OPĆINSKO/GRADSKO (ILI ŠKOLSKO) NATJECANJE IZ FIZIKE – 2.2.2010.

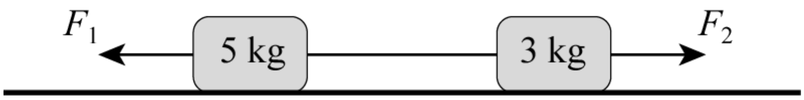
Srednje škole – 1. skupina

1. zadatak (10 bodova)
Automobil vozi na cesti izvan naselja brzinom 80 km/h te ulazi u naseljeno područje u kojem je najveća dozvoljena brzina kretanja vozila 50 km/h. Na ulazu u naselje postavljen je prometni znak ograničenja brzine. Policajac stoji 50 m iza prometnog znaka i mjeri brzinu vozila u trenutku kada prođu pored njega. Ako vozač počne kočiti u trenutku prolaska pored prometnog znaka, izračunajte najmanje usporenje kojim vozač mora usporavati da ne plati kaznu za prebrzu vožnju. Koliko vremena traje vožnja od prometnog znaka do policajca?

2. zadatak (10 bodova)
Dva trkača istovremeno krenu iz iste točke po 400 m dugoj kružnoj stazi u suprotnim smjerovima. Prvi trkač trči brzinom 6.2 m/s, a drugi trkač trči brzinom 3.8 m/s. Nakon koliko vremena će se trkači prvi put sresti? Ako trkači krenu u istom smjeru, nakon koliko vremena će brži biti bolji za cijeli krug?

3. zadatak (10 bodova)
Dva tijela masa 5 kg i 3 kg povezana su nerastezljivim užezom zanemarive mase. Na tijelo mase 3 kg djelujemo silom $F_2 = 20$ N. Izračunajte silu F_1 i silu napetosti užeta, ako se sustav giba:

a) Jednoliko ubrzano, ubrzanjem $1.5\ \mathrm{m/s^2}$ prema desno.
b) Stalnom brzinom 2 m/s prema lijevo.



4. zadatak (10 bodova)
Kružna ploča mase 50 kg i polumjera 0.5 m okreće se oko vertikalne osi koja prolazi središtem ploče. Ploča napravi 30 okretaja u minuti. Malo tijelo mase 25 g nalazi se na ploči na udaljenosi 20 cm od osi vrtnje. Nacrtajte sve sile koje djeluju na malo tijelo! Koliko mora iznositi koeficijent trenja između tijela i ploče da tijelo ne sklizne s ploče?

5. zadatak (10 bodova)
Kompozicija od pet vagona miruje na ravnoj pruzi. Masa svakog vagona je 1 t. Lokomotiva mase 5 t giba se prema vagonima brzinom 6 m/s te se sudara sa vagonima. Nakon sudara jedan vagon se otkvači i nastavi se gibati brzinom dvostruko većom od početne brzine lokomotive, a lokomotiva i preostala četiri vagona se gibaju zajedno.

a) Izračunajte brzinu i smjer gibanja lokomotive sa vagonima nakon sudara.
b) Ako nakon sudara lokomotiva i četiri vagona miruju, a samo jedan vagon se giba, izračunajte iznos i smjer brzine tog vagona.

Srednje škole – 1. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (10 bodova)

Za jednoliko usporeno gibanje automobila od prometnog znaka do policajca vrijedi:

$$v(t) = v_0 - at$$

$$s(t) = v_0 t - \frac{1}{2}at^2$$ (2 boda)

Iz prve jednadžbe slijedi:

$$v_1 = v_0 - at \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_0 - v_1}{a}$$

Uvrštavanjem u drugu jednadžbu:

$$s = v_0 \frac{v_0 - v_1}{a} - \frac{1}{2}a\left(\frac{v_0 - v_1}{a}\right)^2 = \frac{2v_0^2 - 2v_0 v_1 - v_0^2 - v_1^2 + 2v_0 v_1}{2a} = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2a}$$ (3 boda)

Iz čega slijedi:

$$a = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2s} = \frac{(22.22 \text{ m/s})^2 - (13.89 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 50 \text{ m}} = 3.0 \text{ m/s}^2$$ (2 boda)

Vrijeme vožnje jednako je:

$$t = \frac{v_0 - v_1}{a} = \frac{2s}{v_0 + v_1} = 2.77 \text{ s}$$ (3 boda)

