_z r$$

F_z je sila zatezanja vijka.

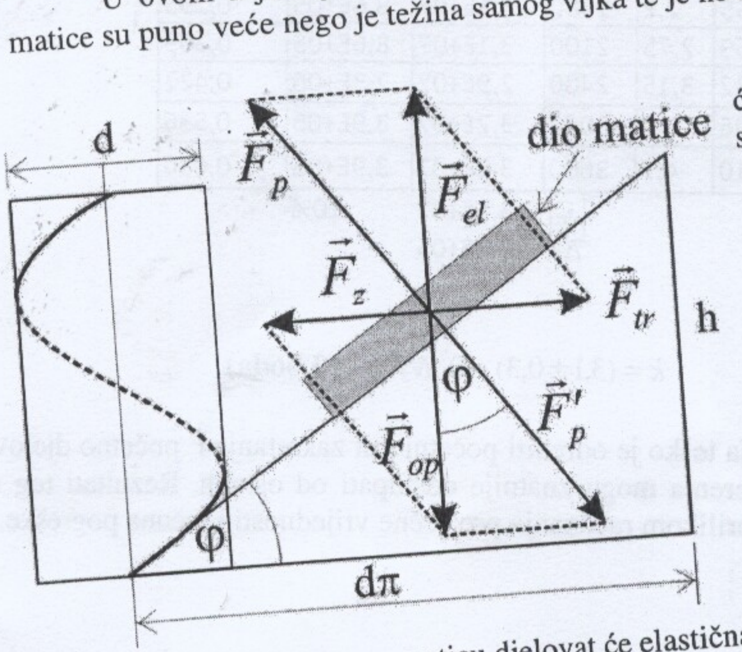
$$F_z = F\frac{l}{r}$$ **(1 bod)**

Navoj se spiralno uspinje po vijku. U stvari, vijak nije ništa drugo nego kosina. **(1 bod)**

h je uspon vijka. Baza te kosine je opseg vijka dπ.

U ovom mjerenju matica se spušta niz vijak. Sile koje nastaju prilikom zatezanja matice su puno veće nego je težina samog vijka te je ne treba uzimati u obzir.

(crtež 2 boda)



Zbog zatezanja matice javljat će se sila F_{op} prema dolje. Ta sila zove se opterećenje vijka.

$$F_z = F_{op} tg\varphi$$

$$tg\varphi = \frac{h}{2r\pi}$$ **(1 bod)**

$$F_z = F_{op}\frac{h}{2r\pi}$$

$$F\frac{l}{r} = F_{op}\frac{h}{2r\pi}$$

$$F_{op} = \frac{2\pi l}{h}F$$ **(2 boda)**

Matica preko podložne pločice silom F_{op} djeluje na poklopac koji se deformira. Prema gore na maticu djelovat će elastična sila poklopca.

$F_{el} = -F_{op}$

Kada zatežemo maticu između matice, oboda vijka i podložne pločice javlja se sila trenja. Ako zatežemo stalnom brzinom ili ako se matica ne vrti, a zatežemo ključem sile su u ravnoteži. Na slici je trebalo još nacrtati silu koja djeluje na maticu niz navoj i silu trenja u suprotnom smjeru uz navoj F'$_{tr}$, ali kut φ je jako mali:

$$\varphi = arctg \frac{h}{2r\pi}$$

h = 0,112 cm

r = 3mm

φ = 3,402° **(1 bod)**

$$\frac{F'_{tr}}{F} = \cos\varphi$$

$$\frac{F'_{tr}}{F} = 0{,}998$$

Tako da su sile F'$_{tr}$ i F$_{tr}$ približno jednake.

F'$_p$ je sila kojom matica djeluje na navoj vijka, a F$_p$ sila kojom navoj djeluje na maticu.

