DRŽAVNI SUSRET I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Vinkovci, 05. – 08. svibnja 2011.

Srednje škole – 1. grupa

Zadatak 1 (18 bodova)

Kuglica mase 100 g izbačena je pod kutem 60° u odnosu na horizontalu prema istoku brzinom 20 m/s. Vjetar puše iz smjera jugoistoka prema sjeverozapadu (paralelno sa tlom) te djeluje na kuglicu stalnom silom. Kuglica u trenutku pada na tlo je napravila u smjeru istoka maksimalan mogući pomak.

a) Izračunajte iznos sile vjetra.
b) Izračunajte iznos brzine kuglice u trenutku pada na tlo.
c) Izračunajte udaljenost od položaja s kojeg je kuglica izbačena do položaja pada kuglice na tlo.

Zanemarite rotaciju Zemlje.

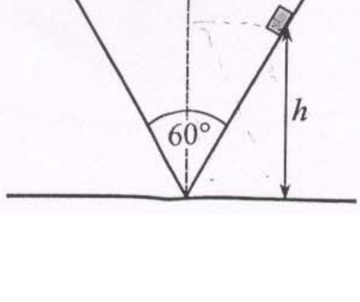
Zadatak 2 (19 bodova)

Čovjek sjedi u vlaku, okrenut licem u smjeru gibanja vlaka i ispred sebe u ruci drži dinamometar i štopericu. Dinamometar se sastoji od utega mase m, koji je obješen na oprugu, i njime se mjeri iznos ukupne sile koja djeluje na uteg. Čovjek zapisuje iznos sile, koji pokazuje dinamometar, i smjer otklona utega. U početnom trenutku vlak polazi sa stanice te se cijelo vrijeme giba po horizontalnim tračnicama. U prvom vremenskom intervalu $\Delta t_1 = 4\ \mathrm{s}$ gibanja uteg je otklonjen prema čovjeku i pokazuje silu 1.25 N. U sljedećem vremenskom intervalu $\Delta t_2 = 8\ \mathrm{s}$ gibanja uteg visi vertikalno i dinamometar pokazuje silu 1 N. Nakon toga u trećem vremenskom intervalu $\Delta t_3 = 2\pi\ \mathrm{s}$ uteg je otklonjen prema lijevo i pokazuje silu 1.25 N. U posljednjem vremenskom intervalu $\Delta t_4 = 3\ \mathrm{s}$ uteg je otklonjen od čovjeka, a sila je jednaka $\sqrt{2}$ N. Gravitacijsko ubrzanje iznosi $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

a) Izračunajte ukupan prijeđeni put.
b) Izračunajte brzinu vlaka na kraju četvrtog vremenskog intervala.
c) Skicirajte putanju vlaka i odredite udaljenost vlaka na kraju četvrtog vremenskog intervala od početnog položaja.

Zadatak 3 (15 bodova)

Malo tijelo mase m nalazi se na unutarnjoj strani plašta stošca koji je okrenut vrhom prema dolje i okreće se oko vertikalne osi. Period okretanja stošca je T, a koeficijent statičkog trenja između tijela i plašta stošca je μ. Izračunajte minimalan period kojim se može okretati stožac da tijelo ostane na stalnoj visini h.

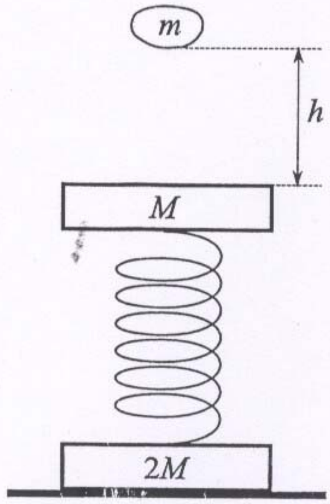


Zadatak 4 (18 bodova)

Dva kvadra masa M i $2M$ povezana su oprugom zanemarive mase i konstante elastičnosti $k = 400$ N/m. U početnom trenutku sustav miruje. Komad plastelina mase $m = 0.5M$ pušten je iz mirovanja sa visine h iznad gornjeg kvadra. Sudar između plastelina i gornjeg kvadra je plastičan (nakon sudara nastavljaju se gibati zajedno). U trenutku kada se gornji kvadar i plastelin nalaze na najvišem položaju, donji kvadar se neznatno odvojio od podloge. Masa gornjeg kvadra je $M = 1$ kg.

a) Izračunajte koliko će se opruga maksimalno stisnuti.

b) Izračunajte visinu h.



DRŽAVNI SUSRET I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Vinkovci, 05. – 08. svibnja 2011.

Srednje škole – 1. grupa – rješenja

Zadatak 1 (18 bodova)

Postavimo koordinatni sustav tako da je pozitivan smjer x osi prema istoku, pozitivan smjer y osi prema sjeveru i pozitivan smjer z osi prema gore. Komponente početne brzine su:

$v_{0x} = \frac{1}{2}v_0$, $v_{0z} = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0$ (1 bod)

Komponente ubrzanja kuglice su:

$a_x = -\frac{1}{\sqrt{2}}a$, $a_y = \frac{1}{\sqrt{2}}a$, $a_z = -g$ (3 boda)

gdje je a ubrzanje koje ima kuglica zbog djelovanja sile vjetra. Ovisnost brzine kuglice o vremenu dana je sljedećim izrazima:

$v_x(t) = \frac{1}{2}v_0 - \frac{1}{\sqrt{2}}at$, $v_y(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}at$, $v_z(t) = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 - gt$ (3 boda)

Ovisnost položaj kuglice o vremenu dana je sljedećim izrazima:

$x(t) = \frac{1}{2}v_0t - \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{2}}at^2$, $y(t) = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{2}}at^2$, $z(t) = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0t - \frac{1}{2}gt^2$ (3 boda)

Vrijeme leta kuglice T može se izračunati iz uvjeta $z(T) = 0$:

$\frac{\sqrt{3}}{2}v_0T - \frac{1}{2}gT^2 = 0 \;\Rightarrow\; T = \frac{\sqrt{3}v_0}{g} = 3.53\text{ s}$ (1 bod)

Iz uvjeta da kuglica napravi maksimalan pomak u smjeru istoka slijedi:

$v_x(T) = 0$

$\frac{1}{2}v_0 - \frac{1}{\sqrt{2}}a\frac{\sqrt{3}v_0}{g} = 0 \;\Rightarrow\; a = \frac{1}{\sqrt{6}}g = 4\text{ m/s}^2$ (2 boda)

Iznos sile vjetra je:

$F = ma = 0.4\text{ N}$ (1 bod)

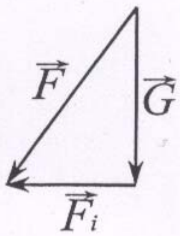
Brzina kuglice u trenutku pada na tlo jednaka je:

$v = \sqrt{v_x(T)^2 + v_y(T)^2 + v_z(T)^2} = v_0 = 20\text{ m/s}$ (2 boda)

Udaljenost od položaja s kojeg je kuglica izbačena do položaja pada kuglice na tlo je:

$r = \sqrt{x(T)^2 + y(T)^2} = \frac{\sqrt{3}v_0^2}{2\sqrt{2}g} = 25\text{ m}$ (2 boda)

Zadatak 2 (19 bodova)



Ukupna sila, koja djeluje na uteg, jednaka je vektorskom zbroju težine utega i inercijalne sile.

U prvom vremenskom intervalu vlak se giba jednoliko ubrzano po pravcu.

$F_1^2 = G^2 + F_{i1}^2$

U drugom vremenskom intervalu vlak se giba jednoliko po pravcu, ukupna sila, koja djeluje na uteg, jednaka je težini utega:

$F_2 = G = 1\text{ N}$ (1 bod)

Prema tome, masa utega jednaka je:

$$m = \frac{G}{g} = 0.1\text{ kg}$$ (1 bod)

Uvrštavanjem u prvu jednadžbu dobije se inercijalna sila na uteg u prvom vremenskom intervalu i ubrzanje vlaka:

$F_{i1}^2 = \sqrt{F_1^2 - G^2} = 0.75$ N (1 bod)

$F_{i1} = ma_1 \quad \Rightarrow \quad a_1 = \dfrac{F_{i1}}{m} = 7.5$ m/s^2 (1 bod)

Brzina na kraju prvog vremenskog intervala i prijeđeni put jednaki su:

$v_1 = a_1 \Delta t_1 = 30$ m/s (1 bod)

$s_1 = \frac{1}{2} a_1 (\Delta t_1)^2 = 60$ m (1 bod)

U drugom vremenskom intervalu vlak se giba jednoliko po pravcu, a prijeđeni put je:

$s_2 = v_1 \Delta t_2 = 240$ m (1 bod)

U trećem vremenskom intervalu vlak skreće prema desno tj. giba se po kružnici brzinom stalnog iznosa. Inercijalna sila je centrifugalna sila:

$F_3^2 = G^2 + F_{cf}^2$

$F_{cf}^2 = \sqrt{F_3^2 - G^2} = 0.75$ N (1 bod)

$F_{cf} = ma_{cf} \quad \Rightarrow \quad a_{cf} = \dfrac{F_{cf}}{m} = 7.5$ m/s^2 (1 bod)

Prijeđeni put u trećem vremenskom intervalu:

$s_3 = v_1 \Delta t_3 = 188.5$ m (1 bod)

Vlak se giba po kružnici polumjera r i zakrenuo se za kut:

$a_{cf} = \dfrac{v_1^2}{r} \quad \Rightarrow \quad r = \dfrac{v_1^2}{a_{cf}} = 120$ m (1 bod)

$\varphi = \omega \Delta t_3 = \dfrac{v_1}{r} \Delta t_3 = \dfrac{\pi}{2}$ (1 bod)

U četvrtom vremenskom intervalu vlak se giba jednoliko usporeno:

$F_{i4} = \sqrt{F_4^2 - G^2} = 1$ N (1 bod)

$F_{i4} = ma_4 \quad \Rightarrow \quad a_4 = \dfrac{F_{i4}}{m} = 10$ m/s^2 (1 bod)

Prijeđeni put u četvrtom vremenskom intervalu je:

$s_4 = v_1 \Delta t_4 - \frac{1}{2} a_4 (\Delta t_4)^2 = 45$ m (1 bod)

Brzina na kraju četvrtog vremenskog intervala je:

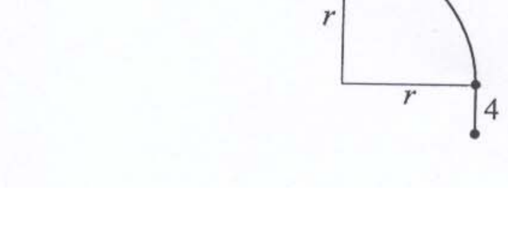
$v_4 = v_1 - a_4 \Delta t_4 = 0$ m/s (1 bod)

Ukupan prijeđeni put je:

$s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = 533.5$ m (1 bod)

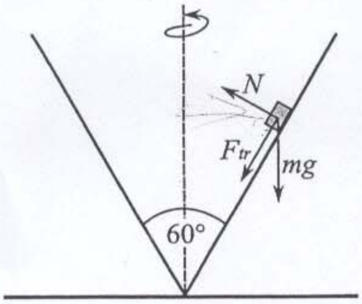
Pomak od početnog položaja je:

$R = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(s_1 + s_2 + r)^2 + (s_4 + r)^2} = 451.3$ m (1 bod)



(1 bod)

Zadatak 3 (15 bodova)



Traži se minimalni period okretanja stošca za koji tijelo ostaje na stalnoj visini, što znači da bi se za još manji period okretanja stošca tijelo gibalo prema gore tako da sila trenja djeluje prema dolje.

