DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Korčula, 13. – 16. svibnja 2012.

Srednje škole – 1. skupina

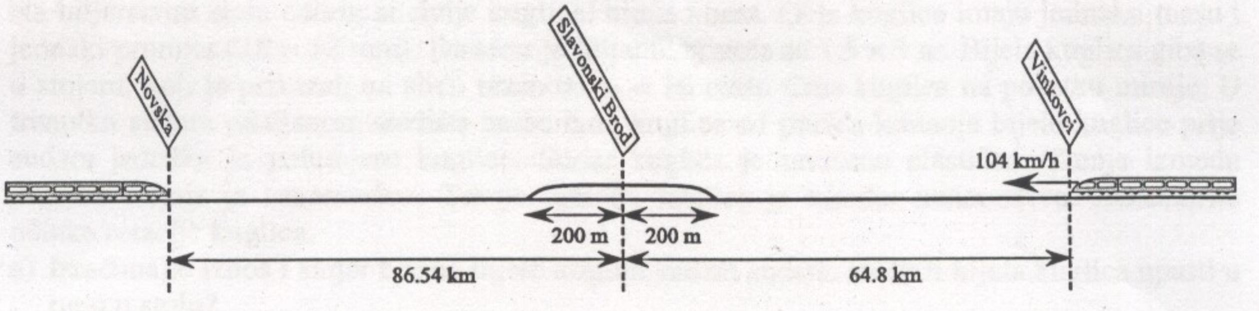
Zadatak 1 (17 bodova)

Putnički vlak duljine 79 m vozi na relaciji Novska – Slavonski Brod – Vinkovci. Nakon polaska iz mirovanja putnički vlak ubrzava stalnim ubrzanjem 0.4 m/s^2 dok ne postigne brzinu 72 km/h te zatim nastavlja voziti tom brzinom. Prilikom kočenja putnički vlak usporava usporenjem 0.5 m/s^2. Putnički vlak polazi iz mirovanja iz Novske (početni položaj je prikazan na slici), zaustavi se na stanici u Slavonskom Brodu, stoji na stanici u Slavonskom Brodu 5 min te zatim polazi iz Slavonskog Broda i zaustavlja se u Vinkovcima. Međunarodni brzi vlak vozi na istoj pruzi stalnom brzinom 104 km/h u suprotnom smjeru od gibanja putničkog vlaka. U 11:05:00 sati brzi vlak prolazi stanicom u Vinkovcima (položaj označen na slici) prema Novskoj. U Slavonskom Brodu putnički vlak skreće na sporedni kolosjek kako bi propustio brzi vlak koji vozi u suprotnom smjeru.

a) Izračunajte ukupno vrijeme putovanja putničkog vlaka od polaska sa stanice u Novskoj do zaustavljanja na stanici u Vinkovcima.

b) U koliko sati najkasnije mora putnički vlak krenuti iz Novske da se ne sudari s brzim vlakom?

Povećanje puta radi zakrivljenosti pruge prilikom prelaska putničkog vlaka na sporedni kolosjek može se zanemariti. Kada se putnički vlak zaustavi na stanicama u Slavonskom Brodu i Vinkovcima, njegov prednji kraj nalazi se točno ispred isprekidane linije na skici (jednako kao položaj na stanici u Novskoj koji je prikazan na slici).

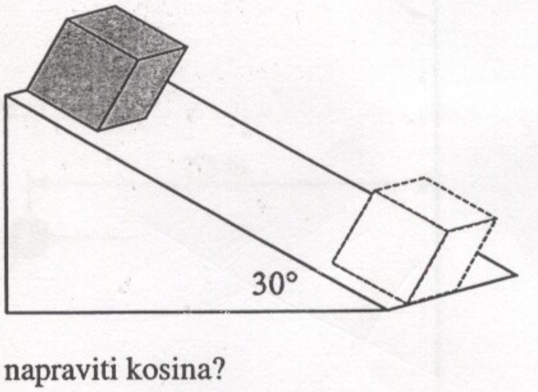


Zadatak 2 (16 bodova)

Kocka duljine stranice 20 cm postavljena je na kosinu visine 0.5 m i nagiba 30°. Kosina se nalazi na horizontalnoj podlozi. Masa kocke dva puta je manja od mase kosine. U početnom trenutku kocka i kosina miruju, a zatim su puštene da se gibaju. Trenje između kocke i kosine je zanemarivo. Trenje između kosine i horizontalne podloge je također zanemarivo.

a) Izračunajte nakon koliko vremena će se kocka spustiti do dna kosine. (Konačan položaj kocke označen je isprekidanom linijom.)

b) Koliki će pomak (i u kojem smjeru) u tom vremenu napraviti kosina?

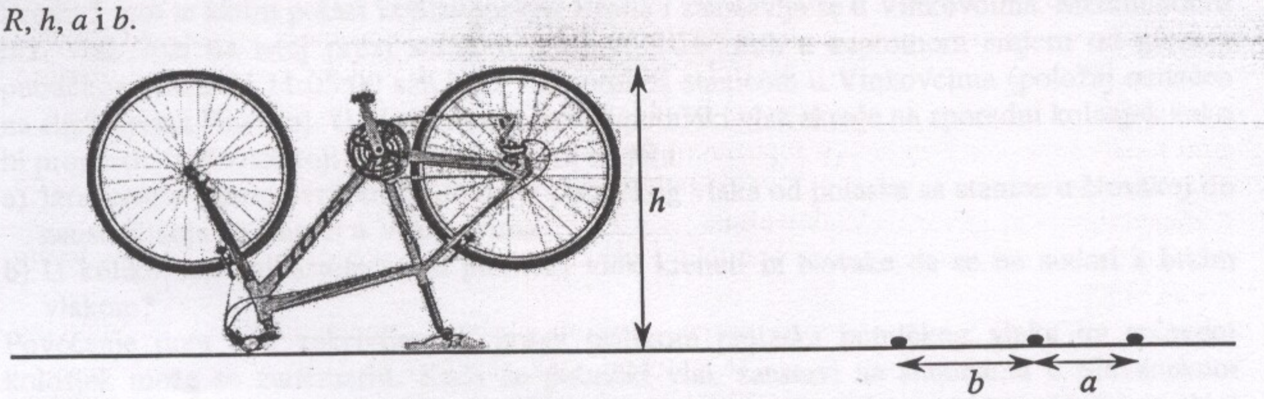


DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Korčula, 13. – 16. svibnja 2012.

Zadatak 3 (18 bodova)

Bicikl je postavljen kao na slici. Polumjer kotača je R, a udaljenost od tla do najviše točke zadnjeg kotača je h. Na jednom dijelu zadnjeg kotača nalazi se mala količina blata. Zadnji kotač zavrtimo određenom početnom kutnom brzinom, a zatim se kotač nastavlja okretati jednoliko usporeno. U svakom trenutku, kada se dio kotača, na kojem se nalazi blato, nađe na najvećoj visini (u odnosu na tlo), s kotača se otkine mala količina blata te padne na tlo. Tri komadića blata, koja su uzastopno pala na tlo, te njihove međusobne udaljenosti prikazane su na slici. Odredite kutno usporenje zadnjeg kotača bicikla. Rezultat izrazite pomoću veličina R, h, a i b.

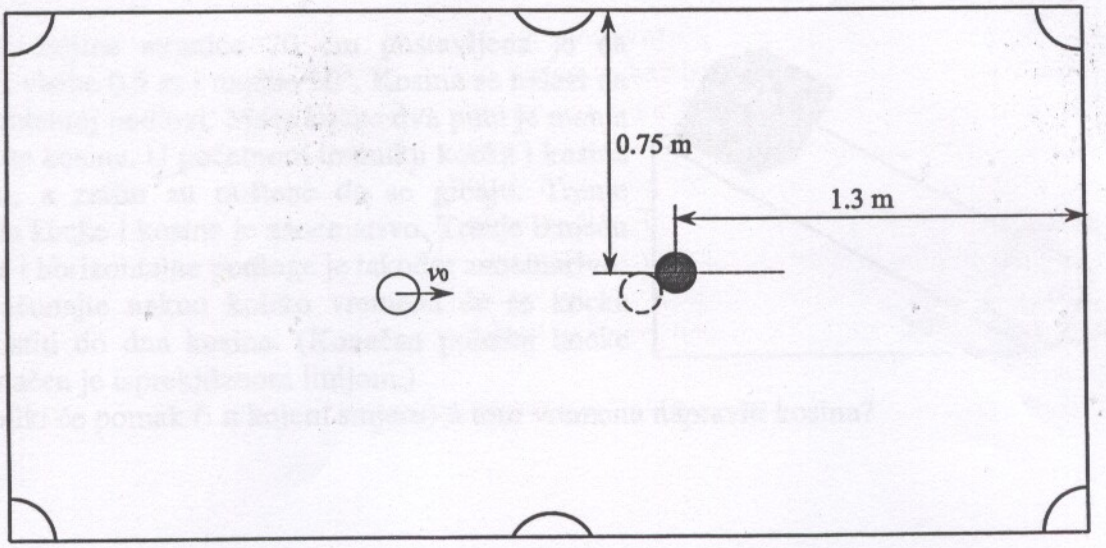


Zadatak 4 (19 bodova)

Na biljarskom stolu nalaze se dvije kuglice: bijela i crna. Obje kuglice imaju jednaku masu i jednaki promjer ($2R = 52$ mm). Dimenzije biljarskog stola su 1.5×3 m. Bijela kuglica giba se u smjeru, koji je prikazan na slici, brzinom $v_0 = 10$ cm/s. Crna kuglica na početku miruje. U trenutku sudara udaljenost središta mase crne kuglice od pravca kretanja bijele kuglice prije sudara jednaka je polumjeru kuglice. Sudar kuglica je savršeno elastičan. Trenje između kuglica i stola je zanemarivo. Trenje između kuglica je također zanemarivo. Zanemarite učinke rotacije kuglica.

a) Izračunajte iznos i smjer brzine bijele kuglice nakon sudara. Hoće li bijela kuglica upasti u rupu u stolu?

b) Izračunajte iznos i smjer brzine crne kuglice nakon sudara. Hoće li crna kuglica upasti u rupu u stolu?



DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Korčula, 13. – 16. svibnja 2012.

Srednje škole – 1. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (17 bodova)

Vrijeme ubrzavanja i put, koji putnički vlak prijeđe za vrijeme ubrzavanja, su:

$t_1 = \frac{v_0}{a_1} = \frac{20\ \text{m/s}}{0.4\ \text{m/s}^2} = 50\ \text{s}$, $s_1 = \frac{v_0^2}{2a_1} = 500\ \text{m}$ **(2 boda)**

Vrijeme kočenja i put, koji putnički vlak prijeđe za vrijeme kočenja, su:

$t_2 = \frac{v_0}{a_2} = \frac{20\ \text{m/s}}{0.5\ \text{m/s}^2} = 40\ \text{s}$, $s_2 = \frac{v_0^2}{2a_2} = 400\ \text{m}$ **(2 boda)**

Put između Novske i Slavonskog Broda, koji vlak prijeđe gibajući se stalnom brzinom v_0, jednak je:

86.54 km – 0.5 km – 0.4 km = 85.64 km **(1 bod)**

Vrijeme gibanja vlaka stalnom brzinom v_0 između Novske i Slavonskog Broda jednako je:

$t = \frac{85640\ \text{m}}{20\ \text{m/s}} = 4282\ \text{s} = 71\ \text{min i}\ 22\ \text{s}$ **(1 bod)**

Put između Slavonskog Broda i Vinkovaca, koji vlak prijeđe gibajući se stalnom brzinom v_0, jednak je:

64.8 km – 0.5 km – 0.4 km = 63.9 km **(1 bod)**

Vrijeme gibanja vlaka stalnom brzinom v_0 između Slavonskog Broda i Vinkovaca jednako je:

$t = \frac{63900\ \text{m}}{20\ \text{m/s}} = 3195\ \text{s} = 53\ \text{min i}\ 15\ \text{s}$ **(1 bod)**

Ukupno vrijeme putovanja putničkog vlaka od Novske do Vinkovaca je:

$2 \cdot 50\ \text{s} + 2 \cdot 40\ \text{s} + 4282\ \text{s} + 3195\ \text{s} + 300\ \text{s} = 7957\ \text{s} = 2\ \text{h}, 12\ \text{min}, 37\ \text{s}$ **(1 bod)**

Zadnji kraj putničkog vlaka mora se nalaziti na odvajanju na sporedni kolosjek u trenutku kada prednji kraj brzog vlaka dolazi do istog odvajanja da se vlakovi ne sudare. Do tog trenutka brzi vlak prijeđe 64.8 km + 0.2 km = 65 km i za to mu je potrebno

$\frac{65\ \text{km}}{104\ \text{km/h}} = 0.625\ \text{h} = 37\ \text{min i}\ 30\ \text{s}$ **(2 boda)**

Prema tome, brzi vlak nalazi se na danom mjestu u 11:42:30 sati.

Putnički vlak počne kočiti 200 m prije odvajanja na sporedni kolosjek, što znači da će kočiti na dijelu puta duljine 200 m + 79 m = 279 m **(1 bod)**, a vrijeme koje mu je potrebno da prijeđe taj dio puta jednako je:

$279\ \text{m} = (20\ \text{m/s}) \cdot t - \frac{1}{2}(0.5\ \text{m/s}^2)t^2$

$t^2 - 80t - 1116 = 0$

$(t-18)(t-62) = 0$ **(3 boda)**

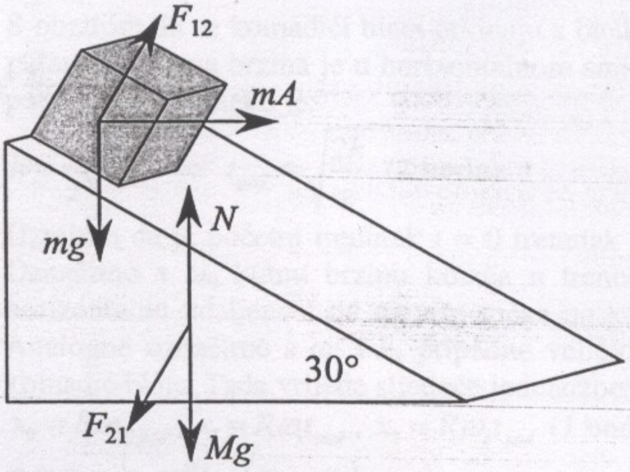
Fizikalno prihvatljivo rješenje jednadžbe je 18 s. Dakle, ukupno vrijeme jednako je:

50 s + 4282 s + 18 s = 4350 s = 1 h, 12 min i 30 s **(1 bod)**

Prema tome, putnički vlak mora krenuti iz Novske najkasnije u 10:30:00 sati. **(1 bod)**

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Korčula, 13. – 16. svibnja 2012.

