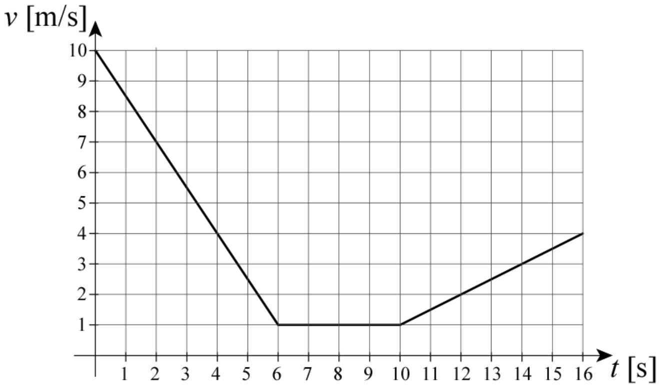
**Srednje škole – 1. grupa**

**1. zadatak (12 bodova)**

Tijelo se giba po $x$-osi. U početnom trenutku $t = 0$ s tijelo se nalazi u ishodištu koordinatnog sustava. Na slici je prikazana ovisnost brzine tijela o vremenu.

a) Izračunajte ubrzanje i prijeđeni put u pojedinim vremenskim intervalima.
b) Izračunajte ukupan prijeđeni put i srednju brzinu za prikazano gibanje.
c) Nacrtajte $x$-$t$ i $a$-$t$ grafove.




**2. zadatak (10 bodova)**

Tijelo se giba jednoliko ubrzano po $x$-osi te u dva uzastopna vremenska intervala $\Delta t_1 = \Delta t_2 = 4$ s prijeđe puteve $\Delta x_1 = 24$ m i $\Delta x_2 = 64$ m. Ako je u početnom trenutku $t = 0$ s, brzina tijela bila jednaka nuli, izračunajte:

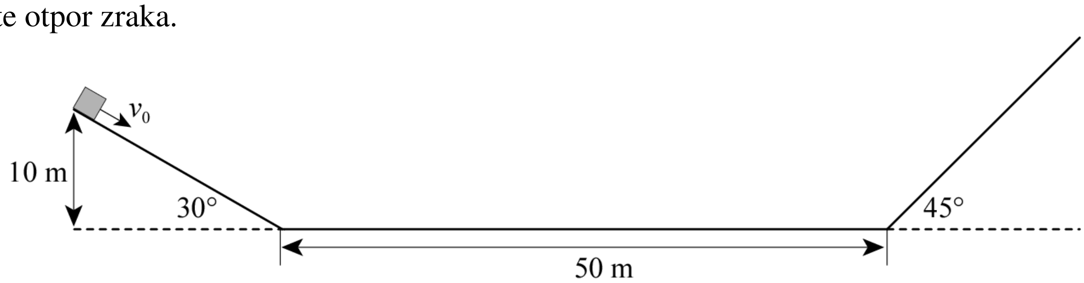
a) Ubrzanje tijela.
b) Ukupno vrijeme gibanja tijela od početnog trenutka do kraja drugog vremenskog intervala.
c) Ukupan put koji tijelo prijeđe od početnog trenutka do kraja drugog vremenskog intervala.

**3. zadatak (10 bodova)**

U početnom trenutku tijelo mase 5 kg nalazi se na kosini nagiba 30° i ima brzinu $v_0 = 8$ m/s, kao što je prikazano na slici.

a) Gdje će se tijelo prvi put zaustaviti, ako je trenje zanemarivo?
b) Gdje će se tijelo prvi put zaustaviti, ako koeficijent kinetičkog trenja između tijela i svih podloga iznosi 0.2?

Zanemarite otpor zraka.



**4. zadatak (9 bodova)**

Na tankoj niti zanemarive mase visi kuglica mase 100 g. Kuglicu otklonimo od ravnotežnog položaja za kut 60° u odnosu na vertikalu te ju pustimo bez početne brzine. Izračunajte koliku najveću napetost može izdržati nit, ako nit pukne u trenutku prolaska kroz ravnotežni položaj. Zanemarite otpor zraka.

**5. zadatak (9 bodova)**

Top mase 1 t miruje na horizontalnoj podlozi. Iz topa je ispaljena granata mase 20 kg u horizontalnom smjeru. Nakon ispaljivanja granate top otkliže po horizontalnoj podlozi te se zaustavi nakon što je prešao put od 50 cm. Koeficijent kinetičkog trenja između topa i podloge iznosi 0.8. Izračunajte brzinu granate neposredno nakon ispaljivanja!

**Srednje škole – 1. grupa**
**Rješenja i smjernice za bodovanje**

## Zadatak 1 (12 bodova)

a) Ubrzanje tijela u pojedinim vremenskim intervalima:

$$a_{0\to6} = \frac{1\ \text{m/s} - 10\ \text{m/s}}{6\ \text{s}} = -1.5\ \text{m/s}^2$$

$$a_{6\to10} = 0\ \text{m/s}^2$$

$$a_{10\to16} = \frac{4\ \text{m/s} - 1\ \text{m/s}}{6\ \text{s}} = 0.5\ \text{m/s}^2$$ (3 boda)

Prijeđeni put u pojedinim vremenskim intervalima:

$$x_{0\to6} = 10\ \text{m/s}\cdot 6\ \text{s} - \frac{1}{2}\cdot 1.5\ \text{m/s}^2 \cdot (6\ \text{s})^2 = 33\ \text{m}$$

$$x_{6\to10} = 1\ \text{m/s}\cdot 4\ \text{s} = 4\ \text{m}$$

$$x_{10\to16} = 1\ \text{m/s}\cdot 6\ \text{s} + \frac{1}{2}\cdot 0.5\ \text{m/s}^2 \cdot (6\ \text{s})^2 = 15\ \text{m}$$ (3 boda)

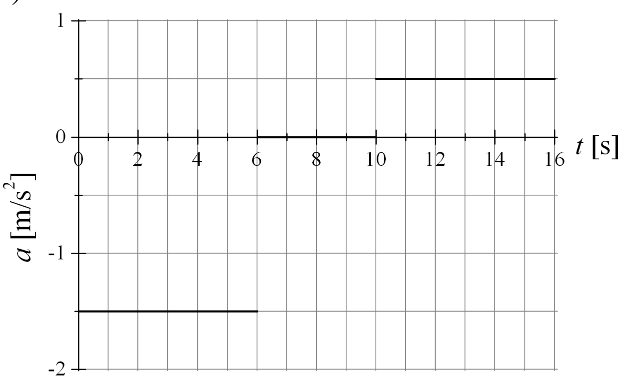
b) Ukupan prijeđeni put jednak je:

$$x_{ukupno} = x_{0\to6} + x_{6\to10} + x_{10\to16} = 52\ \text{m}$$ (1 bod)

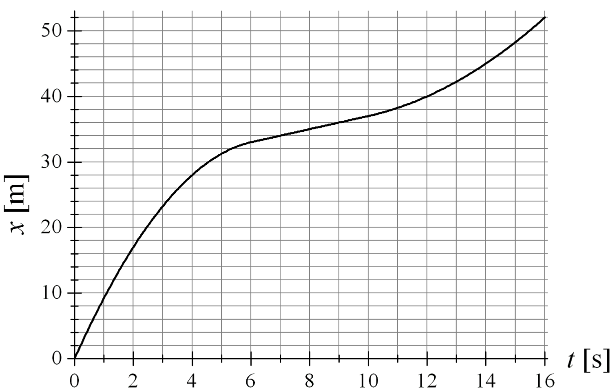
Srednja brzina jednaka je:

$$\bar{v} = \frac{x_{ukupno}}{t_{ukupno}} = \frac{52\ \text{m}}{16\ \text{s}} = 3.25\ \text{m/s}$$ (1 bod)

c)