Gornji poklopac deformirat će se zbog djelovanja sile F$_{op}$, ali istom tom silom djeluje i glava vijka na donji poklopac, ali u suprotnom smjeru. Također je i elastična sila donjeg poklopca ista kao i elastična sila gornjeg poklopca, ali ima suprotan smjer. Traži se konstanta elastičnosti za oba poklopca kao cjeline pa je:

$$k = \frac{F_{op}}{\Delta l}$$

$$k = \frac{2\pi l}{h\Delta l} F \qquad \textbf{(1 bod)}$$

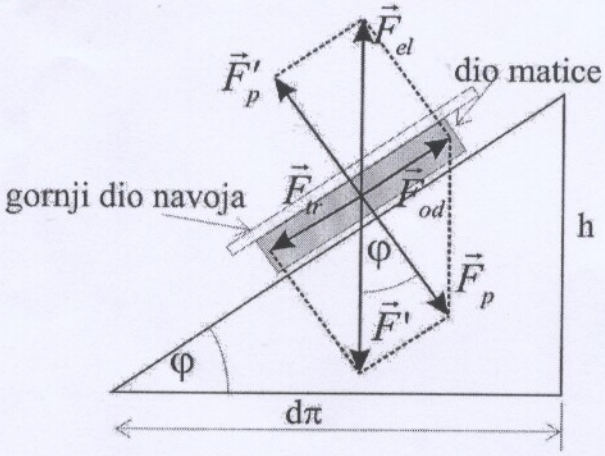
n	α	Δl /cm	F/N	F$_{op}$/N	k/(N/m)	abs(Δk)	M/(Nm)
0,125	45	0,014	0,75	570	4,2E+07	1,0E+07	0,101
0,250	90	0,027	1,25	950	3,5E+07	3,1E+06	0,168
0,375	135	0,041	1,7	1300	3,2E+07	1,1E+05	0,228
0,500	180	0,055	2,2	1680	3,1E+07	8,6E+05	0,295
0,625	225	0,069	2,75	2100	3,1E+07	8,6E+05	0,369
0,750	270	0,082	3,15	2400	2,9E+07	2,3E+06	0,422
0,875	315	0,096	4	3060	3,2E+07	3,9E+05	0,536
1,000	360	0,110	4,7	3600	3,2E+07	3,9E+05	0,630
				$\bar{k}$	3,1E+07	10%	
				Δk	3,2E+06		

$$k = (3{,}1 \pm 0{,}3) \cdot 10^7\, N/m \quad \textbf{(3 boda)}$$

Prilikom mjerenja teško je odrediti početni kut zakretanja i početno djelovanje sile pa zato rezultati prvog mjerenja mogu znatnije odstupati od ostalih. Rezultati tog mjerenja ne trebaju se uzeti u obzir prilikom računanja prosječne vrijednosti i računa pogreške.

Prestanak djelovanja zatezne sile

(slika 2 boda)



Kada prestanemo djelovati zateznom silom na maticu, elastična sila poklopaca pritisnut će maticu na gornji dio navoja. Na maticu djelovat će elastična sila. Elastična sila iz gornje tablice je: $F_{el} = 3600N$

Na matica na gornji dio navoja djeluje silom

$$F_p' = F_{el} \cos\varphi$$

(1 bod)

$$F_p' = 3590 \text{ N}$$

Ona se bitno ne razlikuje od elastične sile.

Prema dolje djeluje sila kojom gornji dio navoja djeluje na maticu F_p. Ta sila jednaka je sili F'_p, ali ima suprotan smjer. Rezultantna sila sila F_p i F_{el} je sila F_{od}. Kad ne bi bilo trenja između matice i navoja vijka, matica bi se odvijala.

$$F_{od} = F_{el} \sin\varphi$$

$$F_{od} = 210 \text{ N}$$

(1 bod)

U suprotnom od sile F_{od} djeluje sila trenja F_{tr} jednaka po iznosu, ali suprotna po smjeru.

(1 bod)

Vektorski zbroj sile trenja i sile F_p dati će silu F' koja ima suprotan smjer od elastične sile F_{el}.

Sve sile su u ravnoteži.

(Opis mjerenja **2 boda)**

(preciznost mjerenja 2 boda)

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Biograd na Moru, 2.-5. svibnja 2013.