Zadatak 2 (16 bodova)



Dijagram sila: 3 boda

Kosina se giba ulijevo jednoliko ubrzano ubrzanjem A. Primjenom 2. Newtonovog zakona dolazimo do jednadžbi gibanja za kocku u sustavu kosine u smjeru paralelno kosini i okomito na kosinu i za kosinu u smjeru paralelno podlozi:

$ma = \frac{1}{2}mg + \frac{\sqrt{3}}{2}mA$ **(1 bod)**

$0 = F_{12} + \frac{1}{2}mA - \frac{\sqrt{3}}{2}mg$ **(1 bod)**

$MA = \frac{1}{2}F_{21}$ **(1 bod)**

Iz treće jednadžbe slijedi:

$F_{21} = 2MA$

Zbog 3. Newtonovog zakona $F_{21} = F_{12}$ **(1 bod).**

Iz druge jednadžbe slijedi:

$0 = 4MA + mA - \sqrt{3}mg$

$A = \frac{\sqrt{3}mg}{4M+m} = \frac{\sqrt{3}g}{9} = 1.89\ \text{m/s}^2$ **(2 boda)**

Uvrštavanjem u prvu jednadžbu dobije se:

$a = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{3m}{4M+m}\right)g$

S obzirom da je $M = 2m$ dobije se

$a = \frac{2}{3}g = 6.54\ \text{m/s}^2$ **(4 boda)**

Vrijeme potrebno da kocka dođe do dna kosine jednako je:

$t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.8\ \text{m}}{6.54\ \text{m/s}^2}} = 0.5\ \text{s}$ **(2 boda)**

Kosina za to vrijeme napravi pomak ulijevo:

$s = \frac{1}{2}At^2 = 0.23\ \text{m}$ **(1 bod)**

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Korčula, 13. – 16. svibnja 2012.

Zadatak 3 (18 bodova)

S obzirom da se komadići blata otkidaju s bicikla u trenutku kada se nalaze na najvišoj točki putanje, njihova brzina je u horizontalnom smjeru. Vrijeme potrebno da svaki komadić blata padne na tlo jednako je:

$$h = \frac{1}{2} g t_{pad}^2 \quad \Rightarrow \quad t_{pad} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Uzmimo da je početni trenutak $t = 0$ trenutak kada se prvi komadić blata odvoji od kotača. Označimo s ω_0 kutnu brzinu kotača u trenutku odvajanja prvog komadića blata, a s x_0 horizontalnu udaljenost od najviše točke na kotaču do mjesta pada prvog komadića na tlo. Analogno označimo s ω_1 i x_1 pripadne veličine za drugi komadić blata i s ω_2 i x_2 za treći komadić blata. Tada vrijede sljedeće jednadžbe:

$$x_0 = R\omega_0 t_{pad},\ x_1 = R\omega_1 t_{pad},\ x_2 = R\omega_2 t_{pad} \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$a = x_0 - x_1 = R t_{pad}(\omega_0 - \omega_1)$$

$$b = x_1 - x_2 = R t_{pad}(\omega_1 - \omega_2)$$

$$a + b = x_0 - x_2 = R t_{pad}(\omega_0 - \omega_2) \quad \textbf{(1 bod)}$$

Vrijeme od početka gibanja do trenutka odvajanja drugog komadića blata (vrijeme potrebno da kotač napravi jedan okret) je t_1, a vrijeme od početka gibanja do trenutka odvajanja trećeg komadića blata (vrijeme potrebno da kotač napravi dva okreta) je t_2.

$$\omega_1 = \omega_0 - \alpha t_1 \ \Rightarrow \ t_1 = \frac{\omega_0 - \omega_1}{\alpha},\ \omega_2 = \omega_0 - \alpha t_2 \ \Rightarrow \ t_2 = \frac{\omega_0 - \omega_2}{\alpha} \quad \textbf{(2 boda)}$$

$$t_1 + t_2 = \frac{2\omega_0 - \omega_1 - \omega_2}{\alpha},\ t_2 - t_1 = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\alpha} \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$2\pi = \omega_0 t_1 - \frac{1}{2}\alpha t_1^2 \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$4\pi = \omega_0 t_2 - \frac{1}{2}\alpha t_2^2 \quad \textbf{(1 bod)}$$

Od posljednje jednadžbe oduzmemo pretposljednju:

$$2\pi = \omega_0(t_2 - t_1) - \frac{1}{2}\alpha(t_2^2 - t_1^2) = (t_2 - t_1)\left(\omega_0 - \frac{1}{2}\alpha(t_2 + t_1)\right) = \frac{(\omega_1 - \omega_2)(\omega_1 + \omega_2)}{2\alpha} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Uvrštavanjem izraza za t_1 u prvu jednadžbu za prijeđeni kut dobije se:

$$2\pi = \omega_0 \frac{\omega_0 - \omega_1}{\alpha} - \frac{1}{2}\alpha \frac{(\omega_0 - \omega_1)^2}{\alpha^2} = \frac{(\omega_0 - \omega_1)(\omega_0 + \omega_1)}{2\alpha} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Prethodna dva izraza možemo izjednačiti:

$$(\omega_0 - \omega_1)(\omega_0 + \omega_1) = (\omega_1 - \omega_2)(\omega_1 + \omega_2)$$

$$(\omega_0 - \omega_1)(\omega_0 + \omega_1) = (\omega_1 - \omega_2)(\omega_1 + \omega_0 - \omega_0 + \omega_2)$$

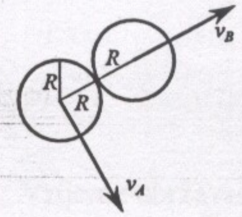
$$(\omega_0 - \omega_1)(\omega_0 + \omega_1) = (\omega_1 - \omega_2)(\omega_1 + \omega_0) - (\omega_1 - \omega_2)(\omega_0 - \omega_2)$$

$$(\omega_0 + \omega_1)[(\omega_1 - \omega_2) - (\omega_0 - \omega_1)] = (\omega_1 - \omega_2)(\omega_0 - \omega_2) \ \Rightarrow \ (\omega_0 + \omega_1) = \frac{(\omega_1 - \omega_2)(\omega_0 - \omega_2)}{(\omega_1 - \omega_2) - (\omega_0 - \omega_1)}$$

$$2\pi = \frac{(\omega_0 - \omega_1)(\omega_1 - \omega_2)(\omega_0 - \omega_2)}{2\alpha[(\omega_1 - \omega_2) - (\omega_0 - \omega_1)]} \ \Rightarrow \ \alpha = \frac{(\omega_0 - \omega_1)(\omega_1 - \omega_2)(\omega_0 - \omega_2)}{4\pi[(\omega_1 - \omega_2) - (\omega_0 - \omega_1)]} = \frac{ab(a+b)}{4\pi R^2 t_{pad}^2 (b - a)}$$

$$\alpha = \frac{ab(a+b)g}{8\pi R^2 h (b - a)} \quad \textbf{(5 bodova)}$$

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Korčula, 13. – 16. svibnja 2012.
Zadatak 4 (19 bodova)



U trenutku sudara sila bijele kuglice na crnu djeluje okomito na točku dodira te dvije kuglice te crna kuglica dobiva brzinu u tom smjeru. Sa slike možemo vidjeti da je smjer brzine kuglice B (crna) nakon sudara 30° u odnosu na smjer početne brzine kuglice A (bijele). **(2 boda)**

Postavimo koordinatni sustav tako da je x os paralelna početnoj brzini kuglice A, a y os okomita na nju. Zakon očuvanja količine gibanja:

$mv_0 = mv_{Ax} + mv_{Bx}$ **(1 bod)**

$0 = mv_{Ay} - mv_{By}$ **(1 bod)**

Z brzine kuglica nakon sudara vrijedi:

$v_A^2 = v_{Ax}^2 + v_{Ay}^2$ i $v_B^2 = v_{Bx}^2 + v_{By}^2$ **(1 bod)**

Zakon očuvanja energije:

$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}mv_B^2$ **(1 bod)**

Iz prve jednadžbe slijedi:

$(v_0 - v_{Bx})^2 = v_{Ax}^2$

$v_0^2 + v_{Bx}^2 - 2v_0v_{Bx} = v_{Ax}^2$

Uvrštavanjem $v_{Bx}^2 = v_B^2 - v_{By}^2$ i $v_{Ay} = v_{By}$ dobije se:

$v_0^2 + v_B^2 - v_{Ay}^2 - 2v_0v_{Bx} = v_{Ax}^2$

$v_0^2 + v_B^2 - v_A^2 = 2v_0v_{Bx}$

Uvrštavanjem $v_A^2 = v_0^2 - v_B^2$ i uzimanjem u obzir da je $\frac{v_{Bx}}{v_B} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **(1 bod)** dobije se:

$v_B^2 = v_0v_{Bx} \Rightarrow v_B = v_0\frac{v_{Bx}}{v_B} = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 = 5\sqrt{3}\ \text{cm/s} = 8.66\ \text{m/s}$ **(2 boda)**

$v_A = \sqrt{v_0^2 - v_B^2} = \frac{1}{2}v_0 = 5\ \text{cm/s}$ **(2 boda)**

Rješavanje sustava jednadžbi: **4 boda**

Smjer brzine kuglice A nakon sudara odredimo pomoću komponenti brzine kuglice A nakon sudara:

$v_{Ay} = v_{By} = \frac{1}{2}v_B = \frac{\sqrt{3}}{4}v_0 = \frac{5\sqrt{3}}{2}\ \text{cm/s} = 4.33\ \text{m/s}$

$v_{Ax} = \sqrt{v_A^2 - v_{Ay}^2} = \frac{1}{4}v_0 = 2.5\ \text{m/s}$

$\frac{v_{Ay}}{v_{Ax}} = \sqrt{3} \Rightarrow$ kut između smjera brzine kuglice A prije i nakon sudara je 60°. **(2 boda)**

Crna kuglica upast će u rupu na stolu ako je $\sqrt{0.75^2 + 1.3^2}$ jednako $2 \cdot 0.75$:

$\sqrt{0.75^2 + 1.3^2} = 1.5 = 2 \cdot 0.75 \Rightarrow$ crna kuglica će upasti u rupu **(1 bod)**

Bijela kuglica će upasti u rupu ako je $\sqrt{0.724^2 + 1.352^2}$ jednako $\frac{1}{2}1.352$

$\sqrt{0.724^2 + 1.352^2} = 1.534 \neq 0.676 = \frac{1}{2}1.352 \Rightarrow$ bijela kuglica neće upasti u rupu **(1 bod)**

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Korčula, 13.-16. svibnja 2012.

Srednje škole – 1. skupina

Eksperimentalni zadatak

"VAGANJE" BATERIJE

Zadatak

- Odrediti masu baterije

Pribor

- Drvena kugla mase $m = 0{,}077$ kg
- Drvena kocka s rupom iste mase kao što je masa kugle
- Konac
- Ravnalo (**ne smije** se koristiti kao poluga)
- Baterija čiju masu treba izmjeriti
- Stativni pribor (stalak, dvije šipke i stegač)

U sklopu zadatka treba:

1. Objasniti fizikalne osnove za rješenje zadatka i opisati precizno uz skice koje veličine i kako ćeš mjeriti (14 bodova)
2. Napraviti najmanje 10 mjerenja i podatke prikazati tabelarno (10 bodova)
3. Provesti račun pogreške (6 bodova)

Ukupno eksperimentalni zadatak 30 bodova

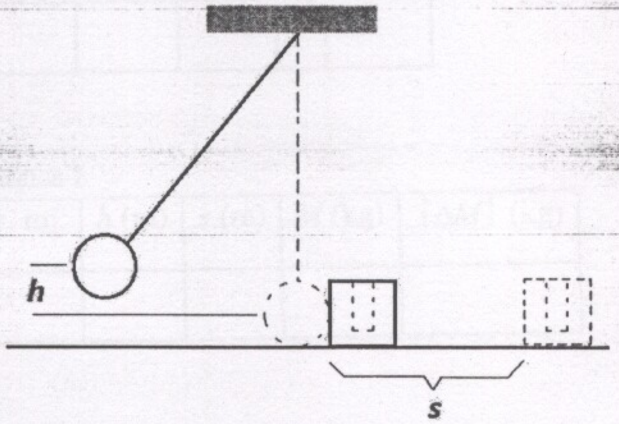
DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Korčula, 13.-16. svibnja 2012.

Srednje škole – 1. skupina

Eksperimentalni zadatak

Rješenje eksperimentalnog zadatka i smjernice za bodovanje



Zadatak ćemo riješiti koristeći se **elastičnim sudarom kugle i kocke**. Prvo moramo odrediti faktor trenja klizanja μ između kocke i podloge. U tu svrhu složimo pribor kao što je prikazano na slici. Povučemo kuglu u stranu tako da se podigne na visinu h u odnosu na ravnotežni položaj i pustimo je da se sudari s kockom. Nakon elastičnog sudara kocka se nastavi gibati jednoliko usporeno po stolu do zaustavljanja i pri tome prijeđe put s. Za sudar vrijedi zakon očuvanja količine gibanja i zakon očuvanja kinetičke energije: $mv_1 = mv_1' + mv_2'$ i $\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_1'^2}{2} + \frac{mv_2'^2}{2}$, gdje je v_1 brzina kugle neposredno prije sudara, v_1' i v_2' su brzine kugle i kocke neposredno poslije sudara i m = 0,077 kg je masa kugle i masa kocke, jer su im mase jednake. Rješavanjem gornjeg sustava jednadžbi dobije se da kugla nakon sudara ostane u stanju mirovanja ($v_1' = 0$), a kocka se nastavi gibati brzinom $v_2' = v_1$.