2. zadatak (10 bodova)

Ako trkači krenu u suprotnim smjerovima:

$$s_1 + s_2 = s$$

$$v_1 t + v_2 t = s$$ (2 boda)

$$(v_1 + v_2)t = s \quad \Rightarrow \quad t = \frac{s}{v_1 + v_2} = \frac{400 \text{ m}}{6.2 \text{ m/s} + 3.8 \text{ m/s}} = 40 \text{ s}$$ (3 boda)

Ako trkači krenu u istom smjeru:

$$s_1 - s_2 = s$$

$$v_1 t - v_2 t = s$$ (2 boda)

$$(v_1 - v_2)t = s \quad \Rightarrow \quad t = \frac{s}{v_1 - v_2} = \frac{400 \text{ m}}{6.2 \text{ m/s} - 3.8 \text{ m/s}} = 167 \text{ s}$$ (3 boda)

3. zadatak (10 bodova)

a) Primjenimo 2. Newtonov zakon na oba tijela:

$$m_1 a = T - F_1$$

$$m_2 a = F_2 - T$$ (2 boda)

Zbrajanjem jednadžbi slijedi:

$$(m_1 + m_2)a = F_2 - F_1 \quad \Rightarrow \quad F_1 = F_2 - (m_1 + m_2)a = 8 \text{ N}$$ (2 boda)

Napetost niti je:

$T = F_2 - m_2 a = 15.5\ \text{N}$ (ili $T = m_1 a + F_1 = 15.5\ \text{N}$) (1 bod)

b) Ponovo primjenjujemo 2. Newtonov zakon na oba tijela:

$0 = T - F_1$

$0 = F_2 - T$ (2 boda)

Zbrajanjem jednadžbi slijedi:

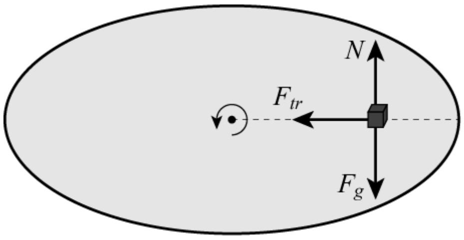
$0 = F_2 - F_1 \quad \Rightarrow \quad F_1 = F_2 = 20\ \text{N}$ (2 boda)

Napetost niti je:

$T = F_1 = F_2 = 20\ \text{N}$ (1 bod)

4. zadatak (10 bodova)

Na malo tijelo djeluju tri sile: težina, reakcija podloge i sila trenja:



(3 boda)

Ako se tijelo giba po kružnici na stalnom polumjeru, vrijedi:

$F_{cp} = F_{tr}$ (1 bod)

$m\dfrac{v^2}{r} = \mu N$ (2 boda)

Uvrštavanjem $N = mg$ i $v = r\omega$ dobije se (2 boda)

$m\omega^2 r = \mu m g \quad \Rightarrow \quad \mu = \dfrac{\omega^2 r}{g} = \left(\dfrac{30 \cdot 2\pi}{60\ \text{s}}\right)^2 \cdot \dfrac{0.2\ \text{m}}{9.81\ \text{m/s}^2} = 0.2$ (2 boda)

5. zadatak (10 bodova)

a) Zakon očuvanja količina gibanja za sudar glasi:

$MV_0 = mv_1 + (M + 4m)v_2$ (2 boda)

$MV_0 = m2V_0 + (M + 4m)v_2$

$(M - 2m)V_0 = (M + 4m)v_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \dfrac{M - 2m}{M + 4m}V_0 = \dfrac{5\ \text{t} - 2 \cdot 1\ \text{t}}{5\ \text{t} + 4 \cdot 1\ \text{t}} \cdot 6\ \text{m/s} = 2\ \text{m/s}$ (3 boda)

Lokomotiva sa vagonima giba se brzinom 2 m/s u smjeru početne brzine lokomotive.
(1 bod)

b) Ako lokomotiva i četiri vagona nakon sudara miruju, zakon očuvanja količine gibanja glasi:

$MV_0 = mv_1'$ (2 boda)

$v_1' = \dfrac{M}{m}V_0 = \dfrac{5\ \text{t}}{1\ \text{t}} \cdot 6\ \text{m/s} = 30\ \text{m/s}$ (2 boda)

OPĆINSKO/GRADSKO (ILI ŠKOLSKO) NATJECANJE IZ FIZIKE – 2.2.2010.