Srednje škole - 4. grupa

1. zadatak (18 bodova)

Paralelan snop svjetlosti upada okomito na planparalelnu prozirnu kružnu pločicu te nakon prolaska kroz nju biva fokusiran u jednu točku, koju možete nazvati žarište iako se ne radi o lomu kakav se odvija kod leće. Fokusiranje se postiže time što se indeks loma pločice mijenja od središta prema rubu pločice, i to tako da ovisi samo o udaljenosti od osi kružne pločice.

a) Debljina pločice je h = 2mm, polumjer R, a žarišna daljina f. Izvedi izraz za ovisnost indeksa loma pločice n o udaljenosti r od njenog središta! Uzmi da je pločica mnogo tanja od svog polumjera, i da je žarište mnogo dalje nego što su dimenzije pločice, što će znatno pojednostavniti razmatranje širenja svjetlosti kroz pločicu, ali i konačan izraz. Izračunaj f znajući da na r = 5mm gradijent indeksa loma pločice ($|dn/dr|$) iznosi 0,025mm^{-1} !

b) Na zadanu pločicu prislonjena je plankonkavna leća žarišne daljine 30cm tako da im se osi podudaraju. Maleni predmet stavljen je na udaljenost 30cm od pločice. Gdje će biti slika predmeta proizvedena optičkim sustavom pločica-leća? Gdje se sve može staviti predmet da bi slika još uvijek bila realna?

2. zadatak (17 bodova)

Meteorološki radar na avionu ima 15 međusobno paralelnih vertikalnih štapnih antena poredanih duž smjera leta s međusobnim razmakom 2cm. Svaka od antena zrači koherentne radio valove frekvencije 8,8 GHz jednoliko u svim smjerovima u horizontalnoj ravnini. Relativna faza δ između titranja u susjednim antenama može se mijenjati elektroničkim putem. Pokaži da za δ=0 ovaj skup antena najjače zrači samo u smjeru okomitom na pravac na kojem su antene! Pod kojim kutom sustav zrači maksimalni intenzitet ako je $\delta \neq 0$? Koje vrijednosti mora poprimati δ da bi maksimum radarskog snopa prebrisao kut 45° na lijevo i desno od pravca leta? Koliko je puta intenzitet snopa u smjeru maksimuma kojeg proizvodi ovih 15 antena veći od onog koji bi na istoj (dalekoj) udaljenosti proizvela jedna takva usamljena antena napajana istom snagom kao ovih 15 antena zajedno?