Brzinu v_1 odredimo iz zakona očuvanja energije: $\frac{mv_1^2}{2} = mgh \quad \Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{2gh}$. Nakon sudara rad sile trenja zaustavi kocku na putu s pa vrijedi: $\frac{mv_1^2}{2} = \mu mgs$. Rješavanjem ovog sustava jednadžbi dobije se: $\boxed{\mu = \frac{h}{s}}$, što znači da za određivanje faktora trenja treba mjeriti samo visinu h i put s.

(6 bodova)

Nakon određivanja faktora trenja stavimo bateriju nepoznate mase M u rupu na kocki i ponovno istim postupkom kao i pri mjerenju faktora trenja izvedemo elastični sudar kugle i kocke s baterijom. Za taj sudar vrijedi: $mv_1 = mv_1' + (m+M)v_2'$ i $\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_1'^2}{2} + \frac{(m+M)v_2'^2}{2}$, gdje je v_1 brzina kugle neposredno prije sudara, v_1' i v_2' su brzine kugle i kocke s baterijom neposredno poslije sudara. U ovom slučaju vrijedi: $v_1 = \sqrt{2gh}$ i $v_2' = \sqrt{2\mu gs}$ pa se sređivanjem iz gornjih jednadžbi dobije: $\boxed{M = 2m\left(\sqrt{\frac{h}{\mu s}} - 1\right)}$. Znači, masu baterije M ćemo odrediti mjerenjem visine h s koje puštamo kuglu i puta s koji prijeđe kocka s baterijom po stolu nakon sudara.

(8 bodova)

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Korčula, 13.-16. svibnja 2012.

Podatke prikažemo tabelarno

Tablica 1

Br. mj.	h (m)	s (m)	μ	$\Delta\mu$

(5 bodova)

Tablica 2

Br. mj.	h (m)	s (m)	M (kg)	ΔM (kg)

(5 bodova)

(6 bodova)

Račun pogreške za μ i za M.

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Korčula, 13.-16. svibnja 2012.

Srednje škole – 2. skupina

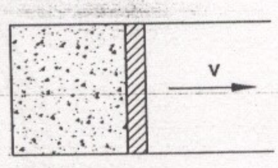
1. zadatak (16 bodova)

U toplinski izoliranoj posudi volumena V_0 nalazi se idealni plin mase m pri tlaku p_0 i temperaturi T_0. Omjer specifičnih toplinskih kapaciteta plina je $\gamma=C_p/C_v$. Posuda se giba stalnom brzinom v i klip je učvršćen.

a) Za koliko se promijeni temperatura plina ako se posuda naglo zaustavi?

b) Nakon zaustavljanja klip se „odkvači" tako da se može gibati bez trenja. Odredite volumen plina nakon uspostavljanja ravnotežnog stanja.

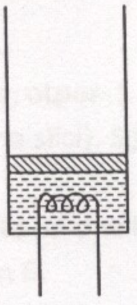
Tlak izvan posude je stalan i iznosi p_0.



2. zadatak (19 bodova)

U jako visokoj cilindričnoj posudi s pomičnim klipom zanemarive mase i presjeka 10 cm^2 nalazi se 0.01 kg vode pri temperaturi 20°C. Klip može kliziti uz stijenke posude bez trenja i početno dira površinu vode. Pomoću grijača snage 500 W voda se zagrijava jednu minutu. U trenutcima 5 s, 10 s i 60 s nakon početka zagrijavanja zabilježi se visina na kojoj se klip nalazi u odnosu na dno posude. Izračunajte koje su visine zabilježene.

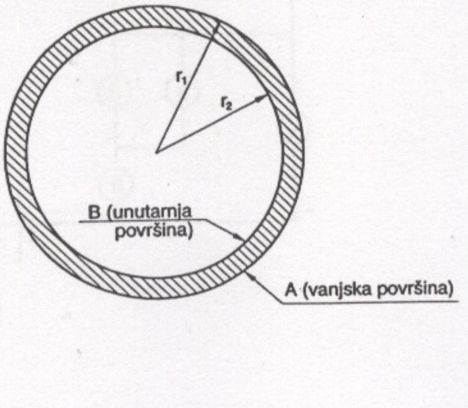
Atmosferski tlak iznosi 10^5Pa, specifični toplinski kapacitet vode je 4190 J/(kgK), toplina isparavanja vode je $2.26\cdot10^6$J/kg, gustoća vode je 1000 kg/m^3, molarna masa vode je 18 g/mol, opća plinska konstanta je 8.314 J/(molK). Toplinsko širenje vode kao i prijenos topline na stijenke posude i klip, te promjenu atmosferskog tlaka s visinom možete zanemariti. Za troatomne plinove je C_V=3R.



3. zadatak (18 bodova)

Naboj šuplje, vodljive kugle vanjskog polumjera r_1 i unutarnjeg polumjera r_2 je Q. Vanjsku površinu kugle označimo s A, a unutarnju s B. U šupljini početno nema naboja.

a) Izračunajte površinsku gustoću naboja na vanjskoj i unutarnjoj površini kugle dok u šupljini nema naboja.

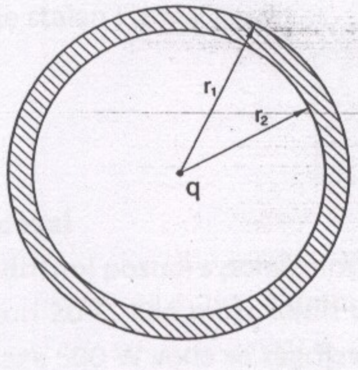


a)

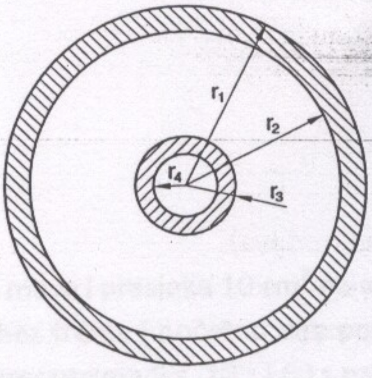
DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Korčula, 13.-16. svibnja 2012.

b) U središte šupljine unutar kugle stavi se:
   1) točkasti naboj q
   2) mala šuplja vodljiva kugla vanjskog polumjera r_3, unutarnjeg polumjera r_4 i ukupnog naboja q.
   Za slučajeve 1) i 2) izračunajte površinsku gustoću naboja na vanjskoj i unutarnjoj površini velike šuplje kugle.

1)



2)

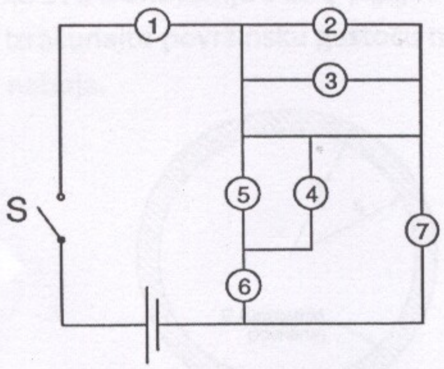


Za slučajeve a), b1) i b2) skicirajte grafove koji prikazuju ovisnost potencijala o r (r je udaljenost od središta velike šuplje kugle). Na grafovima treba biti vidljivo koliki su potencijali u točkama $r = r_1, r_2, r_3, r_4$.

4. zadatak (17 bodova)

Sedam jednakih žaruljica (svaka žaruljica ima otpor 1 Ω) spojeno je na izvor istosmjernog napona U= 2.4 V. Početno je sklopka S otvorena (kao na slici). Sljedeći zadatci odnose se na trenutak 4 sekunde nakon zatvaranja sklopke.

a) Poredajte žaruljice po jačini sjaja. Počnite od one koja svijetli najjače.
b) Izračunajte struju koja prolazi žaruljicom 6.
c) Pretpostavite da je na mjestu žaruljice 6 bio kondenzator kapaciteta 1 nF. Za taj slučaj poredajte žaruljice po jačini sjaja. Počnite od one koja svijetli najjače.



DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Korčula, 13.-16. svibnja 2012.

Srednje škole – 2. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (16 bodova)

a) Prema zakonu očuvanje energije:

$$U_1 + \frac{mv^2}{2} = U_2 \text{ tj. } \Delta U = \frac{mv^2}{2} \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Budući da nema promjene volumena, rad plina je nula pa je:

$$\Delta U = Q - W = nC_V \Delta T \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Na temelju $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ i $C_p = C_V + R$ dobije se da je $C_V = \frac{R}{\gamma - 1}$ **(1 bod)**

Na temelju gornjih relacija i uzevši u obzir da je $p_o V_o = nRT_o$ **(1 bod)**

konačno rješenje je: $\Delta T = \frac{mv^2}{2} \frac{\gamma - 1}{p_o V_o} T_o$ **(2 boda)**

b) Zbog povećanja temperature, poveća se i tlak plina za

$$\Delta p = \frac{nR\Delta T}{V_o}, \text{ pri čemu je } \Delta p = p - p_o \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Nakon što mu to omogućimo, klip će se gibati dok se tlak plina ne izjednači s vanjskim tlakom. **(2 boda)**

Plin se iz stanja (p, V_o) do stanja (p_o, V) širi adijabatski:

$$pV_o^\gamma = p_o V^\gamma \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Konačni volumen plina je: $V = V_o \left(\frac{p}{p_o} \right)^{1/\gamma} = V_o \left(1 + \frac{\Delta p}{p_o} \right)^{1/\gamma} = V_o \left(1 + \frac{mv^2(\gamma - 1)}{2V_o p_o} \right)^{1/\gamma}$ **(2 boda)**

2. zadatak (19 bodova)

S = 0.001 m^2, m = 0.01 kg, c = 4190 J/(kgK), λ = 2.26·10^6 J/kg, ρ = 1000 kg/m^3, P = 500 W, Δt=80°C, p_o=10^5 Pa, M = 18 g/mol, R = 8.314 J/(molK), T = 373.15 K

U početnom trenutku klip je u odnosu na dno posude na visini:

$$h_o = \frac{m}{S\rho} = 0.01\text{m} = 1\text{cm}$$

Klip se počinje gibati prema gore tek kada voda počne isparavati. Vrijeme potrebno da se sva voda u posudi zagrije na 100°C (T = 373.15 K):

$$t_1 = \frac{Q}{P} = \frac{mc\Delta t}{P} = \frac{3352\text{J}}{500\text{W}} = 6.704\text{s} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Dakle u t = 5 s klip miruje na visini $h_o = 0.01\text{m}$ **(2 boda)**

U trenutku t_1 voda je počela isparavati i klip se počeo gibati prema gore. Između trenutka t_1 i t_2 = 10 s masa vode koja ispari je:

$$m_1 = \frac{Q}{\lambda} = \frac{P(t_2 - t_1)}{\lambda} = \frac{1648\text{J}}{2.26 \cdot 10^6 \text{J/kg}} = 0.729\text{g} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Visina stupca vode koja je isparila je:

(*) $$h_1 = \frac{m_1}{\rho S} = 0.729\text{mm}$$

Nastali plin smatrat ćemo idealnim i zbog stalnog povećavanja broja molova volumen plina će se povećavati i to izobarno. Budući da masu klipa možemo zanemariti, tlak plina u posudi jednak je atmosferskom tlaku p_o. **(1 bod)**

Volumen plina u trenutku $t_2 = 10$ s:

$$V = \frac{nRT}{p_o} = \frac{m_1}{M}\frac{RT}{p_o} = \frac{0.729\text{g} \cdot 8.314\text{J/(kgK)} \cdot 373.15\text{K}}{18\text{g/mol} \cdot 10^5\,\text{Pa}} = 0.001257\text{m}^3$$ **(2 boda)**

što odgovara visini stupca plina $h = \frac{V}{S} = 1.257\text{ m}$

U odnosu na dno posude klip je u trenutku $t_2 = 10$ s na visini: $h - h_1 + \text{h}_\text{o} = 1.266\text{ m}$ **(2 boda)**

Vrijeme potrebno da sva voda temperature 100°C ispari:

$$t_3 = \frac{Q}{P} = \frac{m\lambda}{P} = \frac{22600\text{J}}{500\text{W}} = 45.2\text{s}$$ **(1 bod)**

U tom trenutku volumen plina i visina stupca plina su :

$$V_3 = \frac{nRT}{p_o} = \frac{m}{M}\frac{RT}{p_o} = \frac{10\text{g} \cdot 8.314\text{J/(kgK)} \cdot 373.15\text{K}}{18\text{g/mol} \cdot 10^5\,\text{Pa}} = 0.017235\text{m}^3,\quad h_3 = \frac{V_3}{S} = 17.235\text{m}$$ **(1 bod)**

Sva voda ispari u trenutku t_1+t_3=51.904 s nakon početka zagrijavanja. Od tog trenutka pa do kraja zagrijavanja (60 s-51.904 s = 8.096 s) promatramo samo izobarno zagrijavanje plina.

$$Q = nC\Delta T = \frac{m}{M}C_p\Delta T$$ **(1 bod)**

Uzevši u obzir da je $$C_p = C_V + R = 4R$$ **(1 bod)**

$$Q = P \cdot 8.096\text{s} = 4048\text{J}$$ **(1 bod)**

$$\Delta V = \frac{mR}{Mp_o}\Delta T$$ **(1 bod)**

dobiva se:

$$\Delta V = \frac{QR}{C_p p_o} = \frac{4048}{4 \cdot 10^5}\text{m}^3 = 0.01012\text{m}^3$$