Srednje škole – 2. grupa

1. zadatak (8 bodova)

Za mjerenje duljine koristi se metalni metar čija duljina pri temperaturi 20°C iznosi 50 m. Jednog vrućeg ljetnog dana, kada je temperatura iznosila 35°C, s tim metrom mjerena je duljina lopatice turbine i dobivena je vrijednost 30.102 m. Kolika je prava duljina lopatice turbine na temperaturi 35°C? Koeficijent linearne termičke ekspanzije materijala od kojeg je napravljen metar je $2.4 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}.

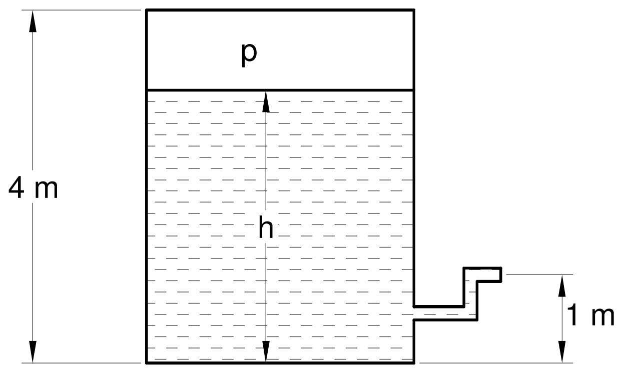
2. zadatak (12 bodova)

Na veliku cisternu pričvršćena je uska cijev kao na slici. Cisterna je napunjena vodom do visine h, zatvorena je na vrhu i termički izolirana. Između poklopca i površine vode nalazi se komprimirani zrak. Kada je visina vode u cisterni h=3.5 m, tlak zraka je $p=4.2\cdot 10^5$ Pa. Atmosferski tlak je 10^5 Pa.

a) Izračunajte brzinu istjecanja vode kroz cijev kada je visina vode h=3.5 m

b) Kolika će biti visina vode u cisterni kada voda prestane istjecati kroz cijev?

Gustoća vode je 1000 kg/m^3.



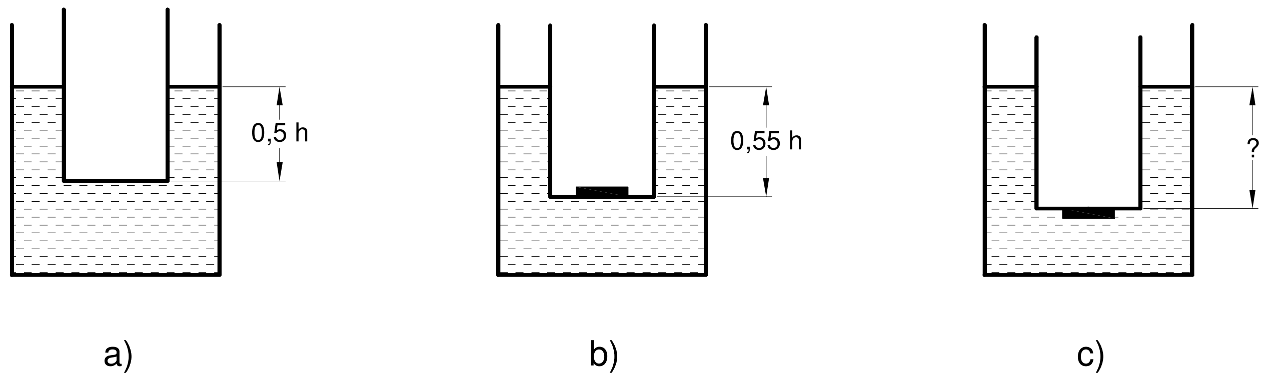
3. zadatak (9 bodova)

U termički izoliranoj posudi nalaze se na temperaturi 0°C: 2.4 kg vode i 0.45 kg leda. Izlaz cijevi, koja izlazi iz bojlera u kojem ključa voda pri atmosferskom tlaku, uroni se u smjesu vode i leda u posudi. Koliko se vodene pare mora kondenzirati u posudi (pri atmosferskom tlaku) da bi konačna temperatura smjese u posudi iznosila 28°C? Prijenos topline na posudu je zanemariv.

Specifični toplinski kapacitet vode je 4186 J/(kgK), latentna toplina taljenja leda je $3.35 \cdot 10^5$ J/kg, a latentna toplina isparavanja vode je $2.256 \cdot 10^6$ J/kg.