Zbroj svih sila u okomitom smjeru jednak je nuli:

$$0 = \tfrac{1}{2}N - mg - \tfrac{\sqrt{3}}{2}F_{tr} \qquad \text{(3 boda)}$$

Zbroj svih sila u smjeru prema osi vrtnje jednak je centripetalnoj sili:

$$F_{cp} = m\frac{v^2}{r} = \tfrac{\sqrt{3}}{2}N + \tfrac{1}{2}F_{tr} \qquad \text{(3 boda)}$$

Sila trenja jednaka je:

$$F_{tr} = \mu N \qquad \text{(1 bod)}$$

z prve jednadžbe slijedi:

$$N = \frac{2mg}{1-\mu\sqrt{3}}$$

Uvrštavanjem u prvu jednadžbu dobije se:

$$m\frac{v^2}{r} = mg\frac{\sqrt{3}+\mu}{1-\mu\sqrt{3}} \qquad \text{(4 boda)}$$

Brzina kruženja tijela jednaka je:

$$v = \frac{2r\pi}{T} \qquad \text{(1 bod)}$$

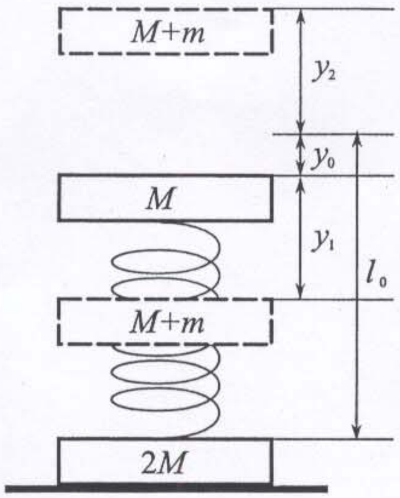
gdje je r polumjer kruženja koji je određen uvjetom da je tijelo na visini h iznad podloge:

$$r = \frac{h}{\sqrt{3}} \qquad \text{(1 bod)}$$

Minimalni period jednak je:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g\sqrt{3}}\cdot\frac{1-\mu\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\mu}} \qquad \text{(2 boda)}$$

Zadatak 4 (18 bodova)



Za sudar plastelina i gornjeg kvadra vrijedi zakon očuvanja količine gibanja:

$$0.5Mv_0 = 1.5Mv \quad \Rightarrow \quad v_0 = 3v \qquad \text{(1 bod)}$$

gdje je v_0 jednak:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh \quad \Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{2gh} \qquad \text{(1 bod)}$$

Zakon očuvanja energije za spuštanje gornjeg kvadra i plastelina do najniže visine:

$$\frac{1}{2}ky_0^2 + (m+M)gy_1 + \frac{1}{2}(m+M)v^2 = \frac{1}{2}k(y_0+y_1)^2 \qquad \text{(3 boda)}$$

Zakon očuvanja energije za dizanje gornjeg kvadra i plastelina do najviše visine:

$$\frac{1}{2}k(y_0+y_1)^2 = \frac{1}{2}ky_2^2 + (m+M)g(y_0+y_1+y_2)$$

(3 boda)

Visina y_0 određena je uvjetom da sustav u početnom trenutku miruje:

$$ky_0 = Mg \qquad \text{(1 bod)}$$

Visina y_2 određena je uvjetom da je sila opruge na tijelo mase $2M$ jednaka težini tog tijela:

$$ky_2 = 2Mg \qquad \text{(1 bod)}$$

Uvrštavanjem ova dva uvjeta u drugi zakon očuvanja energije dobije se visina za koju će se opruga maksimalno stisnuti:

$$y_1 = \frac{4Mg}{k} = 9.81 \text{ cm} \qquad \text{(4 boda)}$$

Uvrštavanjem u prvi zakon očuvanja energije dobije se tražena visina h:

$$h = \frac{36Mg}{k} = 88.29 \text{ cm} \qquad \text{(4 boda)}$$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
Vinkovci, 5. - 8. svibnja 2011.

Srednje škole – 1. skupina

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Određivanje snage dječjeg auta

Pribor: dječji auto , stalak , hvataljka , kleme , šipka , ravnalo dugo 50 cm ,ljepljiva traka , nit, mala kolotura , posuda s pijeskom , uteg m=50 *g* , štoperica

Zadatak: Pomoću zadanog pribora odredite snagu dječjeg auta

U sklopu zadatka treba :
1) Odrediti snagu auta
2) Objasniti fizikalne osnove i opisati precizno uz skice koje veličine
   i kako ćeš mjeriti .
3) Napraviti 5 mjerenja i podatke prikazati tablično .

Napomena: Koristite $g= 9.8\ m/s^2$, a trenje i otpor zraka zanemarite. **(30 bodova)**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
Vinkovci, 5. - 8. svibnja 2011.

Srednje škole – 1. skupina

Eksperimentalni zadatak - rješenje

Postupak i rješenje:

-Autić navinemo i pustimo da se giba od jednog do drugog kraja klupe.
-Vrijeme gibanja auta na klupi mjerimo štopericom t_1.
-Kad auto dođe do kraja klupe dalje izvodi horizontalni hitac.
-Posudu s pijeskom postavimo tako da nakon hica auto padne u nju.
-Iz traga u pijesku možemo odrediti domet hica d .
-Izmjerimo visinu klupe h_1 i odredimo brzinu v_0 koju je auto imao na kraju klupe .

$$v_0 = d\sqrt{\frac{g}{2h_1}}$$ **(5 bodova)**

- Kinetička energija koju ima auto na kraju klupe je:

$$E_k = \frac{m_A v_0^2}{2}.$$ **(5 bodova)**

-Snaga auta jednaka je omjeru rada W koji se izvrši prilikom gibanja auta i vremena gibanja t_1 .Kako je rad W jednak kinetičkoj energiji auta na kraju puta vrijedi:

$$P = \frac{m_A v_0^2}{2t_1}.$$ **(5 bodova)**

-Da bi odredili snagu trebamo još odrediti masu auta m_A.
-Auto pomoću ljepljive trake pričvrstimo na jedan kraj niti , a na drugi kraj pričvrstimo uteg mase 50 g.
-Nit zatim stavimo na koloturu.Izmjerimo početnu visinu auta h_2 i pustimo da se giba.
-Pomoću štoperice izmjerimo vrijeme t_2 koje je potrebno da auto prijeđe put h_2.
- Iz vremena t_2 i visine h_2 odredimo akceleraciju auta $a = \frac{2h_2}{t_2^2}$. **(5 bodova)**
-Iz poznate akceleracije auta a i mase utega m_U može se odrediti masa auta m_A

$$m_A = m_U \frac{g-a}{g+a}.$$ **(5 bodova)**

-Iz poznate mase auta konačno možemo odrediti snagu auta P
-Napravimo 5 mjerenja i podatke prikažemo tablično. **5 bodova)**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
Vinkovci, 5. - 8. svibnja 2011.

Srednje škole – 2. skupina

1. zadatak (16 bodova)

Velika cilindrična posuda napunjena vodom stavljena je na podnu vagu. Mala metalna cilindrična posuda u kojoj je matalna kugla visi na nitima i dijelom je uronjena u vodu.

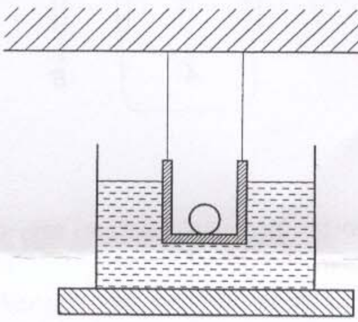
a) Koliko pokazuje vaga ako je u vodu uronjeno ¾ visine male metalne posude?

b) Koliko pokazuje vaga ako izvadimo kuglu?

c) Kuglu bacimo u vodu. Koliko sada pokazuje vaga?

Velika posuda, voda u posudi i mala posuda imaju jednaku masu M. Polumjer male posude je r, a visina je 2r, polumjer velike posude je 2r. Masa kugle je m. Gustoća vode ρ_V. Mala posuda i kugla napravljeni su od istog materijala gustoće $\rho > \rho_V$.

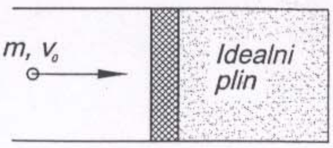
Niti na kojima visi mala posuda su zanemarive mase, cijelo vrijeme su napete i imaju cijelo vrijeme istu duljinu.



2. zadatak (18 bodova)

U horizontalno postavljenoj i toplinski izoliranoj cilindričnoj posudi nalazi se jedan mol idealnog jednoatomnog plina ($C_V = (3/2)R$). Klip mase 2m može se gibati lijevo-desno bez trenja. Mala strelica mase m giba se prema klipu i zabije se u njega brzinom v_o u horizontalnom smjeru. Klip i strelica se nastave zajedno gibati tako da je najmanji postignuti volumen plina dva puta manji od početnog. Kolika je ukupna sila na klip u trenutku kada je volumen plina najmanji?

Pretpostavite da nema curenja plina. Vanjski tlak zraka je p_o, a početno je temperatura plina jednaka vanjskoj temperaturi koja iznosi T_o. Površina klipa je S.



DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
Vinkovci, 5. - 8. svibnja 2011.

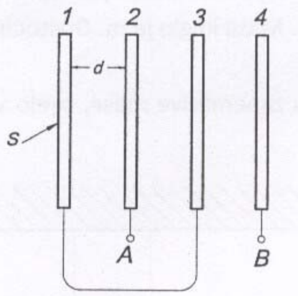
3. zadatak (18 bodova)

Četiri jednake i početno neutralne metalne ploče nalaze se u zraku i poredane su kao na slici. Površina svake ploče je S. Udaljenost susjednih ploča je d. Ploče 1 i 3 spoje se međusobno vodljivom žicom zanemarivog otpora. Ploče 2 i 4 spoje se s baterijom tako da je u točki A negativan, a u točki B pozitivan pol baterije.

a) Koliki je ukupni kapacitet između točaka A i B?

b) Kolika je površinska gustoća naboja na svakoj strani svake ploče? Pazite da i predznak bude točan.

Dielektrična konstanta je ε_0. Razlika potencijala između točaka A i B je V.

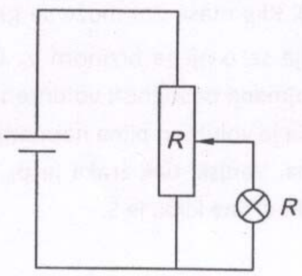


4. zadatak (18 bodova)

Žaruljica koja ima isti otpor kao i reostat (promjenljivi otpor) spojena je u krug na slici i svijetli nekom snagom. Reostat je spojen na pola duljine. Baterija je napona V i ima zanemariv unutarnji otpor.

a) Što se dogodi sa snagom kojom svijetli žaruljica ako se žaruljica zamijeni s drugom žaruljicom čiji je otpor n puta veći?

b) Promotrite $n=2$ i $n \to \infty$ i izvedite zaključak kako na sjaj žaruljice utječe promjena njenog otpora



DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Vinkovci, 5. - 8. svibnja 2011.

Srednje škole – 2. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (16 bodova)

a) Vaga će pokazivati iznos sile kojom na nju djeluje sustav koji se nalazi na njoj:

$$F = G_{posude} + G_{Voda} + F_u = (M + M)g + \frac{3}{4}Vg\rho_V$$ **(4 boda)**

Budući da je $V = r^2\pi(2r)$, konačni izraz je:

$$F = 2Mg + \frac{3}{2}r^3\pi g\rho_V$$ **(2 boda)**

b) Vaga pokazuje jednako kao u a) **(2 boda)**

c) Sila će se povećati jer:

1. Kugla je u vodi , pa treba dodati njenu težinu mg **(2 boda)**
2. Ubacivanjem kugle u vodu razina vode se povisi za:

$$\Delta = \frac{V_{Kugla}}{S_{eff}} = \frac{m/\rho}{(R^2 - r^2)\pi}$$ **(2 boda)**

pa je sada uronjeni dio:

$$\frac{3}{4}V + \frac{m/\rho}{(R^2 - r^2)\pi}r^2\pi \equiv yV$$ **(2 boda)**

Konačno

$$F = (M + M + m)g + yVg\rho_V$$

$$F = (2M + m)g + (\frac{3\pi}{2}r^3 + \frac{m}{3\rho})g\rho_V$$ **(2 boda)**

2. zadatak (18 bodova)

Prema zakonu očuvanja količine gibanja:

$$mv_o = (m + 2m)v$$ **(2 boda)**

S dobivenom kinetičkom energijom klip obavi rad nad plinom:

$$\frac{(m+2m)v^2}{2} = W$$ **(2 boda)**

Prema prvom zakonu termodinamike vrijedi $Q = \Delta U - W$ i budući da je $Q = 0$:

$$\Delta U = nC_V(T_1 - T_o) = W$$ **(2 boda)**

$$T_1 = T_o + \frac{m^2v_o^2}{6mnC_V}$$ **(3 boda)**

U krajnjem položaju ukupna sila na klip je:

$$F = F_{unutra} - F_{vani} = (p_1 - p_o)S = (\frac{nRT_1}{V_1} - p_o)S$$ **(3 boda)**

$$= \left[\frac{nR}{V_1}(T_o + \frac{m^2v_o^2}{6mnC_V}) - p_o\right]S =$$

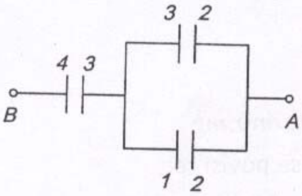
$$=\left[\frac{nR}{V_o/2}(T_o+\frac{m^2v_o^2}{6mnC_V})-p_o\right]S=p_oS\left[2+\frac{Rm^2v_o^2}{V_o3mC_Vp_o}-1\right]=p_oS\left[1+\frac{2mv_o^2}{p_oV_o9}\right]=p_oS\left[1+\frac{2}{9}\frac{mv_o^2}{nRT_o}\right]$$

Konačno (n=1 mol):

$$F=p_oS\left[1+\frac{2}{9}\frac{mv_o^2}{RT_o}\right]$$ **(6 bodova)**

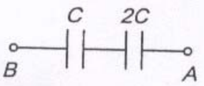
3. zadatak (18 bodova)

a) Zadani sustav ploča može se prikazati kao tri kondenzatora (svaki kapaciteta C) spojena kao na slici:



(4 boda)

Paralelni spoj kondenzatora možemo zamijeniti jednim kondenzatorom kapaciteta 2C:



(1 bod)