Tijekom zadnjih 8.096s klip se podigne za

$$\Delta h = \frac{\Delta V}{S} = 10.12\text{m}$$ **(2 boda)**

pa je na kraju zagrijavanja, u $t = 60$ s, klip na visini $\Delta h + h_3 = 27.355\text{m}$ **(2 boda)**

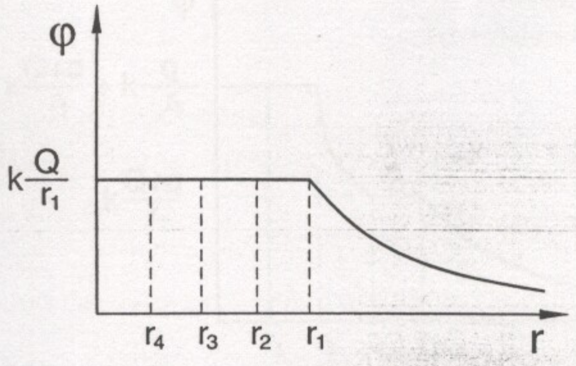
3. zadatak (18 bodova)

a) Sav naboj početno je raspoređen jednoliko po vanjskoj površini kugle pa je:

$$\sigma_A = \frac{Q}{4\pi r_1^2}$$ **(1 bod)**

$$\sigma_B = 0$$ **(1 bod)**

Graf:



(2 boda)

b1) Naboji unutar vodiča će se rasporediti tako da unutar vodiča električno polje bude nula. Vrijedi:

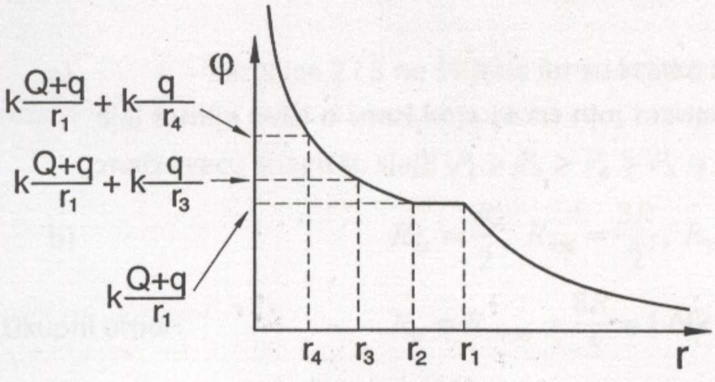
$$Q = Q_A + Q_B$$ **(1 bod)**

$$Q_B = -q$$ **(1 bod)**

pa su površinske gustoće: $\sigma_A = \dfrac{Q+q}{4\pi r_1^2}$ **(1 bod)**

i $\sigma_B = \dfrac{-q}{4\pi r_2^2}$ **(1 bod)**

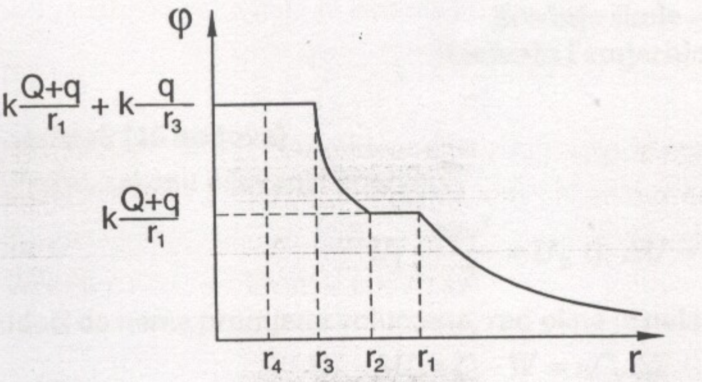
Graf:



(3 boda)

b2) Vrijede iste jednadžbe za površinsku gustoću kao u b1) **(3 boda)**

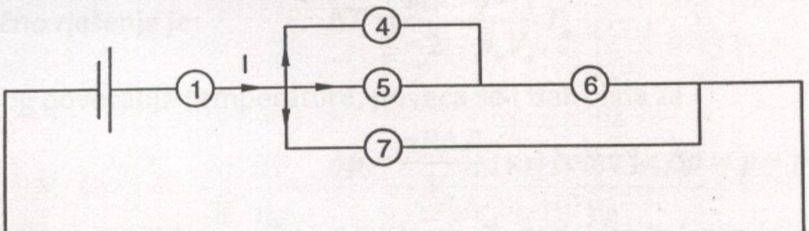
Graf:



(4 boda)

4. zadatak (17 bodova)

Ekvivalentni strujni krug je:



(2 boda)

a) Žaruljice 2 i 3 ne svijetle jer su kratko spojene! **(2 boda)**

Sjaj žarulje ovisi o snazi koja se na njoj razvija (budući da su otpori žaruljica jednaki, veća struja znači i veću snagu tj. sjaj): $P_1 > P_7 > P_6 > P_4 = P_5$ **(3 boda)**

b) $R_{45} = \dfrac{R}{2},\ R_{456} = \dfrac{3R}{2},\ R_{7456} = \dfrac{3R}{5}$ **(1 bod)**

Ukupni otpor: $R_u = R_{17456} = \dfrac{8R}{5} = 1.6\Omega$ **(1 bod)**

Jakost struje: $I = \dfrac{U}{R_u} = 1.5\text{A}$ **(1 bod)**

Rješavanjem sustava: $I_7 R = I_{456}\dfrac{3R}{2}$ **(1 bod)**

$I = I_7 + I_{456}$ **(1 bod)**

dobije se struja kroz žaruljicu 6: $I_{456} = \dfrac{2}{5} I = 0.6A$ **(2 boda)**

c) Svijetle samo žaruljice 1 i 7 i to jednako jer je $P_1 = P_7$ **(3 boda)**

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Korčula, 13.-16. svibnja 2012.

Srednje škole – 2. skupina

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Određivanje unutarnjeg otpora izvora struje

Pribor: Baterija(4.5 *V*) , serijski spoj otpornika (18 Ω , 39 ~~38~~ Ω , 56 Ω) , voltmetar (15 *V*) , žice za spajanje milimetarski papir

Zadatak :

1. Odredite unutarnji otpor baterije
2. Prikažite grafički ovisnost pada napona na polovima izvora o jakosti struje u krugu i odredite unutarnji otpor grafičkom metodom

U sklopu zadatka treba:

a) Nacrtati shemu strujnog kruga te opisati i objasniti postupak mjerenja potrebnih veličina za izvršenje zadatka (5 bodova)

b) Izvesti formulu kojom ćete pomoću izmjerenih veličina odrediti unutarnji otpor izvora (5 bodova)

c) Napraviti najmanje 5 mjerenja , podatke prikazati tablično , odrediti srednju vrijednost unutarnjeg otpora i odstupanja od srednje vrijednosti (10 bodova)

d) Na milimetarskom papiru nacrtati graf ovisnosti pada napona na polovima baterije o jakosti struje u krugu i odrediti unutarnji otpor izvora grafičkom metodom (10 bodova)

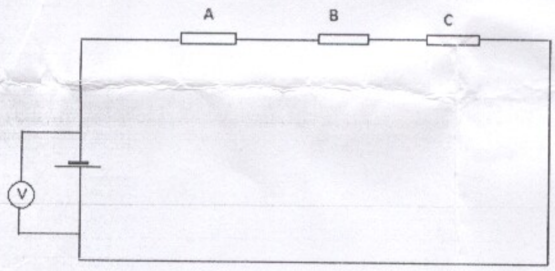
DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Korčula, 13.-16. svibnja 2012.

Srednje škole – 2. skupina

Rješenje eksperimentalnog zadatka i smjernice za bodovanje

a) Strujni krug treba sastaviti prema shemi



Prema Ohmovu zakonu za cijeli strujni krug jakost struje u strujnom krugu *I* jest $I = \frac{E_{ms}}{R_U + R}$ (1)

Gdje je E_{ms} elektromotorni napon izvora , R_U unutarnji otpor izvora ,a R vanjski otpor.

Napon na polovima baterije je $U = E_{ms} - IR_U$ (2). **(5 bodova)**

b) Kombiniranjem izraza (1) i (2) dobivamo (3) $R_U = R\left(\frac{E_{ms}}{U} - 1\right)$, dakle mjerenjem elektromotornog napona E_{ms} i napona na polovima baterije U i uz poznati vanjski otpor R možemo odrediti unutarnji otpor baterije R_U. **(5 bodova)**

c) Više mjerenja napravimo tako da kombiniramo otpornike A,B i C (18 Ω , ~~38~~ 39 Ω , 56 Ω). Budući da su otpori spojeni serijski moguće je dobiti šest različitih vrijednosti vanjskih otpora. Pomoću izraza (3) možemo odrediti unutarnji otpor baterije. Podatke prikažemo tablično

Br. mj.	E_{ms}/V	U/V	R/Ω	R_U/Ω	$\Delta R_U/\Omega$

(10 bodova)

d) Da bi nacrtali graf ovisnosti napona na bateriji *U* o jakosti struje trebamo odrediti jakost struje *I*. Koristimo Ohmov zakon $I = \frac{U}{R}$ i za svaku vrijednost vanjskog otpora *R* odredimo *I*. Dobivene vrijednosti prikažemo na *U-I* grafu.
Iz jednadžbe $U = -R_U I + E_{ms}$ vidimo da je dobiveni graf pravac , a nagib tog pravca jednak je $-R_U$.
Nacrtamo graf , odredimo nagib pravca i unutarnji otpor baterije. **(10 bodova)**

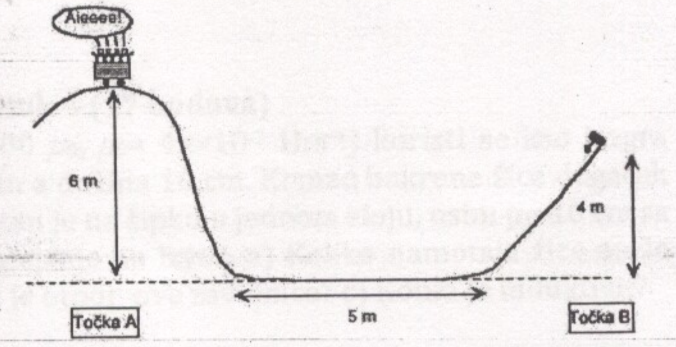
DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Korčula, 13.-16. svibnja 2012.

Srednje škole – 3. skupina

Zadatak 1 (18 bodova)

"Put strave" u jednom poznatom luna-parku sastoji se od kolica u kojima je smješteno 4 ljudi koja se gibaju po vrlo brzoj i brdovitoj stazi. Na slici je prikazan jedan dio staze. U jednom trenutku doslo je do prekida opskrbe električnom energijom. U tom trenutku jedna od kolica približavala su se točki A brzinom 0.5 m/s.



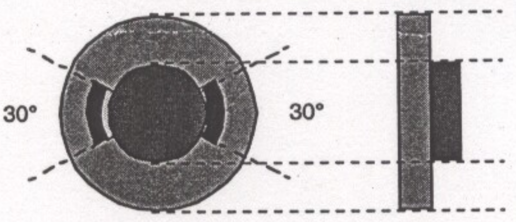
a) Ukoliko nije povučena kočnica za opasnost, kojom brzinom će kolica udariti u zaustavnik koji se nalazi na točki B?

Na kolicima se nalaze *tračne kočnice*, koje pritišću glavčinu čiji promjer je dvostruko manji od promjera kotača. Svaka kočnica prtišće luk od 30° glavčine (slika). Debljina glavčine jednaka je debljini kotača. Statički koeficijent trenja između čeličnih kotača i čeličnih tračnica je 0.78, a dinamički je 0.42. Pretpostavite da je otprilike 3 mm tračnice u kontaktu s kotačem.

b) Na dnu prvog brda uključene su kočnice koje djeluju radijalno na obje strane kotača. Ukoliko je statički koeficijent trenja kočnica 0.85, a dinamički 0.65, kolika je optimalna sila koja se mora primijeniti na pakne kočnica da bi sila kočenja bila maksimalna?

c) Na koju visinu na drugom brdu će se popeti kolica, ukoliko su uključene kočnice (s konstantnom optimalnom silom)?

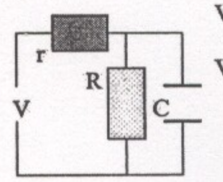
d) Ukoliko su kočnice uključene, hoće li se kolica vraćati natrag niz brdo?



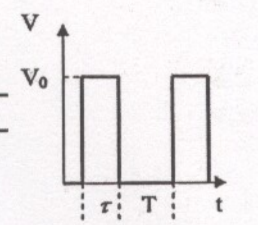
Masa kolica je m, masa kotača je jednaka masi glavčine i svaka iznosi M. Možete pretpostaviti da je $M \ll m$.

Zadatak 2 (18 bodova)

Izvor izmjeničnog napona u krugu na slici 1-1 proizvodi signal koji je prikazan na slici 1-2. Vrijednosti r, R, C, V_0, τ i T su poznate. Napon na kondenzatoru vrlo malo se mijenja za vrijeme jednog perioda. Izračunajte napon na kondenzatoru nakon velikog broja perioda.



1-1



1-2.

Zadatak 3 (17 bodova)

Ukoliko se kružna petlja načinjena od lanca vrti velikom brzinom, ona se može kotrljati po zemlji poput koluta, bez proklizavanja ili urušavanja. Razmotrite lanac jednolike linearne gustoće μ, čiji centar mase se giba udesno velikom brzinom v_0. a) Izračuajte napetost u lancu pomoću μ i v_0. b) ukoliko petlja prijeđe preko izbočine (kvrge), rezultirajuća deformacija lanca izaziva propagaciju dva transverzalna pulsa uzduž lanca, jedan u smjeru kazaljke na satu, drugi u

suprotnom. Kolika je brzina ovih pulseva? c) Kroz koliki kut prijeđe svaki puls za vrijeme koje potrebno lancu da bi napravio jedan ophod?
Uputa: za male kutove možete koristiti aproksimaciju $\sin\theta \approx \theta, \cos\theta \approx 1$.