4. zadatak (11 bodova)

Prazna posuda u obliku valjka, mase *M*, uronjena je u vodu tako da je pola visine h posude uronjeno u vodu, a ostatak je izvan vode (slika a)). Ako se bakreni novčić mase *m* stavi u posudu, u vodi se nalazi 55% visine posude (slika b)). Koliki dio visine posude će biti uronjen u vodu ako taj isti novčić pričvrstimo za vanjsku stranu dna posude (slika c))? Gustoća vode je 1000 kg/m^3, a gustoća bakra je 8900 kg/m^3.



5. zadatak (10 bodova)

Točkasto tijelo zanemarive mase nabijeno je nabojem q_1 = +0.1 μC i učvršćeno je u točki (x,y)=(1 cm , 0). Drugo točkasto tijelo zanemarive mase nabijeno je nabojem q_2 = +0.4 μC i učvršćeno je u točki (x,y)=(0, -2 cm). Ako se u ishodište koordinatnog sustava stavi točkasto tijelo zanemarive mase i naboja q_3 = +0.1 μC, izračunajte ukupnu silu koja djeluje na taj naboj q_3. Gdje i na koju udaljenost od naboja q_3 morate staviti točkasto tijelo zanemarive mase i naboja q_4 = -0.9 μC tako da naboj q_3 ostane mirovati i nakon što ga pustite da se giba? k=9·10^9 Nm^{2}C^{-2}

Srednje škole – 2. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (8 bodova)

Zbog termičke ekspanzije duljina metalnog metra je na temperaturi 35°C veća za

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta T$$ **(1 bod)**

pa na toj temperaturi njegova duljina iznosi:

$$l = l_0(1+\alpha\cdot\Delta T) = 50\text{m}(1+2.4\cdot10^{-5}K^{-1}15\text{K}) = 50.018\text{m}$$ **(2 boda)**

Rezultat mjerenja duljine lopatice dobiven s takvim metrom na 35°C je nešto manji od prave duljine lopatice (označimo je s L) na 35°C **(1 bod)** i vrijedi

$$\frac{50.018m}{50m} = \frac{L}{30.102m}$$ **(2 boda)**

Prava duljina lopatice turbine je $L = 30.11284m \approx 30.113m$ **(2 boda).**

Napomena: Još uvijek se po udžbenicima može naći izraz $l = l_0(1+\alpha t)$ gdje je l_0 duljina na 0^oC a t temperature u ^oC. Prihvatiti i takav način rješavanja pored gore navedenog.

2. zadatak (12 bodova)

a) Primjenom Bernullijevog teorema na gornju površinu vode (v, h) i otvor na cijevi kroz koji teče voda (v_1, h_1) dobivamo:

$$p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho g h = p_{at} + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1$$ **(1 bod)**

Protok vode je stalan pa vrijedi $S_{cisterne}v = S_{cijevi}v_1$ i budući da je površina cisterne puno veća od površine otvora cijevi, brzina v je zanemarivo malena **(1 bod)** , pa dobivamo:

$$v_1^2 = \frac{2}{\rho}(p - p_{at} + \rho g(h-h_1))$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2}{\rho}(p - p_{at} + \rho g(h-h_1))} = \sqrt{\frac{2}{10^3\,\text{kg/m}^3}(4.2\cdot10^5\,\text{Pa} - 10^5\,\text{Pa} + 10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9.81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot(3.5\text{m}-1\text{m}))} = 26.25\text{m/s}$$

(2 boda)

b) Istjecanjem vode povećava se volumen zraka u cisterni iznad vode. Cisterna je termički izolirana, pa se povećavanjem volumena smanjuje tlak zraka. **(1 bod)**

U trenutku kada visina vode u cisterni iznosi h=3.5 m, volumen zraka u cisterni je

$$V = S_{cisterne}(4\text{m} - 3.5\text{m}) = S_{Cisterne}0.5\text{m}$$

U trenutku kada visina vode u cisterni iznosi h_2, volumen zraka u cisterni je

$$V_2 = S_{cisterne}(4\text{m} - h_2)$$ **(1 bod)**

Izotermnim povećavanjem volumena, smanjuje se tlak zraka u cisterni:

$$pV = p_2V_2$$

Odnosno, tlak zraka pri volumenu V_2 je:

$$p_2 = pV/V_2 \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Uvrstivši izraze za volumene dobiva se $p_2 = p\dfrac{0.5\mathrm{m}}{(4\mathrm{m} - \mathrm{h}_2)}$. **(*)**