Ukupni kapacitet između točaka A i B je

$$C_{AB}=\frac{2C}{3}=\frac{2}{3}\varepsilon_o\frac{S}{d}$$ **(2 boda)**

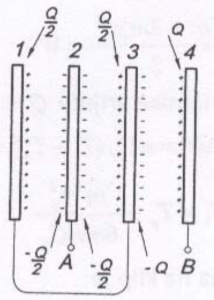
b) Ukupni naboj je $Q=C_{AB}V=\frac{2}{3}CV=\frac{2\varepsilon_oSV}{3d}$ **(1 bod)**

$$Q_{43}=Q$$ **(2 boda)**

Budući da su kondenzatori u paralelnom spoju jednakog kapaciteta:

$$Q_{12}=Q_{32}=\frac{Q}{2}=\frac{CV}{3}=\frac{\varepsilon_oSV}{3d}$$ **(2 boda)**

Raspodjela naboja na svakoj pločei je kao na slici:



(4 boda)

Površinska gustoća svake strane ploče je $\sigma_i=\frac{Q_i}{S}$

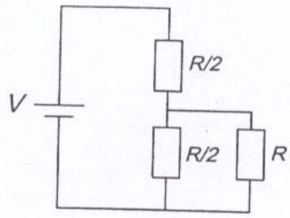
Ploča	1	2	3	4
Lijeva strana	0	$-\varepsilon_oV/(3d)$	$+\varepsilon_oV/(3d)$	$+2\varepsilon_oV/(3d)$

Desna strana	$+\varepsilon_o V/(3d)$	$-\varepsilon_o V/(3d)$	$-2\varepsilon_o V/(3d)$	0

(2 boda)

4. zadatak (18 bodova)

Ekvivalentni strujni krug je



(3 boda)

Ukupni otpor: $$R_u = \frac{R}{2} + \frac{R\frac{R}{2}}{R + \frac{R}{2}} = \frac{5R}{6}$$ **(1 bod)**

Jakost struje: $$I_1 = \frac{V}{R_u} = \frac{6V}{5R}$$ **(1 bod)**

Napon na žaruljici: $$U_1 = V - I_1\frac{R}{2} = \frac{2V}{5}$$ **(1 bod)**

Snaga na žaruljici: $$P_1 = U_1 I_1 = \frac{12}{25}\frac{V^2}{R}$$ **(2 boda)**

Nakon zamjene žaruljice:

Ukupni otpor: $$R_u = \frac{R}{2} + \frac{nR\frac{R}{2}}{nR + \frac{R}{2}} = \frac{4n+1}{2(2n+1)}R$$ **(1 bod)**

Jakost struje: $$I_2 = \frac{V}{R_u} = \frac{2(2n+1)}{4n+1}\frac{V}{R}$$ **(1 bod)**

Napon na žaruljici: $$U_2 = V - I_2\frac{R}{2} = V\frac{2n}{4n+1}$$ **(1 bod)**

Snaga na žaruljici: $$P_2 = U_2 I_2 = \frac{4n(2n+1)}{(4n+1)^2}\frac{V^2}{R}$$ **(2 boda)**

Omjer snaga: $$\frac{P_2}{P_1} = \frac{100n(2n+1)}{12(4n+1)^2}$$ **(1 bod)**

Za $n = 2$ $$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1000}{12 \cdot 81} \approx 1.03$$ **(1 bod)**

Za $n \to \infty$ $$\frac{P_2}{P_1} = \frac{200}{192} \approx 1.042$$ **(1 bod)**

Omjer snaga je rastuća funkcija s asimptotom (1.042). Bez obzira na otpor žaruljica svijetli gotovo jednako. **(2 boda)**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
Vinkovci, 5. - 8. svibnja 2011.

Srednje škole – 2. skupina
Eksperimentalni zadatak

ODREĐIVANJE GUSTOĆE HOMOGENE METALNE ŠIPKE

Zadatak

- Odrediti gustoću ρ metala od kojeg je građena priložena šipka

Pribor

- Metalna šipka
- Posuda s vodom (ρ_v = 1000 kgm^{-3})
- Plastično ravnalo s mjernom skalom ili metar

U sklopu zadatka treba:

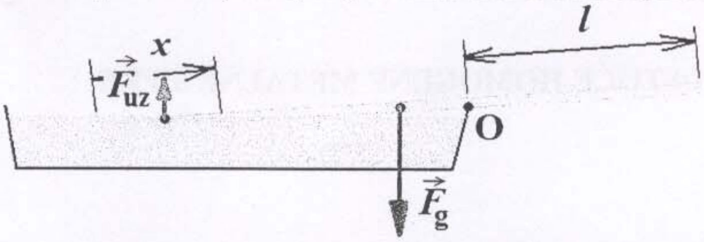
1. Skicirati kako treba biti postavljen pribor kojim će se izvršiti mjerenja. (5 bodova)
2. Opisati i objasniti postupak mjerenja i određivanja potrebnih veličina za izvršenje zadatka. (7 bodova)
3. Izvesti formulu kojom ćete pomoću izmjerenih veličina odrediti gustoću šipke. (8 bodova)
4. Napraviti najmanje 6 mjerenja, podatke prikazati tabelarno i provesti račun pogreške. (10 bodova)

Ukupno eksperimentalni zadatak: 30 bodova

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2011. – 2. GRUPA

Rješenje eksperimentalnog zadatka za 2. grupu

Šipku treba postaviti na rub posude tako da bude u ravnoteži. Pri tome jedan kraj šipke mora biti uronjen u vodu, ali taj kraj ne smije dodirivati dno posude (slika 1.).



Slika 1. (5 bodova)

Dok je šipka u ravnoteži, osim djelovanja posude na šipku u osloncu O, na nju djeluje sila teža $\vec{F}_g$ prema dolje, a na uronjeni dio djeluje sila uzgona $\vec{F}_{uz}$ prema gore. Udaljenost hvatišta sile teže od oslonca O je: $\frac{L}{2}-l$, a udaljenost hvatišta sile uzgona od oslonca je: $L-\frac{x}{2}-l$. Ovdje je L duljina cijele šipke, x je duljina uronjenog dijela, a l udaljenost od oslonca do drugog kraja šipke.

Prema zakonu poluge, u ravnotežnom stanju vrijedi:

$$F_g\left(\frac{L}{2}-l\right)=F_{uz}\left(L-\frac{x}{2}-l\right) \tag{1}$$

Za silu težu vrijedi: $F_g = mg = \rho LSg$, gdje je S površina presjeka šipke i ρ gustoća šipke. Ako je ρ_v gustoća vode i V_{ur} volumen uronjenog dijela šipke onda je: $F_{uz} = \rho_v g V_{ur} = \rho_v g x S$.

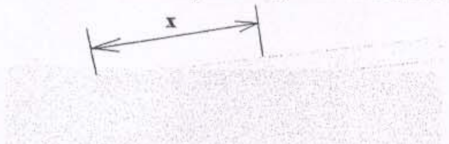
Uvrštavanjem u jednadžbu (1) i sređivanjem konačno se dobije za gustoću šipke:

$$\boxed{\rho=\frac{\rho_v x\left(L-\frac{x}{2}-l\right)}{L\left(\frac{L}{2}-l\right)}} \tag{2}$$

(8 bodova)

Prema jednadžbi (2), da bi odredili gustoću šipke ρ, potrebno je izmjeriti duljinu L cijele šipke, duljinu uronjenog dijela x, i duljinu l dijela šipke od oslonca do neuronjenog kraja, dok je šipka postavljena na rub posude kao što je prikazano na slici 1.

Pri mjerenju duljine uronjenog dijela x, budući da šipka stoji u koso, potrebno je udaljenost x odrediti kao što prikazuje slika 2., kako bi što točnije odredili uronjeni volumen.



Slika 2. (7 bodova)

Rezultate mjerenja treba prikazati tabelarno i provesti račun pogreške.

Br. mj.	L/cm	x/cm	l/cm	ρ/kgm^{-3}	$\lvert\Delta\rho\rvert$ /kgm^{-3}

(10 bodova)

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE

Vinkovci, 5. - 8. svibnja 2011.

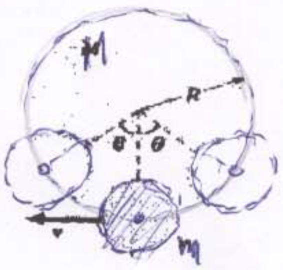
Srednje škole – 3. skupina

Zadatak 1. (17 bodova)

Bilijarska kugla mase m elastično i izravno se sudara s drugom bilijarskom kuglom mase M koja prije sudara miruje.
Odredite odnos između energije koju je u sudaru izgubila prva kugla i omjera masa dvije kugle. Kako se taj rezultat može primijeniti na problem usporavanja neutrona u nuklearnom reaktoru?

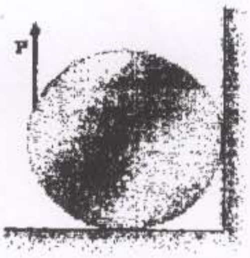
Zadatak 2. (18 bodova)

Manji disk polumjera r i mase m fiksno je pričvršćen za prednju stranu drugog većeg diska polumjera R i mase M (slika). Središte manjeg diska nalazi se na rubu većeg diska. Veći disk postavljen je na os koja prolazi kroz njegovo središte. Sustav se zatim zarotira za maleni kut θ u odnosu na ravnotežni položaj i pusti. Trenje je zanemarivo. (a) izračunajte brzinu središta malenog diska u trenutku prolaska kroz ravnotežni položaj. (b) izračunajte period gibanja sustava.



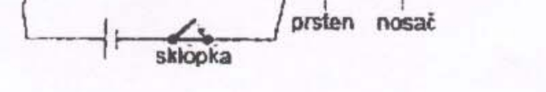
Zadatak 3 (17 bodova)

Vertikalna sila djeluje tangencijalno na jednoliki cilindar težine F_g kao što je prikazano na slici. Koeficijent statičnog trenja između cilindra i svih površina je 0.5. Pronađite maksimalnu silu P (izraženu preko težine cilindra) koja se može primijeniti a da NE dođe do rotacije cilindra. Što možete reći o silama trenja u tom trenutku?



Zadatak 4 (18 bodova)

Pod utjecajem znanstveno-fantastičnog filma koji je pogledao, Vlado je odlučio dizajnirati oružje koje izbacuje metalne projektile brzinom tek nešto manjom od brzine svjetlosti da bi se obranio od invazije izvanzemaljaca. Pri tome se sjetio pokusa iz fizike, gdje se metalni prsten nalazio na metalnom nosaču koji je pričvršćen za vrh zavojnice. Zavojnica se sastoji od žice koja je namotana oko cilindrične metalne jezgre. Kada je na krajeve žice naglo primijenjen električni napon, prsten je izletio snosača na kojem se nalazio. To je ideja koju je Vlado odlučio iskoristiti u izradi svog oružja. Prvi dizajn sastojao se od sljedećih komponenata: zavojnice (jezgre na kojoj je namotano 2000 namotaja žice, duljine 50 cm, $\mu = 500\ \mu_0, \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m), metalnog nosača (duljine 5 cm, $\mu = 500\ \mu_0$) i metalnog prstena (unutarnjeg promjera 1cm, vanjskog promjera 1.1 cm, debljine 0.5 cm, otpora $10^{-3}\Omega$, mase 0.5 g).



DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
Vinkovci, 5. - 8. svibnja 2011.

(a) S metalnim prstenom pričvršćenim za nosač tako da ne može klizati, Vlado je uključio naponski izvor i opazio da električna struja ne postiže trenutno svoju maksimalnu vrijednost. Izmjerio je struju (u amperima) kao funkciju vremena i otkrio da zadovoljava sljedeću jednadžbu: $I = 1.0\left(1-\exp\left(-t/T\right)\right)$, gdje je $T = 0.04$ s. Objasnite ovo kašnjenje.

(b) Koliko je magnetsko polje na kraju zavojnice koje Vlado generira, kao funkcija vremena?

(c) Koliki su jakost i smjer inducirane struje u prstenu kao funkcija vremena? Pretpostavite da je odziv prstena trenutan.

(d) Ukoliko zavojnica stvara jednoliko magnetsko polje koje je usmjereno u potpunosti paraleleno osi metalnog prstena, kolika je sila koju osjeća prsten kao funkcija vremena? U kojem smjeru djeluje? Opišite gibanje prstena u slučaju da nije pričvršćen za nosač .

(e) Naravno, magnetsko polje nije u potpunosti paralelno osi zavojnice nego nakon izlaska iz zavojnice divergira (kao što je prikazano na slici). Radi jednostavnosti, pretpostavite da su na položaju gdje se nalazi prsten silnice polja usmjerene pod kutom od 15° u odnosu na površinu šipke. Kolika je sada sila na pričvršćeni prsten, kao funkcija vremena?

(f) Vlado je ugasio izvor napona i oslobodio prsten, tako da sada može slobodno kliziti po nosaču. Ponovo je uključio izvor, i prsten je izbačen unaprijed. Da bi izračunali aproksimativnu vrijednost brzine prstena, aproksimirajte silu koja djeluje na prsten u proizvoljnom vremenu t vrijednošću koju ste izračunali u (*e*) dijelu zadatka za trenutak $t = T$. Upotrijebite ovu konstantnu silu da biste ugrubo izračunali brzinu prstena u trenutku kada napušta nosač.