Zadatak 4 (17 bodova)

Šipka od mekog željeza (μ_m = 800 μ_0, μ_0= $4\pi\times10^{-7}$ Hm^{-1}) koristi se kao jezgra zavojnice. Promjer šipke je 24 mm a dužina 10 cm. Komad bakrene žice dugačak 10 m i promjera 0.644 mm namotan je na šipku u jednom sloju, osim po 10 cm sa svakog kraja žice koji služe za spajanje na izvor. a) Koliko namotaja žice može biti namotano na šipku? b) Koliki je otpor ove zavojnice? c) Koliki je induktivitet?

RJEŠENJA:

Zadatak 1 (18 bodova)

a) Iz zakona očuvanja energije dobivamo:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(0.5)^2 + mg(6-4)$$

v= 6.3 m/s **[2 boda]**

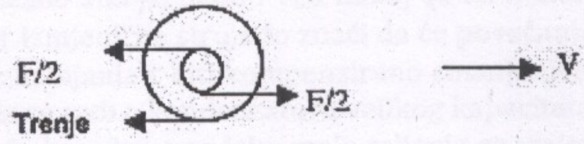
b) Ideja je zaustaviti kolica upotrebom statičkog trenja, budući da su koeficijenti statičkog trenja veći od dinamičkih, pa će samim time i sila biti veća. Naravno, nešto mora klizati (kolica se ne mogu zaustaviti na mjestu), no – budući da je koeficijent dinamičkog trenja između kotača i tračnice manji od koeficijenta trenja između kočnice i kotača, želimo izbjeći proklizavanje kotača (jer će to dati najmanju silu). **[1 bod]**

U slučaju predmeta mase m koji leži na ravnoj podlozi, gdje je koeficijent statičkog trenja μ, maksimalna sila koju možemo primijeniti a da se predmet još ne giba je $F_{\max} = F_{tr} = \mu mg$.

No, situacija je drugačija za predmet koji se kotrlja. Za početak, on ne miruje nego se giba. Pitanje je koju silu treba primijeniti?

Želimo situaciju u kojoj se kolica i dalje kotrljaju, tj. $V(t) = \omega(t)R$, a ne da proklizavaju. **[1 bod]**

Dvije sile djeluju na kotač – svaka iznosa F/2 – koje djeluju u različitim smjerovima. **[1 bod]**



Moramo analizirati linearno i kotrljajuće gibanje (oko osi) dok su uključene kočnice, znajući da počinjemo s kolicima koja se kotrljaju (m je masa kolica, M je masa kotača, I je moment tromosti, F je primijenjena sila, R je polumjer kotača i μ je koeficijent statičkog trenja između kotača i tračnice).

$$ma = -\mu mg$$

$$I\alpha = \mu mgR - FR.$$

[2 boda]

Iz ovoga dobivamo:

$$v(t) = v_0 + at = v_0 - \mu gt$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t = \omega_0 - \frac{F/2 \cdot Rt}{I} + \frac{\mu mgRt}{I}.$$

[1 bod]

U početnom trenutku t = 0, očito je $v_0 = \omega_0 R$, ali da bismo se osigurali da vrijedi i u kasnijim trenucima, nužno je da vrijedi:

$$\mu g = \left(\frac{F/2 \cdot R}{I} - \frac{\mu mgR}{I}\right)R$$

[2 boda]

Moment tromosti dolazi od cijelog kotača, tj. od 2 cilindra, jednog s polumjerom R i drugog s polumjerom $R/2$.

Dakle, $I = \frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{2}M\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{5}{8}MR^2$.

[1 bod]

$$\frac{F}{2} = \frac{5}{8}\mu Mg + \frac{8}{5}\mu mg = \frac{8}{5}(0.78)mg$$

[2 boda]

To je sila koju osjeća kotač, stvarna primijenjena sila je

$F = F_a(0.65)$ (kočnice moraju proklizavati) **[2 boda]**

Time dolazimo do vrijednosti primijenjene sile

$F_a = 2 \cdot 18.8m = 38m$. **[1 bod]**

Opaska: Najčešća greška kod rješavanja ovog zadatka je pretpostavka $F = 2\mu mg$, što je manje od gore napisanog. Uvrštavanjem toga u gornje jednadžbe proizlazi $V(t) \neq \omega(t)R$, pa se čini da kolia ne mogu priklizavati. No, što se uistinu dešava? Sila trenja je $F_{tr} \leq \mu mg$, i ona će se automatski prilagođavati prema manjem iznosu tako da kolica ne prokližu. Gornja sila je maksimalna koja se može primijeniti a da kolica ne počinju prolizavati.

c) Gornja sila obavlja rad $(W = F_a d)$ s ciljem usporavanja kolica. Kolica na početku imaju energiju $\frac{1}{2}m(0.5)^2 + mg \cdot 6$. Nakon udaljenosti *d*, kolica će stati. U ovom slučaju *d* je 1.6 m. Dakle, kolica neće dospjeti do kraja brda. **[1 bod]**

d) Da bi kolica stajala na uzbrdici, morala bi biti u statičkoj ravnoteži. Iz slike vidimo da će to biti ispunjeno kada je $mg\sin\theta \leq 0.78mg\cos\theta$, odnosno $\theta \leq 38^\circ$. Procjenjujući sa slike, to nije ispunjeno i kolica će pasti unatrag. **[1 bod]**

Zadatak 2 (18 bodova)

Kada krug postigne ravnotežno stanje, napon V_C i naboj q_C na kondenzatoru se više neće mijenjati. Za izvor izmjenične struje to znači da će povečanje naboja Δq u kondenzatoru za vrijeme nabijanja τ biti kompenzirano smanjenjem naboja za vrijeme izbijanja. Očito je da se radi o kondenzatoru velikog kapaciteta. **[3 boda]**
U skladu sa zadatkom, struja kroz krug se jako malo mijenja za vrijeme procesa nabijanja, i može se računati kao srednja vrijednost:

$$I_1 = \frac{\Delta q_0}{\tau}$$ **[3boda]**

Napon na kondenzatoru za vrijeme nabijanja tada je dan s:

$$V_C = I_R R = \frac{\Delta q_R}{\tau} R,$$ **[2 boda]**

$$V_C = V_0 - \frac{\Delta q_0}{\tau} r = V_0 - r\left(\frac{\Delta q_R}{\tau} + \frac{\Delta q}{\tau}\right) = V_0 - V_C \frac{r}{R} - r\frac{\Delta q}{\tau}.$$ **[3 boda]**

Uz pretpostavku da za vrijeme izbijanja *T* ne dolazi do «curenja» struje kroz izvor, naboj iz kondenzatora «curi» kroz drugi otpornik otpora *R*, s prosječnom strujom I_2:

$$I_2 = \frac{\Delta q}{T}$$ **[2 boda]**

Napon na kondenzatoru prilikom izbijanja dan je s:

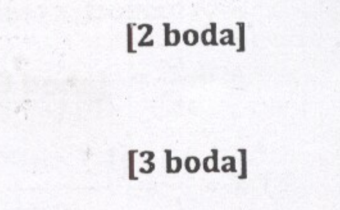
$$V_C = \frac{\Delta q}{T} R$$ **[3 boda]**

Kombiniranjem jednadžbi za V_C dobiva se izraz za napon:

$$V_C = V_0 \frac{R\tau}{R\tau + rT + r\tau}.$$ **[2 boda]**

Zadatak 3 (17 bodova)

a) Razmotrimo maleni dio lanca na vrhu petlje. Dijagram sila je prikazan na slici. Njegova duljina je $s = R(2\theta)$ a masa $\mu R 2\theta$. **[3 boda]**



U referentnom sustavu središta petlje, Newtonov drugi zakon je:

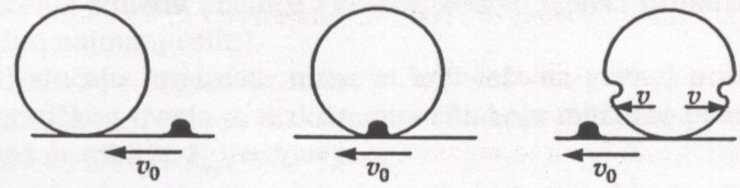
$\sum F_y = ma_y \quad 2T\sin\theta \downarrow = \frac{mv_0^2}{R} \downarrow = \frac{\mu R 2\theta v_0^2}{R}$ **[3 boda]**

za vrlo kratak dio lanca vrijedi $\sin\theta = \theta$, pa je $T = \mu v_0^2$ **[3 boda]**

b) Brzina vala je $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = v_0$.

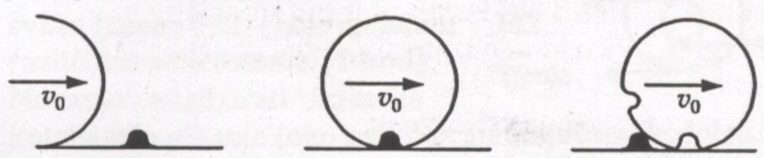
[2 boda]

c) U referentnom sustavu središta petlje, svaki puls giba se jednakom brzinom u smjeru kazaljke na satu i smjeru suprotnom kazaljci na satu.



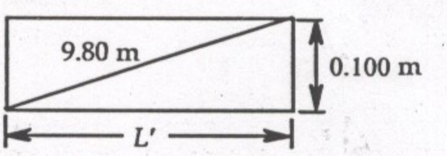
[2 boda]

U sustavu zemlje, jedan puls se kreće unatrag brzinom $v_0 + v = 2v_0$ a drugi unaprijed brzinom $v_0 - v = 0$. Jedan puls će napraviti dva ophoda dok pelja učini jedan, a drugi puls se ne miče po petlji. Ukoliko je stvoren na dnu petlje (slika) tamo će i ostati. **[4 boda]**



Zadatak 4 (17 bodova)

a) Kada je razmotana, žica čini dijagnolu pravokutnika stranice 10 cm, kao što je prikazano na slici. Duljina ovog pravokutnika je



$L' = \sqrt{(9.8\text{m})^2 - (0.1\text{m})^2}$. **[3 boda]**

Prosječan opseg svakog namotaja je $C = 2\pi r'$, gdje je $r' = \frac{24 + 0.644}{2}$ mm prosječan polumjer svakog namota. **[3 boda]**

Broj namotaja tada je:

$N = \frac{L'}{C} = \frac{\sqrt{9.8^2 - 0.1^2}}{2\pi[(24 + 0.644)/2] \times 10^{-3}} = 127$ **[3 boda]**

b) $R = \frac{\rho l}{A} = \frac{(1.7 \times 10^{-8}\,\Omega \cdot \text{m})(10\,\text{m})}{\pi(0.322 \times 10^{-3}\,\text{m})^2} = 0.522\,\Omega$

[2 boda]

c) $L = \frac{\mu N^2 A}{l'} = \frac{800\mu_0}{l'}\left(\frac{L'}{C}\right)\pi(r')^2$ **[2 boda]**

$L = \frac{800(4\pi \times 10^{-7})}{0.1}\left(\frac{\sqrt{9.8^2 - 0.1^2}}{\pi(24 + 0.644) \times 10^{-3}}\right)\pi\left[\left(\frac{24 + 0.644}{2}\right) \times 10^{-3}\right]^2$ **[2 boda]**

$L = 7.68 \times 10^{-2}\,\text{H} = 76.8\,\text{mH}$ **[2 boda]**

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Korčula, 13. - 16. svibnja 2012.

srednje škole - 3. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor: Loptica s ubodenim čavlom (molim da ne vadite čavao iz loptice). List milimetarskog papira. Kao zaporni sat (štopericu) možete koristiti mobitel.

Zadatak: Naći kolika je masa loptice (bez čavla).
Opisati mjerenja.
Izračunati pogreške mjerenja (samo podataka dobivenih mjerenjem, ne treba izračunati pogrešku konačnog rezultata).
Duljina čavla je 3,2 cm, a masa 2,36 g.

Napomena: Moment tromosti loptice kroz os koja prolazi središtem loptice je (bez čavla):

$$I_L = \frac{2}{3} M_L R^2$$

M je masa loptice, a R polumjer loptice.
Moment tromosti kroz os koja prolazi kroz središte čavla okomito na čavao je (bez loptice):

$$I_č = \frac{1}{12} m_č l^2$$

Želimo vam puno uspjeha u rješavanju.

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Korčula, 13. - 16. svibnja 2012.

srednje škole - 3. grupa

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA

Kada lopticu stavimo na stol ona će se postaviti tako da je glavica čavla leži na stolu zato jer težište loptice zbog čavla više nije u centru loptice. Pomaknemo li lopticu iz tog položaja i pustimo je ona će izvoditi periodičko gibanje. Potrebno je izmjeriti period gibanja. Zbog prigušenja loptica će načiniti manji broj titraja. Može se, recimo, izmjeriti vrijeme 5 njihaja (2,5 titraja). Treba voditi računa da kut otklona ne bude prevelik (kut od otprilike 60° stupnjeva neće načiniti preveliku grešku s obzirom na preciznost mjerenja vremena). Možete pustiti lopticu da titra i onda nakon nekoliko titraja početi mjeriti kada kut otklona bude manji.

