OPĆINSKO/GRADSKO (ILI ŠKOLSKO) NATJECANJE IZ FIZIKE – 7. 2. 2011.

Srednje škole – 1. skupina

Zadatak 1 (11 bodova)

Sanja polazi automobilom iz Splita prema Zagrebu autocestom A1 u 11:00 sati, cijelo vrijeme vozi stalnom brzinom te dolazi u Zagreb u 14:10 sati. Tanja polazi automobilom iz Zagreba prema Splitu također autocestom A1 u 10:00 sati. Tanja vozi stalnom brzinom 105 km/h do odmorišta Brinje na kojem stoji 24 min. Zatim vozi stalnom brzinom do odmorišta Jasenice gdje stoji 12.5 min te nakon toga vozi stalnom brzinom do Splita gdje stiže u isto vrijeme kada Sanja dolazi u Zagreb. Udaljenost između Zagreba i Splita iznosi 380 km, odmorište Brinje udaljeno je 119 km od Zagreba, a odmorište Jasenice udaljeno je 239 km od Zagreba. Zadnjom dionicom puta Tanja vozi jednakom brzinom kao Sanja.

a) Izračunajte brzinu kojom Tanja vozi na drugoj dionici puta.
b) Izračunajte Tanjinu srednju brzinu.
c) Na istom grafu nacrtajte *x-t* dijagrame za oba gibanja.
d) Pomoću grafa iz zadatka c) odredite na kojoj dionici puta će se Tanja i Sanja sresti.

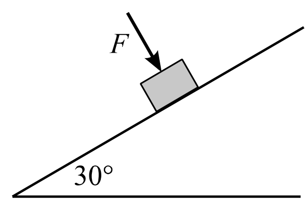
Zadatak 2 (7 bodova)

Sa krova kuće visokog 28 m padaju kapi kiše prema tlu. Jedna kap padne svake 0.5 s. Početna brzina kapi jednaka je nuli.

a) Koliko kapi se istovremeno nalazi u zraku?
b) Izračunajte udaljenost između prve i posljednje kapi u trenutku kada prva kap padne na tlo.

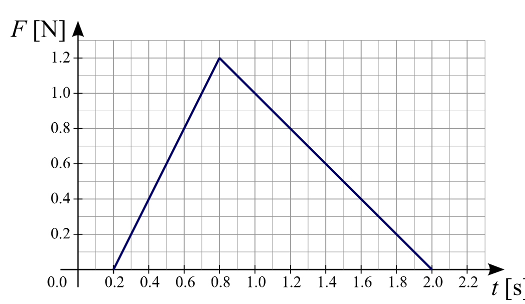
Zadatak 3 (12 bodova)

Tijelo mase 1 kg nalazi se na kosini nagiba 30°. Kada na tijelo djelujemo silom $\vec{F}$ u smjeru prikazanom na slici, tijelo miruje na kosini. Izračunajte iznos sile $\vec{F}$, ako znamo da kada na tijelo ne djeluje sila $\vec{F}$, ono se spušta niz kosinu ubrzanjem $a = 3.2\ \mathrm{m/s^2}$.



Zadatak 4 (10 bodova)

Loptica mase 250 g giba se brzinom 5 m/s u pozitivnom smjeru *x*-osi. Na lopticu djeluje sila F u vremenskom intervalu od $t = 0.2$ s do $t = 2$ s u pozitivnom smjeru *x*-osi. Iznos sile mijenja se u vremenu na način kako je prikazano na grafu.

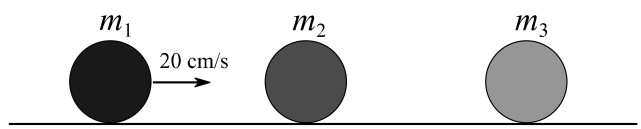


a) Izračunajte brzinu loptice u trenutku $t = 0.8$ s.
b) Izračunajte brzinu loptice u trenutku $t = 2.1$ s.

OPĆINSKO/GRADSKO (ILI ŠKOLSKO) NATJECANJE IZ FIZIKE – 7. 2. 2011.

Zadatak 5 (10 bodova)

Tri kuglice nalaze se na horizontalnoj podlozi kao što je prikazano na slici. Prije sudara brzina kuglice 1 iznosi 20 cm/s, a preostale dvije kuglice miruju. Omjer masa kuglica iznosi $m_1 : m_2 : m_3 = 3 : 2 : 1$. Nakon svih sudara sve tri kuglice gibaju se u istom smjeru i omjer njihovih brzina jednak je $v_1 : v_2 : v_3 = 1 : 2 : 3$. Izračunajte brzine (iznos i smjer) kuglica nakon svih sudara.

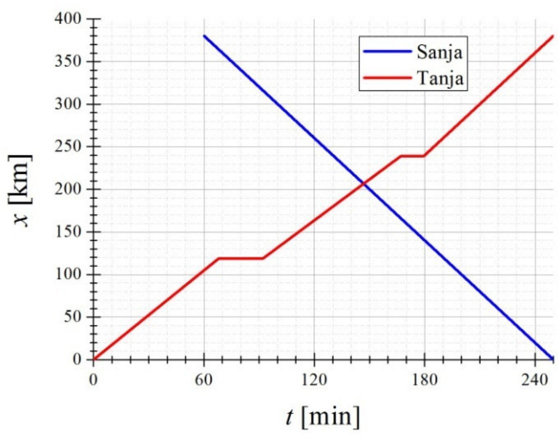


Srednje škole – 1. skupina

Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (11 bodova)