(g) Vlado je odlučio poboljšati dizajn i povećati brzinu prstena. Budući da nije pohlepan, re-konstruirao je uređaj tako da izbacuje prsten brzinom 0.01 c (c – brzina svjetlosti). Nekako, Vlado je uspio u izradi, i premda je uređaj radio savršeno Vlado se ozlijedio. Koja je ključna stvar koju je zaboravio uzeti u obzir?

Uputa: Za funkciju $\left(1-e^{-\frac{t}{T}}\right)$ vrijedi sljedeće: $\dfrac{\Delta\left(1-e^{-\frac{t}{T}}\right)}{\Delta t} = \dfrac{1}{T}e^{-\frac{t}{T}}$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
Vinkovci, 5. - 8. svibnja 2011

Srednje škole – 3. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (18 bodova)

Neka su:
v_0 – brzina prve kugle prije sudara,
v – brzina prve kugle nakon sudara,
u – brzina druge kugle nakon sudara
$k = M/m$ – omjer masa dvije kugle
ΔE – kinetička energija koju u sudaru gubi prva kugla

Budući da je sudar izravan, ne dolazi do promjene rotacije, pa nije potrebno uzimati u obzir zakon očuvanja kutne količine gibanja. Sudar je elastičan, pa je kinetička energija sačuvana. Vrijedi:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{Mu^2}{2} + \frac{Mv^2}{2}$$ **[2boda]**

$$mv_0 = Mu + mv$$ **[2 boda]**

Iz prethodnih jednadžbi dobiva se sljedeće:

$$u = v_0 \frac{2}{k+1}$$

$$\Delta E = \frac{Mu^2}{2} = 4k\frac{mv_0^2}{2}\frac{1}{(k+1)^2} = 4E_0\frac{k}{(k+1)^2}$$

[2 boda]

Druga jednadžba opisuje odnos između energije koju u sudaru gubi prva kugla i omjera masa. Pogledajmo pobliže tok ove funkcije.

Očito je da $\Delta E \to 0$ u granicama (*a*) $k = 0$ i (*b*) $k \to \infty$. **[2 boda]**

Funkcija je svugdje pozitivna i kontinuirana pa sigurno mora imati maksimum između ove dvije nultočke. Da bismo pronašli položaj i vrijednost maksimuma nužno je pronaći maksimum omjera $k/(k+1)^2$. To je ekvivalentno traženju minimuma inverza, tj. omjera $(k+1)^2/k$.

$$\left[\frac{(k+1)^2}{k}\right]_{min} = \left[k + \frac{1}{k} + 2\right]_{min} = \left[k + \frac{1}{k}\right]_{min}$$

[2 boda]

Minimum ovog izraza može se odrediti na nekoliko načina. Očito je da za $k > 1$ funkcija raste, pa prema tome minimum postiže za $0 < k < 1$. Uvrštavanjem nekoliko točaka iz ovog intervala proizlazi da funkcija poprima minimum za $k = 1$. **[4 boda]**

Drugi način je upotrebom činjenica da je geometrijska sredina dvije vrijednosti manja ili jednaka srednjoj vrijednosti, tj.

$\sqrt{k \cdot \frac{1}{k}} \leq \frac{k + 1/k}{2}$, iz čega opet proizlazi $k = 1$.

Prema tome, za slučaj kada su mase obje kugle jednake, prva kugla gubi najviše energije te je $\Delta E = E_0$. **[2 boda]**

Iz ovoga je jasno zašto se vodikovi atomi koriste za usporavanje neutrona. Vodikov atom i neutron imaju gotovo istu masu, i neutroni gube najviše energije prilikom sudara s vodikovim atomima (u usporedbi s atomima ostalih elemenata). **[2 boda]**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
Vinkovci, 5. - 8. svibnja 2011

Zadatak 2 (17 bodova)

(a) Vrijedi zakon očuvanja mehaničke energije:
$\Delta K + \Delta U = 0$ (K – kinetička energija, U – potencijalna gravitacijska energija)
$K_{vrh} + U_{vrh} = K_{dno} + U_{dno}$ (gdje indeksi *vrh* i *dno* označavaju položaje pri kojima je središte manjeg diska na najvišem, odnosno najnižem, položaju). **[2 boda]**
Vrijedi $K_{vrh} + U_{dno} = 0$. **[1 bod]**
Prema tome:

$mgh = \frac{1}{2}I\omega^2$, pri čemu je **[2 boda]**

$h = R - R\cos\theta = R(1-\cos\theta)$, **[2 boda]**

$\omega = \frac{v}{R}$, **[1 bod]**

$$I = \frac{MR^2}{2} + \frac{mr^2}{2} + mR^2$$ **[2 boda]**

Uvrštavanjem gornjih izraza dobiva se:

$$mgR(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}\left(\frac{MR^2}{2} + \frac{mr^2}{2} + mR^2\right)\frac{v^2}{R^2}.$$ **[1 bod]**

Nakon sređivanja dolazi se do izraza za brzinu središta manjeg diska u trenutku prolaska kroz ravnotežni položaj:

$$v = 2\sqrt{\frac{Rg(1-\cos\theta)}{\frac{M}{m} + \frac{r^2}{R^2} + 2}}$$ **[2 boda]**

(b) Za period gibanja vrijedi sljedeće:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{m_T g d_{CM}}},$$ **[1 bod]**

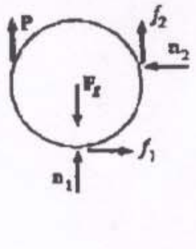
gdje su $m_T = m + M$, $d_{CM} = \frac{mR + M(0)}{m+M}$. **[1 bod]**

Uvrštavanjem se dobiva period:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{2}mr^2 + mR^2}{mgR}}.$$ **[2 boda]**

Zadatak 3 (17 bodova)

Neposredno prije nego što počinje klizanje cilindar je u ravnoteži



U smjeru osi x: $\sum F_x = 0$: $f_1 = n_2 = \mu_s n_1$, $f_2 = \mu_s n_2$,
[3 boda]

u smjeru osi y: $\sum F_y = 0$: $P + n_1 + f_2 = F_g$,
[3 boda]

zakretni momenti: $\sum \tau = 0$: $P = f_1 + f_2$.
[3 boda]

Kako se P povećava, povećavaju se f_1 i f_2.
Vrijedi sljedeće: $\mu_s = \frac{1}{2}$, $f_1 = \frac{n_1}{2}$, $f_2 = \frac{n_2}{2} = \frac{n_1}{4}$ **[2 boda]**

Iz čega nadalje: $P + n_1 + \dfrac{n_1}{4} = F_g$, $\quad P = \dfrac{n_1}{2} + \dfrac{n_1}{4} = \dfrac{3}{4}n_1$. **[2 boda]**

$$P + \frac{5}{4}n_1 = P + \frac{5}{4}\left(\frac{4}{3}P\right) = \frac{8}{3}P = F_g$$ **[1 bod]**

Prema tome, $P = \dfrac{3}{8}F_g$. **[1 bod]**

Sile trenja poprimaju maksimalnu vrijednost u trenutku neposredno prije nego što počne klizanje cilindra. **[2 boda]**

Zadatak 4 (18 bodova)

(a) Porast napona izaziva porast struje kroz žicu zavojnice. Ovaj porast struje stvara porast magnteskog polja kroz zavojnicu. Porast magnetskog polja povratno djeluje na žice zavojnice tako što stvara "inducirani" napon koji se opire početnoj promjeni napona i to sve dok sustav ne postigne ravnotežno stanje. Ukratko, efekt je "indukcija" "povratnog" električnog polja (i struje) u zavojnici. **[1 bod]**

(b) $B = \dfrac{\mu NI}{2l} = \dfrac{\mu N}{2l}\left(1 - e^{-t/T}\right) = \dfrac{500\,\mu_0}{2 \cdot 0.5}(2000)\left(1 - e^{-t/0.04}\right) = 1.3\left(1 - e^{-t/0.04}\right)\ \mathrm{T}$

[1 bod]

(c) Prema Faradayovom zakonu indukcije:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$ **[1 bod]**

gdje ε označava inducirani napon a Φ magnetski tok.

Budući da je smjer magnetskog polja okomit na petlju $\Rightarrow \Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = A \cdot B$, gdje je A površina petlje. **[1 bod]**

Inducirani napon je: $\varepsilon = -A\dfrac{\Delta B}{\Delta t} = -A\dfrac{\mu N}{2l} \cdot \dfrac{\Delta}{\Delta t}\left(1 - e^{-t/T}\right)$ **[1 bod]**

$$A = \left(\frac{0.01\ \mathrm{m}}{2}\right)^2 \pi$$

$$\varepsilon = 2.5 \times 10^{-3} e^{-t/T}\ \mathrm{V}$$ **[1 bod]**

Inducirana struja je: $I = \dfrac{\varepsilon}{R} = 2.5e^{-t/0.04}\ \mathrm{A}$ **[1 bod]**

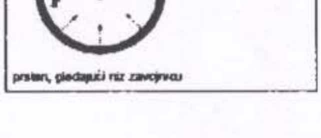
Smjer struje je suprotan smjeru struje u zavojnici. **[1 bod]**

(d) $F = q\vec{v} \times \vec{B}$ **[1 bod]**

Neka je n gustoća nabijenih čestica po jedinici duljine. Tada je $q = -neR$.

$$F = -nel\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\frac{F}{l} = -ne\vec{v} \times \vec{B}.$$ **[1 bod]**



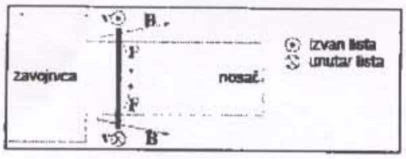
U ovom modelu je $\boldsymbol{B}$ okomito na $\boldsymbol{v}$ i $-ne|v| = I$

Tada je:

$$\frac{|\vec{F}|}{l} = i|\vec{B}| = 2.5e^{-t/0.04}\frac{\mu N}{2l}\left(1 - e^{-t/0.04}\right) = 3.3e^{-t/0.04}\left(1 - e^{-t/0.04}\right)$$

[1 bod]

Smjer sile $\boldsymbol{F}$ okomit je na $\boldsymbol{v}$ i $\boldsymbol{B}$. $\boldsymbol{v}$ je paralelan prstenu; $\boldsymbol{B}$ je okomit na prsten. Iz toga slijedi da je $\boldsymbol{F}$ usmjeren prema središtu prstena.
Iz toga je očito da se prsten ne giba. **[1 bod]**
(e) U ovom slučaju $\boldsymbol{v}$ je još uvijek okomito na $\boldsymbol{B}$, ali sada je $\boldsymbol{B}$ usmjeren drugačije. Vertikalne komponente $\boldsymbol{F}$ se poništavaju, i preostaje samo horizontalna komponenta usmjerena prema desno (slika).



$$F_{ukupno} = \left|\frac{F}{l}\right| l \sin\theta = 2.7\times10^{-2} e^{-t/0.04}\left(1-e^{-t/0.04}\right)\,\mathrm{N}$$ **[1 bod]**

(f) $F(t = 0.04\,\mathrm{s}) = 6.3\times10^{-3}\,\mathrm{N}$ **[1 bod]**

Iz drugog Newtonovog zakona dobiva se:

$$a = \frac{F}{m} = 13\,\mathrm{m/s}$$ **[1 bod]**

Za konstantnu akceleraciju vrijedi: $v_2^2 - v_1^2 = 2ad$. U našem slučaju $v_1 = 0$ m/s, pa proizlazi: $v_2 = \sqrt{2ad} = 1.1\,\mathrm{m/s}$. **[1 bod]**

(g) Vlado je zaboravio na zakon očuvanja impulsa.
Neka je: m_1 masa prstena, m_2 masa puške i Vlade, v_1 konačna brzina prstena i v_2 konačna brzina puške i Vlade.
Budući da je u početnom trenutku sustav u stanju mirovanja:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0,$$

$$v_1 = -v_2 \frac{m_2}{m_1}.$$ **[1 bod]**

Neka je ukupna masa Vlade i puške reda = 100 kg. Tada je njihova konačna brzina $v_1 = -3\times10^6 \dfrac{0.0005}{100} = 15\,\mathrm{m/s} = 54\,\mathrm{km/h}$.

Biti ubrzan na > 50 km/h je definitivno opasno. Čak i ukoliko Vlado ne bi bio ozlijeđen prilikom ubrzavanja, usporavanje bi vjerojatno imalo teške posljedice. **[1 bod]**

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Vinkovci, 05. - 08. svibnja 2011.

srednje škole - 3. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor: Zavojnica sa željeznom jezgrom. Kućište za baterije sa 6 baterija od 1,5 volta. Kućište ima izvode za napone od 1,5 V do 9 V po 1,5 V. Mjerni instrument koji može mjeriti istosmjernu struju. 3 žice, 2 krokodilke. Igla koja nije magnetizirana ili je slabo magnetizirana. Stalak za iglu. 5 listova milimetarskog papira. Trokut. Kao zaporni sat (štopericu) možete koristiti mobitel.