(2 boda)




(2 boda)

## Zadatak 2 (10 bodova)

a) Prijeđeni put u zadanim vremenskim intervalima je:

$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$ (1 bod)

$$\Delta x_2 = v_2 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$ (1 bod)

Gdje je $v_1$ brzina tijela na početku prvog vremenskog intervala, a $v_2$ je brzina tijela na kraju prvog, odnosno na početku drugog vremenskog intervala. Također vrijedi:

$$v_2 = v_1 + a\Delta t$$ (1 bod)

Rješavanjem sustava jednadžbi dobije se:

$$a = \frac{\Delta x_2 - \Delta x_1}{(\Delta t)^2} = 2.5 \text{ m/s}^2 \qquad \text{(2 boda)}$$

b) Označimo s $t_0$ vrijeme od početka gibanja do početka prvog vremenskog intervala. Tada za prijeđeni put u prvom vremenskom intervalu možemo pisati:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}a(t_0 + \Delta t)^2 - \frac{1}{2}at_0^2 \qquad \text{(1 bod)}$$

Slijedi:

$$t_0 = \frac{\Delta x_1}{a\Delta t} - \frac{\Delta t}{2} = 0.4 \text{ s} \qquad \text{(2 boda)}$$

$$t_{ukupno} = t_0 + 2\Delta t = 8.4 \text{ s} \qquad \text{(1 bod)}$$

c) Ukupan put koji tijelo prijeđe od početka gibanja do kraja drugog vremenskog intervala je:

$$\Delta x_{ukupno} = \frac{1}{2}at_{ukupno}^2 = 88.2 \text{ m} \qquad \text{(1 bod)}$$

**Zadatak 3 (10 bodova)**

a) Tijelo će se zaustaviti na drugoj kosini na visini koja je određena zakonom očuvanja energije:

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh \qquad \text{(2 boda)}$$

$$h = h_0 + \frac{v_0^2}{2g} = 13.26 \text{ m} \qquad \text{(1 bod)}$$

Odnosno, tijelo će prijeći put od $l = \sqrt{2}h = 18.75$ m po drugoj kosini.

b) Početna energija tijela jednaka je:

$$E = mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = 650.5 \text{ J} \qquad \text{(1 bod)}$$

Rad sile trenja prilikom spuštanja niz kosinu iznosi:

$$W_{tr1} = \mu mg\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2h_0 = 170 \text{ J} \qquad \text{(3 boda)}$$

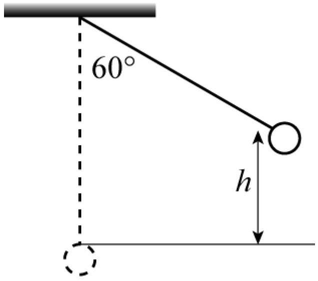
Razlika energija $E - W_{tr}$ jednaka je radu sile trenja na ravnoj podlozi:

$$E - W_{tr1} = W_{tr2} = \mu mgl \qquad \text{(2 boda)}$$

$$l = \frac{E - W_{tr1}}{\mu mg} = 49 \text{ m} \qquad \text{(1 bod)}$$

Prema tome, tijelo će se zaustaviti na ravnoj podlozi 1 m prije druge kosine.

**Zadatak 4 (9 bodova)**




U trenutku prolaska kroz ravnotežni položaj vrijedi:

$$F_{cp} = \frac{mv^2}{l} = T - mg$$

$$T = m\left(\frac{v^2}{l} + g\right) \qquad \text{(3 boda)}$$

Brzinu kuglice u trenutku prolaska kroz ravnotežni položaj odredimo iz zakona očuvanja energije:

$$mgh = mg\frac{l}{2} = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v^2 = gl \qquad \text{(3 boda)}$$

Uvrštavanjem slijedi:

$$T = 2mg = 1.962 \text{ N} \qquad \text{(3 boda)}$$

**Zadatak 5 (9 bodova)**

Brzinu granate neposredno nakon ispaljivanja odredimo iz zakona očuvanja količine gibanja:

$$0 = m_1v_1 - m_2v_2 \qquad \text{(2 boda)}$$

$$v_1 = \frac{m_2}{m_1}v_2 \qquad \text{(1 bod)}$$

Kinetička energija topa neposredno nakon sudara jednaka je radu sile trenja:

$$\frac{1}{2}m_2v_2^2 = W_{tr} = \mu m_2 gl \quad \Rightarrow \quad v_2 = \sqrt{2\mu gl} = 2.8 \text{ m/s} \qquad \text{(3 boda)}$$

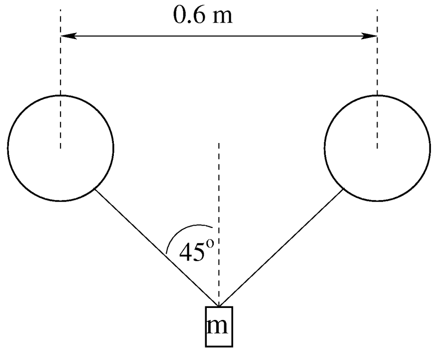
Uvrštavanjem u prethodnu jednadžbu za brzinu granate neposredno nakon ispaljivanja dobijemo:

$$v_1 = \frac{m_2}{m_1}\sqrt{2\mu gl} = 140 \text{ m/s} \qquad \text{(3 boda)}$$

**ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2009/10 – 10.3.2010.**

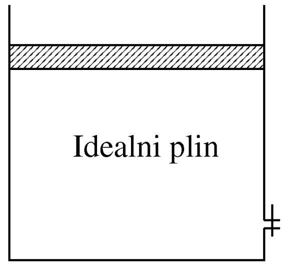
**Srednje škole – 2. grupa**

**1. zadatak (11 bodova)**



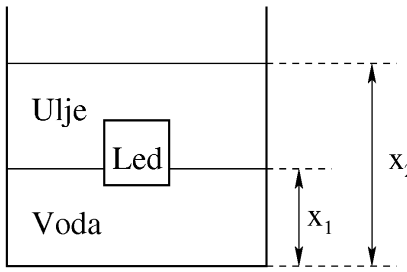

O dva jednaka balona napunjena helijem obješen je nitima mali metalni uteg mase m = 5 g i svi lebde u zraku kao što prikazuje slika. Svaki balon nabijen je nabojem Q. Odredite Q i masu helija. Gustoća helija i zraka su redom 0.18 kg/m$^3$ i 1.2 kg/m$^3$. Materijal od kojeg je napravljen svaki balon je zanemarive debljine i ima masu 0.1 g.
$k = 9 \cdot 10^9$ Nm$^2$C$^{-2}$