Ukupno vrijeme Sanjinog putovanja:
$t_S = 3\text{ h i } 10\text{ min} = 190\text{ min} = \frac{19}{6}\text{ h}$ (1 bod)
Brzina kojom vozi Sanja:
$v_S = \frac{d}{t_S} = \frac{380\text{ km}}{190\text{ min}} = 120\text{ km/h}$ (1 bod)
1. dionica Tanjinog puta:
$t_{T1} = \frac{d_1}{v_{T1}} = \frac{119\text{ km}}{105\text{ km/h}} = \frac{17}{15}\text{ h} = 1\text{ h i } 8\text{ min} = 68\text{ min}$ (1 bod)
3. dionica Tanjinog puta:
$t_{T3} = \frac{d_3}{v_{T3}} = \frac{141\text{ km}}{120\text{ km/h}} = \frac{47}{40}\text{ h} = 1\text{ h i } 10.5\text{ min} = 70.5\text{ min}$ (1 bod)
2. dionica Tanjinog putovanja:
$t_{T2} = (190 + 60 - 68 - 24 - 12.5 - 70.5)\text{ min} = 75\text{ min}$ (1 bod)
$v_{T2} = \frac{d_2}{t_{T2}} = \frac{120\text{ km}}{1.25\text{ h}} = 96\text{ km/h}$ (1 bod)
Srednja brzina:
$\bar{v}_T = \frac{380\text{ km}}{\frac{25}{6}\text{ h}} = 91.2\text{ km/h}$ (1 bod)



(3 boda)

Tanja i Sanja će se sresti na drugoj dionici puta. (1 bod)

Zadatak 2 (7 bodova)

Vrijeme potrebno da prva kap padne na tlo:
$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2.4\text{ s}$ (1 bod)
Prema tome, najviše 5 kapi se istovremeno nalazi u zraku. (2 boda)
U trenutku kada prva kap padne na tlo, 5. kap prijeđe put:
$t_5 = 2.4\text{ s} - 2\text{ s} = 0.4\text{ s}$ (1 bod)
$h_5 = \frac{1}{2} g t_5^2 = 0.785\text{ m}$ (1 bod)
Udaljenost između 1. i 5. kapi iznosi:
$\Delta h = h - h_5 = 27.215\text{ m}$ (2 boda)

Zadatak 3 (12 bodova)

Kada na tijelo ne djeluje sila F iz dijagrama sila dobivamo jednadžbe:

$ma = \frac{1}{2}mg - F_{tr}$ (2 boda)

$0 = \frac{\sqrt{3}}{2}mg - N$ (2 boda)

Sila trenja jednaka je:

$F_{tr} = \mu N = \mu\frac{\sqrt{3}}{2}mg$ (1 bod)

Uvrštavanjem u prvu jednadžbu izračuna se koeficijent trenja:

$\mu = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(1 - \frac{2a}{g}\right) = 0.2$ (1 bod)

Kada na tijelo djeluje sila F iz dijagrama sila dobivamo jednadžbe:

$0 = \frac{1}{2}mg - F_{tr}$ (2 boda)

$0 = \frac{\sqrt{3}}{2}mg + F - N$ (2 boda)

Iz prethodnog sustava jednadžbi izračunamo silu F:

$F = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\mu} - \sqrt{3}\right)mg = 16$ N (2 boda)

Zadatak 4 (10 bodova)

Impuls sile predan loptici od $t = 0.2$ s do $t = 0.8$ s iznosi:

$\Delta p_1 = \bar{F}\Delta t$, gdje je $\bar{F} = 0.6$ N, $\Delta t = 0.6$ s (2 boda)

Iz zakona očuvanja količine gibanja slijedi:

$mv_1 = mv_0 + \Delta p_1$ (1 bod)

$v_1 = v_0 + \frac{\Delta p_1}{m} = 6.44$ m/s (2 boda)

Impuls sile predan loptici od $t = 0.8$ s do $t = 2$ s iznosi:

$\Delta p_2 = \bar{F}\Delta t$, gdje je $\bar{F} = 0.6$ N, $\Delta t = 1.2$ s (2 boda)

Iz zakona očuvanja količine gibanja slijedi:

$mv_2 = mv_1 + \Delta p_2$ (1 bod)

$v_2 = v_1 + \frac{\Delta p_2}{m} = 9.32$ m/s (2 boda)

Zadatak 5 (10 bodova)

Zakon očuvanja količine gibanja za sudar prve i druge kuglice:

$m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$ (2 boda)

Zakon očuvanja količine gibanja za sudar druge i treće kuglice:

$m_2 v'_2 = m_2 v''_2 + m_3 v''_3$ (2 boda)

Uzimajući u obzir zadane omjere

$m_1 : m_2 : m_3 = 3 : 2 : 1 \Rightarrow m_1 = 3m,\ m_2 = 2m,\ m_3 = m$

$v'_1 : v''_2 : v''_3 = 1 : 2 : 3 \Rightarrow v'_1 = v',\ v''_2 = 2v',\ v''_3 = 3v'$ (1 bod)

Dobivamo sljedeći sustav jednadžbi:

$3mv_1 = 3mv' + 2mv'_2$

$2mv'_2 = 2m2v' + m3v'$

Rješavanjem sustava dobije se:

$v' = \frac{3}{10}v_1 = 6$ cm/s (2 boda)

Brzine kuglica nakon sudara jednake su:

$v'_1 = 6$ cm/s, $v''_2 = 12$ cm/s, $v''_3 = 18$ cm/s (3 boda)

OPĆINSKO/GRADSKO (ILI ŠKOLSKO) NATJECANJE IZ FIZIKE – 7. veljače 2011.