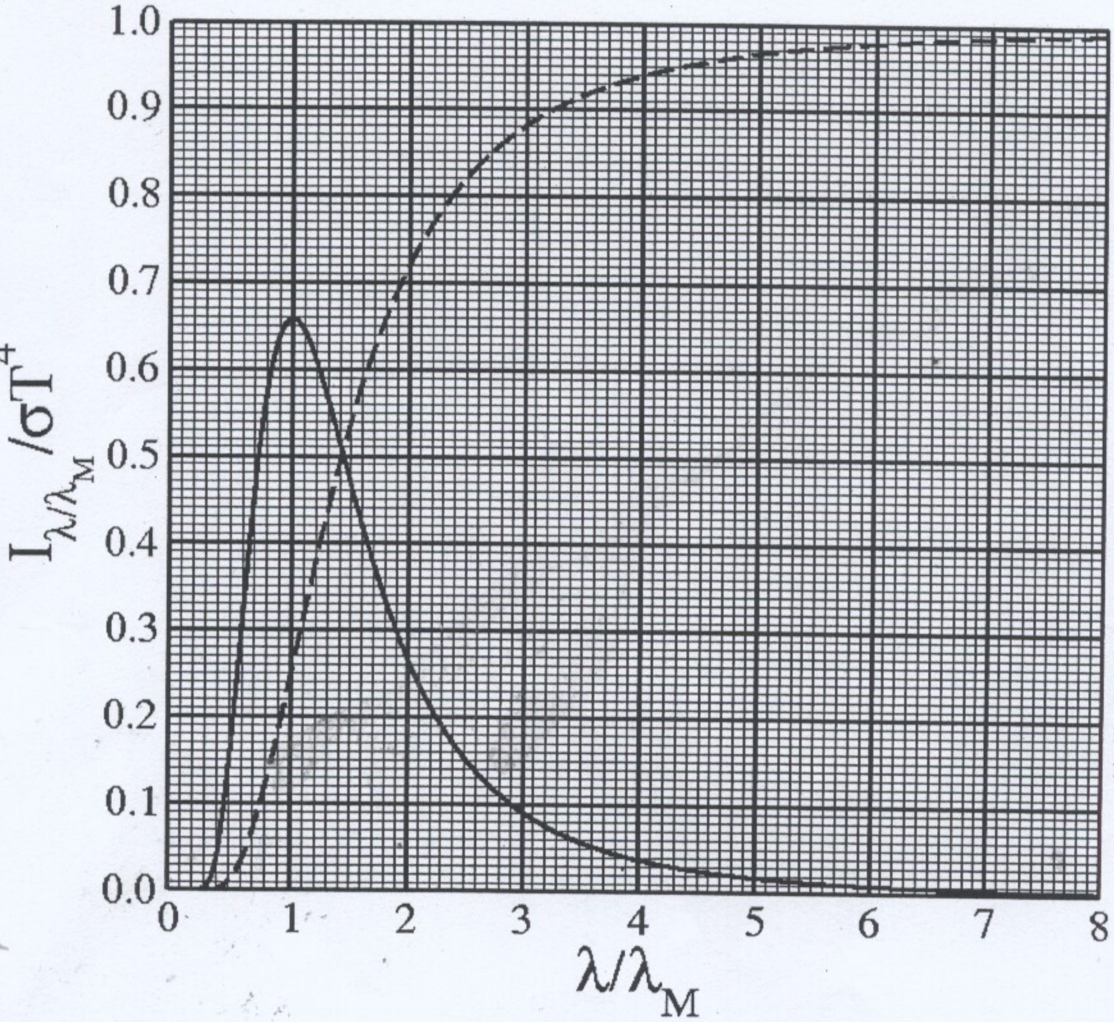
3. zadatak (18 bodova)

a) U nuklearnoj reakciji $^{16}O + {}^{54}Fe \rightarrow {}^{12}C + {}^{58}Ni$ dolazi do prijenosa α-čestice s jezgre kisika na jezgru željeza pa nastaje jezgra nikla u pobuđenom stanju, pri čemu se nastala jezgra ^{12}C giba istom brzinom (i iznos i smjer) kao i jezgra ^{16}O prije reakcije, dok je jezgra željeza prije reakcije mirovala. Mase mirovanja navedenih jezgara su m_O=15.99491u, m_{Fe}=53.93962u, m_C=12.00000u, m_{Ni}=57.93535u. Kinetička energija dolazeće jezgre ^{16}O je 50 MeV. Treba li raditi relativistički račun i zašto? Kolika je energija pobuđenog stanja jezgre nikla?

b) Jezgra nikla iz pobuđenog stanja prelazi u osnovno stanje emitiranjem γ-fotona. Promotri taj proces u sustavu mirovanja pobuđene jezgre nikla i izračunaj kinetičku energiju jezgre i frekvenciju nastalog fotona u istom sustavu nakon emisije! Kolika je frekvencija tog istog fotona u laboratorijskom sustavu gdje detektor miruje i opaža fotone koji mu dolaze u susret?

4. zadatak (17 bodova)

Plavi divovi su zvijezde koje se nakon eksplozije pretvaraju u crne rupe. Temperatura površine tipičnoga plavog diva je 30000K. Vidljivi sjaj, t.j. snaga izračena u okolinu u području vidljive svjetlosti (valna duljina od 400nm do 700nm), mu je 100000 puta veći od vidljivog sjaja Sunca. Polumjer Sunca je $6{,}96 \cdot 10^5$km, a ono sveukupno zrači snagu $3{,}86 \cdot 10^{26}$W. Pretpostavi da plavi div i Sunce zrače kao crno tijelo. Pri kojoj valnoj duljini plavi div zrači najveći intenzitet te zašto se zove "plavi"? Kolika je temperatura površine Sunca i zašto ga ne možemo nazvati "plavim"? Koliki je polumjer opisanoga plavog diva? Je li općenito ispravno govoriti da je vidljivi sjaj proporcionalan ukupnoj zračenoj snazi, te pokaži to na ovom primjeru!