Primjenom Bernullijevog teorema na gornju površinu vode ($v2$, $h2$) i otvor na cijevi kroz koji teče voda (v_1, h_1) dobivamo:

$$p_2 + \frac{\rho v_2^{\,2}}{2} + \rho g h_2 = p_{at} + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1$$

U trenutku prestanka istjecanja vode brzine v_1 i v_2 su nula pa se, nakon uvrštavanja izraza za p_2 (*) u gornju relaciju, dobiva:

$$p\frac{0.5m}{(4m - h_2)} + \rho g h_2 = p_{at} + \rho g h_1 \qquad \textbf{(1 bod)}$$

$$p \cdot 0.5m + (4m - h_2)\rho g h_2 = (p_{at} + \rho g h_1)(4m - h_2)$$

Sređivanjem se dobije kvadratna jednadžba za h_2:

$$-\rho g (h_2)^2 + ((4m)\cdot g\rho + p_{at} + \rho g h_1)(h_2) + (p \cdot 0.5m - (4m)\cdot(p_{at} + \rho g h_1)) = 0$$

$$-10^3\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}(h_2)^2 + ((4\mathrm{m})\cdot 9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}10^3\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} + 10^5\,\mathrm{Pa} + 10^3\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}1\mathrm{m})(h_2) +$$

$$+ (4.2\cdot 10^5\,\mathrm{Pa}\cdot 0.5\mathrm{m} - (4\mathrm{m})\cdot(10^5\,\mathrm{Pa} + 10^3\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}1\mathrm{m})) = 0$$

$$-9810(h_2)^2 + 149050(h_2) - 229240 = 0 \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Kvadratna jednadžba ima dva rješenja

$$h_2 = \frac{-149050 \pm 114980.54}{-2\cdot 9810}\mathrm{m}$$

(h_2=1.74 m i h_2=13.46 m) pri čemu rješenje h_2=13.46 m nema fizikalnog smisla. **(2 boda)**
Dakle, voda prestaje istjecati iz uske cijevi kada visina vode u cisterni iznosi 1.74 m.

3. zadatak (9 bodova)
Kondenziranjem vodene pare, mase m_P, oslobađa se toplina:

$$m_P \cdot 2256\cdot 10^3 J/kg \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Hlađenjem dobivene vode na 28°C oslobodi se toplina:

$$m_p c_V \Delta t = m_p 4186\frac{J}{kgK}(100^o C - 28^o C) = m_p 301392\frac{J}{K} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Dakle, ukupna oslobođena toplina iznosi $m_p(2256000 + 301392)\dfrac{J}{kg} = m_P 2557392\dfrac{J}{kg}$ **(1 bod)**

Ta toplina se troši na:

1. zagrijavanje vode od 0°C do 28°C:

$$m_V c_V \Delta t = 2.4kg \cdot 4186\frac{J}{kgK}(28^o C) = 281299.2J$$ **(1 bod)**

2. taljenje leda:

$$m_L 3.35 \cdot 10^5 \frac{J}{kg} = 0.45kg \cdot 3.35 \cdot 10^5 \frac{J}{kg} = 150750J$$ **(1 bod)**

3. zagrijavanje vode nastale taljenjem leda:

$$m_L c_V \Delta t = 0.45kg \cdot 4186\frac{J}{kgK}(28^o C) = 52743.6J$$ **(1 bod)**

Dakle, ukupna potrošena toplina je $281299.2J + 150750J + 52743.6J = 484792.8J$ **(1 bod)**, pa je tražena masa vodene pare:

$$m_p = \frac{484792.8J}{2557392J/kg} = 0.189565kg \approx 190g$$ **(2 boda)**

4. zadatak (11 bodova)