Srednje škole – 2. grupa

1. zadatak (8 bodova)

Zimi naš organizam značajnu količinu topline troši u plućima na zagrijavanje udahnutog hladnog zraka.

a) Pretpostavite da je jednog hladnog dana temperatura -20°C. Izračunajte kolika je toplina potrebna da bi se 0.5 litre udahnutog zraka zagrijalo na temperaturu tijela 37°C.

b) Koliko topline tijelo potroši u jednom satu, ako u minuti čovjek udahne 20 puta i svakim udahom unese 0.5 litre zraka u pluća?

c) Kolikom snagom naša pluća razvijaju toplinu za zagrijavanje zraka?

Specifični toplinski kapacitet zraka je 1020 J/(kgK). Gustoća zraka je 1.2 kg/m^3.

2. zadatak (10 bodova)

Iz crpke u podrumu zgrade voda ulazi u cijev polumjera 0.6 cm pod statičkim tlakom $4\cdot10^5$ Pa brzinom 1 m/s. Kupaonica se nalazi na prvom katu gdje je površina presjeka cijevi dva puta manja nego u podrumu. Tuš u kupaonici se nalazi na visini 9 m iznad crpke u podrumu i napravljen je tako da ima 20 malih kružnih otvora. Polumjer svakog otvora je 0.5 mm.

a) Koliki je statički tlak vode u cijevi na koju je spojen tuš u kupaonici?

b) Izračunajte brzinu vode na izlazu iz malih otvora na tušu.

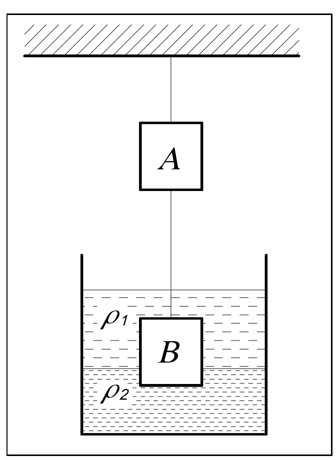
Gustoća vode je 1000 kg/m^3.

3. zadatak (11 bodova)

Dvije kocke obješene su o strop na način kao na slici. Kocka A je u zraku, a kocka B je jednom četvrtinom volumena uronjena u tekućinu gustoće ρ_2=1000 kg/m^3, dok joj je preostali volumen u tekućini gustoće ρ_1=800 kg/m^3. Brid svake kocke je 0.1 m, a napravljene su od materijala gustoće ρ_K= 960 kg/m^3. Upotrijebljene niti su neelastične i zanemarive mase.

a) Izračunajte silu napetosti niti koja povezuje kocku A sa stropom?

b) Ako se nit koja povezuje kocke prekine, odredite konačni položaj kocke B



4. zadatak (9 bodova)

Zatvoreni cilindar podijeljen je vertikalnim klipom na dva toplinski izolirana dijela pri čemu su tlak, volumen i temperatura u lijevom dijelu p_1, V_1 i T_1, a u desnom dijelu p_2, V_2 i T_2. Klip se može gibati bez trenja i u jednom trenutku mu to omogućimo. Koliki će biti tlak u lijevom i desnom dijelu cilindra kada se klip zaustavi, ako se temperatura plina u lijevom dijelu povećala za ΔT, a temperatura u desnom dijelu se smanjila za ΔT?

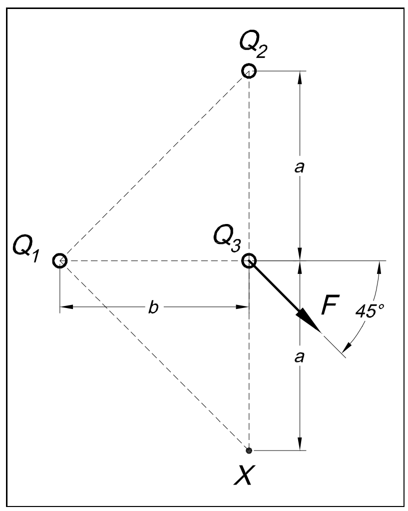
5. zadatak (12 bodova)

Tri točkasta naboja (Q_1, Q_2 i Q_3) zanemarive mase učvršćena su na položajima kao na slici. Ukupna sila kojom naboji Q_1 i Q_2 djeluju na naboj Q_3 je sila F čiji je smjer prikazan na slici.

a) Koliki je iznos ukupne sile kojom naboji Q_1 i Q_3 djeluju na naboj Q_2?

b) Koliki bi se rad obavio pri premještanju naboja Q_2 iz položaja prikazanog na slici u točku X?

a= 3 cm, b= 4 cm, Q_2 = +0.2 μC, Q_3 =2Q_2, k=$9\cdot10^9$ Nm^2C^{-2}



OPĆINSKO/GRADSKO (ILI ŠKOLSKO) NATJECANJE IZ FIZIKE – 7. veljače 2011.

Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. zadatak (8 bodova)

a) Masa zraka koja se udahne u jednom udahu je:

$$m = V\rho = 0.5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3\cdot 1.2\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 6\cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg}$$ **(1 bod)**

Toplina potrebna za zagrijavanje tog zraka:

$$Q = mc\Delta t = 6\cdot 10^{-4}\,kg\cdot 1020\frac{J}{kgK}\cdot 57K$$ **(2 boda)**

$$= 34.884\mathrm{J}$$ **(1 bod)**

b) Budući da u jednoj minuti čovjek udahne 20 puta, toplina potrošena u jednom satu je:

$$20\cdot 60\cdot Q = 41860.8\mathrm{J}$$ **(2 boda)**

c) Snaga pluća je:

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{41860.8\,\mathrm{J}}{3600\mathrm{s}} = 11.628\mathrm{W}$$ **(2 boda)**

2. zadatak (10 bodova)

Neka su statički tlak, poprečni presjek cijevi i brzina vode u podrumu $(p_1, S_1 = r_1^2\pi, v_1)$, a u cijevi na koju je spojen tuš u kupaonici $(p_2, S_2 = S_1/2, v_2)$. Poznate vrijednosti: $h = 9\mathrm{m}$, $\rho = 1000\mathrm{kg/m^3}$, $v_1 = 1\mathrm{m/s}$, $r_1 = 0.006\mathrm{m}$, $p_1 = 4\cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$, $r_3 = 0.0005\mathrm{m}$

Primjenom Bernoullijeve jednadžbe dobivamo:

$$p_1 + \frac{\rho {v_1}^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h \quad (*)$$ **(2 boda)**

Protok vode je stalan pa vrijedi

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$ **(1bod)**

i budući da je $S_1 = 2S_2$ dobije se

$$v_2 = 2v_1 \quad (**)$$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem (**) u (*), te uvrštavanjem poznatih vrijednosti, dobije se da je statički tlak u cijevi tuša:

$$p_2 = p_1 + \frac{\rho(-3{v_1}^2)}{2} - \rho g h$$ **(1bod)**

$$= 310210\mathrm{Pa}$$ **(1bod)**

(ako se računa s $g = 10\mathrm{m/s^2}$, dobije se $p_2 = 308500\mathrm{Pa}$)

Neka je površina svake rupice na tušu $S_3 = r_3^2\pi$, a brzina istjecanja vode iz tuša je v_3. Prema jednadžbi kontinuiteta vrijedi:

$$S_2 v_2 = 20 S_3 v_3 \qquad \textbf{(2 bod)}$$

$$v_3 = \frac{\mathrm{S}_2 v_2}{20\mathrm{S}_3} = \frac{\frac{S_1}{2} 2v_1}{20 r_3^2 \pi} = \frac{r_1^2 v_1}{20 r_3^2}. \qquad \textbf{(1 bod)}$$

$$v_3 = 7.2\mathrm{m/s} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

3. zadatak (11 bodova)

Sila napetosti jednaka je razlici ukupne težine i ukupne sile uzgona na kocku B:

$$F_N = G_A + G_B - F_{u1} - F_{u2} \qquad \textbf{(3 boda)}$$

pri čemu su

$$G_A = G_B = mg = V\rho_K g \qquad \textbf{(1 bod)}$$

$$F_{u1} = 0.75 V g \rho_1 \qquad \textbf{(1 bod)}$$

$$F_{u2} = 0.25 V g \rho_2 \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Konačno se dobiva:

$$F_N = Vg(2\rho_K - 0.75\rho_1 - 0.25\rho_2) \qquad \textbf{(1bod)}$$

$$F_N = (0.1\mathrm{m})^3 \cdot g \cdot (1070\mathrm{kg}/m^3) = (1.07\mathrm{kg}) \cdot g = 10.4967\mathrm{N} \qquad \textbf{(1bod)}$$

b) U trenutku kidanja niti težina kocke B je veća od ukupne sile uzgona na nju, pa se kocka počne gibati prema dnu posude. Kocka će se zaustaviti prije nego udari o dno posude ako postoji položaj u kojem su ukupna sila uzgona i težina kocke jednaki po iznosu. Neka je u tom položaju *x*-ti dio volumena kocke uronjen u tekućinu gustoće ρ_1.

$$Vg\rho_K = xVg\rho_1 + (1-x)Vg\rho_2 \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Rješenje je:

$$x = \frac{\rho_K - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} = 0.2$$

20% volumena kocke B je u tekućini ρ_1, a 80% je u tekućini ρ_2 **(1 bod)**

4. zadatak (9 bodova)

Prije puštanja klipa vrijedi:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = n_1 R \ \text{ i } \ \frac{p_2 V_2}{T_2} = n_2 R \qquad \textbf{(2 bod)}$$

Nakon zaustavljanja klipa vrijedi:

$$\frac{p_1^*V_1^*}{T_1+\Delta T}=n_1R \text{ i } \frac{p_2^*V_2^*}{T_2-\Delta T}=n_2R$$ **(2 bod)**

Uvjet zaustavljanja klipova je da su se tlakovi izjednačili i označimo taj tlak s p :

$$p_1^* = p_2^* = p$$ **(2 boda)**

Na temelju gornjih jednadžbi vrijedi:

$$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{pV_1^*}{T_1+\Delta T}\ (*) \text{ i } \frac{p_2V_2}{T_2}=\frac{pV_2^*}{T_2-\Delta T}\ (**)$$

Ukupni volumen klipa se nije promijenio pa vrijedi:

$$V_1+V_2=V_1^*+V_2^*\ (***)$$ **(1 bod)**

Ako iz (*) i (**) izrazimo V_1^* i V_2^* te uvrstimo u izraz (***) i sredimo, dobit ćemo izraz za p:

$$p=\frac{p_1V_1T_2(T_1+\Delta T)+p_2V_2T_1(T_2-\Delta T)}{(V_1+V_2)T_1T_2}$$ **(2 boda)**

5. zadatak (12 bodova)

Naboji Q_1 *i* Q_2 djeluju na Q_3 silama iznosa:

$$F_{13}=k\frac{Q_1Q_3}{b^2} \text{ i } F_{23}=k\frac{Q_2Q_3}{a^2}$$ **(1 bod)**

Obzirom na zadani smjer ukupne sile, mora vrijediti:**.**

$$F_{13}=F_{23}$$ **(1 bod)**

Izjednačavanjem izraza za sile dobiva se omjer naboja:

$$\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{b^2}{a^2}$$ **(1 bod)**.