**2. zadatak (10 bodova)**



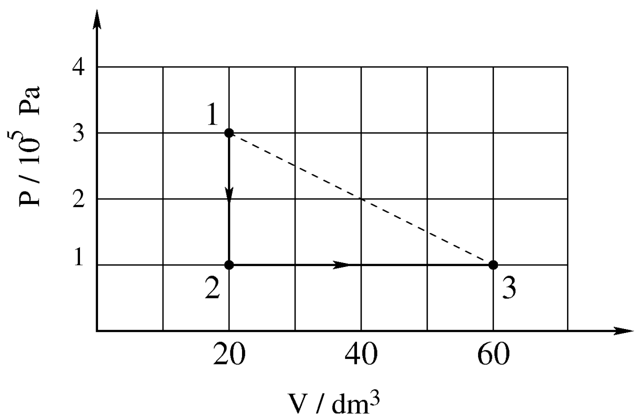

U cilindru poprečnog presjeka $S$ = 0.01 m$^2$ nalazi se idealni plin. Cilindar je zatvoren klipom mase m = 1 kg koji može kliziti bez trenja. Cilindar se već duže vrijeme nalazi ne temperaturi 23$^o$C i klip miruje na visini $h_1$ = 1 m. Atmosferski tlak je 10$^5$ Pa. Otvaranjem ventila iz cilindra se polako ispusti dio plina te se ventil zatvori. Ravnotežni položaj klipa je sada na visini $h_2$ = 0.8 m. Za koliko se mora povisiti temperatura da bi se klip vratio na početnu visinu od 1 m? Opća plinska konstanta iznosi 8.314 JK$^{-1}$mol$^{-1}$.

**3. zadatak (9 bodova)**




U cilindričnoj posudi je voda i iznad nje ulje.
Kockica leda volumena 1 dm$^3$ pliva tako da je jednim dijelom uronjena u vodu, a drugim u ulje. Površina dna posude je 2 dm$^2$. Granica vode i ulja je na visini $x_1$, a granica ulja i zraka je na visini $x_2$. Za koliko će se promijeniti $x_1$ i $x_2$ kada se led otopi? Gustoće leda, ulja i vode su redom: 920 kg/m$^3$, 900 kg/m$^3$ i 1000 kg/m$^3$.

**4. zadatak (9 bodova)**



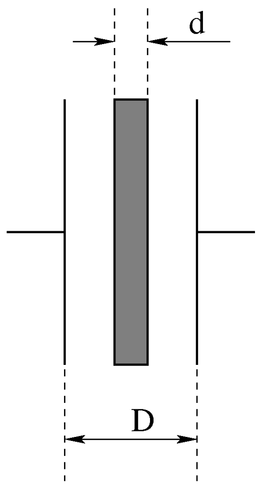

Prijelaz idealnog plina iz stanja 1 preko stanja 2 u stanje 3 prikazan je u pV grafu.

a) Izračunajte omjer početne i konačne temperature plina
b) Koliko je topline plin izmijenio s okolinom tijekom prijelaza $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$? Je li plin primio ili dao toplinu?
c) Koliko bi topline plin izmijenio s okolinom da se prijelaz iz 1 u 3 odvijao preko isprekidane linije

na grafu? Toplinski kapaciteti plina pri stalnom volumenu i tlaku su $C_V = \frac{5}{2}R$ i $C_p = \frac{7}{2}R$.

**5. zadatak (11 bodova)**

Pločasti kondenzator, čije su ploče udaljene D = 5 mm, spoji se na izvor istosmjernog napona *U*=300 V. Izvor se zatim odspoji i između ploča kondenzatora stavi se pločica debljine d = 2 mm. Pločica je jednako udaljena od svake ploče kondenzatora. Hoće li se nakon umetanja pločice promijeniti (u odnosu na stanje prije umetanja pločice) razlika potencijala među pločama kondenzatora ako je pločica od




a) metala

b) dielektrika relativne permitivnosti 2.

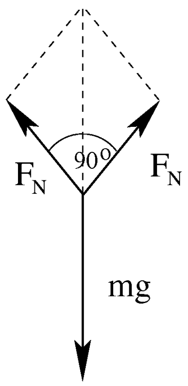
U slučaju pozitivnog odgovora, izračunajte koliko ta promjena iznosi.

Površina umetnute pločice okrenuta prema ploči kondenzatora jednaka je površini ploče kondenzatora.

**ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2009/10 – 10.3.2010.**

**Srednje škole – 2. grupa**
**Rješenja i smjernice za bodovanje**

**1. zadatak** (11 bodova)




Slika 1

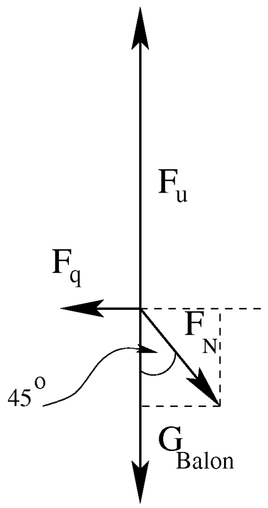
Slika 1 prikazuje sile koje djeluju na uteg: gravitacijska sila ($G_{uteg} = mg$) i dvije sile napetosti niti ($F_N$) **(1 bod).** Budući da uteg miruje, ukupna sila na njega je jednaka nuli, pa iznos gravitacijske sile mora biti jednak iznosu vektorskog zbroja sila napetosti:

$$mg = \sqrt{2}F_N$$

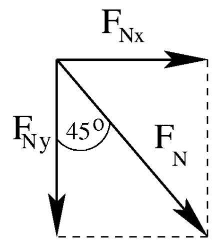
tj.

**(1)** $$F_N = \frac{mg\sqrt{2}}{2}$$ **(1 bod)**

Slika 2a prikazuje dijagram sila za balon napunjen helijem. Ukupna masa balona je $m_{He} + m_{Balon}$, volumen je *V* i središta balona su udaljena za *r* = *0.6* m.




Slika 2a




Slika 2b

Na svaki balon djeluju četiri sile: elektrostatska odbojna sila $F_q = k\frac{Q^2}{r^2}$, sila napetosti $F_N$, gravitacijska sila $G_{Balon} = (m_{He} + m_{Balon})g$ i sila uzgona $F_u = Vg\rho_{zrak}$ **(1 bod).** Silu napetosti možemo rastaviti na dvije komponente (slika 2b):

$$F_{Nx} = \frac{F_N}{\sqrt{2}} \text{ i } F_{Ny} = \frac{F_N}{\sqrt{2}}$$ **(1 bod).**

Budući da balon miruje, ukupna sila na njega je jednaka nuli pa vrijedi:

**(2)** $$F_q = F_{Nx}$$ **(1 bod)**

**(3)** $$F_u = F_{Ny} + G_{Balon}$$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem odgovarajućih izraza za sile te izraza **(1)** u izraz **(2)** dobiva se:

$$k\frac{Q^2}{r^2} = \frac{mg\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$$

pa je

$$Q = \sqrt{\frac{mg}{2}\frac{r^2}{k}} = \sqrt{\frac{0.005\text{kg}\cdot 9.81\text{m/s}^2}{2}\frac{(0.6\text{m})^2}{9\cdot 10^9\,\text{Nm}^2\text{C}^{-2}}} = 0.99\mu\text{C}$$ **(2 boda)**

Masa helija se odredi pomoću relacije **(3).** Uvrštavajući u **(3)** izraz za silu napetosti **(1)** dobiva se:

$$F_u = \frac{mg\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} + (m_{He} + m_{balon})g$$

Budući da je debljina materijala od kojeg je napravljen balon zanemariva, vrijedi $V = m_{He} / \rho_{He}$, pa je

$$\frac{m_{He}}{\rho_{He}}\rho_{zrak}\,g = \frac{mg\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} + (m_{He} + m_{Balon})g$$ **(1 bod)**

i konačno

$$m_{He} = \frac{\frac{m}{2} + m_{Balon}}{\frac{\rho_{zrak}}{\rho_{He}} - 1} = \frac{0.0025\text{kg} + 0.0001\text{kg}}{\frac{1.2\text{kg/m}^3}{0.18\text{kg/m}^3} - 1} = 0.000459\text{kg} = 0.459\text{g}$$ **(2 boda)**

**2. zadatak** (10 bodova)

Veličine kojima opisujemo stanje plina označit ćemo indeksima 1, 2 i 3.