Slika: Spektralna gustoća intenziteta zračenja $I_{\lambda/\lambda M}$ normirana na ukupni intenzitet (puna linija) i njen kumulativni integral (iscrtkana linija) u ovisnosti o valnoj duljini izraženoj preko valne duljine λ_M najvećega intenziteta.

Koristan izraz:

$(1+x)^n \approx 1+nx$ za $x<<1$

Konstante:

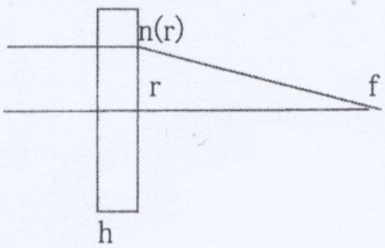
- brzina svjetlosti $c=3 \cdot 10^8$ m/s
- Planckova konstanta $h=6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Js
- Boltzmannova konstanta $k_B=1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K
- elementarni naboj $e=1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
- unificirana atomska jedinica mase $u=1{,}66056 \cdot 10^{-27}$ kg
- Stefan-Boltzmannova konstanta $\sigma=5{,}67 \cdot 10^{-8}$W/m^{2}K
- Wienova konstanta C=0,0029Km

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Biograd na Moru, 2.-5. svibnja 2013.

Srednje škole - 4. grupa – Rješenja i bodovanje

1. zadatak (18 bodova)



a) Za dvije bliske dolazne zrake fokusiranje u istu točku dogodit će se ukoliko one stižu u nju istovremeno, da bi se snop mogao kontinuirano širiti. **(1 b.)**

Izjednačavanjem vremena dolaska zrake koja prolazi kroz sredinu pločice i zrake koja prolazi pločicom na udaljenosti r od središta u zajedničku točku f dobije se

$$\frac{h}{\frac{c}{n(r)}}+\frac{\sqrt{r^2+f^2}}{c}=\frac{h}{\frac{c}{n(0)}}+\frac{f}{c}.$$ **(3 b.)**

Nakon sređivanja slijedi $n(r)=n(0)+\frac{f}{h}\left(1-\sqrt{1+\frac{r^2}{f^2}}\right).$ **(2 b.)**

Za zrake bliske osi je $r \ll f$ pa se može zapisati $n(r)=n(0)-\frac{r^2}{2hf}.$ **(1 b.)**

Promjena indeksa loma po jedinici udaljenosti je $\frac{dn}{dr}=\frac{-r}{hf}.$ **(1 b.)**

Iz zadanog gradijenta indeksa loma dn/dr = -0.025/mm pri r = 0,5cm te debljine 2mm slijedi žarišna daljina f = 10cm. **(2 b.)**

b) Za prvu (recimo ovu izračunatu) leću jednadžba $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ daje udaljenost slike od leće b = 15cm. **(2 b.)**

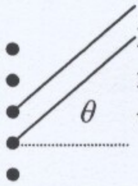
Ukoliko je druga (plankonveksna) leća naslonjena na prvu, udaljenost među njima možemo zanemariti pa je predmet udaljen od druge leće c = -15cm (negativno jer se nalazi s druge, "krive", strane). **(2 b.)**

Sad jednadžba druge leće $\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=\frac{1}{f'}$ daje d = 30cm što znači da je slika na desnoj strani i realna. **(2 b.)**

Žarišna daljina kombinacije dviju leća izražena je s $\frac{1}{F}=\frac{1}{f}+\frac{1}{f'}$ iz čega je F = 15cm pa slijedi da će realna slika biti ostvarena ako je udaljenost predmeta od pločice veća od 15 cm. **(2 b.)**

2. zadatak (17 bodova)

Slika: **(1 b.)**



Zrake pod kutom θ interferirat će konstruktivno za $d\sin\theta - \frac{\delta}{2\pi}\lambda = k\lambda$, gdje je d razmak među susjednim antenama, δ razlika faze susjednih antena, a $k\lambda$ cjelobrojni višekratnik valne duljine. **(3 b.)**

Radarski snop imat će maksimum pod kutem $\sin\theta = \frac{k\lambda}{d} + \frac{\delta\lambda}{2\pi d}$. **(1 b.)**

Za $\delta = 0$ uz dK λ jedino rješenje dobije se za $k = 0$ i ono iznosi $\sin\theta = 0$.