Ukupna sila na Q_2 dobije se zbrajanjem (vektorskim!) sila kojom Q_1 i Q_3 djeluju na njega i čiji su iznosi:

$$F_{12}=k\frac{Q_1Q_2}{a^2+b^2} \text{ i } F_{32}=k\frac{Q_3Q_2}{a^2}=k\frac{2Q_2^2}{a^2}$$ **(1 bod)**

Budući da sila F_{12} zatvara kut od 45° prema horizontali, *x* i *y* komponenta te sile su jednake i iznose:

$$F_{12x}=F_{12y}=k\frac{Q_1Q_2}{a^2+b^2}\frac{1}{\sqrt{2}}$$ **(1 bod)**

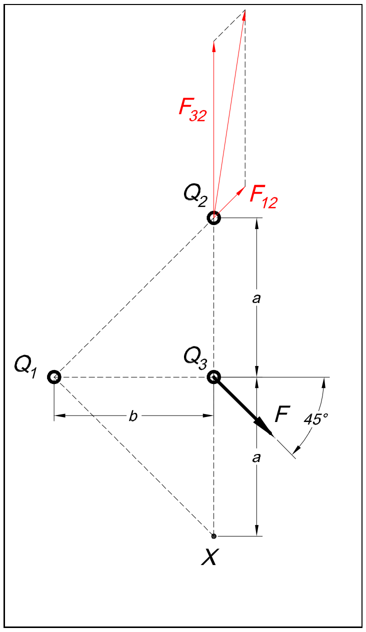
$$=k\frac{b^2Q_2^2}{a^2(a^2+b^2)\sqrt{2}}$$

Iznos ukupne sile F_{ukupno} na naboj Q_2 je prema Pitagorinom poučku:

$$F_{ukupno}{}^2=(F_{12x})^2+(F_{12y}+F_{32})^2$$ **(1 bod)**

pa se konačno dobije:

$$F_{ukupno} = \sqrt{(0.181\text{N})^2 + (0.181\text{N} + 0.8\text{N})^2} = 0.998\text{N}$$ **(2 boda)**



b) Obavljeni rad jednak je

$$W = Q_2(\varphi_x - \varphi_0)$$ **(1 bod)**

pri čemu su φ_0 i φ_x potencijali u početnoj točki i u točki X i svaki se dobije zbrajanjem doprinosa od naboja Q_1 i Q_3:

$$\varphi_{x,0} = \varphi_1 + \varphi_3$$ **(1 bod)**

pri čemu je potencijal uzrokovan nabojem Q_i na udaljenosti r_i od njega: $\varphi_i = k\frac{Q_i}{r_i}$, gdje su $i = 1{,}3$ i

$r_i = \sqrt{a^2 + b^2}, a$

Budući da su u oba slučaja naboji Q_1 i Q_3 jednako udaljeni do naboja Q_2 vrijedi:

$$\varphi_x = \varphi_0$$ **(1 bod)**

pa je obavljeni rad nula. **(1 bod)**

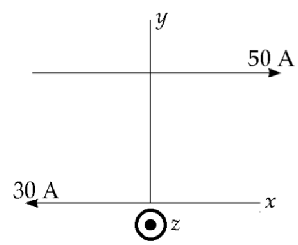
Srednje škole – 3. skupina

1. zadatak (10 bodova)

Nabijena čestica mase m ubrzana je iz stanja mirovanja razlikom potencijala ΔV. Nakon ulaska u jednoliko magnetsko polje (okomito na brzinu iona) čestica opisuje polukrug polumjera R. Zatim čestica naboja dvostruko većeg od prve čestice, mase m', koja je ubrzana jednakom razlikom potencijala ulazi u isto magnetsko polje i opisuje polukrug polumjera $R' = 2R$. Izračunajte omjer masa iona.

2. zadatak (10 bodova)

Jednom veoma dugom žicom teče struja 30 A prema lijevo, u $-x$ smjeru. Drugom veoma dugom žicom teče struja 50A prema desno, u $+x$ smjeru. Žice su međusobno udaljene 0.28 m (u smjeru osi y) i nalaze se na istoj visini (u smjeru osi z). (a) Gdje u ravnini žica će ukupno magnetsko polje biti nula? (b) Čestica naboja -2 μC giba se brzinom 1.5×10^8 **i** m/s (dakle, u smjeru osi x) duž linije (y = 0.1 m, z = 0). Izračunajte vektor magnetske sile koja djeluje na česticu. (c) **Što ako?** Izračunajte vektor električnog polja koje je potrebno narinuti a koje će biti takvo da će se čestica moći gibati u tom području bez promjene smjera svog kretanja.



3. zadatak (10 bodova)

Zavojnica koja se sastoji od 50 namotaja žice u obliku kvadrata smještena je u magnetskom polju tako da okomica na ravninu zavojnice zatvara kut od 30º sa smjerom polja. Kada se magnetsko polje jednoliko povećava s 200 μT do 600 μT u vremenu od 0.4 s, elektromotorna sila iznosa 80 mV se inducira u zavojnici. Kolika je ukupna duljina žice?

4. zadatak (10 bodova)

Čestica mase 0.5 kg pričvršćena je za oprugu konstante 50 N/m. U trenutku t = 0 čestica ima maksimalnu brzinu od 20 m/s i giba se u lijevo. (a) Odredite jednadžbu gibanja za česticu, opisujući položaj kao funkciju vremena. (b) Na kojem položaju će potencijalna energija čestice biti tri puta veća od kinetičke energije. (c) Izračunajte najmanji vremenski interval potreban da bi se čestica pomaknula s x = 0 m do x = 1 m.