Primjer mjerenja:

t/s	T/s	ΔT/s
2,37	0,95	0,00
2,26	0,90	0,05
2,35	0,94	0,01
2,45	0,98	0,03
2,28	0,91	0,04
2,34	0,94	0,01
2,42	0,97	0,02
2,42	0,97	0,02
2,42	0,97	0,02
2,46	0,98	0,03
	0,95	**0,05**

N – broj mjerenja, t – vrijeme 2,5 titraja, T – period titranja, ΔT – odstupanje izmjerenog perioda od prosječne vrijednosti

Prosječna vrijednost perioda je:

$\overline{T} = 0,95s$

Rezultat treba prikazati:

$T = (0,95 \pm 0,05)s$

Relativna pogreška: 4,9 %

(opis mjerenja **1 bod**, mjerenje **2 boda**, preciznost mjerenja **2 boda**, izračun pogrešaka **1 bod**)

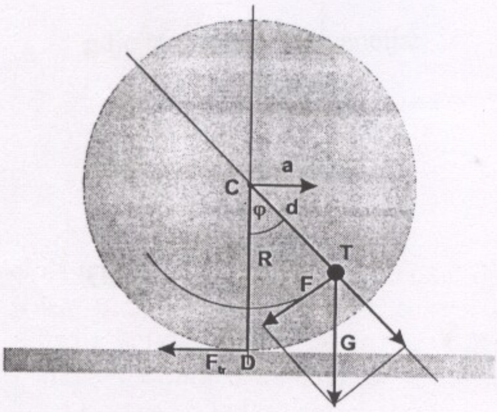
Za izračun mase loptice potreban nam je polumjer loptice. Na milimetarskom papiru potrebno je označiti točku i na nju staviti lopticu tako da je glavica čavla na njoj. Na suprotnoj strani od čavla nalazi se točka na loptici. Loptica se može pomaknuti tako da se vidi glavica čavla i onda dokoturati do te točke kako bi bili sigurni da je loptica na točnom mjestu. Zatim se loptica pomiče po ravnoj crti na milimetarskom papiru dok loptica ne napravi puni krug. Loptica se može pomaknuti okomito na crtu kako bi se točno odredio položaj glavice čavla.

Primjer rezultata mjerenja:

$\overline{R} = (3,2 \pm 0,2)cm$

Relativna pogreška 6,25%.

(opis mjerenja **1 bod**, mjerenje **1 boda**, preciznost mjerenja **1 boda**, izračun pogrešaka **1 bod**)



(slika **2 boda**)

Pomaknemo li loptu iz ravnotežnog položaja i težište T se pomiče od ravnotežnog položaja. G je težina loptice koja djeluje iz težišta.

$$G = mg \quad \textbf{(1)}$$

m je ukupna masa loptice zajedno s čavlom, g je ubrzanje tijela pri slobodnom padu $g = 9{,}81 m/s^2$. Težinu možemo rastaviti na komponente. Komponenta F uzrokovat će gibanje lopte. Sila F uzrokovat će u centru loptice moment sile M_C:

$$M_C = Fd \quad \textbf{(2)}$$

d je udaljenost težišta od centra vrtnje.
sila F jednaka je:

$$F = G\sin\varphi = mg\sin\varphi \quad \textbf{(3)} \quad \textbf{(1 bod)}$$

pa je:

$$M_C = mgd\sin\varphi \quad \textbf{(4)}$$

Ukoliko je kut φ dovoljno mali onda je $\sin\varphi \approx \varphi$ pa je:

$$M_C = mgd\varphi \quad \textbf{(5)} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Na dodiru loptice i podloge djeluje sila trenja koja će uzrokovati rotaciju loptice po podlozi. Sila trenja također će uzrokovati moment sile M_{tr} u centru vrtnje:

$$M_{tr} = F_{tr}R \quad \textbf{(6)} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Ukupni moment sile na lopticu je:

$$M_u = -M_C - M_{tr} \quad \textbf{(7)} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Ukupni moment uzrokuje kutnu akceleraciju tijela:

$$M_u = I\alpha \quad \textbf{(8)} \quad \textbf{(1 bod)}$$

I je moment tromosti oko osi koja prolazi centrom loptice C, a α kutna akceleracija svih točaka loptice oko osi koja prolazi centrom loptice i oko koje se sve točke loptice vrte.

Akceleraciju centra loptice a uzrokovat će sila trenja u točki D koja će zakretati lopticu. U nekom trenutku sve točke loptice s obzirom na os rotacije kroz centar loptice imaju istu kutnu akceleraciju α pa tako i točka D u kojoj djeluje sila trenja F_{tr}. Kutna akceleracija je:

$$\alpha = \frac{M_{tr}}{I} = \frac{F_{tr}R}{I} \quad \textbf{(9)} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Odatle je moment sile trenja:

$$M_{tr} = I\alpha \quad \textbf{(10)}$$

Uvrstimo li u izraz $M_u = -M_C - M_{tr}$ (7) izraze $M_C = mgd\varphi$ (5) $M_u = I\alpha$ (8) $M_{tr} = I\alpha$ (10) dobijemo:

$$I\alpha = -mgd\varphi - I\alpha \quad \textbf{(11)}$$

Odatle je:

$$\alpha + \frac{mgd}{2I}\varphi = 0 \quad \textbf{(12)} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Kako je:

$$\alpha + \omega^2\varphi = 0 \quad \textbf{(13)} \quad \textbf{(1 bod)}$$

gdje je ω kutna frekvencija:

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{2I}} \quad \textbf{(14)}$$

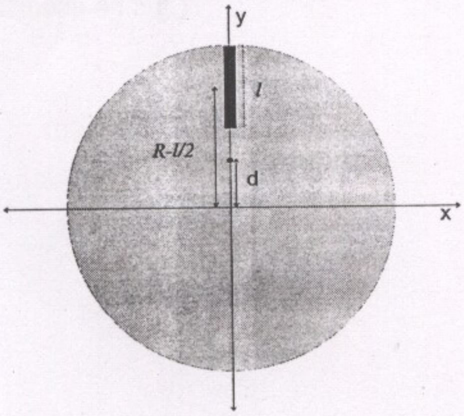
Kako je period titranja:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \textbf{(15)}$$

Onda je period:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2I}{mgd}} \quad \textbf{(16)} \quad \textbf{(1 bod)}$$

(Period titranja loptice za $\sqrt{2}$ dulji je u ovom slučaju nego kad bi loptica titrala oko osi koja prolazi kroz centar loptice kao fizikalno njihalo.)



Udaljenost težišta od centra loptice najlakše ćemo naći tako da središte loptice stavimo u središte koordinatnog sustava. Udaljenost težišta čavla biti će $R-\frac{l}{2}$ gdje je l duljina čavla.

$$d = \frac{m_č\left(R-\frac{l}{2}\right)}{m} \quad \textbf{(17)} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Kad uvrstimo u izraz $T = 2\pi\sqrt{\frac{2I}{mgd}}$ (16)

dobijemo:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2I}{m_č g\left(R-\frac{l}{2}\right)}} \quad \textbf{(18)}$$

Moment tromosti kroz središte lopte tako da je čavao okomit na os rotacije biti će jednaka:

$$I = I_L + I_č + m_č\left(R-\frac{l}{2}\right)^2 \quad \textbf{(19)}$$

I_L je moment tromosti loptice oko osi koja prolazi središtem loptice bez čavla. $I_č$ je moment tromosti čavla oko osi koja prolazi središtem čavla, okomito na čavao.

$$I = \frac{2}{3}m_L R^2 + \frac{1}{12}m_č l^2 + m_č\left(R-\frac{l}{2}\right)^2 \quad \textbf{(20)} \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Iz izraza $T = 2\pi\sqrt{\frac{2I}{m_č g\left(R-\frac{l}{2}\right)}}$ (18) moment tromosti je:

$$I = \frac{T^2 m_č g\left(R-\frac{l}{2}\right)}{8\pi^2} \quad \textbf{(21)}$$

Izjednačavajući izraze $I = \frac{2}{3} m_L R^2 + \frac{1}{12} m_č l^2 + m_č \left(R - \frac{l}{2} \right)^2$ (20)

i $I = \frac{T^2 m_č g \left(R - \frac{l}{2} \right)}{8\pi^2}$ (21) dobijemo da je masa loptice:

$$m_L = \frac{3T^2 m_č g \left(R - \frac{l}{2} \right)}{16\pi^2 R^2} - \frac{1}{8} \frac{m_č l^2}{R^2} - \frac{3}{2} \frac{m_č}{R^2} \left(R - \frac{l}{2} \right)^2 \quad (22)$$ **(2 boda)**

Masa loptice je:

$$m_L = 5{,}03 g \quad (23)$$ **(2 boda)**

(Mase loptica nisu iste tako da ste mogli dobiti i drugačiji rezultat, mase se kreću između 4 i 5 g.)

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Korčula, 13.-16. svibnja 2012.

Srednje škole - 4. grupa

1. zadatak (20 bodova)

Ova je godina zbog čestih pljuskova u sunčana popodneva obilovala pojavama duga. Pretpostavi da Sunčeva svjetlost obasjava kuglaste kapljice kiše. Imajući u vidu da se prema promatraču vrati značajan intenzitet obojene svjetlosti koja potječe od Sunca koje je iza promatrača, predloži skicu koja će objasniti nastanak duge, te objasni podrijetlo rasipanja po bojama.
Izvedi izraz koji određuje kut skretanja zrake svjetlosti s obzirom na upadnu zraku, od ulaska zrake do njenog izlaska iz kapljice. Izračunaj najmanji kut skretanja za crvenu (indeks loma 1,3318) i ljubičastu svjetlost (indeks loma 1,3435)! Pokaži da se najveći dio svjetlosti odbije upravo u smjeru blisku njemu! Stoga se zraka pod tim kutom naziva dugina zraka. Kolika je kutna debljina duge i gdje se nalazi ljubičasta, a gdje crvena boja?
Objasni može li se duga vidjeti u Korčuli koja je na 43° geografske širine kad je Sunce u zenitu? Objasni može li se vidjeti polukružna duga? Objasni gledaju li dvije osobe istu dugu? Zašto je duga rijetko vidljiva zimi?
Druga duga nastaje jednom refleksijom više unutar kapljice nego razmatrana prva duga? Pod kojim se kutom ona vidi i koji joj je poredak boja?

2. zadatak (20 bodova)

Žiroskopi su instrumenti koji trebaju osigurati određeni referentni smjer. Pored onih poznatih koji rade preko očuvanja kutne količine gibanja zvrka, danas se sve više koriste optički žiroskopi jer su kompaktniji, jednostavniji, jeftiniji, osjetljivi i lako se integriraju s elektronikom. Interferometarski žiroskop s optičkim vlaknom sastoji se od izvora svjetlosti valne duljine 1550nm i detektora koji kruže zajedno jedan pored drugog po kružnici polumjera R = 5cm kutnom brzinom Ω. Izvor emitira svjetlost u oba smjera duž kružno namotanog vlakna indeksa loma n=1,444 po obodu kružnice. Vlakno je namotano N = 1000 puta po cijeloj kružnici (i spojenih je krajeva) te obje zrake svjetlosti moraju obići cijelo to vlakno da bi došle do detektora. Snopovi svjetlosti koji se šire u međusobno suprotnim smjerovima interferiraju i ukupni intenzitet mjeri se detektorom.
Izvedi izraz za faznu razliku među dvjema zrakama kada stignu do detektora!
Napiši izraz za intenzitet koji mjeri detektor te osjetljivost intenziteta na promjenu faze i na promjenu kutne brzine (promjena intenziteta po jedinici faze, odnosno po jedinici kutne brzine).
Koliki raspon kutnih brzina se može jednoznačno određivati ovim žiroskopom? Na koliku kutnu brzinu treba zavrtjeti žiroskop da bi postigao najveću osjetljivost oko te vrijednosti?
Izračunaj najmanju promjenu kutne brzine koju možemo detektirati, zanemarujući sve smetnje i šumove, te pretpostavljajući da je u tom slučaju osjetljivost detektora određena time da je on 24-bitni, to jest da može registrirati promjene od 1 u 2^{24} od maksimalnog intenziteta na koji je podešen!

3. zadatak (20 bodova)

Upravljanje snopom neutrona zahtijeva veliku fizikalnu maštovitost. Promotrit ćemo vođenje neutrona kroz kutiju i izlazak monokromatskog snopa iz nje. Za zatočenje termalnih neutrona koristi se vakumirana kutija od monokristala silicija. Promatrat ćemo neutrone brzine 150m/s. Kolika je valna duljina neutrona u tom snopu?
S jedne strane na kutiji nalazi se prozor u Fabry-Pérot konfiguraciji koji treba osigurati izlazak neutrona određene valne duljine. Prozor se sastoji od trosloja, koji redom čini vrlo tanki sloj nikla, 100 nm titana, te opet vrlo tanki sloj nikla, nanešenih na debelu podlogu titana radi mehaničke potpore. Kroz titan neutroni prolaze kao da je proziran, dok se na niklu događa djelomično odbijanje/refleksija i djelomični prolazak/transmisija, pri čemu apsorpciju u materijalima zanemarite. Iako detalji ovise o svojstvima materijala, priroda pojave dolazi iz fizikalne optike, te je tako pojednostavljeno i promatrajte, pogotovo jer daje zadovoljavajuće rezultate. Štoviše, u danim uvjetima brzina neutrona u titanu gotovo je jednaka kao u kutiji i vani.
Odnos koeficijenata transmisije T i refleksije R za snop neutrona na zanemarivo tankim slojevima nikla je takav da na izlaznoj strani imamo mnogo neutronskih valova koji interferiraju. Izvedi izraz za intenzitet izlaznog snopa u ovisnosti o kutu upada i debljini srednjeg sloja, te ostalih potrebnih parametara, kao T, R, itd.
Napiši uvjet za maksimalni izlazni intenzitet! Koliko on tada iznosi u odnosu na intenzitet istog snopa u cijevi? Izračunaj dva izlazna kuta snopa neutrona zadane brzine najbliža stjenki prozora!