1 – početna situacija, klip miruje na visini $h_1$

2 – nakon ispuštanja plina i zatvaranja ventila, klip miruje na visini $h_2$

3 – nakon povećanja temperature, klip miruje na visini $h_3$.

Na klip djeluju tri sile: gravitacijska sila (*mg*) prema dole, sila kojom plin u cilindru djeluje na klip($Sp_1$) prema gore i sila zbog atmosferskog tlaka ($Sp_o$) prema dole. Budući da klip miruje, ukupna sila na njega je nula pa vrijedi:

**(*)** $$Sp_o + mg = Sp_1$$ **(1 bod)**

Iz gornjeg izraza lako se dobije da je tlak plina kada je klip u ravnotežnom položaju:

$$p_1 = (Sp_o + mg)/S = 100981\ \text{Pa}$$ **(1 bod)**

Početni broj molova plina računamo primjenom jednadžbe stanja idealnog plina:

$p_1V_1 = n_1RT_1$, pri čemu je $V_1 = Sh_1$ **(1 bod)**

pa se za početnu množinu tvari dobiva

$$n_1 = \frac{p_1Sh_1}{RT_1} = \frac{100981Pa\cdot 0.01m^2\cdot 1m}{8.314JK^{-1}mol^{-1}\cdot 296.15K} = 0.4101\ \text{mol}$$ **(1 bod)**

U stanju 2 tlak i temperatura plina su kao i u stanju 1, ali broj molova plina u posudi se smanjio pa je i volumen manji. Tlak mora biti isti jer i dalje vrijedi ravnotežni uvjet **(*).**
Kada klip miruje na visini $h_2$, vrijedi:

$p_2V_2 = n_2RT_2$, pri čemu su $T_2 = T_1$ , $V_2 = Sh_2$ **(1 bod)**

i $p_2 = p_1$ **(1 bod)**

pa je

$$n_2 = \frac{p_1Sh_2}{RT_1} = \frac{100981Pa \cdot 0.01m^2 0.8m}{8.314JK^{-1}mol^{-1}296.15K} = 0.3281 \text{ mol}$$ **(1 bod)**

Povećanjem temperature plina, klip se vraća na početnu visinu i tada vrijedi:

$p_3Sh_3 = n_3RT_3$ , pri čemu je $n_3 = n_2$, $h_3 = h_1$, $p_3 = p_1$ **(1 bod)**

pa je

$$T_3 = \frac{p_1Sh_1}{n_2R} = \frac{100981Pa \cdot 0.01m^2 \cdot 1m}{0.3281mol \cdot 8.314JK^{-1}mol^{-1}} = 370.19 \text{ K}$$ **(1 bod)**

Dakle, temperatura plina se mora povećati za 370.19 K – 296.15 K = 97.04 K. **(1 bod)**

**3. zadatak** (9 bodova)

Na kockicu leda djeluju gravitacijska sila (prema dole) i dvije sile uzgona (prema gore). Ukupna sila na kockicu leda je nula. Označimo s $M$ i $V$ masu i volumen kockice leda i s $x$ dio volumena kockice koji je uronjen u vodu.

$$Mg = F_u(voda) + F_u(ulje)$$ **(1 bod)**

$$Mg = xV\rho_{voda}g + (1-x)V\rho_{ulje}g$$ **(1 bod)**

Uzevši u obzir da je $M = V\rho_{led}$, dobiva se

$$x = (\rho_{led} - \rho_{ulje})/(\rho_{voda} - \rho_{ulje}) = 0.2$$ **(1 bod)**

Otapanjem leda dobiva se voda volumena

$$V_{voda} = \frac{M}{\rho_{voda}} = \frac{V_{led}\rho_{led}}{\rho_{voda}} = \frac{1dm^3 \cdot 920kg/m^3}{1000kg/m^3} = 0.92\text{dm}^3$$ **(1 bod)**

Dijelom te vode popuni se volumen koji je zauzimala kockica leda ($xV = 0.2\text{dm}^3$), a ostatak ($V_{voda} - xV = 0.72\text{dm}^3$) uzrokuje povećanje razine vode, a time i visine na kojoj je granica voda-ulje ($x_1$ na slici) za $h$ **(1 bod).**

Površina dna posude je $S = 2dm^2$ i vrijedi $Sh = 0.72\text{dm}^3$, pa je $h = \frac{0.72dm^3}{2dm^2} = 0.36\text{dm}$ **(1 bod).**

Ulje mora popuniti volumen koji je zauzimala kockica leda u ulju ($(1-x)V = 0.8\text{dm}^3$), pa se zbog toga razina ulja snizi za $H$ **(1 bod).** Vrijedi $SH = 0.8\text{dm}^3$, pa je $H = 0.4\text{dm}$ **(1 bod).**
Visina na kojoj je granica ulja i zraka ($x_2$ na slici) će se smanjiti za 0.4 dm-0.36 dm = 0.04 dm **(1 bod).**

**4. zadatak** (9 bodova)
Stanje 1: $p_1$, $V_1$, $T_1$
Stanje 2: $p_2$, $V_2 = V_1$, $T_2$
Stanje 3: $p_3 = p_2$, $V_3$, $T_3$
Prema jednadžbi stanja idealnog plina vrijedi:
**(*)** $p_i V_i = nRT_i$, $i = 1,2,3$

pa je $nT_i = \dfrac{p_i V_i}{R}$

a) U procesu $1 \to 2$ plinu se tlak izohorno smanjuje, a u $2 \to 3$ plinu se volumen izobarno povećava pa vrijedi:

**(**)** $\dfrac{p_1}{T_1} = \dfrac{p_2}{T_2}$ **(1 bod)** i $\dfrac{V_2}{T_2} = \dfrac{V_3}{T_3}$ **(1 bod)**

Kombiniranjem jednadžbi **(**)** dobije se da su početna i konačna temperatura jednake:

$$\frac{T_1}{T_3} = \frac{p_1 V_2}{V_3 p_2} = \frac{3 \cdot 10^5 Pa \cdot 0.02 m^3}{0.06 m^3 \cdot 10^5 Pa} = 1$$ **(1 bod)**

b) Iz (**) lako se vidi da se u prvom procesu temperatura plina (a time i njegova unutarnje energija) smanjuje, a u drugom se povećava. Osim toga, prvi proces ($1 \to 2$) je izohoran, pa je obavljeni rad nula što prema prvom zakonu termodinamike ($Q = \Delta U + W$) znači da je plinu potrebno oduzeti toplinu da bi mu se smanjilo unutarnju energiju. U drugom procesu ($2 \to 3$), plin obavlja rad i povećava mu se temperatura (a time i unutarnja energija), pa je plinu potrebno dati toplinu.