5. zadatak (10 bodova)

U serijskom RLC krugu koji se sastoji od izvora izmjenične struje konstatne frekvencije i napona, otpor R jednak je induktivnom otporu zavojnice. Ukoliko se udaljenost među pločama kondenzatora dvostruko smanji, električna struja u krugu se dvostruko poveća. Izrazite početni kapacitivni otpor preko vrijednosti R.

Srednje škole - 3. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. Zadatak (10 bodova)

Brzina i polumjer gibanja iona dani su sljedećim izrazima:

$$\frac{1}{2}mv^2 = q(\Delta V) \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2q(\Delta V)}{m}}$$

$$r = \frac{mv}{qB} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{m\sqrt{2q(\Delta V)/m}}{qB} \quad .$$

[4 boda]

Kvadrat polumjera kružnice koju opisuje ion tada je:

$$r^2 = \frac{m}{q}\cdot\frac{2(\Delta V)}{B^2} \quad \text{i} \quad (r')^2 = \frac{m'}{q'}\cdot\frac{2(\Delta V)}{B^2},$$

[2 boda]

iz čega dolazimo do izraza za mase dvaju čestica:

$$m = \frac{qB^2r^2}{2(\Delta V)} \quad \text{i} \quad (m') = \frac{(q')B^2(r')^2}{2(\Delta V)} \quad .$$

[2 boda]

Tada je očito omjer masa čestica

$$\frac{m'}{m} = \frac{q'}{q}\cdot\frac{(r')^2}{r^2} = \left(\frac{2e}{e}\right)\left(\frac{2R}{R}\right) = 8.$$

[2 boda]

Dakle, masa druge čestice je 8 puta veća od mase prve čestice.

2. zadatak (10 bodova)

a) Iznad žica, magnetsko polje (u smjeru iz papira) struje 50 A će biti jače od magnetskog polja struje 30 A (u smjeru –**k**), tako da nikada njihov zbroj neće biti jednak nuli. U području između žica, oba polja su usmjerena u papir. Dakle, jedino područje gdje njihova rezultanta može biti nula je ispod žica, na koordinati $y = -|y|$. [1 bod]

Ovdje je ukupno polje jednako:

$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$  $+\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$  :

$$0 = \frac{\mu_0}{2\pi}\left[\frac{50\,\text{A}}{|y| + 0.28\,\text{m}}\left(-\hat{k}\right) + \left[\frac{30\,\text{A}}{|y|}\left(-\hat{k}\right)\right]\right],$$

$$50|y| = 30\left(|y| + 0.28\,\text{m}\right),$$

$$50(-y) = 30\left(0.28\,\text{m} - y\right),$$

$$-20y = 30\left(0.28\,\text{m}\right) \quad \Rightarrow \quad y = -0.42\,\text{m}.$$

Dakle, mjesto gdje će ukupno magnetsko polje biti nula nalazi se na položaju 0.42 m ispod donje žice. [3 boda]

(b) Na položaju y = 0.1 m ukupno magnetsko polje je

$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$  $+\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$  :

$$B=\frac{4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A}}{2\pi}\left(\frac{50\,\mathrm{A}}{(0.28\cdot0.1)\mathrm{m}}\left(-\hat{k}\right)+\frac{30\,\mathrm{A}}{0.1\,\mathrm{m}}\left(-\hat{k}\right)\right)=1.16\times10^{-4}\,\mathrm{T}\left(-\hat{k}\right).$$

[1 bod]

Sila na česticu je:

$$F=qv\times B=\left(-2\times10^{-6}\,\mathrm{C}\right)\left(150\times10^{6}\,\mathrm{m/s}\right)\left(\hat{i}\right)\times\left(1.16\times10^{-4}\,\mathrm{N\cdot s/C\cdot m}\right)\left(-\hat{k}\right)=$$
$$=3.47\times10^{-2}\,\mathrm{N}\left(-\hat{j}\right)$$

[2 boda]

(c) Iz (b) dijela zadatka očito je da električna sila mora biti iznosa 3.47 x 10^{-2} N, ali u smjeru **+j**.

Iz toga jednostavno proizlazi:

$$F_E=3.47\times10^{2}\,N\left(+\hat{j}\right)=qE=\left(-2\times10^{-6}\,\mathrm{C}\right)E.$$

[2 boda]

Električno polje mora biti:

$$E=-1.73\times10^{4}\,\hat{j}\ \mathrm{N/C}.$$

[1 bod]

3. zadatak (10 bodova)

Izraz za elektromotornu silu dan je s:

$$\varepsilon=\frac{d}{dt}\left(NBl^2\cos\theta\right)=\frac{Nl^2\Delta B\cos\theta}{\Delta t},$$

[3 boda]

$$l=\sqrt{\frac{\varepsilon\Delta t}{N\Delta B\cos\theta}}=\sqrt{\frac{\left(80\times10^{-3}\,\mathrm{V}\right)(0.4\,\mathrm{s})}{(50)\left(600\times10^{-6}\,\mathrm{T}-200\times10^{-6}\,\mathrm{T}\right)\cos30^\circ}}=1.36\ \mathrm{m}.$$

[4 boda]

Prema tome, ukupna duljina žice je $L=4lN=4\left(1.36\,\mathrm{m}\right)(50)=272\ \mathrm{m}$. [3 boda]

4. zadatak (10 bodova)

(a) Općenita jednadžba harmonijskog titranja je $x=A\cos\left(\omega t+\phi\right)$.