4. zadatak (10 bodova)

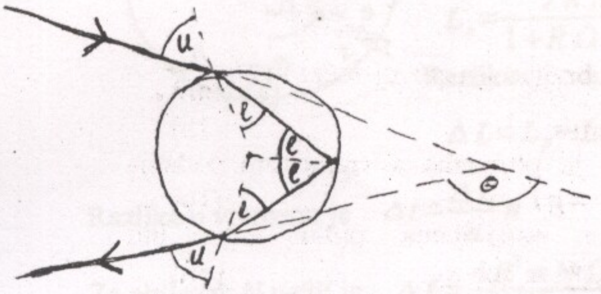
Nedavno su fizičari izmjerili gravitacijsko ubrzanje koristeći odbijanje atoma pomoću laserskog snopa, a eksperiment je popularno nazvan kvantni trampolin. Kompaktnost i preciznost takvog uređaja omogućit će mu primjenu u navigaciji i istraživanju Zemljine kore, ali i proučavanju odstupanja od Newtonovog zakona gravitacije. Plin od ~10000 ^{87}Rb atoma laserski je ohlađen ispod mikrokelvina tako da im je kinetička energija zanemariva prije nego počnu padati u gravitacijskom polju Zemlje. Kad se isključi magnetsko polje koje ih drži zatočenima, atomi ubrzavaju prema dolje i sudaraju se s fotonima iz lasera snopa usmjerenog prema gore. Budući da se sudari događaju u vrlo kontroliranim uvjetima, o čemu govori i ponavljanje odbijanja velik broj puta, te zahvaljujući savršenom poznavanju sile prilikom sudara, eksperiment je vrlo precizno odredio g=9,814m/s^2. Valna duljina svjetlosti koju su upotrijebili je 780,193nm (27GHz pulsni plavi diodni laser) i ona odgovara energiji jednog od prijelaza elektrona u atomu Rb.
Svakih koliko vremena je potrebno ponoviti svjetlosni puls da bismo dobili periodičko odbijanje na istoj visini?
Kolika je brzina odbijenog atoma?
Čini li Dopplerov pomak probleme opisanoj apsorpciji fotona imajući u vidu da su tipična vremena poluraspada pobuđenih elektronskih stanja u atomu reda veličine 10^{-7}s?

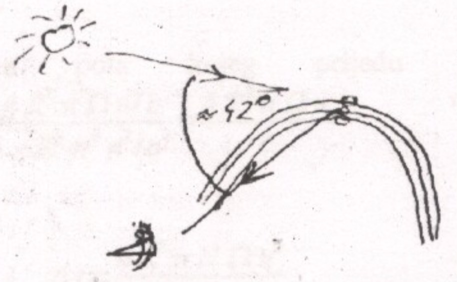
Konstante:

- brzina svjetlosti $c=3\cdot 10^8$ m/s
- Planckova konstanta $h=6,626\cdot 10^{-34}$ Js
- Boltzmannova konstanta $k_B=1,38\cdot 10^{-23}$ J/K
- elementarni naboj $e=1,6\cdot 10^{-19}$ C
- masa elektrona $m_e=9,1095\cdot 10^{-31}$ kg
- masa protona $m_p=1,67265\cdot 10^{-27}$ kg
- masa neutrona $m_n=1,67495\cdot 10^{-27}$ kg
- unificirana atomska jedinica mase $u=1,66056\cdot 10^{-27}$ kg

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Korčula, 13.-16. svibnja 2012.
Srednje škole - 4. grupa – Rješenja

1. zadatak (20 bodova)



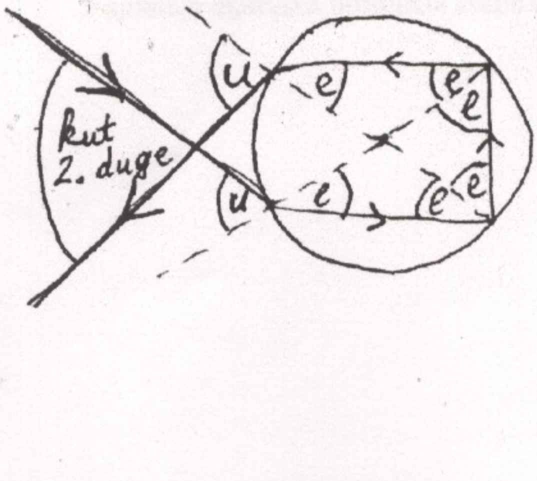


Zraka se reflektira unutar kapljice da bi se vratila prema promatraču, a zbog ovisnosti indeksa loma o valnoj duljini, lom će ovisiti o boji, a time i ukupan kut skretanja. Slika. **(2b)**
Sa slike se vidi: $\theta = u-l+\pi-2l+u-l = \pi+2u-4l = \pi+2u-4\arcsin((\sin u)/n)$. **(2b)**

Najmanji θ dobije se iz $\frac{d\theta}{du}=2-\frac{4\cos u}{\sqrt{n^2-\sin^2 u}}=0$ pa je $\cos u=\sqrt{\frac{n^2-1}{3}}$. **(2b)**

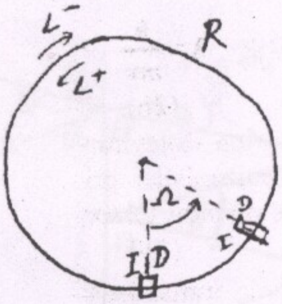
Za crvenu u=59,480°, l=40,303°, θ_{min}=137,747°, a za ljubičastu u=58,801°, l=39,545°, θ_{min}=139,424°.
Kut pod kojim promatrač vidi dugu je $\pi-\theta$, što za crvenu iznosi 42,253° i za ljubičastu 40,576°.
Znači da je crvena unutar, a ljubičasta izvana. **(2b)**
Zrake upadaju pod različitim kutovima na kapljice, pa im je različit kut skretanja. Oko minimuma najviše upadnih zraka reflektira se blisko s θ_{min}. Osim po definiciji derivacije, u to se možemo još više uvjeriti računajući $\theta(u)$, i uočavanjem da se za velike promjene u, θ slabo mijenja oko svog minimuma. **(3b)**
U zenitu je Sunce više nego 42,2° iznad horizonta, pa je duga ispod horizonta, te se ne vidi. **(1b)**
Polukružna duga može se vidjeti samo u zoru ili pri zalasku jer samo tada može okomito ulaziti u tlo. **(1b)**
Dugine zrake dolaze s točno određenog mjesta u oko, pa ako je oko na drugom mjestu, i zraka u njega dolazi iz drugog mjesta, što znači da svatko gleda svoju dugu. **(1b)**
Zimi su kapljice obično zamrznute te je teško ostvariti potrebnu refleksiju. **(1b)**
Za dvije refleksije unutar kapljice je: $\theta = u-l+\pi-2l+\pi-2l+u-l = 2\pi+2u-6l = 2\pi+2u-6\arcsin((\sin u)/n)$.

Analogno prethodnom postupku dobiva se $\cos u=\sqrt{\frac{n^2-1}{8}}$. Slika! **(3b)**



Odatle je za crvenu u=71,881°, l=45,531°, θ_{min}=230,576°, a za ljubičastu u=71,505°, l=44,901°, θ_{min}=233,604°.
Traženi kut duge je 50,576° za crvenu i 53,604° za ljubičastu, te je poredak boja obrnut od onog kod prve duge. **(2b)**

2. zadatak (20 bodova)



Gledajući iz referentnog sustava, zraka koja putuje u smjeru vrtnje prijeđe veću udaljenost $L_p = 2\pi R + R\Omega t_p$, a suprotna manju $L_n = 2\pi R - R\Omega t_n$. **(1b)**

Uzimajući $t_p = \frac{L_p}{c} n$ i $t_n = \frac{L_n}{c} n$ slijedi $L_p = \frac{2\pi R}{1 - R\Omega n/c}$ i $L_n = \frac{2\pi R}{1 + R\Omega n/c}$. **(2b)**

Razlika duljina puta kojeg prijeđu dvije zrake je $\Delta L = L_p - L_n = \frac{4R^2 \pi \Omega n/c}{1 - R^2\pi^2 n^2/c^2} = \frac{4R^2\pi\Omega n}{c}$. **(2b)**

Razlika u vremenu je $\Delta t = \frac{\Delta L}{c} n$. **(1b)**

Za obilazak N petlji je $\Delta L = \frac{4R^2 \pi N \Omega n}{c}$ i $\Delta t = \frac{4R^2 \pi N \Omega n^2}{c^2}$. **(1b)**

Promjena faze u vremenu Δt je $\Phi = 2\pi f \Delta t$, gdje je $f = c/\lambda$, a $\lambda = 1550$nm zadana valna duljina u zraku.

Stoga je $\Phi = \frac{8\pi^2 N R^2 n^2 \Omega}{\lambda c}$. **(2b)**

Amplituda svjetlosti na detektoru je $E_D = E_p \exp(i \cdot 0) + E_n \exp(-i \cdot \Phi)$. **(1b)**

Intenzitet je $I_D = E_d \bar{E}_d = 2I(1 + \cos\Phi)$. **(1b)**

Osjetljivost je $|dI/d\Phi| = 2I \sin\Phi$, odnosno $|dI/d\Omega| = 2I \sin\Phi \cdot \frac{8\pi^2 N R^2 n^2}{\lambda c}$. **(2b)**

Za $\Phi = 0$ i $\Phi = \pi$ imamo najmanju osjetljivost (0), kada je $\Omega = \frac{\lambda c}{8\pi N R^2 n^2}$. Maksimalna je osjetljivost ostvarena na polovici toga, za $\Omega_{max} = \frac{\lambda c}{16\pi N R^2 n^2}$ =1,785rad/s=102,3°/s pa ga na tu kutnu brzinu treba zavrtjeti. **(2b)**

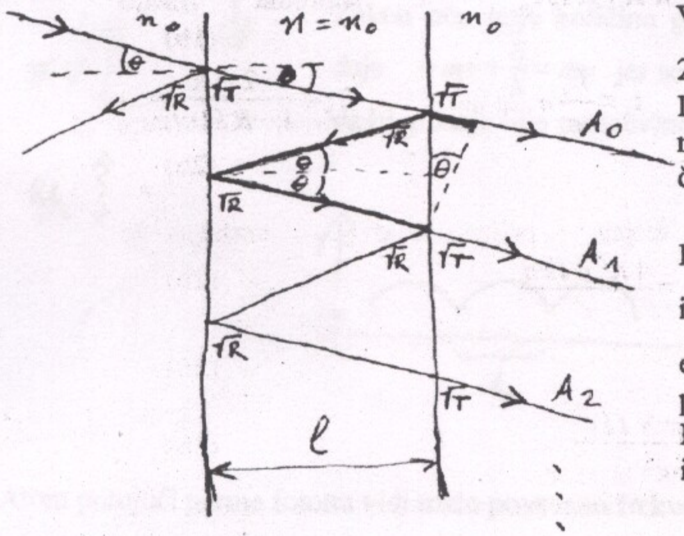
Ω se jednoznačno određuju od 0 do Ω_{max}, dok se za ostale ponavlja I. **(1b)**

Maksimalna osjetljivost je $|dI/d\Phi| = 2I = \frac{I_{max}}{2}$. Promjena faze je $\Delta\Phi = \Delta I \cdot \frac{2}{I_{max}}$ koja se zbog rezolucije detektora da očitati u koracima $\Delta\Phi = \frac{2}{2^{24}}$. **(2b)**

Promjena kutne brzine je $\Delta\Omega = \frac{\lambda c}{8\pi^2 N R^2 n^2} \Delta\Phi$ =3,55 rad/s $\cdot \Delta\Phi$. **(1b)**

Najmanja mjerljiva promjena kutne brzine je $4{,}23 \cdot 10^{-7}$rad/s = 0,087°/h. **(1b)**

3. zadatak (20 bodova)



Valna duljina neutronskog snopa je $\lambda = \frac{h}{mv} =$ 2.637nm. **(2b)**

Indeks loma snopa svugdje je 1, a na slojevima nikla imamo samo refleksije i transmisije, pri čemu amplituda svaki puta dobije dodatni faktor $\sqrt{R}$ i $\sqrt{T}$. **(1b)**

Prva transmitirana zraka zbog dvije transmisije ima amplitudu $T\exp(i\frac{2\pi}{\lambda}\frac{l}{\cos\theta})$ gdje je u eksponentu fazni pomak zbog geometrijskog puta unutar vanadija. **(1b)**

Druga transmitirana zraka zbog dvije refleksije ima amplitudu

$$T\,R\exp(i\frac{2\pi}{\lambda}\frac{3l}{\cos\theta}-i\frac{2\pi}{\lambda}\cdot 2l\tan\theta\sin\theta)$$ **.(1b)**

Slika. **(2b)**

Susjedne zrake se međusobno razlikuju za fazni pomak $\delta=\frac{2\pi}{\lambda}(\frac{2l}{\cos\theta}-2l\tan\theta\sin\theta)=2\frac{2\pi}{\lambda}l\cos\theta$. **(2b)**

Amplituda m-te zrake je $A_m=A_0R^m\exp(im\delta)$, gdje je A_0 amplituda prve. Ukupna amplituda je zbroj svih njih: $A=\Sigma_{m=0}^{\infty}A_0R^m\exp(im\delta)=A_0\frac{1}{1-R\exp(i\delta)}$. **(2b)**

Intenzitet je $\frac{I}{I_0}=A\bar{A}=\frac{T^2}{1+R^2-2R\cos\delta}$, gdje je δ izveden tri retka ranije. **(2b)**

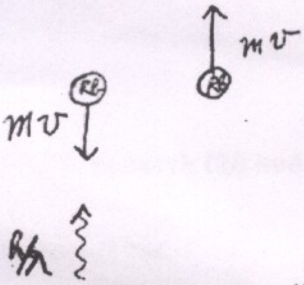
Intenzitet je maksimalan za $\delta=2k\pi$ (k je cijeli broj) i tada iznosi $\frac{I}{I_0}=\frac{T^2}{(1-R)^2}$. To je 1 jer je $R+T=1$, što znači da pod kutom θ određenim s δ izlazi sav intenzitet upadne zrake. **(3b)**

Uvjet za maksimum raspiše se kao $k\lambda=2l\cos\theta$ pa je kut dan s $\cos\theta=\frac{\lambda}{2l}k$. **(1b)**

Najbliži stjenkama su oni snopovi s najvećim k koji je određen s $k_{MAX}=\frac{2l}{\lambda}$ = 75,8. **(2b)**

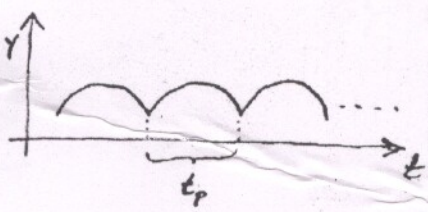
Dva najmanja kuta su $\theta(k{=}75)$ = 8,55° i $\theta(k{=}74)$ = 12,66°. **(1b)**

4. zadatak (10 bodova)



Atom apsorbira foton prilagođen energiji prijelaza pa je sudar neelastičan. **(1b)**

Zakon očuvanja količine gibanja u vertikalnom smjeru u trenutku sudara daje $-mv+\frac{h}{\lambda}=mv$ jer se atom mora odbiti istom brzinom kojom je došao da bi gibanje bilo periodično. **(2b)**



Slijedi brzina u najnižoj točki $v=\frac{h}{2m\lambda}$ = 2,94 mm/s. **(1b)**

Brzina je povezana s vremenom padanja kao $v=gt$. **(1b)**

Vrijeme ponavljanja pulsa treba biti $t_p=2\frac{v}{g}$ = 599 μs. **(1b)**

Atom putujući prema fotonu vidi malo povećanu frekvenciju $f'=f\sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}$. Slijedi $\Delta f/f=10^{-11}$. **(1b)**

Da bi toliki pomak smetao apsorpciji fotona, energijska širina stanja u atomu bi trebala biti manja od $\Delta E/E=10^{-11}$, što daje $\Delta E=h\frac{c}{\lambda}\cdot 10^{-11}$ = $2{,}55\cdot 10^{-30}$J. **(1b)**

Iz načela neodređenosti slijedi da bi vrijeme poluživota pobuđenog stanja elektrona u atomu trebalo biti $\Delta\tau\geq\frac{h}{2\Delta E}$ = 130μs. **(1b)**

Budući da su karakteristična vremena u atomima 10^{-7} s, to Dopplerov pomak očito ne smeta apsorpciji. **(1b)**

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Korčula, 13.-16. svibnja 2012.