U procesu $1 \to 2 \to 3$ plin izmjenjuje s okolinom topline:
$Q_{1\to2} = nC_V \Delta T = C_V (nT_2 - nT_1)$ i $Q_{2\to3} = nC_p \Delta T = C_p (nT_3 - nT_2)$ **(1 bod)**

Uzimajući u obzir relaciju **(*)** lako se dobije da plin najprije predaje, a zatim prima toplinu:

$$Q_{1\to2} = \frac{C_V}{R}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{5/2R}{R}(10^5 Pa \cdot 0.02 m^3 - 3 \cdot 10^5 Pa \cdot 0.02 m^3) = -10000\text{J}$$ **(1 bod)**

(Da plin predaje toplinu okolini vidi se i po tome sto je $Q_{1\to2} < 0$.)

$$Q_{2\to3} = \frac{C_p}{R}(p_3 V_3 - p_2 V_2) = \frac{7/2\text{R}}{R}(10^5 Pa \cdot 0.06 m^3 - 10^5 Pa \cdot 0.02 m^3) = 14000\text{J}$$ **(1 bod)**

Ukupno, u procesu $1 \to 2 \to 3$, plin primi toplinu -10000 J + 14000 J = 4000 J **(1 bod).**

Toplinu koju plin izmijeni s okolinom tijekom direktnog prijelaza iz 1 u 3 (isprekidana linija na pV grafu) dobit ćemo primjenom prvog zakona termodinamike $Q = \Delta U + W$ . Budući

da su početna i konačna temperatura jednake ($T_1 = T_3$), nema promjene unutarnje energije plina, pa je toplina jednaka obavljenom radu plina tj. $Q = W$ **(1 bod).**
Rad je jednak površini ispod krivulje u pV grafu. U našem slučaju, površina trapeza ispod isprekidane linije je $\frac{(3\cdot 10^5\,\mathrm{Pa} + 10^5\,\mathrm{Pa})\cdot 0.04\mathrm{m}^3}{2} = 8000\mathrm{J}$, pa prema tome plin prima od okoline toplinu od 8000 J **(1 bod).**

**5. zadatak** (11 bodova)
Spajanjem kondenzatora kapaciteta $C$ na napon $U$ = 300 V, kondenzator se nabije i na njegovim pločama je naboj

$$Q = CU = \varepsilon_o \frac{S}{D} U$$ **(1 bod)**

pri čemu je $S$ površina svake ploče kondenzatora. Odspajanjem kondenzatora napon i naboj na kondenzatoru se ne mijenjaju. Umetanjem pločice naboj se ne mijenja, ali se mijenja kapacitet pa će se promijeniti i napon (tj. razlika potencijala među pločama).

**a)** Zbog djelovanja električnog polja pozitivni i negativni naboji unutar metalne pločice se razdvajaju i to tako da ukupno (vanjsko (od ploča kondenzatora) + 'unutarnje' (zbog preraspodjele naboja u metalnoj pločici)) električno polje unutar metalne pločice bude nula.
Konačno dobivamo situaciju kao na slici a) (dva serijski spojena kondenzatora) **(1 bod).**
Ukupni kapacitet (označimo ga s $C_a$) je jednak serijskom spoju dva kondenzatora ($C_1$ i $C_2$) za koje vrijedi

$$C_1 = C_2 = \varepsilon_o \frac{S}{(D-d)/2}$$ **(1 bod)**

Ukupni kapacitet serijskog spoja kondenzatora je

$$\frac{1}{C_a} = \sum_i \frac{1}{C_i},\ i = 1,2$$

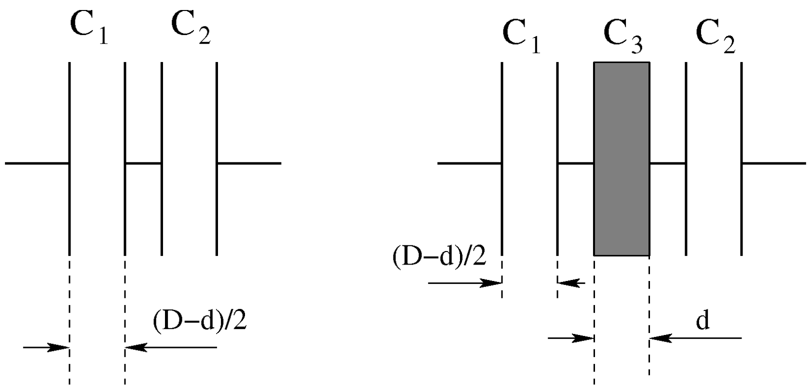
pa je

$$C_a = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \varepsilon_o \frac{S}{D-d}$$ **(1 bod)**

Naboj na pločama kondenzatora se nije promijenio umetanjem metalne pločice, pa su ploče kondenzatora sada na naponu:

$$U_a = \frac{Q}{C_a} = U\frac{D-d}{D} = 300V\frac{5mm - 2mm}{5mm} = 180\mathrm{V}$$ **(1 bod)**

Dakle, razlika potencijala među pločama je manja za $U - U_a = 120\mathrm{V}$ **(1 bod)**




a) b)

**b)** Zbog djelovanja električnog polja dolazi do preraspodjele naboja unutar dielektrika, no za razliku od prethodnog slučaja, konačno polje u dielektriku nije jednako nuli. Konačno dobivamo situaciju kao na slici b) (tri serijski spojena kondenzatora) **(1 bod)**. Ukupni kapacitet ($C_b$) je jednak serijskom spoju tri kondenzatora ($C_1$, $C_2$ i $C_3$) za koje vrijedi

$$C_1 = C_2 = \varepsilon_o \frac{S}{(D-d)/2} \text{ i } C_3 = \varepsilon_o \varepsilon_r \frac{S}{d}$$ **(1 bod)**

Kapacitet serijskog spoja tri kondenzatora je:

$$C_b = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_1 C_3} = \varepsilon_o S \frac{\varepsilon_r}{d + \varepsilon_r (D-d)}$$ **(1 bod)**

Naboj na pločama kondenzatora se nije promijenio umetanjem pločice, pa su ploče kondenzatora na naponu:

$$U_b = \frac{Q}{C_b} =$$

$$= \frac{\varepsilon_o \frac{S}{D} U}{\varepsilon_o S \frac{\varepsilon_r}{d + \varepsilon_r (D-d)}} = U \frac{d + \varepsilon_r (D-d)}{\varepsilon_r D} = 300\text{V} \frac{2 + 2(5-2)}{2 \cdot 5} = 240\text{V}$$ **(1 bod)**

Dakle, razlika potencijala među pločama se smanjila za $U - U_b = 60\text{V}$ **(1 bod)**

**ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2009/10 – 10.3.2010.**

**Srednje škole – 3. skupina**

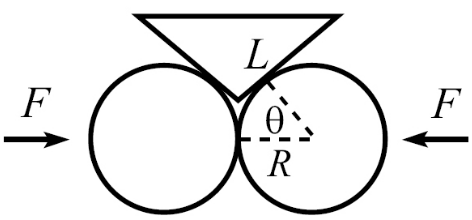
**1. zadatak (10 bodova)**
3 ravne, beskonačno dugačke žice zanemarivog polumjera i mase po jedinici duljine 4/3 grama po metru su međusobno jednako udaljene d=$\sqrt{3}$ cm. Žice leže u istoj ravnini i svaka nosi struju istog smjera i iznosa I=6,28A. Postoje dvije točke u prostoru gdje je magnetsko polje jednako nuli. Gdje se nalaze? a.) Srednja žica se pomakne za x=1mm (x je puno manje od d) prema jednoj od druge dvije žice, a druge dvije se pritom fiksiraju. Pomoću sile po jedinici duljine, napišite drugi Newtonov zakon za gibanje srednje žice. b.) Iskoristite da ako je b puno manji od d, tad vrijedi $(d \pm x)^{-n} = d^{-n}(1 \mp n\frac{x}{d})$. Sredite jednadžbu gibanja i pokažite da se radi o harmonijskom oscilatoru. Koliki je period titranja?