(2 b.)

Za općeniti δ potrebno je namjestiti k tako da je $|\sin\theta| \cdot 1$. **(1 b.)**

Za $k = 0$ kut maksimuma je $\theta = \arcsin\frac{\delta\lambda}{2\pi d}$. **(2 b.)**

Uz zadane f=8,8·10⁹Hz, $\lambda = \frac{c}{f} = 3{,}41$ cm, i d=2cm, maksimum pod kutom $\theta = 45°$ dobije se za $\delta = \frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta = 2{,}6$ rad. **(3 b.)**

Da bi maksimum prebrisao kut θ od −45° do 45° stupnjeva, faza δ mora se mijenjati od -2,6rad do 2,6rad. **(1 b.)**

Intenzitet je kvadrat amplitude. U slučaju konstruktivne interferencije amplituda je $15A_0$, pa je intenzitet $15^2 I_0$. U slučaju kad jedna antena zrači sav intenzitet, on iznosi $15I_0$. Stoga je traženi omjer 15. **(3 b.)**

3. zadatak (18 bodova)

a) Promjena mase u reakciji je Δm=57,93535u+12,00000u-53,93962u-15,99491u=0,00082u= 1,3616$\cdot 10^{-30}$kg. **(1 b.)**
Promjena kinetičke energije zbog reakcije je stoga $\Delta K = -\Delta mc^2 = -1{,}2237\cdot 10^{-13}$J = -0,761MeV. **(1 b.)**
Budući da su kinetička energija dolazne jezgre i dobivena energija mnogo manje od energije mirovanja, račun se može provoditi nerelativistički (relativistički bi dao isti rezultat uz malo više računa). **(1 b.)**
Za jednodimenzionalan sudar očuvanje količine gibanja glasi $m_O \cdot v_O = m_C \cdot v_C + m_{Ni} \cdot v_{Ni}$. **(1 b.)**
Zakon očuvanja energije je $K_O + \Delta K = K_C + K_{Ni} + E_{Ni}$, gdje je E_{Ni} energija pobuđenja jezgre nikla. **(2 b.)**

Budući da je $v_O = v_C$, količina gibanja nikla iznosi $m_{Ni} \cdot v_{Ni} = (m_O - m_C) \cdot v_O$ pa je kinetička energija

$$K_{Ni} = \frac{(m_O - m_C)^2 v_O^2}{2 m_{Ni}} = K_O \frac{(m_O - m_C)^2}{m_{Ni} m_O} = 0{,}8611\text{MeV}.$$ **(1 b.)**

Uvrštavanjem u zakon očuvanja energije slijedi energija pobuđenja jezgre nikla

$$E_{Ni} = \Delta K + K_O + K_O \frac{(m_O - m_C)^2}{m_{Ni} m_O} - \frac{m_C v_C^2}{2},$$

što zbog $v_O = v_C$ postaje

$$E_{Ni} = \Delta K + K_O \frac{(m_O - m_C)(m_{Ni} - m_O + m_C)}{m_{Ni} m_O}.$$ **(2 b.)**

Uvrštavanjem zadanih podataka i energije reakcije dobije se E_{Ni} = 10,866 MeV. **(1 b.)**

b) U sustavu mirovanja pobuđene jezgre zakon očuvanja energije je $E_{Ni} = E_f + K'_{Ni}$, gdje je K'_{Ni} kinetička energija odbijene jezgre nikla. Zakon očuvanja količine gibanja $p_f = p'_{Ni}$, pri čemu je za foton $E_f = c p_f$. **(1 b.)**