Izraz za brzinu je $v=-\omega A\sin\left(\omega t+\phi\right)$. [1 bod]

Budući da je u trenutku *t* = 0 $v=-\omega A\sin\left(\omega t\right)=-v_{\max}$.

Iz toga je očito $\phi=90^\circ$, tako da je

$$x=A\cos\left(\omega t+90^\circ\right),$$

[1 bod]

što je ekvivalentno izrazu $x=-A\sin\left(\omega t\right)$.

Numerički:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{50\,\mathrm{N/m}}{0.5\,\mathrm{kg}}}=10\,\mathrm{s}^{-1}$$

$$v_{\max}=\omega A\quad\Rightarrow\quad 20\,\mathrm{m/s}=\left(10\,\mathrm{s}^{-1}\right)A\quad\Rightarrow\quad A=2\,\mathrm{m}.$$

[1 bod]

Tako da je traženi izraz: $x=\left(-2\,\mathrm{m}\right)\sin\left[\left(10\,\mathrm{s}^{-1}\right)t\right]$.

[1 bod]

(b) Vrijedi sljedeće $\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kA^2,\quad \frac{1}{2}kx^2=3\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$. [1 bod]

Iz čega proizlazi: $\frac{1}{3}\frac{1}{2}kx^2+\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kA^2\quad\Rightarrow\quad\frac{4}{3}x^2=A^2$. [1 bod]

$x = \pm\sqrt{\frac{3}{4}}A = \pm 0.866\,A = \pm 1.73\,\text{m}.$ [1 bod]

(c) Iz izraza $x = (-2\,\text{m})\sin\left[(10\,\text{s}^{-1})t\right]$,

vidimo da se čestica nalazi na položaju x = 0 u t = 0, s 10 t = π s, itd.
Čestica se nalazi na položaju x = 1 m kada je ispunjeno

$-\frac{1}{2}x = \sin\left[(10\,\text{s}^{-1})t\right].$ [1 bod]

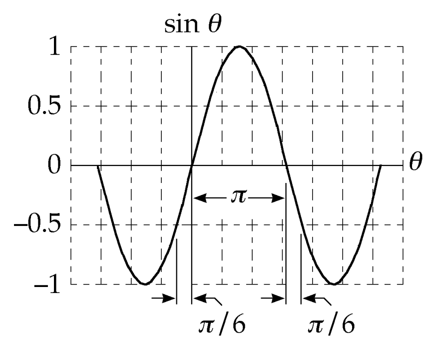
Rješenja ove jednadžbe su $(10\,\text{s}^{-1})t = -\frac{\pi}{6}$

$(10\,\text{s}^{-1})t = \pi + \frac{\pi}{6}$, itd. [1 bod]

Minimalno vrijeme za gibanje je Δt u $10\Delta t = \left(\frac{\pi}{6}\right)$ s.

$\Delta t = \left(\frac{\pi}{60}\right)$ s=0.0524 s.

[1 bod]



5. zadatak (10 bodova)

Neka X_c označava početni kapacitivni otpor. Pomicanjem ploča na polovicu njihovog početnog razmaka kapacitivni otpor $X_C = \frac{1}{\omega C}$ smanjuje se dvostruko.

[2 boda]

Da bi se električna struja dvostruko povećala, ukupna impedancija mora pasti na polovicu svoje početne vrijednosti: Z_p = 2 Z_k (Z_p = početna impedancija, Z_k = konačna impedancija). [2 boda]

Odnosno, $\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)} = 2\sqrt{R^2 + \left(X_L - \frac{X_C}{2}\right)^2}$,

$R^2 + (R - X_C)^2 = 4\left(R^2 + \left(R - \frac{X_2}{2}\right)^2\right),$ [4 boda]

$2R^2 - 2RX_C + X_C^2 = 8R^2 - 4RX_C + X_C^2.$

Iz toga proizlazi da je tražena vrijednost za kapacitivni otpor:
X_C = 3 R. [2 boda]

OPĆINSKO/GRADSKO (ILI ŠKOLSKO) NATJECANJE IZ FIZIKE – 07.02.2011.

Srednje škole - 4. skupina

Zadatak 1 (10 bodova)

Pri kolikoj brzini gibanja se kinetička energija tijela razlikuje od $mv^2/2$ za 1% ?
Za koliko % se količina gibanja satelita u kružnoj putanji blizu površine Zemlje razlikuje od mv ? $c=3\cdot10^8$ m/s, $g=9{,}81$ m/s^2, $R_z=6370$ km.

Zadatak 2 (10 bodova)

Tanki snop bijele svjetlosti upada na staklenu planparalelnu ploču debljine 4cm pod kutom 20° s obzirom na ploču. Opiši i izračunaj, kakav je snop nakon izlaska iz ploče? Indeks loma stakla za ljubičastu svjetlost (400 nm) je 1,66, a za crvenu (700 nm) 1,61. Kakvu sliku predmeta vidimo gledajući kroz ploču pod nekim kutem?

Zadatak 3 (10 bodova)

Tanki sloj prozirnog materijala indeksa loma 1,85 premazan je preko vanjske strane prozorskog stakla indeksa loma 1,52. Kao rezultat javlja se pojačana refleksija svjetlosti valne duljine 550nm i smanjuje prodiranje svjetlosti izvana u prostoriju. Kolika je najmanja debljina sloja potrebna za tu pojavu? Što je sa svjetlošću iste valne duljine koja iz prostorije nailazi na staklo? Da li je pojačan prolazak svjetlosti neke valne duljine izvana u prostoriju, pretpostavljajući da je na staklo nanešen najtanji traženi sloj? Promatraj samo zrake koje se šire okomito na sloj.