**2. zadatak (10 bodova)**
Tijelo je vezano za zid oprugom i harmonijski titra oko položaja ravnoteže kružnom frekvencijom ω=1Hz. Tijelo je na horizontalnoj podlozi i giba se bez trenja. a.) U jednom trenutku, sustav se zaustavi. Opruga se razreže na 4 jednaka dijela i tijelo se razreže na 4 jednaka dijela. Na jedan takav dio opruge se za zid spoji jedan dio tijela i pusti da titra. Kolika je kružna frekvencija titranja? Kako rezultat ovisi o amplitudi? b.) Umjesto na 4, opruga se razreže na N jednakih dijelova, a tijelo na M jednakih dijelova. Postoje li N i M takvi da je nova kružna frekvencija titranja jednaka $\sqrt{7}$ Hz? Ako da, koji? Ako ne, zašto?

**3. zadatak (10 bodova)**
Zavojnica unutarnjeg otpora R=40Ω i induktiviteta L=0,1H spojena je serijski sa promjenjivim otpornikom na izvor izmjeničnog napona V=220V i frekvencije f=50Hz. Kolikom snagom se grije zavojnica ($P=RI^2$) kad je iznos otpora promjenjivog otpornika jednak nuli? Koliki mora biti iznos otpora promjenjivog otpornika kako bi ta snaga bila duplo manja?

**4. zadatak (10 bodova)**
Izvor zvuka frekvencije $f$ =390Hz i prijamnik smješteni su na istoj okomici na zid (u dvije različite točke). Izvor i prijemnik miruju, a zid se udaljava brzinom v=110m/s. Brzina zvuka u zraku je c=330m/s. Koliko zvukova detektira prijamnik? Kolika je razlika u frekvencijama tih zvukova? Koje frekvencije se čuju ako se zid udaljava brzinom v=440m/s?

**5. zadatak (10 bodova)**
Na dva kruga polumjera R smješten je jednakokračni trokut duljine kraka L. Svi objekti nalaze se u ravnini papira i imaju plošnu gustoću σ. Horizontalna linija čini kut θ sa točkama u kojima se trokut i krugovi dodiruju. Nema trenja među tijelima. a.) Odredite mase tijela na slici. b.) Odredite iznos sile F koja djeluje kao na slici da bi sustav mirovao. c.) izvrijednite rezultat za θ = 0.



## ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2009/10 – 10.3.2010.

**Srednje škole – 3. skupina**
**Rješenja i smjernice za bodovanje**

**1. zadatak (10 bodova)**
U točkama u kojima je magnetsko polje jednako nuli ponište se doprinosi sva tri magnetska polja. Prema pravilu desne ruke može se odrediti smjer polja pojedine žice i vidjeti da se te točke nalaze na spojnici žica, negdje između srednje i gornje, tj. donje žice **[1 bod]**. Ako se udaljenost tih točki od srednje žice označi sa y, vrijedi:

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi(d-y)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi y} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d+y)}$$ **[2 boda]**

Rješenja ove jednadžbe su:

$$y = \pm\frac{d}{\sqrt{3}} = 1\text{cm}$$ **[1 bod]**

a.) Ako se srednja žica pomakne za x=1mm prema gore, tad na nju djeluju dvije sile od preostale dvije žice. Te sile su suprotnog smjera jer su magnetska polja dvaju žica suprotnog smjera. Magnetska sila među bilo koje dvije žice jednaka je

$$F = BIl = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi\Delta} l$$ **[1 bod]**

pri čemu je $\Delta$ udaljenost među žicama. U ovom slučaju su te udaljenosti jednake d+x i d-x:

$$f = \frac{F}{l} = \frac{ma}{l} = \lambda a = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi(d+x)} - \frac{\mu_0 I^2}{2\pi(d-x)}$$ **[1 bod]**

b.) Ako se iskoristi relacija dana u zadatku sa n=1, slijedi:

$$f = \lambda a = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi(d+x)} - \frac{\mu_0 I^2}{2\pi(d-x)} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\frac{1}{d}(1-\frac{x}{d}) - \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\frac{1}{d}(1+\frac{x}{d}) = -\frac{\mu_0 I^2}{\pi d^2} x$$ **[2 boda]**

Dobila se jednadžba harmonijskog oscilatora sa $k = \frac{\mu_0 I^2}{\pi d^2} l$ i $m = \lambda l$. Period titranja je:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\pi\lambda}{\mu_0}}\frac{d}{I} = 2\pi\sqrt{\frac{\pi\cdot 4/3\cdot 10^{-3}}{4\pi\cdot 10^{-7}}}\frac{\sqrt{3}\cdot 10^{-2}}{6{,}28} = 1s$$ **[2 boda]**

**2. zadatak (10 bodova)**
Veza kružne frekvencije, mase tijela i konstante opruge dana je sa:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 1Hz \Rightarrow \frac{k}{m} = 1\frac{N}{kg\cdot m}$$ **[1 bod]**

a.) Kad se opruga razreže, promijeni joj se konstanta **[1 bod]**. Jedan od načina da se to vidi je ovaj: ako je konstanta npr. 1N/m, tad da se opruga rastegne 1m potreban je 1N. No, taj jedan metar može se gledati kao da se svaka polovica rastegla pola metra. Stoga, za svaku polovicu vrijedi da je

$$k' = \frac{F}{\Delta x} = \frac{1N}{0{,}5m} = 2N/m$$

Drugim riječima, ako se opruga razreže na pola, konstanta joj se udvostruči. Ako se razreže na četiri djela, konstanta se učetverostruči. Masa novog tijela je četvrtina početne mase tijela. **[2 boda]**

Tijelo je sad vezano za zid oprugom konstante k'=4k i ima masu m'=m/4. Nova kružna frekvencija iznosi:

$$\omega' = \sqrt{\frac{k'}{m/4}} = \sqrt{\frac{16k}{m}} = \sqrt{16}\sqrt{\frac{k}{m}} = 4\omega = 4Hz$$ **[2 boda]**

Period i frekvencija ne ovise o amplitudi. **[1 bod]**

b.) Ako se opruga razreže na N umjesto na 2 dijela, tad konstante novonastalih opruga iznose k'=Nk **[1 bod]**. Masa novonastalog tijela iznosi m'=m/M. Nova frekvencija titranja tad je jednaka:

$$\omega' = \sqrt{\frac{k'}{m'}} = \sqrt{\frac{Nk}{m/M}} = \sqrt{NM}\,\omega$$ **[1 bod]**

Zahtjev da to iznosi $\sqrt{7}$ Hz daje NM=7. Kako i N i M moraju biti prirodni brojevi veći od jedan, a 7 je prost broj, ovaj zahtjev ne može biti ispunjen. **[1 bod]**