Energije su nerelativističkih iznosa pa je $K'_{Ni} = \frac{E_f^2}{2 m_{Ni} c^2}$ što daje $E_{Ni} = E_f + \frac{E_f^2}{2 m_{Ni} c^2}$. **(1 b.)**
Pozitivno rješenje ove kvadratne jednadžbe je $E_f = \sqrt{m_{Ni}^2 c^4 + 2 m_{Ni} c^2 E_{Ni}} - m_{Ni} c^2$. **(1 b.)**
Uvrštavanjem podataka dobije se E_f = 10,8649 MeV , što znači da je frekvencija fotona u mirujućem sustavu f_0=2,6236$\cdot 10^{21}$Hz. Za kinetičku energiju odbijene jezgre dobije se K'_{Ni} =1,1keV<<E_f. **(2 b.)**
Zbog gibanja fotona prema detektoru, odnosno približavanja detektora fotonu relativnom brzinom v_{Ni}, frekvencija fotona koju mjeri detektor je $f_{detekt} = f_0 \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}$. **(1 b.)**
Treba uzeti $v = v_{Ni}$ = 0.00565c, pa se dobije f_{detekt} = 2,6385$\cdot 10^{21}$Hz.
(2 b.)

4. zadatak (17 bodova)

Valna duljina pri kojoj plavi div zrači najvećim intenzitetom dobije se iz Wienova zakona $\lambda_{MD}=\frac{C}{T_D}=96{,}7$ nm, gdje je C Wienova konstanta, a T_D temperatura površine. **(1 b.)**

Zvijezda se naziva plavim divom zato jer je od vidljivog spektra najintenzivnije zastupljen plavi dio. **(1 b.)**

Kuglasto tijelo polumjera R temperature T zrači snagu $P=4\pi R^2\sigma T^4$, gdje je σ Stefan-Boltzmann konstanta. **(1 b.)**

Temperatura površine Sunca je $T_S=\sqrt[4]{\frac{P_S}{4\pi R_S^2\sigma}}=5784$ K. **(1 b.)**

Valna duljina pri kojoj Sunce zrači najintenzivnije je $\lambda_{MS}=\frac{C}{T_S}=501$ nm, što odgovara žutoj boji. **(2 b.)**

Ako je u udio intenziteta zračenja unutar vidljivog dijela spektra u ukupnom intenzitetu, onda prema uvjetu zadatka možemo pisati $P_D u_D=100000\cdot P_S u_S$. **(2 b.)**

Sa slike uz zadatak očitamo površinu ispod krivulje gustoće intenziteta s granicama od 400nm do 700nm. Za Sunce to odgovara od 0,8 λ_{MS} do 1,4 λ_{MS}, a za plavi div od 4,14 λ_{MD} do 7,24 λ_{MD}. Dobije se $u_S=0{,}493-0{,}131=0{,}362$ i $u_D=0{,}987-0{,}947=0{,}040$. **(4 b.)**

Slijedi $R_D=R_S\left(\frac{T_S}{T_D}\right)^2\cdot 10^{5/2}\left(\frac{u_S}{u_D}\right)^{1/2}=35{,}4\cdot R_S=2{,}46\cdot 10^{10}$m. **(3 b.)**

Vidljivi sjaj je $P_V=uP$, a budući da u ovisi o temperaturi s kojom se pomiče položaj λ_M s obzirom na granice vidljivog spektra, to vidljivi sjaj nije proporcionalan ukupnoj izračenoj snazi. **(2 b.)**

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Biograd na Moru, 02. - 05. svibnja 2013.

srednje škole - 4. skupina

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

CD kao optička rešetka

Pribor: Poluvodički laser, žica promjera 0.28 mm , CD , metar , milimetarski papir , plastelin , samoljepljiva traka

Zadatak :

1. Odredite valnu duljinu laserske svjetlosti , rezultate mjerenja prikažite tablično i provedite račun pogreške (15 bodova)
2. Objasnite zašto se CD može koristiti kao optička rešetka , odredite konstantu optičke rešetke, rezultate mjerenja prikažite tablično i provedite račun pogreške (15 bodova)

   U sklopu zadatka treba:
   a) Nacrtati skice eksperimenata
   b) Napisati izraze tj. formule koje povezuju mjerene veličine s traženim veličinama (valna duljina laserske svjetlosti i konstanta optičke rešetke)