Na mjernom instrumentu postavite na područje mjerenja 10 A. (jedan vodič utaknite u COM, a drugi u 10 A). Pazite da prilikom rada s krokodilkama ne radite kratke spojeve.

Zadatak: Kroz zavojnicu s jezgrom pustite najjaču struju i stavite iglu blizu zavojnice. Iglu možete i zatitrati. Pričekajte oko 2 minute. Preporuča se ponoviti ovoja postupak nekoliko puta prilikom mjerenja.

Nije potrebno računati pogreške pri mjerenju.

a) Staviti iglu sa stalkom u nastavku zavojnice tako da centar igle bude na liniji koja prolazi uzdužnom osi zavojnice. Vrh igle neka bude udaljen od kraja zavojnice 2,5 cm. Pustite kroz zavojnicu struju. Ako pomaknete iglu ona će titrati. Nacrtajte na milimetarskom papiru odnos između jakosti struje i frekvencije titranja igle (I-f dijagram).

Napomena: neka otkloni igle ne budu preveliki.

Ponovite mjerenje tako da vrh igle pomaknete 3 cm od kraja zavojnice. Ovisnost struje o frekvenciji nacrtajte na istom grafu.

Postupak mjerenja opisati riječima. (5 bodova)

b) Vrh igle postaviti 1,5 cm od kraja zavojnice. Zavojnicu priključiti na 4,5 V. Na milimetarskom papiru nacrtati ovisnost perioda titranja igle o udaljenosti vrha igle od zavojnice tako da povećavamo razmak između igle i zavojnice za 0,5 cm do 4,5 cm. Zapišite jakost struje koja teče kroz zavojnicu.

Ponovite mjerenja s naponom 6 V. Nacrtajte na istom grafu ovisnost perioda titranja igle o udaljenosti vrha igle od zavojnice. (5 boda)

Kvaliteta mjerenja bodovati će se s 3 boda.

c) Iz prvog mjerenja naći odnos između magnetske indukcije i frekvencije titranja magnetske igle. Za ova mjerenja magnetska indukcija na nekoj udaljenosti od zavojnice po uzdužnoj osi zavojnice linearno ovisi o jakosti struje. (5 bodova)

d) Teorijski objasniti titranje igle. Za ova polja magnetizacija igle je proporcionalna s vanjskim poljem. Kada se namagnetizirano tijelo nalazi u magnetskom polju tako da je smjer magnetizacije materijala pod nekim kutom φ s obzirom na smjer vanjskog magnetskog polja na tijelo će djelovati moment sile M_{meh}: $M_{meh} = -MVB\sin\varphi$. M je magnetizacije, V je volumen tijela, B je magnetska indukcija u kojoj se tijelo nalazi. Kako frekvencija titranja igle ovisi o duljini igle i o masi igle? (8 bodova)

e) Pomoću podataka iz drugog mjerenja izračunajte kolika bi struja tekla zavojnicom ako bi igla na udaljenosti 2,5 cm titrala frekvencijom od 1,78 Hz. (3 boda)

f) U drugom mjerenju, u području mjerenja period titranja linearno se povećava s udaljenošću. Da li bi stvarno period titranja igle postao nula na nekoj udaljenosti od zavojnice? Da li bi na toj udaljenosti frekvencija igle postala beskonačno velika? (1 boda)

Želimo vam puno uspjeha u rješavanju.

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Vinkovci, 05. - 08. svibnja 2011.

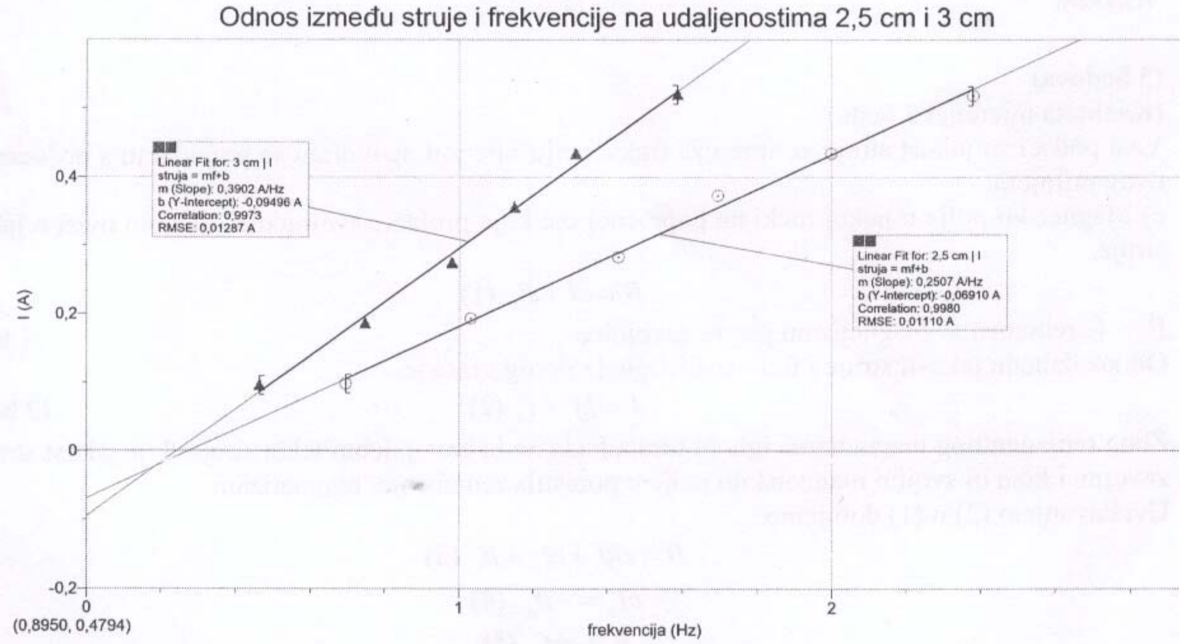
srednje škole - 3. grupa

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA

a)

2,5 cm		
T/s	**I/A**	**f/Hz**
1,44	0,10	0,694
0,97	0,19	1,031
0,70	0,28	1,429
0,59	0,37	1,695
0,50	0,43	2,000
0,42	0,52	2,381

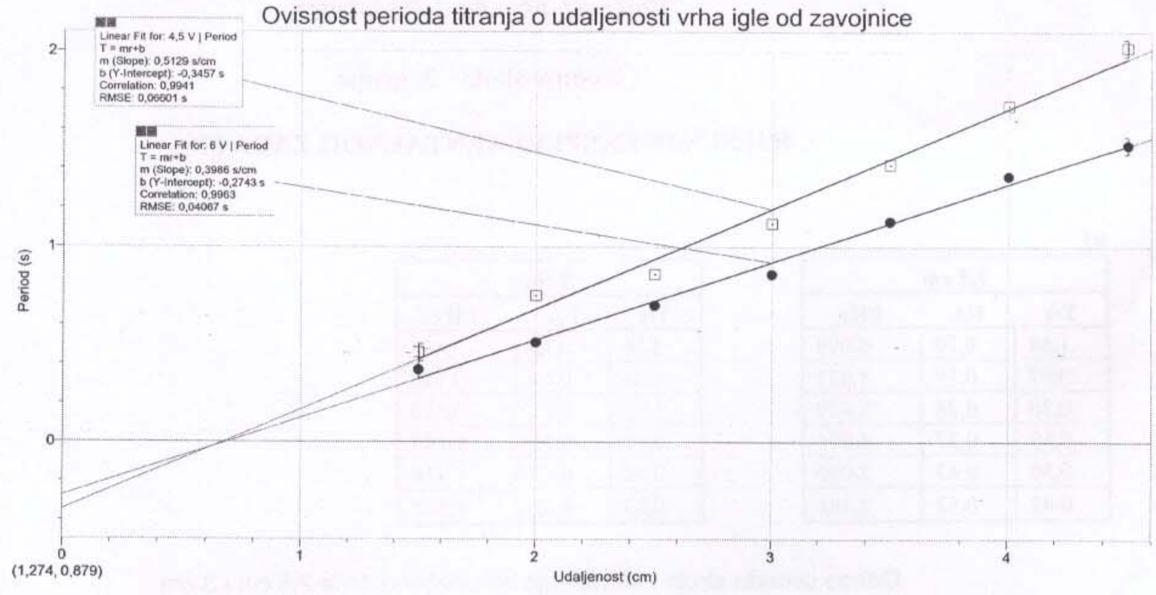
3 cm		
T/s	**I/A**	**f/Hz**
2,16	0,10	0,463
1,34	0,19	0,746
1,02	0,27	0,980
0,87	0,36	1,149
0,76	0,43	1,316
0,63	0,52	1,587



(5 boda)

b) Za napon 4,5 V struja je oko 0,26 A, a za napon 6 V 0,34 A.

	4,5 V	**6 V**
r/cm	**T/s**	**T/s**
1,5	0,46	0,37
2	0,75	0,51
2,5	0,86	0,7
3	1,12	0,86
3,5	1,42	1,13
4	1,72	1,36
4,5	2,02	1,52



(5 bodova)

(Kvaliteta mjerenja 3 boda)

Vaši podaci za jakost struje, a time i za frekvenciju i period ne moraju se podudarati s podacima iz ovog primjera.

c) Magnetsko polje u nekoj točki na poprečnoj osi koja prolazi zavojnicom linearno ovisi o jakosti struje.

$$B = cI + B_o \quad (1)$$

B_o – je remanentni magnetizam jezgre zavojnice. (1 bod)

Odnos između jakosti struje i frekvencije igle iz prvog grafa je:

$$I = kf + I_o \quad (2)$$ (2 boda)

Zbog remanentnog magnetizma igla bi titrala kada ne bi zavojnicom tekla struja. I_o je jakost struje u zavojnici koja bi svojim magnetskim poljem poništila remanentni magnetizam.

Uvrštavanjem (2) u (1) dobijemo:

$$B = ckf + cI_o + B_o \quad (3)$$

$$cI_o = -B_o \quad (4)$$

$$B = ckf \quad (5)$$

$$\boxed{B = \kappa f} \quad (6)$$ (2 boda)

Vidimo da je magnetska indukcija proporcionalna s frekvencijom titranja igle. κ je konstanta proporcionalnosti. $\kappa = ck$

d) Igla u magnetskom polju postavit će se u smjeru magnetske silnice zato jer će doći do magnetizacije igle i na nju će kao magnet djelovati magnetsko polje zavojnice. Igla će se postaviti uzduž osi koja prolazi zavojnicom. Kad je pomaknemo iz ravnotežnog položaja na nju će djelovati moment sile i ona će početi titrati. Moment sile je jednak:

$$M_{meh} = I_{tr}\alpha \quad (7)$$ (1bod)

gdje je I_{tr} moment tromosti igle, a α kutna akceleracija igle.

Moment sile nastaje zbog djelovanja magnetskog polja i magnetizacije igle M. Magnetizacija je usmjerena uzduž igle.

$$M_{meh} = -MVB\sin\varphi \quad (8)$$

Za male otklone možemo uzeti da je $\sin\varphi \approx \varphi$

$$M_{meh} = -MVB\varphi \quad (9)$$

Iz (9) i (7) dobijemo:

$$\alpha = -\frac{MVB}{I_{tr}}\varphi \quad (10) \qquad\qquad (1\ \text{bod})$$

Akceleracija neke točke tijela kod titranja, a koja je udaljena za r od točke oko koje tijelo titra jednaka je:

$$a = -\omega^2 r\sin\varphi \quad (11)$$

Kutna akceleracija tijela je:

$$\alpha = \frac{a}{r} \quad (12)$$

$$a = -\omega^2 \sin\varphi \quad (13)$$

Za male otklone možemo uzeti da je $\sin\varphi \approx \varphi$

$$\alpha = -\omega^2\varphi \quad (14) \qquad\qquad (1\ \text{bod})$$

gdje je ω kutna frekvencija titranja.
Iz (10) i (14) dobijemo da je

$$\omega = \sqrt{\frac{MVB}{I_{tr}}} \quad (15)$$

ili

$$2\pi f = \sqrt{\frac{MVB}{I_{tr}}} \quad (16) \qquad\qquad (1\ \text{bod})$$

Pošto igla nije magnetska, magnetizaciju stvara vanjsko magnetsko polje H. Kako vanjsko polje nije suviše jako magnetizacija igle je u mjerenom području proporcionalna s magnetskim poljem.

$$M = \chi H \quad (17)$$

gdje je χ magnetska susceptibilnost tvari. Susceptibilnost se mijenja s jakošću magnetskog polja, ali u ovom području mjerenja se ne mijenja. H je jakost magnetskog poja.
Kako je $B = \mu_o H$ gdje je μ_o magnetska permeabilnost vakuuma.

$$M = \frac{\chi}{\mu_o}B \quad (18) \qquad\qquad (1\ \text{bod})$$

(ukoliko napišete da je magnetizacija proporcionalna s magnetskom indukcijom priznat će vam se bodovi, recimo $M = \gamma B$ gdje je γ konstanta proporcionalnosti.)
Uvrštavanjem u (16) dobijemo:

$$B = 2\pi\sqrt{\frac{I_{tr}\mu_o}{\chi V}}f \quad (19) \qquad\qquad (1\ \text{bod})$$

Moment tromosti igle je:

$$I_{tr} = \frac{1}{12}ml^2 \quad (20) \qquad\qquad (1\ \text{bod})$$

gdje je m masa igle, a l duljina igle.
Volumen igle možemo izračunati:

$$V = m\rho^{-1} \quad (21)$$

gdje je m masa igle, a ρ gustoća željeza.
Iz (19), (20) i (21) dobije se:

$$B = 2\pi\sqrt{\frac{\mu_o}{12\chi\rho^{-1}}}lf \quad (22)$$

Odnosno:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{12\chi\rho^{-1}}{\mu_o}\frac{B}{l}} \quad (23) \qquad \text{(1 bod)}$$

Frekvencija ne ovisi o masi, a što je igla kraća frekvencija je veća.
Treba napomenuti da se radi o prosječnoj magnetskoj indukciji u kojoj se nalazi igla.

e) Ako napravimo omjere između perioda titranja kod 4,5 volta i 6 V za iste udaljenosti od zavojnice T_1/T_2 dobit ćemo približno iste rezultate. Najbolje je izračunati srednju vrijednost. U ovom primjeru $\frac{T_1}{T_2} = 1{,}3$.