Na slici a), kada je prazna posuda uronjena u vodu, sila uzgona na nju jednaka je njenoj težini:

$$\rho_V g\Delta V_1 = Mg$$ **(1 bod)**

pri čemu je volumen koji zauzima uronjeni dio posude $\Delta V_1 = 0.5hS$ (h je visina posude, a S je površina njenog dna), a ρ_V je gustoća vode. Dobiva se

$$Sh = \frac{2M}{\rho_V}$$ **(*) (1 bod)**

Kada je novčić u posudi sila uzgona jednaka je zbroju težina posude i novčića:

$$\rho_V g\Delta V_2 = Mg + mg$$ **(1 bod)**

pri čemu je $\Delta V_2 = 0.55hS$. Dobiva se

$$S0.55hg\rho_V = Mg + mg$$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem izraza (*) u gornju relaciju dobiva se:

$$m = 0.1M \quad (**)$$ **(1 bod)**

Kada je novčić pričvršćen na vanjskoj strani dna posude vrijedi:

$$\rho_V g\Delta V_3 + \rho_V gV = Mg + mg$$ **(1 bod)**

pri čemu je $\Delta V_3 = xhS$ volumen koji u vodi zauzima posuda, a $V = m/\rho_{Cu}$ je volumen bakrenog novčića (ρ_{Cu} je gustoća bakra) pa vrijedi

$$\rho_V gxhS + \rho_V g \frac{m}{\rho_{Cu}} = Mg + mg$$ **(1 bod)**

Uvrštavanje izraza (*) i (**) u zadnje napisanu relaciju dobiva se jednadžba za x:

$$2Mx + 0.1M \frac{\rho_V}{\rho_{Cu}} = M + 0.1M$$

$$x = \frac{1.1 - 0.1\frac{\rho_v}{\rho_{Cu}}}{2} = 0.544$$

Dakle, u vodi će biti 0.544 visine valjka (ili 54.4% visine valjka). **(4 boda)**

5. zadatak (10 bodova)

Naboj q_3 udaljen je za $r_1 = 1$ cm od naboja q_1 *i za* za $r_2 = 2$ cm od naboja q_2.

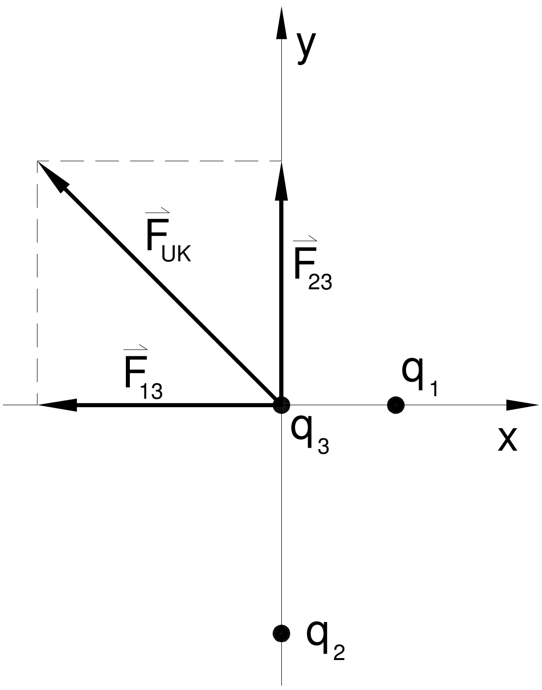
Svaki od naboja q_1 *i* q_2 djeluje na q_3 silom:

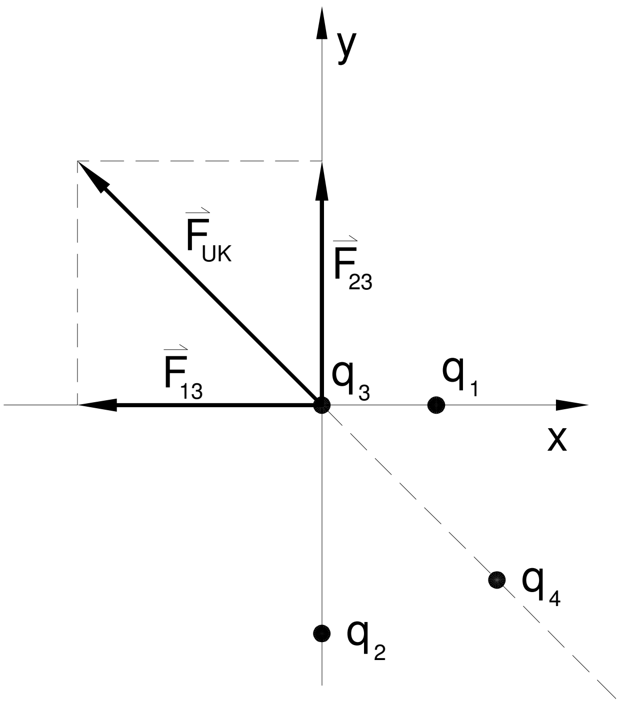
$$F_{i3} = k\frac{q_i q_3}{r_i^2}$$ **(1 bod)**