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

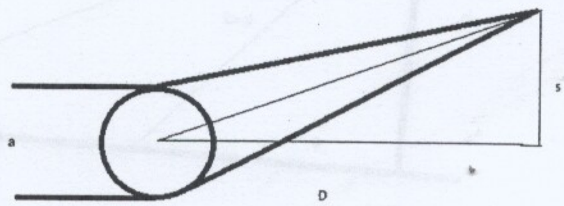
Biograd na Moru, 02. - 05. svibnja 2013.

srednje škole - 4. skupina

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA

1. Da bi odredili valnu duljinu laserske svjetlosti koristit ćemo ogib svjetlosti na žici (niti) poznate debljine a=0.28 mm. **(2 boda)**

   Kao zastor koristimo milimetarski papir. Pomoću plastelina i trake učvrstimo laser i žicu tako da laserski snop pada na sredinu žice , a ogibnu sliku promatramo na zastoru.
   Mjerimo udaljenost prvog maksimuma od središnjeg , tu udaljenost označavamo sa s , a udaljenost žice od zastora sa D.



(2 boda)

Koristimo izraz za ogib na niti:

$a\sin\vartheta = k\lambda$ **(2 boda)**

Kut ϑ odredimo mjereći D i s :

$tg\vartheta = \frac{s}{D}$ **(2 boda)**

Budući da je D puno veći od s tj. kut ϑ je vrlo mali možemo koristiti aproksimaciju

$\sin\vartheta \approx tg\vartheta$

i uz k=1 dobije se

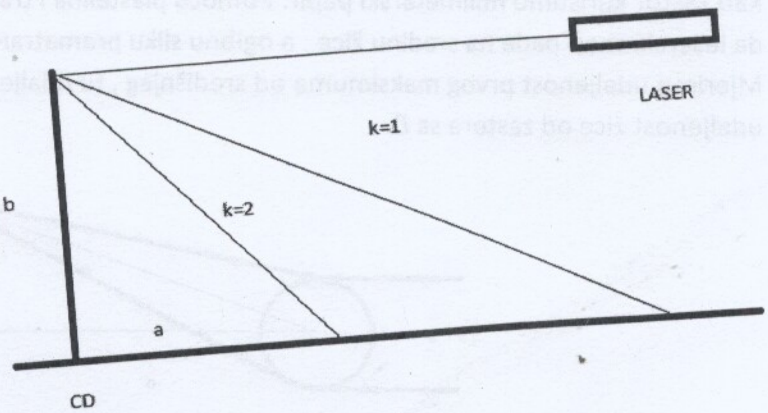
$\lambda=\frac{a}{D}s$ **(2 boda)**

Više mjerenja možemo dobiti mijenjajući D i za različite k.

Podatke prikažemo tablično i provedemo račun pogreške. **(5 bodova)**

2. CD se sastoji od mnoštva sitnih i gusto pakiranih žljebova koji se spiralno šire od središta diska prema njegovom rubu. Valovi koji se reflektiraju od različitih žljebova međusobno interferiraju. Dakle CD nam može poslužiti kao reflektirajuća optička rešetka. **(2boda)**

Da bi odredili konstantu rešetke postavimo CD i laser prema slici.



(2 boda)

Uvjet za pojavu maksimuma je: **(2 boda)**

$d sin\vartheta = k\lambda$

gdje je *d* konstanta rešetke koja se traži , a λ je valna duljina laserske svjetlosti koju smo odredili u prvom dijelu zadatka.

Kao zastor koristimo milimetarski papir koji postavimo na stol.

Na zastoru dobivamo dva maksimuma tj. mogući su slučajevi *k*=1 i *k*=2.

Mjereći udaljenosti *a* i *b* možemo odrediti sinuse kutova prema: **(2 boda)**

$sin\vartheta = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

,a onda lako nalazimo i konstantu rešetke prema: **(2 boda)**

$d = \frac{k\lambda\sqrt{a^2+b^2}}{b}$

Više mjerenja napravimo za različite udaljenosti *a* i *b* , rezultate mjerenja prikažemo tablično i provedemo račun pogreške. **(5 bodova)**