	4,5 V	6 V	
r/cm	**T_1/s**	**T_2/s**	**T_1/T_2**
1,5	0,46	0,37	1,24
2	0,75	0,51	1,47
2,5	0,86	0,7	1,23
3	1,12	0,86	1,30
3,5	1,42	1,13	1,26
4	1,72	1,36	1,26
4,5	2,02	1,52	1,33
			1,30

Omjer jakosti struje $\frac{I_2}{I_1} = 1{,}3$.

Znači $\frac{T_1}{T_2} = \frac{I_2}{I_1}$

Odatle se dobije da jakost struje iznosi 0,42 A u ovom primjeru. (3 boda)

f) Uz samu zavojnicu magnetsko polje za istu struju ima maksimalnu vrijednost i igla bi titrala, ali ne bi se mogao mjeriti period titranja jer je jako mali. Ovisnost perioda titranja o udaljenosti linearna je samo na području mjerenja. (1 bod)

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Vinkovci, 5.-8. svibnja 2011.

Srednje škole - 4. grupa

1. zadatak (20 bodova)

Andrija Mohorovičić je uvodeći novost promatranja bliskih potresa došao do značajnih zaključaka, a nakon snažnog Pokupskog potresa 1909. g. definitivno je srušio dotadašnji nazor o kontinuiranosti gornjeg sloja Zemlje. Tomu u čast granica između kore (iznad) i plašta (ispod) nazvana je Mohorovičićevim diskontinuitetom. Kad se u hipocentru ispod površine Zemlje dogodi potres, nastaje prostorni val koji se širi u svim smjerovima. Brzina longitudinalnog vala veća je od brzine transverzalnog vala ($v_l > v_t$). Stoga do seizmološke stanice udaljene l od epicentra (točka na površini iznad hipocentra) dolaze dva dominantna poremećaja: P-val (*prima*-prvi, odgovara longitudinalnom) i S-val (*secunda*-drugi, odgovara transverzalnom). Polumjer Zemlje je R=6370 km.

a) Mohorovičić je uočio da na udaljenostima $l < l_{Max}$ dolaze po dvije S i dvije P faze istog vala, dok za $l > l_{Max}$ dolazi po jedna S i P faza. Rekonstruiraj (skicom i obrazloženjem) kako se pomoću uvođenja diskontinuiteta slojeva i skokovite promjene brzine između kore i plašta može objasniti ta pojava! Skiciraj putanje valova do seizmološke postaje koja je na $l < l_{Max}$ i do postaje koja je na $l > l_{Max}$!

b) Izračunaj dubinu Mohorovičićeva diskontinuiteta D ako je opaženo da na udaljenostima većim od l_{Max}=720 km od epicentra ne stižu dva para valova, nego samo jedan par! Radi geometrijskog pojednostavljenja uzmi da je hipocentar vrlo blizu površine Zemlje! U ovom podzadatku radi dobivanja rješenja što bližeg stvarnosti ne pretpostavljaj da se valovi šire pravocrtno, nego po zakrivljenoj putanji! Međutim, radi mogućnosti analitičkog rješavanja, uzmi da je polumjer zakrivljenosti putanja konstantan i iznosi r=2000 km! To u stvarnosti nije tako, ali ipak daje izvrsno poklapanje s uvelike kompliciranijim točnijim rješenjem.

c) Iz činjenice da se po dva para valova ne pojavljuju niti na udaljenostima manjim od l_{min}=300 km od epicentra, već se tu pojavljuje samo jedan par, izračunaj brzinu longitudinalnih i transverzalnih valova neposredno ispod Mohorovičićeva diskontinuiteta! Poznata je brzina tih valova neposredno iznad diskontinuiteta: v_l=5,68 km/s i v_t=3,32 km/s. Za dubinu diskontinuiteta uzmi rezultat iz prethodnog podzadatka, a hipocentar je također vrlo blizu površine. U ovom podzadatku pretpostavi da se valovi kroz koru šire pravocrtno, što daje rezultat prilično blizak stvarnom! Komentiraj kakav je stvarni skok brzine znajući da je putanja ipak zakrivljena.

2. zadatak (15 bodova)

C_{60}, tzv. fuleren, je loptasta molekula van der Waalsova promjera 1,1 nm, gdje su ^{12}C atomi smješteni po površini u vrhove peterokuta i šesterokuta raspoređenih baš kao polja na nogometnoj lopti. Prolaskom snopa fulerena kroz rešetku snimljena je 1999. godine difrakcijska slika, a rezultati objavljeni u časopisu *Nature* pokazuju da je to vrlo zanimljiv primjer makroskopske kvantne interferencije jedinki C_{60}.

a) Snop C_{60} dobiven je sublimacijom na temperaturi 900 K, a prolaskom kroz dva otvora širine 10 μm udaljenih 1 m on postaje prilično usmjeren. Zahvaljujući dobrom vakuumu, srednji slobodni put molekula je reda veličine 100 m. Usmjeren snop odmah upada na nanolitografski proizvedenu difrakcijsku rešetku perioda 100 nm. Na udaljenosti 1,25 m od rešetke nalazi se poseban laserski/ionizacijski detektor koji bilježi prispjele molekule s mikrometarskom prostornom razlučivosti, čak i u ovom slučaju kad dolazi samo nekoliko molekula po sekundi. Time je uspješno snimljena difrakcijska slika koja osim središnjeg maksimuma ima i maksimume udaljene 26 μm od njega. Kolika je brzina molekula C_{60} koje daju takvu difrakcijsku sliku? Obrazloži kako se ta brzina slaže s očekivanom u procesu sublimacije? Na temelju koje usporedbe možeš reći da se radi o makroskopskoj kvantnoj interferenciji?

b) Za snimanje difrakcijske slike važno je ne izgubiti koherentnost od rešetke do detektora, za što je preduvjet da nema međudjelovanja s okolinom i među molekulama. Temeljem kojih argumenata možemo reći da nema međudjelovanja molekula? Zatim, valna duljina snopa treba biti dovoljno manja od perioda rešetke. Je li to ispunjeno? Nadalje, molekule C_{60} zagrijane na 900 K zrače kao crno tijelo te temperature. Pod pretpostavkom da ona zrači kao kuglica danog polumjera i uz poznatu ukupnu emisivnost $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-5}$ izračunaj gubitak energije molekule pri gibanju od rešetke do detektora i kolikom broju fotona valne duljine 10 μm to odgovara?

3. zadatak (20 bodova)

Slojevito oslikavanje pozitronskom emisijom (PET, *positron emission tomography*) sve je raširenija metoda pretrage pacijenata. Najčešće korišten radiofarmaceutik pritom je fluorodeoksiglukoza (FDG), analog glukoze u koji je ugrađen fluor ^{18}F, čijim ulaskom u stanice raka (koje intenzivnije troše šećer) postaje moguće vidjeti gdje se te stanice uglavnom nalaze.

a) Jezgre ^{18}F emitiraju pozitrone. Vrijeme poluraspada jezgara je 109,77 minuta. Pripadne atomske mase su 18,0009377u za fluor (Z=9) i 17,9991604u za kisik (Z=8). Napiši jednadžbu nuklearne reakcije i izračunaj oslobođenu energiju! Kolika je masa FDG ubrizgana u tijelo pacijenta, ako je aktivnost ubrizganog FDG u početnom trenutku 400 MBq? Molarna masa FDG je 181,15 g/mol, a u svakoj molekuli je jedna ^{18}F jezgra. Za usporedbu, izračunaj kolika masa urana $^{235}U^{92}$ ima istu aktivnost kao i navedena količina FDG, ako mu je vrijeme poluraspada $7{,}13\cdot 10^8$ godina. Koliko pozitrona po sekundi nastaje u tijelu kada osoba nakon 2 sata izlazi iz klinike?

b) Prošavši udaljenost od 1 mm pozitron uspori do vrlo malih brzina izgubivši veliku početnu energiju. Kad mu brzina postane usporediva s brzinama okolnih elektrona u tkivu, poništavanje pozitrona s elektronom postane jako vjerojatno. Jednim poništavanjem nastaju dva fotona. Kolike su energija i količina gibanja fotona i u kojem smjeru oni lete? Zašto ne nastaje samo po jedan foton? Ako se pozitron i elektron nađu blizu jedan drugome, ali ne toliko blizu da se ponište, može nastati njihovo vezano stanje slično vodikovu atomu, samo od drugih sastavnih elementarnih čestica, te kratkog trajanja. Takav atom – pozitronij, predvidio je Stjepan Mohorovičić 1934. g. Kolika je energija vezanja atoma pozitronija?

c) Mnogo detektora gama zraka smješteno je na prstenu koji se nalazi oko pacijenta, te se detekcijom parova fotona nastalih u desetak tisuća raspada odredi raspodjela zračenja u elementu tkiva. Detekcijom para fotona određuje se linija na kojoj se dogodio raspad. Ako je vremenska rezolucija detektora jako precizna, može se odrediti i na kojem dijelu linije je bio snimljeni raspad. Unutar kolike duljine se nalazi pojedini snimljeni raspad, ako se koriste napredni detektori u kojima je vremenska rezolucija 1 ns?

d) $^{18}F^9$ se dobiva u obližnjim akceleratorima sudaranjem protona energije 18 MeV s teškom vodom obogaćenom s $^{18}O^8$. Napiši jednadžbu reakcije i izračunaj kinetičku energiju nakon reakcije!

4. zadatak (15 bodova)

Grafen je oblik ugljika gdje su atomi ^{12}C poredani u ravnini na vrhovima jednakostraničnih šesterokuta koji se dodiruju svojim stranicama duljine 0,142 nm. On se može proizvesti i u jednoatomnim slojevima. Pretpostavi da zbog neobičnih elektronskih svojstava apsorbira približno sve elektromagnetsko zračenje u vidljivom dijelu spektra.

a) Izračunaj potreban intenzitet homogenog snopa svjetlosti valne duljine 550 nm usmjerenog vertikalno na donju stranu monoslojne grafenske plohe postavljene vodoravno u blizini Zemljine površine da bi ona lebdjela!

b) Grafenska monoslojna ploha u obliku kruga promjera 10 μm također lebdi u istom snopu. Za koliko vremena će ona ubrzati svoju vrtnju do 30000 okretaja u minuti od trenutka uključivanja kružno polarizirane svjetlosti? Svaki foton posjeduje kutnu količinu gibanja $\hbar$. Takav eksperiment objavljen je 2010.g. u *Physical Review* B.

Konstante:

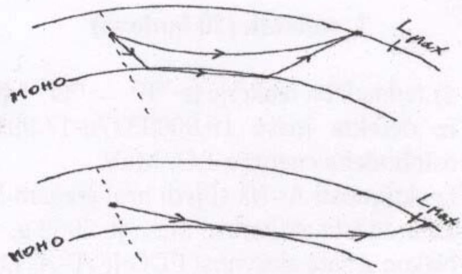
- brzina svjetlosti $c=3\cdot 10^8$ m/s
- Planckova konstanta $h=6{,}626\cdot 10^{-34}$ Js
- Boltzmannova konstanta $k_B=1{,}38\cdot 10^{-23}$ J/K
- elementarni naboj $e=1{,}6\cdot 10^{-19}$ C
- Stefan-Boltzmannova konstanta $\sigma=5{,}67\cdot 10^{-8}$ W/m^{2}K^4
- masa elektrona $m_e=9{,}1095\cdot 10^{-31}$ kg
- masa protona $m_p=1{,}67265\cdot 10^{-27}$ kg
- masa neutrona $m_n=1{,}67495\cdot 10^{-27}$ kg
- unificirana atomska jedinica mase $u=1{,}66056\cdot 10^{-27}$ kg
- Avogadrova konstanta $N_A=6{,}022\cdot 10^{23}$ /mol

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Vinkovci, 5.-8. svibnja 2011.