**3. zadatak (10 bodova)**
Kad je otpor promjenjivog otpornika jednak nuli, impedancija cijelog kruga jednaka je impedanciji zavojnice:

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} = \sqrt{40^2 + (0{,}1 \cdot 6{,}28 \cdot 50)^2} = 50{,}85\Omega$$ **[2 boda]**

Struja koja prolazi zavojnicom jednaka je:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220V}{50{,}85\Omega} = 4{,}33A$$ **[1 bod]**

Snaga kojom se grije zavojnica je tad:

$$P = RI^2 = 40 \cdot (4{,}33)^2 = 750W$$ **[1 bod]**

Ako se uključi promjenjivi otpornik, impedancija kruga iznosi:

$$Z = \sqrt{(R+R_p)^2 + (L\omega)^2}$$ **[2 boda]**

Istim postupkom kao i ranije dobije se struja koja prolazi kroz zavojnicu i snaga kojom se zavojnica grije:

$$P = RI^2 = R\left(\frac{U}{Z}\right)^2 = R\frac{U^2}{(R+R_p)^2 + (L\omega)^2}$$ **[2 boda]**

Sad se postavi uvjet da ta snaga bude jednaka pola prethodne, tj. 375W. Rješavanjem po $R_p$ ispada da je:

$$R_p = \sqrt{\frac{U^2 R}{P} - (L\omega)^2} - R = \sqrt{\frac{220^2 \cdot 40}{375} - (0{,}1\cdot 6{,}28\cdot 50)^2} - 40 = 24{,}63\Omega$$ **[2 boda]**

**4. zadatak (10 bodova)**
Ako je brzina zida manja od brzine zvuka, tad zvuk stiže do zida i odbija se. Prijamnik detektira dva zvuka: jedan direktno od izvora, a drugi koji se odbio od zida. **[2 boda]**

Prvi zvuk ima frekvenciju f=390Hz **[1 bod]**, a drugom se dese dvije stvari: prvo se frekvencija snizi zbog udaljavanja zida:

$$f' = f\frac{c-v}{c} = 390\frac{330-110}{330} = 260Hz$$ **[2 boda]**

A zatim se zvuk reflektira i prilazi detektoru. Pomak u frekvenciji tad je jednak:

$$f'' = f'\frac{c}{c+v} = 260\frac{330}{330+110} = 195Hz$$ **[2 boda]**

Razlika u frekvenciji dva detektirana zvuka iznosi 390Hz-195Hz = 195Hz. **[1 bod]**

Ako se zid udaljava brzinom većom od brzine zvuka, tad zvuk do njega ne stigne i na prijamniku se čuje samo originalni zvuk frekvencije 390Hz. **[2 boda]**

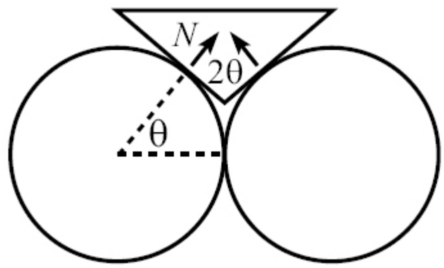
**5. zadatak (10 bodova)**
a.) masa tijela jednaka je umnošku plošne gustoće i površine tijela. Za tijela na slici treba prvo odrediti površinu. Iz skice se vidi da kut trokuta mora biti jednak 2θ **[1 bod]**. Površina se može dobiti npr. na slijedeći način: iz vrha se povuče okomica na bazu i trokut se podijeli na dva jednaka pravokutna trokuta oštrog kuta θ. Stranice tog trokuta jednake su L, Lcosθ i Lsinθ. Površine i mase cijelog trokuta i kruga jednake su:

$$P_{trokut} = 2P_{prav.trokut} = 2\frac{ab}{2} = ab = L\sin\theta\cdot\cos\theta = L\sin\theta\cos\theta$$ **[2 boda]**

$m_{trokut} = \sigma P_{trokut} = \sigma L \sin\theta \cos\theta$ **[1 bod]**

$m_{krug} = \sigma R^2 \pi$ **[1 bod]**

b.) Iznos sile F mora biti jednak iznosu horizontalne komponente sile N, tj. Ncosθ sa slike **[1 bod]**. Ako sustav miruje, vertikalne komponente sile N, tj. 2Nsinθ izjednačena je sa masom trokuta **[1 bod]**.




To daje:

$$2N\sin\theta = \sigma L \sin\theta\cos\theta \cdot g \Rightarrow N = \frac{\sigma L g \cos\theta}{2}$$

**[1 bod]**

Sila F tad je jednaka

$$F = N\cos\theta = \frac{\sigma L g \cos^2\theta}{2}$$ **[1 bod]**

c.) Kad je θ=0, sila iznosi $F = \frac{\sigma L g}{2}$. **[1 bod]**

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2009/10 – 10. 3. 2010.

**Srednje škole - 4. grupa**

**1. zadatak (10 bodova)**

Promotrite, neovisno jednu od druge, dvije tanke leće načinjene od različitog stakla: jedna od borosilikatnog, a druga od gustog flint stakla. Obje granične plohe kod obiju sabirnih leća imaju polumjer zakrivljenosti 10cm. Indeks loma borosilikatnog stakla mijenja se od 1,51 za crvenu svjetlost do 1,53 za ljubičastu, a gustog flint stakla od 1,72 za crvenu do 1,80 za ljubičastu svjetlost.

Gdje će svaka od leća fokusirati uski paralelan snop bijele svjetlosti koja upada po optičkoj osi leće? Opišite nastalu sliku!

Za borosilikatnu leću izračunajte položaj i veličinu slike predmeta čija je veličina 1mm i koji je smješten na optičkoj osi na udaljenosti 12cm od središta leće! Što bi se vidjelo kad bi u prostor gdje se pojavljuje slika ispustili paru?

Navedite prednost i nedostatak svake leće pri uporabi za korekciju vida!

**2. zadatak (10 bodova)**

Odašiljač radio postaje emitira elektromagnetske valove frekvencije 800kHz (tzv. dugi valovi). Radio prijemnik je udaljen 40km od odašiljača. Valovi od odašiljača do radio prijemnika stižu duž dvije putanje: jedna je ravno od odašiljača do prijemnika, a druga je nakon refleksije na sloju ionosfere. Pri toj refleksiji nema pomaka u fazi. Na kojoj je najmanjoj mogućoj visini taj sloj ionosfere, za koju se pojavi destruktivna interferencija?

**3. zadatak (10 bodova)**

Fotoreceptorske stanice na mrežnici oka udaljene su međusobno 1μm. Koliki je promjer zjenice (otvor kroz koji ulazi svjetlost u oko) koja bi davala difrakcijsku sliku udaljenog predmeta takvu da prvi minimum bude na mjestu fotoreceptorske stanice koja je susjedna od one gdje se pojavio maksimum? Mrežnica je od zjenice udaljena 2cm, a unutar oka je fluid indeksa loma 1.336. Za valnu duljinu uzmite 550nm. Usporedbom s vlastitim okom, zaključite da li gustoća receptora ograničava rezoluciju/jasnoću slike koju gledamo?