Zadatak 4 (10 bodova)

Pod velikim odmorom na školskom igralištu poželite promatrati pomrčinu Sunca. Čuli ste da ne smijete gledati golim okom pa se toga pridržavate. Međutim, u skladištu ima starih leća koje jedva čekaju da ih se uporabi. Kamo treba staviti leću i kolika joj treba biti žarišna daljina ako želiš na zidu škole dobiti sliku Sunca i Mjeseca veličine 9,3 mm? Kutna veličina Sunca gledano sa Zemlje iznosi 0,53º.

Zadatak 5 (10 bodova)

Izlazni rad kod fotoelektričnog učinka za glatku površinu natrija iznosi 2,5 eV. Koliki zaustavni napon bi trebalo primijeniti ako natrij obasjamo svjetlošću valne duljine 350 nm i intenziteta 1W/mm^2? Koliki postaje zaustavni napon ako intenzitet iste svjetlosti udvostručimo, a koliki ako intenzitet smanjimo na pola? Planckova konstanta je $h=6{,}626\cdot10^{-34}$Js, a elementarni naboj $e=1{,}6\cdot10^{-19}$C.

OPĆINSKO/GRADSKO (ILI ŠKOLSKO) NATJECANJE IZ FIZIKE – 07.02.2011.

Srednje škole - 4. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (10 bodova)

Kinetička energija čestice mase mirovanja *m* i brzine *v* jest $K_r = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - mc^2$. **(2 b.)**

Iz zadanog $\frac{K_r - mv^2/2}{mv^2/2} = 0.01$, **(1 b.)**

dobije se bikvadratna jednadžba $0.255025v^4 + 0.754975v^2c^2 - 0.01c^4 = 0$, **(2 b.)**

čije fizikalno rješenje je $v = 0.1148c$. **(1 b.)**

Relativna razlika relativističke količine gibanja od nerelativističke jest $\frac{\frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - mv}{mv}$. **(1 b.)**

Za gibanje satelita uz površinu Zemlje vrijedi $\frac{mv^2}{R_z} = mg$. **(1 b.)**

Stoga je prethodni izraz $\frac{1}{\sqrt{1-gR_z/c^2}} - 1 = 3.5 \cdot 10^{-10} = 3.5 \cdot 10^{-8}\%$. **(2 b.)**

Zadatak 2 (10 bodova)

Iz zakona loma sin70º = *n* sin*β* dobiju se kutovi pod kojim putuju zrake svjetlosti unutar stakla: β_{lj}=34,48º i β_c=35,71º. **(2 b.)**

Razmak točaka u kojima iz stakla izlaze crvena i ljubičasta zraka je $l = d\,\mathrm{tg}\beta_c - d\,\mathrm{tg}\beta_{lj}$ = 1,3mm. **(2 b.)**

Slika donosi **(2 b.)**

(bodovi se mogu dodijeliti i bez slike ako je sve točno).

Zrake opet izlaze pod kutom 20º s obzirom na ploču, pa su crvena i ljubičasta pomaknute za *l* sin20º = 0,44mm. **(2 b.)**

Gledajući predmet kroz staklenu ploču, zrake svjetlosti različitih boja različito su pomaknute. **(2 b.)**

Zadatak 3 (10 bodova)

Od upadne zrake, dio se odbija na optički gušćem sredstvu, a dio dvaput prolazi kroz tanki sloj indeksa loma *n*, pa je uvjet konstruktivne interferencije pri refleksiji $2dn-\lambda/2=k\lambda$. **(3 b.)**

Najmanja debljina je $d=\lambda/4n$=74,3nm. **(2 b.)**

Za svjetlost koja iznutra nailazi na staklo s tankim slojem, vrijede isti uvjeti za interferenciju, pa se i ona maksimalno odbija nazad u prostoriju. **(2 b.)**

Za prolazak svjetlosti valne duljine λ' u prostoriju vrijedi uvjet $2dn=k\lambda'$, što uz dobiveni *d* daje $\lambda'=\lambda/(2k)$, što ne daje valnu duljinu unutar vidljive svjetlosti. **(3 b.)**

Zadatak 4 (10 bodova)

Za udaljenost Sunca od leće x_S i udaljenost slike/zida od leće *x* vrijedi $\frac{1}{x} + \frac{1}{x_S} = \frac{1}{f}$. **(1 b.)**

Za veličine Sunca y_S i slike *y* vrijedi $\frac{y_S}{x_S} = \frac{y}{x}$. **(2 b.)**

Zbog velike udaljenosti Sunca od Zemlje je φ = 0,53º = 0,00928rad = 0,00928 = y_S/x_S. **(3 b.)**

Iz y/x = 0,00928 i zadanog y = 9,3mm slijedi x = 1002mm ≈ 1m. **(2 b.)**

Iz $x_S >> x$ slijedi $x = f$, pa je potrebna žarišna daljina također 1002mm ≈ 1m. **(2 b.)**

Zadatak 5 (10 bodova)

Jednadžba fotoelektričnog učinka $E_f = W + K$. **(2 b.)**

Energija fotona je $E_f=hc/\lambda = 5,68\cdot10^{-19}$J, a izlazni rad $W = 4\cdot10^{-19}$J. **(3 b.)**

Stoga elektroni izlijeću iz natrija ($K > 0$), pa je potrebno primijeniti zaustavni napon 1,05 V. **(2 b.)**

Povećanjem ili smanjenjem intenziteta ne mijenja se zaustavni napon. **(3 b.)**