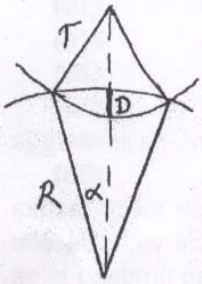
Srednje škole - 4. grupa – Rješenja

1. zadatak (20 bodova)



a) Jedan par S i P valova stiže od izvora do postaje direktno kroz koru, a drugi par prelaskom u plašt i nazad u koru. Bliže mogu doći oba para valova, a dalje samo jedan par, i to onih koji stižu direktno, dok oni čija bi putanja sjekla Mohorovičićev diskontinuitet, ne mogu stići do postaje.

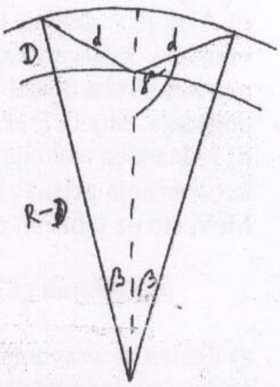
(2b+2b)



b) Očito je $D=R+r-d$. **(2b)**

Kosinusni poučak daje $2Rd\cos\alpha=R^2+d^2-r^2$, gdje je $2\alpha=l_{Max}/R$ kutna udaljenost postaje od epicentra, tj. $\alpha=l_{Max}/2R=3{,}24°$. **(3b)**

Smisleno rješenje je d=8327,1 km, što daje D=42,9km. **(2b)**



c) Dolazak valova kroz plašt bliže od l_{min}=300 km nije moguć jer bi tada val upadao prestrmo na plohu i zapravo otišao dalje od 300 km. **(1b+2b)**

Najbliža točka upada za koju se mora dogoditi potpuna refleksija odmaknuta je za kut β od epicentra dan izrazom $\beta=l_{min}/2R=1{,}35°$ **(1b)**

Primjena kosinusnog poučka daje $2R(R-D)\cos\beta=R^2+(R-D)^2-d^2$, iz čega slijedi d=155,6 km. **(1b)**

Sinusni poučak daje $\sin\gamma=R/d\ \sin\beta$, gdje je γ kut upada vala na plohu diskontinuiteta, što daje γ=74,67°. **(1b)**

Budući da je to granični kut upada za potpunu refleksiju, vrijedi $\sin\gamma=v_{iznad}/v_{ispod}$, što za transverzalni val daje $v_{t,ispod}$=3,44 km/s i za longitudinalni $v_{l,ispod}$=5,89 km/s. **(2b)**

Stvarni skok brzine je nešto veći jer zbog zakrivljenosti putanje vala on upada položenije nego je uzeto u rješenju. **(1b)**

2. zadatak (15 bodova)

a) Uvjet za prvi maksimum pri difrakciji je $d\sin\theta=\lambda$, gdje je d period rešetke, a kut je $\sin\theta=\mathrm{tg}\theta=\theta=a/l$, gdje je a=26 μm i l=1,25 m. **(1b)**

Valna duljina određena je deBroglievim izrazom $\lambda=h/Mv$, gdje je $M=60\cdot12\cdot u$ masa molekule C_{60}. **(2b)**

Iz uvjeta za maksimum dobije se $\lambda=2{,}08\cdot10^{-12}$m. **(1b)**

Iz deBroglieva izraza slijedi v=266 m/s. **(1b)**

Izjednačavanje toplinske i kinetičke energije daje srednju kvadratičnu brzinu 176,6 m/s. **(1b)**

Manja brzina bi se dobila za veći d, tj. čini se da veličina molekule promjera $2r$ efektivno smanjuje razmak među pukotinama. **(1b)**

O makroskopskoj kvantnoj interferenciji možemo govoriti jer je $2r>>\lambda$. **(1b)**

b) Srednji slobodni put je mnogo veći od daljina gibanja pa se molekule međusobno ne sudaraju, a osim toga molekule rijetko dolaze do detektora u usporedbi s vremenom putovanja. **(2b)**

$d>>\lambda$ je ispunjeno. **(1b)**

Izračena energija dana je Stefan-Boltzmannovim zakonom $\Delta E=\sigma T^4\cdot\varepsilon\cdot4r^2\pi\cdot\Delta t$, gdje je $\Delta t=l/v$. **(2b)**

Slijedi $\Delta E=3{,}32\cdot10^{-20}$J. **(1b)**

Uzimajući energiju fotona valne duljine 10 μm, slijedi da molekula izrači 1,7 fotona. **(1b)**

3. zadatak (20 bodova)

a) Jednadžba reakcije je $^{18}F^{9} \rightarrow {}^{18}O^{8} + \beta^{+} + \nu_e$. **(1b)**

Iz defekta mase 18,0009377u-17.9991604u+m_e-m_e, jer F ima elektron više nego O, dobije se oslobođena energija 1,66 MeV. **(2b)**

Iz aktivnosti $A=N\lambda$ slijedi broj jezgara $N=AT/\ln2=3{,}8\cdot10^{12}$. Masa glukoze je $m=NM/N_A=1{,}14\cdot10^{-9}$ g. **(3b)**

Za uran iste aktivnosti masa je 5066 g. **(1b)**

Nakon 2 sata aktivnost FDG je $A=A_0\cdot(1/2)^{t/T}=187{,}5$ MBq. **(1b)**

b) Nastaju dva fotona jer se s jednim ne bi mogla očuvati količina gibanja. **(1b)**

Iz $2m_ec^2=2E_f$ slijedi energija fotona $E_f=8{,}2\cdot10^{-14}$J=0,512 MeV. **(2b)**

Količina gibanja fotona je $p=E_f/c=2{,}73\cdot10^{-22}$ kgm/s, i jednom je suprotna od drugog. **(1b)**

Bohrov model atoma pozitronija iz $m_ev^2/r=ke^2/(2r)^2$ i $m_evr=nh/2\pi$ daje $E=-\pi^2k^2e^4m_e/4h^2n^2$, pa je energija vezanja -1,7 eV. **(3b)**

c) Ako je l duljina unutar koje se dogodio raspad, onda se usporedbom dvije rubne točke razlika vremena dolaska dvaju fotona do detektora od l/c promijeni na $-l/c$. Stoga je promjena vremena $2l/c$ ona koja treba upasti unutar vremenske rezolucije T_R da bi se dva fotona registrirala kao produkti istog događaja. Slijedi $l=cT_R/2$=15 cm. **(3b)**

d) Jednadžba reakcije je $^{18}O^{8} + p \rightarrow {}^{18}F^{9} + n$. **(1b)**

Iz povećanja mase (uzimajući i dodatni elektron u atomskoj masi) dobije se smanjenje energije od -3,47 MeV, što uz uloženu energiju od 18 MeV daje konačnu energiju 14,53 MeV. **(1b)**

4. zadatak (15 bodova)

a) Težina je uravnotežena silom tlaka svjetlosnog zračenja, tj. količinom gibanja koju fotoni predaju grafenu po jedinici vremena: $mg=S\cdot I/c$. **(2b)**

Površinska gustoća mase m/S uzimajući dva atoma po šesterokutu iznosi $\sigma=7{,}607\cdot10^{-7}$ kg/m^2. **(2b)**

Stoga je $I=\sigma gc=2239$ W/m^2. **(2b)**

b) Osim količine gibanja h/λ, foton pločici predaje i kutnu količinu gibanja $h/2\pi$. **(1b)**

Iz $I=\Delta N/S\Delta t\cdot hc/\lambda$, gdje je $S=r^2\pi$, dobije se broj fotona ΔN. **(3b)**

Zbog očuvanja kutne količine gibanja je $mr^2\omega/2=\Delta N\cdot h/2\pi$, gdje je ω kutna brzina pločice. **(3b)**

Slijedi $\Delta t=r^2\pi\sigma\omega c/I\lambda$ = 29 ms. **(2b)**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
Vinkovci, 5. - 8. svibnja 2011.

Srednje škole – 4. skupina

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor:
- pet svijeća
- drveno postolje
- olovka
- bijeli papir
- bijeli hamer
- ravnalo
- metar
- selotejp
- plastelin
- šibice

Zadatak: Uporabom priloženih sredstava:

1. Odredite omjer jakosti dva izvora svjetlosti:
   a) koji se sastoje od jedne, tj. od dvije svijeće; .... 2 boda
   b) koji se sastoje od jedne, tj. od tri svijeće; .... 2 boda
   c) koji se sastoje od kombinacija svijeća po vašem izboru. ... 2 boda

   Riječima, skicom i algebarskim izrazom zorno opišite svoj eksperimentalni rad. .... 5 bodova
2. Rezultate za minimalno tri mjerenja u svakom primjeru prikažite tablično. .... 6 bodova

   Provedite račun pogreške. Komentirajte dobivene maksimalne relativne pogreške. Ispišite točan rezultat prema apsolutnoj vrijednosti maksimalnog odstupanja. .... 6 bodova

3. Analizirajte dobivene eksperimentalne rezultate:
   a) definirajte osnovni princip rada optičkog fotometra; ... 2 boda
   b) objasnite na koji biste način odredili jakost jedne svijeće ako je drugi izvor žarulja poznatog napona i jakosti struje; .... 2 boda
   c) koliko biste ukupno kombinacija mogli eksperimentalno provjeriti s dobivenim priborom? .... 1 bod
   d) obzirom da postoji više vrsta optičkih fotometara (Bunsenov, Rumfordov, Bouguerov, Jollyjev, Riccijev), uz osnovni princip koji je kod svih isti, što može biti različito u eksperimentalnoj metodi? .. 2 boda

---

Ukupno: .... **30 bodova**

Natjecateljima želimo uspješan rad!

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
Vinkovci, 5. - 8. svibnja 2011.

Srednje škole – 4. skupina

Eksperimentalni zadatak - rješenje

1. *Odredite omjer jakosti dva izvora svjetlosti:*
   a) *koji se sastoje od jedne, tj. od dvije svijeće;* .... 2 boda
   b) *koji se sastoje od jedne, tj. od tri svijeće;* .... 2 boda
   c) *koji se sastoje od kombinacija svijeća po vašem izboru.* .... 2 boda

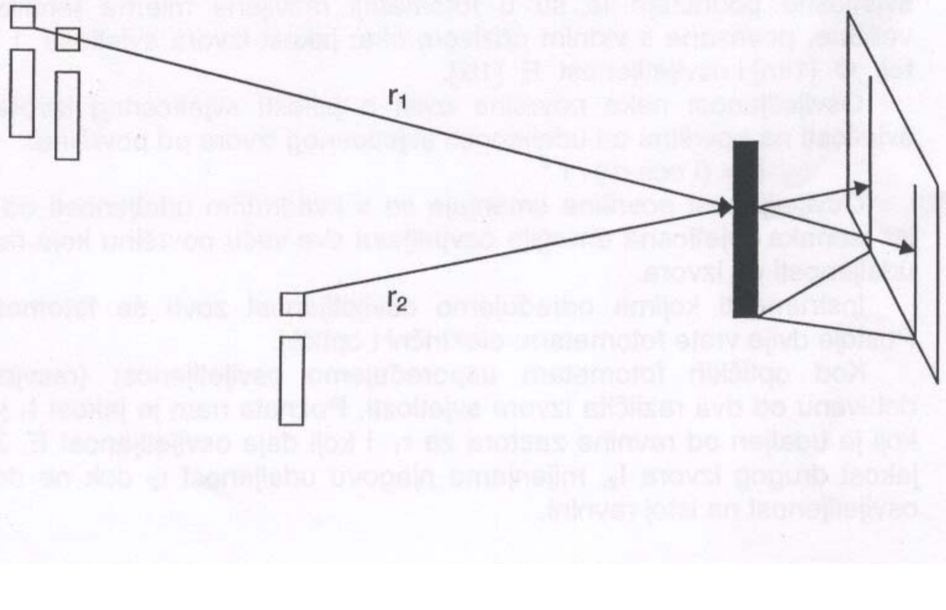
Prema eksperimentalnim rezultatima (točke 1 i 2) i razumijevanju fizikalnih osnova u eksperimentalnom zadatku (točka 3/a,b), potrebno je dobiti odgovarajuće omjere intenziteta (I_1 / I_2) i eksperimentalni rezultat za svaku kombinaciju izraziti kao broj bez mjerne jedinice (kako slijedi iz definicije omjera).

Riječima, skicom i algebarskim izrazom zorno opišite svoj eksperimentalni rad.
.... 5 bodova

Prema danom priboru može se sastaviti Rumfordov fotometar (skica 1):

- pred vertikalni bijeli zastor (bijeli papir selotejpom pričvršćen za drveno postolje postavljeno okomito) postavimo vertikalni štap (olovka pričvršćena na hamer kao podlogu pomoću plastelina ili nakapane svijeće);
- pred taj štap namjestimo dva izvora svjetlosti (u zadanim primjerima jedan izvor je jedna svijeća, a drugi izvor predstavljaju dvije, tj. tri svijeće);
- pomicanjem jednog izvora svjetlosti namjestimo sjene štapa na zastoru tako da budu jednako tamne i zatim izmjerimo udaljenosti (u navedenom primjeru praktično je dvije, tj. tri svijeća držati na fiksnoj udaljenosti, a pomicati jednu svijeću);
- mjeriti udaljenost od središta izvora svjetlosti do štapa koji baca sjenu (skica 1);
- omjer jakosti izvora svjetlosti određujemo prema omjeru kvadrata njihovih udaljenosti (relacija 4).