Srednje škole – 4. skupina

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor:

- Kombinirana lupa
- A4 papir sa strukturama različitih veličina
- Ravnalo
- Milimetarski papir
- Prozirnica
- Vodootporni tanki flomaster

Zadatak: Uporabom priloženih sredstava:

1. a) Prema eksperimentalnoj primjeni podataka dobivenih za vaše oko, odredite povećanje za obje lupe:
   - detaljno skicom, riječima i algebarskim izrazima zorno opišite postupak; .... 6 bodova
   - rezultate za minimalno pet mjerenja za svaku lupu prikažite tablično; .... 3 boda
   - precizno na milimetarskom papiru konstrukcijom slike prikažite po jedan eksperimentalni primjer za svaku lupu; .... 6 bodova
   - analizirajte mogućnost provedbe računa pogreške za Vaša mjerenja, te konkretno provedite račun pogreške na određivanju žarišne duljine barem jedne lupe, uz tablični zapis rezultata i konstrukciju slike za žarište korištene leće; .... 4 boda

   b) Razmotrite slučaj da ste lupe držali na daljini jasnog vida:
   - izvedite klasični izraz za kutno povećanje lupe prema konstrukcijama slika za predmet bez i sa lupom koji se nalazi na daljini jasnog vida; ...... 2 boda
   - odredite područje u kojem se može nalaziti konačna slika i teorijski interval povećanja; .... 1 bod
   - komentirajte odnos povećanja lupe, žarišne daljine leće i konvergencije te odredite maksimalan iznos žarišne daljine i povećanja takve lupe; .... 1 bod
   - navedite gdje je najčešća primjena lupe u ovom slučaju; .... 1 bod

   c) Razmotrite slučaj u kojem se oko nalazi dalje od vaše granice jasnog vida:
   - konstruirajte sliku s naznačenim svim relevantnim parametrima; ... 2 boda
   - koristeći jednadžbu tanke leće izvedite izraz za kutno povećanje lupe; .... 1 bod
   - odredite granične uvjete kod kojih taj izraz postaje jednadžba kutnog povećanja kod lupe; .... 1 bod
   - usporedite teorijski interval takvih povećanja kao i interval žarišnih daljina leća s vašim eksperimentalnim rezultatima; .... 1 bod
   - navedite konkretan primjer primjene lupe u ovom slučaju. .... 1 bod

---

Ukupno: .... **30 bodova**

Natjecateljima želimo uspješan rad!

Srednje škole – 4. skupina

Eksperimentalni zadatak – rješenje i smjernice za bodovanje

1. *a) Prema eksperimentalnoj primjeni podataka dobivenih za vaše oko, odredite povećanje za obje lupe:*
   - *detaljno skicom, riječima i algebarskim izrazima zorno opišite postupak;* *... 6 bodova*

Skica i opis: najprimjerenije predstavlja konstrukciju slike za konvergentnu leću s naznačenim veličinama koje učenik može izmjeriti sam koristeći jednu ruku u kojoj drži lupu (povećalo) i drugu ruku u kojoj drži ravnalo; pri radu prijedlog je koristiti izravno papir na ravnoj podlozi (stolu) i gledati kroz lupu okomito na papir/prozirnicu.
Algebarski izrazi izvedeni su pod točkama b) i c).

- *rezultate za minimalno pet mjerenja za svaku lupu prikažite tablično;* *... 3 boda*

Tablice 1 i 2 jednostavne su strukture i sadrže redni broj mjerenja i mjerene veličine prema izvedenim algebarskim izrazima.

- *precizno na milimetarskom papiru konstrukcijom slike prikažite po jedan eksperimentalni primjer za svaku lupu;* *... 6 bodova*

Crtež s priborom koji prati podatke iz tablica 1 i 2, kao skica pri opisu, može biti i u određenom mjerilu

- *analizirajte mogućnost provedbe računa pogreške za Vaša mjerenja, te konkretno provedite račun pogreške na određivanju žarišne duljine barem jedne lupe, uz tablični zapis rezultata i konstrukciju slike za žarište korištene leće;* *... 4 boda*

Provesti račun slučajnih pogrešaka s određivanjem apsolutne vrijednosti maksimalnog odstupanja, relativne maksimalne pogreške i točnim zapisom konačnog rezultata (dovoljno je opisati postupak za povećanje lupe i zatim konkretno primijeniti statističku analizu pri određivanju žarišne daljine za minimalno 3 mjerenja za jednu leću).

Mjerenja se provode tako da se u jednoj ruci leća pomiče okomito na ravnu površinu dok se ne fokusira svjetlost, a drugom rukom približi se ravnalo i očita udaljenost leće od papira (preciznost mjerenja može se povećati tako da se subjektivno – opažanjem, ili objektivno – trakicom bijelog papira ili niti konca, označi središte povećala jer se leća nalazi u nosaču širine do 1 cm).
Crtež je klasičan primjer konstrukcije slike za žarište leće.

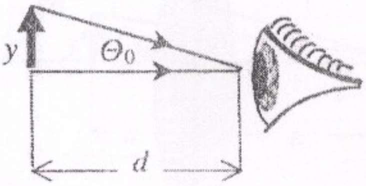
b) Razmotrite slučaj da ste lupe držali na daljini jasnog vida:
   - *izvedite klasični izraz za kutno povećanje lupe prema konstrukcijama slika za predmet bez i sa lupom koji se nalazi na daljini jasnog vida;* ...... *2 boda*

Kutno povećanje M (1) lupe definiramo kao omjer tangensa kuta gledanja pod kojim se neki predmet vidi kroz lupu Θ_1 /Slika 2/ i tangensa kuta pod kojim se isti predmet vidi bez lupe Θ_0 na daljini jasnog vida /Slika 1/:

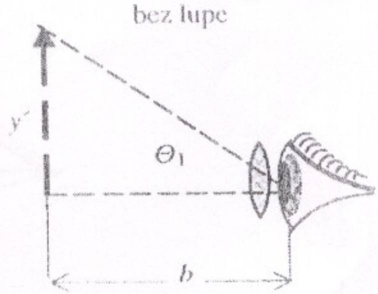
$$M = \frac{\operatorname{tg}\Theta_1}{\operatorname{tg}\Theta_0} \qquad (1)$$

$$\operatorname{tg}\Theta_0 = \frac{y}{d}, \qquad (2)$$

$$\operatorname{tg}\Theta_1 = \frac{y'}{b}. \qquad (3)$$



Slika 1.



Slika 2.

Odnos veličine slike i predmeta kod konvergentne leće po apsolutnoj vrijednosti dan je relacijom (4), te prema kombinaciji relacija (1-4) slijedi izraz (5):

$$\frac{y'}{y} = \frac{b}{a}. \qquad (4)$$

$$M = \frac{d}{a}. \qquad (5)$$

- *odredite područje u kojem se može nalaziti konačna slika i teorijski interval povećanja;* ... *1 bod*

Konačna slika može se nalaziti u području od $d \le b \le \infty$.
Interval povećanja može se zapisati kao:

$$\text{od } M = \frac{d}{f} + 1 \text{ do } M = \frac{d}{f}$$

- *komentirajte odnos povećanja lupe, žarišne daljine leće i konvergencije te odredite maksimalan iznos žarišne daljine i povećanja takve lupe;* ... *1 bod*

Kutno povećanje lupe veće je što je žarišna daljina manja, tj. što je njezina konvergencija (jakost) veća.

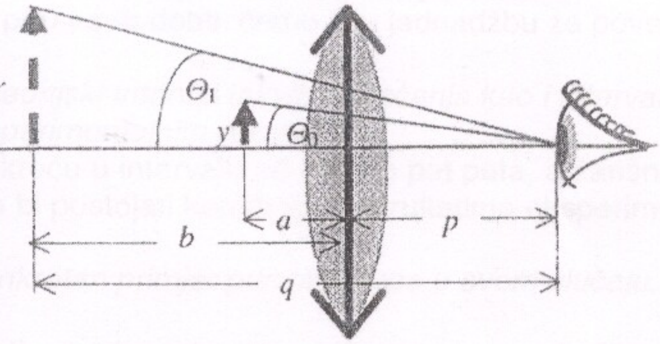
Praktična primjena ukazuje na činjenicu da se žarišna daljina ne može po volji smanjiti jer se njenim smanjenjem povećavaju pogreške leće; u praksi su žarišne daljine nešto malo manje od 1 cm, a povećanje lupe može biti najviše 30 puta; za veće povećanje potrebno je koristiti sustave leća.

- *navedite gdje je najčešća primjena lupe u ovom slučaju;* .... *1 bod*

Najpoznatija i najčešća primjena je kod urara i draguljara.

c) Razmotrite slučaj u kojem se oko nalazi dalje od vaše granice jasnog vida:

- *konstruirajte sliku s naznačenim svim relevantnim parametrima;* ... *2 boda*
-



Slika 3.

- *koristeći jednadžbu tanke leće izvedite izraz za kutno povećanje lupe;* ... *1 bod*

Povećalo - konvergentna leća – žarišne duljine f_p nalazi se blizu teksta visine y koji se nalazi na udaljenosti a od leće ($a < f_p$). Slovom q označen je razmak između oka i konačne virtualne slike koju stvara leća. Prema Slici 3. kutno povećanje je:

$$M = \frac{\frac{y'}{q}}{\frac{y}{a+p}} \qquad (6)$$

Kako je y'/y= b/a, za kutno povećanje povećala možemo napisati izraz:

$$M = \frac{b}{a}\frac{a+p}{q} \qquad (7)$$

Kad se tekst promatra bez povećala, tada se nalazi na daljini jasnog vida d:

$$a + p = d \qquad (8)$$

Iz Slike 3. vidljivo je kako je

$$|b| = q - p \qquad (9)$$

Koristeći jednadžbu tanke leće i uzevši u obzir da je b < 0, za povećanje povećala tako izvedemo izraz:

$$M = \frac{d}{f}\left(1 - \frac{p}{q}\right) + \frac{d}{q} \qquad (10)$$

- *odredite granične uvjete kod kojih taj izraz postaje jednadžba kutnog povećanja kod lupe;* ... *1 bod*

U izrazu (10) d je daljina jasnog vida na kojoj se nalazi tekst, f žarišna duljina povećala, p udaljenost povećala od oka i q udaljenost slike teksta od oka.

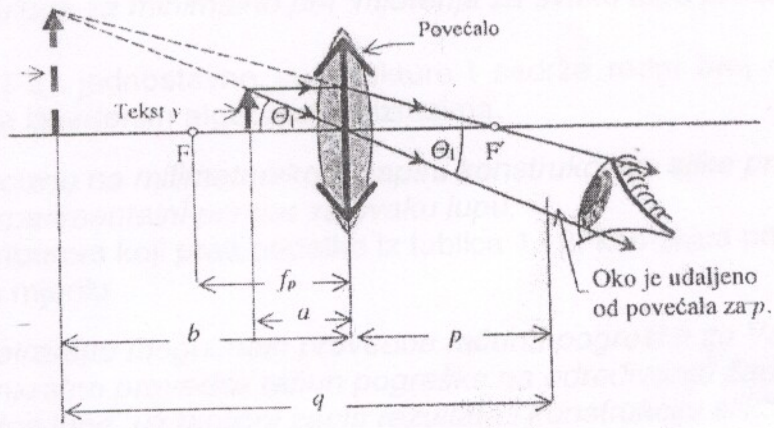
Uvrštavanjem p=0 i q=b dobit ćemo istu jednadžbu za povećanje kao kod lupe.

- *usporedite teorijski interval takvih povećanja kao i interval žarišnih daljina leća s vašim eksperimentalnim rezultatima;* .... *1 bod*

Povećanja se kreću u intervalu od dva do pet puta, a žarišne duljine su između 5 cm i 25 cm; trebala bi postojati korelacija s rezultatima eksperimentalnih mjerenja.

- *navedite konkretan primjer primjene lupe u ovom slučaju.* .... *1 bod*

Lupa se koristi za promatranje većih površina: za čitanje, promatranje lista biljaka, promatranje poštanskih maraka i slično (primjeri u kojima se oko nalazi puno dalje od povećala) /Slika 6/.



Slika 4.

Ukupno: .... **30 bodova**