**4. zadatak (10 bodova)**

Elektron u poluvodiču može se gibati kao slobodan, s tim da mu je zbog međudjelovanja s kristalnom rešetkom efektivna masa promijenjena. Određen defekt u siliciju ima manjak jednog elementarnog naboja te djeluje privlačno na gibajući elektron. Elektron se stoga giba slično kao u vodikovu atomu, s tim da je u tom poluvodiču relativna permitivnost 12. Izvedite izraz za dopuštene energije elektrona koji se giba oko nabijenog defekta u siliciju! Kolika je efektivna masa elektrona ako je izmjerena valna duljina fotona emitiranog pri prijelazu elektrona iz prvog pobuđenog stanja u osnovno stanje 15.73μm?

**5. zadatak (10 bodova)**

Buga i Tuga promatraju istu česticu koja se giba određenom brzinom. Buga tvrdi da je količina gibanja čestice $8{,}68\cdot10^{-19}$kgm/s, a Tuga tvrdi da je količina gibanja čestice $7{,}09\cdot10^{-19}$kgm/s. Tko je u pravu: Buga ili Tuga? (Jedna je računala relativistički, a druga nerelativistički.) Kolike su masa i kinetička energija promatrane čestice?

$h=6{,}626\cdot10^{-34}$Js, $c=3\cdot10^{8}$m/s, $\varepsilon_0=8{,}854\cdot10^{-12}$F/m, $e=1{,}6\cdot10^{-19}$C

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2009/10 – 10. 3. 2010.

Srednje škole - 4. grupa
Rrješenja i bodovanje

**1. zadatak (10 bodova)**

Žarišna daljina leće dana je s $\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$, gdje je $n$ indeks loma stakla, a $R_1$ i $R_2$ polumjeri zakrivljenosti granične plohe leće. Kod nas je $R_2 = -R_1$, pa je $f=\frac{R}{2(n-1)}$. **(2 boda)**

Za borosilikatnu leću je $f_{b,crv}$=9,80cm i $f_{b,ljub}$=9,43cm, dok je za flint leću $f_{f,crv}$=6,94cm i $f_{f,ljub}$=6,25cm . **(1 bod)**

Na tim mjestima će se fokusirati snop pripadne boje, a između crvene i ljubičaste krajnje točke bit će na optičkoj osi svijetla linija s kontinuiranom promjenom boje iz spektra bijele svjetlosti. **(1 bod)**

Iz $\frac{1}{f}=\frac{1}{x}+\frac{1}{x'}$ slijedi $x'=\frac{fx}{x-f}$, a iz $\frac{y'}{y}=-\frac{x'}{x}$ slijedi $y'=-\frac{fy}{x-f}$. **(2 boda)**

Za crvenu svjetlost je $x'$=53,45cm i $y'$=4,45mm, a za ljubičastu $x'$=44,03cm i $y'$=3.67mm. **(1 bod)**

Na pari koja djelomično raspršuje svjetlost bi se vidjelo između ova dva položaja razvučenu sliku koja kontinuirano mijenja boju i s kontinuiranom promjenom veličine. **(1 boda)**

Borosilikatna leća manje rastavlja/razvlači sliku po bojama, ali mora biti deblja zbog manjeg indeksa loma. Flint leća može biti tanja zbog većeg indeksa loma, ali jače rastavlja/razvlači sliku po bojama. **(2 boda)**

**2. zadatak (10 bodova)**

Ako je udaljenost odašiljača i prijemnika $D$, onda zraka koja se reflektira na polovici puta na sloju ionosfere prijeđe put $2\sqrt{H^2+(D/2)^2}$, gdje je $H$ visina na kojoj je sloj. **(2 boda)**

Razlika puta s obzirom na direktnu zraku je $\Delta = 2\sqrt{H^2+(D/2)^2}-D$. **(2 boda)**

Kako $H$ raste, povećava se $\Delta$, i kad postane $\Delta=\lambda/2$, dogodi se prva destruktivna interferencija. **(2 boda)**

Slijedi $H=\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2+\lambda D}$. **(2 boda)**

Za $\lambda=c/\nu$, gdje je $\nu=8\cdot10^5$Hz i $D$=40000m dobije se $H$=1940m kao najniža visina sloja ionosfere za koju se pojavi destruktivna interferencija. **(2 boda)**

**3. zadatak (10 bodova)**

Za difrakciju na kružnom otvoru pojavit će se minimum pod kutom za koji je $na\sin\theta=1{,}22\lambda$, gdje je $n$=1.336 indeks loma sredstva, $a$ promjer zjenice, te $\lambda$=550nm. **(3 boda)**

Da bi na jednom fotoreceptoru bio maksimum, a na drugom (susjednom) minimum, treba biti $\mathrm{tg}\theta=d/l$, gdje je $d$=1μm udaljenost među fotoreceptorima i $l$=2cm udaljenost mrežnice od zjenice. **(3 boda)**

Za mali kut je sin$\theta$ = tg$\theta$ pa slijedi $a = \dfrac{1{,}22\lambda l}{nd}$ =1cm. **(2 boda)**

Budući da je zjenica dosta manja, difraktirani snop je jače raširen nego što je razmak među fotoreceptorima, pa njihova gustoća nije ograničavajući faktor na rezoluciju slike, već je to difrakcija. **(2 boda)**

**4. zadatak (10 bodova)**

*m* je efektivna masa elektrona, *q* njegov naboj, a *Q* naboj defekta (oba iznose *e*).

Kutna količina gibanja mu je kvantizirana: $L_n = mv_n r_n = n\dfrac{h}{2\pi}$. **(1 bod)**

Stabilnost putanje određena mu je s: $\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r_n^2} = m\dfrac{v_n^2}{r_n}$. **(1 bod)**

Te dvije jednadžbe daju $r_n = \dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_r n^2 h^2}{\pi mqQ}$ i $v_n = \dfrac{qQ}{2\varepsilon_0\varepsilon_r nh}$. **(2 boda)**

Ukupna energija elektrona je $E_n = \dfrac{mv_n^2}{2} - \dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r_n} = -\dfrac{mq^2Q^2}{8h^2\varepsilon_0^2\varepsilon_r^2 n^2}$. **(2 boda)**

Valna duljina emitiranog fotona je $\lambda_{21} = \dfrac{hc}{E_2 - E_1}$ =15.73μm. **(1 bod)**

Razlika energija $E_2 - E_1 = \dfrac{3}{4}\dfrac{mq^2Q^2}{8h^2\varepsilon_0^2\varepsilon_r^2}$ **(1 bod)**

Slijedi efektivna masa elektrona $m = \dfrac{32h^3 c\varepsilon_0^2\varepsilon_r^2}{3\lambda_{21}e^4}$ =1,02·10$^{-30}$kg. **(2 boda)**

**5. zadatak (10 bodova)**

*E* je ukupna energija, *K* kinetička energija, *p* količina gibanja i *m* masa mirovanja čestice.

Iz $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$ i $E = K + mc^2$ slijedi $p = \sqrt{2Km + \dfrac{K^2}{c^2}}$. **(3 boda)**

Za nerelativistički slučaj je $p_n = \sqrt{2Km}$. **(1 bod)**

Buga je u pravu jer je relativistička vrijednost veća. **(2 boda)**

Eliminacijom *m* dobije se $K = c\sqrt{p^2 - p_n^2}$, a potom $m = \dfrac{p_n^2}{2K}$. **(2 boda)**

Slijedi *m*=1,67·10$^{-27}$kg i *K*=1,5·10$^{-10}$J. **(2 boda)**