Skica 1:



2. Rezultate za minimalno tri mjerenja u svakom primjeru prikažite tablično.

.... *6 bodova*

Tablični prikaz treba precizno sadržavati na koju se kombinaciju izvora svjetlosti odnosi (u samoj tablici ili u nazivu tablice), redni broj mjerenja, te izmjerene udaljenosti r_1 i r_2. Obzirom na točku 4, u istom tabličnom prikazu mogu biti dodani i stupci za relativno odstupanje od srednje vrijednosti i omjer intenziteta.

Primjer jednostavne tablice:

Kombinacija	Redni broj mjerenja	r_1 / cm	r_2 / cm
	1.		
	2.		
	3.		

Provedite račun pogreške. Komentirajte dobivene maksimalne relativne pogreške. Ispišite točan rezultat prema apsolutnoj vrijednosti maksimalnog odstupanja.

.... *6 bodova*

Određivanje srednje vrijednosti: $\bar{d} = \Sigma\, d_i / n$, n – broj mjerenja (1)

Apsolutna vrijednost maksimalnog pojedinačnog odstupanja: $|\Delta\, d_{max}|$

Relativna maksimalna pogreška: $r_m = [\,(\,|\Delta\, d_{max}| / \bar{d}\,) \cdot 100\,]\ \%$ (2)

Zapis točnog rezultata: $d = (\bar{d} \pm \Delta\, d_{max})$ m (3)

Napomena: $d \sim r_1$, tj. $r_2 \sim$ račun pogreške odnosi se na onu udaljenost koja je tijekom mjerenja bila varijabilna, ako je jedan od izvora svjetlosti ostavljen na istom položaju.

2. Analizirajte dobivene eksperimentalne rezultate:

a) *definirajte osnovni princip rada optičkog fotometra;* ... *2 boda*

Vidljiva svjetlost dio je elektromagnetnog zračenja koje emitiraju svjetlosni izvori; ako uđe u oko, ona uzrokuje osjet svjetlosti. Oko može uspoređivati različite svjetlosne podražaje te su u fotometriji razvijene mjerne tehnike za svjetlosne veličine, povezane s vidnim odzivom oka: jakost izvora svjetlosti I [1cd], svjetlosni tok Φ [1lm] i osvijetljenost E [1lx].

Osvijetljenost neke površine ovisi o jakosti svjetlosnog izvora I, kutu upada svjetlosti na površinu α i udaljenosti svjetlosnog izvora od površine:

$$E = (I \cos \alpha) / r^2$$

Osvijetljenost površine smanjuje se s kvadratom udaljenosti od izvora svjetlosti jer jednaka svjetlosna energija osvjetljava sve veću površinu koja raste s kvadratom udaljenosti od izvora.

Instrumenti kojima određujemo osvijetljenost zovu se fotometri (svjetlomjeri). Postoje dvije vrste fotometara: električni i optički.

Kod optičkih fotometara uspoređujemo osvijetljenost (rasvjetu) na zastoru dobivenu od dva različita izvora svjetlosti. Poznata nam je jakost I_1 jednog od izvora koji je udaljen od ravnine zastora za r_1 i koji daje osvijetljenost E. Želimo li odrediti jakost drugog izvora I_2, mijenjamo njegovu udaljenost r_2 dok ne dobijemo jednaku osvijetljenost na istoj ravnini.

Osnovni princip rada optičkog fotometra:

- poznavajući jakost jednog izvora i udaljenost oba izvora od zastora, možemo odrediti jakost drugog izvora ili omjer jakosti dva nepoznata izvora, prema relaciji:

$$I_1 : r_1^2 = I_2 : r_2^2 \qquad (4)$$

b) objasnite na koji biste način odredili jakost jedne svijeće ako je drugi izvor žarulja poznatog napona i jakosti struje; .... *2 boda*

Prema relaciji (3) jakost nepoznatog izvora određuje se preciznim mjerenjem udaljenosti:

$$I_1 = I_2\,(r_1 : r_2)^2 \qquad (5)$$

Obzirom da svijeća predstavlja svjetlosni izvor jakosti od približno jedne kandele (jedna kandela se definira kao svjetlosna jakost izvora koji emitira svjetlost valne duljine 555 nm i kojemu je snaga po jediničnom prostornom kutu 1/683 W), prema zadanim parametrima mogla bi se odrediti jakost žarulje, pri čemu nije potrebno dodatno određivati snagu žarulje prema poznatim vrijednostima napona i jakosti struje kroz žarulju.

c) koliko biste ukupno kombinacija mogli eksperimentalno provjeriti s dobivenim priborom? .... *1 bod*

Ako na raspolaganju imamo pet svijeća, možemo uspoređivati jednu svijeću kao izvor svjetlosti s dvije svijeće, odnosno tri i četiri svijeće, a također i dvije svijeće kao jedan izvor svjetlosti s tri svijeće: to su četiri osnovne kombinacije. Zanimljivo je dokazati i jednake udaljenosti za dva izvora od istog broja svijeća: po jedna, tj. po dvije svijeće u izvoru.

d) obzirom da postoji više vrsta optičkih fotometara (Bunsenov, Rumfordov, Bouguerov, Jollyjev, Riccijev), uz osnovni princip koji je kod svih isti, što može biti različito u eksperimentalnoj metodi? .... *2 boda*

Stečeno eksperimentalno iskustvo pod točkama 1. – 5. daje odgovor na ovo pitanje: kod nabrojenih jednostavnih optičkih fotometara uvijek se uspoređuju dva izvora svjetlosti tako da se izvori pomiču dok se ne dobije jednaka osvijetljenost; **razlika je u načinu usporedbe** (uočava se nestanak 'masne' mrlje na zastoru postavljenom između dva izvora – Bunsenov, izvori se postavljaju tako da predmet na zastoru baca jednaku sjenu – Rumfordov, prati se osvijetljenost na zastoru uz dodatni pomični zastor – Buguerov, središnji predmet pomiče se između dva izvora dok ne bude jednako osvijetljen – Jollyjev i Riccijev fotometar).

1. zadatak:	11 bodova
2. zadatak:	12 bodova
3. zadatak:	7 bodova
Ukupno:	.... **30 bodova**

TESTIRANJE ZA OLIMPIJADU IZ FIZIKE

– ZADATCI –

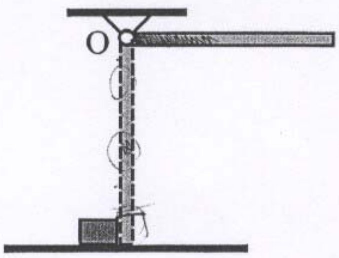
7. svibnja 2011.

Ime i prezime: ______________________

e-mail adresa: ______________________

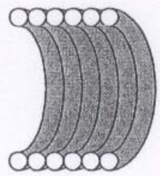
1. zadatak

Homogena greda mase 10 kg i duljine 2 m obješena je o strop tako da može rotirati oko točke u kojoj je učvršćena (točka O). Gredu najprije postavimo u horizontalan položaj te ju zatim pustimo da se giba. U trenutku, kada dođe u vertikalan položaj, greda udari u kvadar mase 1 kg koji miruje na horizontalnoj podlozi. Ako je koeficijent trenja između kvadra i podloge 0.1, izračunajte put koji će kvadar prijeći do zaustavljanja.



2. zadatak

Bakrenu žicu duljine 62.8 m i promjera 0.4 mm namotamo u zavojnicu polumjera 2 cm (na slici je prikazan presjek dijela dobivene zavojnice). Zatim zavojnicu priključimo na izvor izmjeničnog napona amplitude 10 V i frekvencije 200 Hz. Otpornost bakra na sobnoj temperaturi je $1.72 \cdot 10^{-8}$ Ωm.

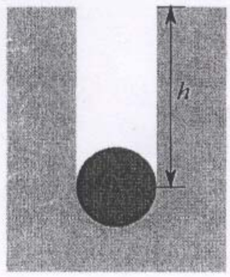


a) Izračunajte amplitudu struje koja teče zavojnicom.

b) Izračunajte fazni pomak struje, koja teče zavojnicom, u odnosu na napon izvora.

3. zadatak

Specifični toplinski kapacitet željeza može se odrediti sljedećim eksperimentom. Na raspolaganju imamo nekoliko kuglica od željeza različitih polumjera. Kuglice stavljamo u vodu temperature 100°C te ih zatim izvadimo iz vode i stavimo na komad leda temperature 0°C. Kuglica propada kroz led do dubine h gdje se zaustavlja. U tablici su prikazani rezultati mjerenja dubine h za dvije kuglice različitih polumjera. Gustoća leda je 917 kg/m^3, latentna toplina taljenja leda je 334 kJ/kg, gustoća željeza je 7870 kg/m^3. Pretpostavite da se gustoća i specifični toplinski kapacitet željeza ne mijenja s temperaturom.



a) Izračunajte specifični toplinski kapacitet željeza.

b) Na kojoj dubini će se zaustaviti kuglica polumjera 1 cm?

r [cm]	h [cm]
2	1.90
3	2.85

Teorijski zadatak 2

Balon

Gumeni balon napunjen je plinom helijem te se diže vertikalno u zrak. Tlak i temperatura zraka se smanjuju sa visinom. U sljedećim pitanjima pretpostavite da je oblik balona uvijek sferan bez obzira na teret te zanemarite volumen tereta. Također pretpostavite da je temperatura helija u balonu jednaka temperaturi okolnog zraka. Pretpostavite da su svi plinovi idealni. Plinska konstanta je $R = 8.31$ J/molK, molarne mase helija i zraka su $M_H = 4.00 \cdot 10^{-3}$ kg/mol i $M_A = 28.90 \cdot 10^{-3}$ kg/mol, respektivno. Gravitacijsko ubrzanje je $g = 9.8$ m/s^2.

[A dio]

(a) [1.5 boda] Neka je tlak okolnog zraka P i temperatura T. Tlak unutar balona je veći od tlaka izvan balona zbog površinske napetosti balona. Balon sadrži n molova helija, a tlak unutar balona je $P + \Delta P$. Odredite silu uzgona F_B koja djeluje na balon u ovisnosti o P i ΔP.

(b) [2 boda] Jednog sunčanog dana u Koreji temperatura zraka T na visini z od razine mora dana je s $T(z) = T_0(1 - z/z_0)$ u rasponu $0 < z < 15$ km, gdje je $z_0 = 49$ km i $T_0 = 303$ K. Tlak i gustoća zraka na morskoj razini su $P_0 = 1.0$ atm $= 1.01 \cdot 10^5$ Pa i $\rho_0 = 1.16$ kg/m^3, respektivno. Za ovaj raspon visina tlak je dan s:

$$P(z) = P_0(1 - z/z_0)^{\eta} \qquad (1)$$

Izrazite η pomoću z_0, ρ_0, P_0 i g i izračunajte numeričku vrijednost na dvije značajne znamenke. Pretpostavite da je gravitacijsko ubrzanje stalno, neovisno o visini.

[B dio]

Kada gumeni balon sfernog oblika nerastegnutog polumjera r_0 napušemo do sfere polumjera r ($\geq r_0$), površina balona sadrži dodatnu elastičnu energiju zbog rastezanja. U pojednostavljenoj teoriji, elastična energija na stalnoj temperaturi T može se napisati kao

$$U = 4\pi r_0^2 \kappa RT \left(2\lambda^2 + \frac{1}{\lambda^4} - 3 \right) \tag{2}$$

gdje je $\lambda \equiv r/r_0$ (≥ 1), a κ je konstanta u jedinicama mol/m^2.

(c) [2 boda] Izrazite ΔP pomoću parametara danih u jednadžbi (2) te skicirajte ΔP kao funkciju od $\lambda \equiv r/r_0$.

(d) [1.5 boda] Konstanta κ može se odrediti iz količine plina potrebne da se balon napuše. Na $T_0 = 303$ K i $P_0 = 1.0$ atm $= 1.01 \cdot 10^5$ Pa nerastegnuti balon ($\lambda = 1$) sadrži $n_0 = 12.5$ mola helija. Potrebno je $n = 3.6n_0 = 45$ mola da se napuše balon do $\lambda = 1.5$ na temperaturi T_0 i tlaku P_0. Izrazite parametar balona a, definiran kao $a = \kappa/\kappa_0$ pomoću n, n_0 i λ, gdje je $\kappa_0 = \dfrac{r_0 P_0}{4RT_0}$. Izračunajte a na dvije značajne znamenke.

[C dio]

Balon je pripremljen kao u (d) na razini mora (napuhan do $\lambda = 1.5$ sa $n = 3.6n_0 = 45$ mola helija na $T_0 = 303$ K i $P_0 = 1.0$ atm $= 1.01 \cdot 10^5$ Pa). Ukupna masa uključujući plin, balon i ostali teret je $M_T = 1.12$ kg. Sada se balon diže sa razine mora.

(e) [3 boda] Pretpostavite da se balon na kraju zaustavlja na visini z_f gdje je sila uzgona jednaka ukupnoj težini. Izračunajte z_f i λ_f na toj visini. Rezultat izračunajte na dvije značajne znamenke.