Dobiva se : F_{13}= 0.9 N, F_{23}= 0.9 N **(1 bod).**

Sile F_{13} i F_{23} su na okomitim pravcima pa je ukupna sila na q_3:

$$F_{uk} = \sqrt{F_{23}^2 + F_{13}^2} = 0.9\sqrt{2}\ \text{N}$$ **(2 boda)**





Ako ga pustimo, naboj q_3 će se početi gibati u smjeru sile F_{Uk}. Stoga treba naboj q_4 postaviti tako tako da sila kojom q_4 djeluje na q_3 bude jednakog iznosa i suprotnog smjera od sile F_{Uk} tj. da ukupna sila na q_3, nakon dodavanja naboja q_4, bude nula **(2 boda)**.

$$F_{43} = k\frac{q_4 q_3}{{r_4}^2} = 0.9\sqrt{2}\mathrm{N}$$ **(1 bod)**

$$9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{(0.9 \cdot 10^{-6} C) \cdot (0.1 \cdot 10^{-6} C)}{{r_4}^2} = 0.9\sqrt{2}\mathrm{N}$$

Za udaljenost naboja q_3 *i* q_4 dobiva se: $r_4 = 0.03/\sqrt[4]{2}\ \mathrm{m} \approx 0.025\,\mathrm{m}$ **(1 bod)**.

q_4 treba postaviti u točku $(\frac{0.025\sqrt{2}}{2}\ \mathrm{m}, -\frac{0.025\sqrt{2}}{2}\ \mathrm{m})$ **(2 boda)**

Srednje škole – 3. skupina

1. zadatak (8 bodova)

Elektron se giba u magnetskom polju jakosti H = 1000 A/m po kružnoj putanji. Koliko vremena je potrebno da elektron prevali ukupan put od 10 punih kružnica? ($e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m)

2. zadatak (10 bodova)

Na bateriju napona 12V su paralelno spojena dva vodiča istog profila i od istog materijala. Duljina jednog je 1 m, a drugog 2m. Ukupan otpor spoja je 9 Ω. Vodiči se nalaze u homogenom magnetskom polju indukcije 1 T. Koliko energije treba uložiti da bi se vodič duljine 2m pomaknuo za 0.5 m u smjeru okomitom na magnetsko polje? (1 eV = 1.6×10^{-19} J, masa protona je 1.67×10^{-27} kg, naboj je 1.6×10^{-19} C,).

3. zadatak (12 bodova)

Proton se ubrza nekom razlikom potencijala i ulijeće u homogeno magnetsko polje okomito na njegove silnice. Nakon ulijetanja, počinje se gibati po kružnici polumjera 20 cm. Po kojem bi se polumjeru gibao da je ubrzan dvostruko većom razlikom potencijala?

4. zadatak (10 bodova)

Kvadratni okvir opsega 1 m nalazi se u homogenom magnetskom polju indukcije B = 0,5 T. Da li se inducira veći napon u okviru ako okviru tijekom 0,25 s damo kružni oblik ili oblik istostraničnog trokuta? Koliki je iznos većeg induciranog napona? Okvir se nalazi u zraku.

5. zadatak (10 bodova)

Matematičko njihalo duljine 1m nalazi se u dizalu i slobodno titra. Dizalo se počne ubrzavati prema gore ubrzanjem 5m/s^2? Koliko bi se trebala promijeniti duljina njihala kako bi mu period ostao isti?

Srednje škole – 3. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (8 bodova)
Lorentzova sila djeluje kao centripetalna sila:

$$m\frac{v^2}{r} = evB \qquad \textbf{[2 boda]}$$

Zapisano pomoću zadanih podataka, to postaje:

$$m\frac{v^2}{r} = ev\mu_0 H\,, \qquad \textbf{[1 bod]}$$

Kraćenjem brzine s obje strane:

$$m\frac{v}{r} = e\mu_0 H \qquad \textbf{[1 bod]}$$

Iz toga slijedi jednakost za brzinu:

$$v = \frac{re\mu_0 H}{m} \qquad \textbf{[1 bod]}$$

Brzina je stalnog iznosa pa elektron u jednakim vremenskim intervalima prevali jednake putove. **[1 bod]** Ukupan put s = $20r\pi$ prevali nakon:

$$t = \frac{20r\pi}{v} = \frac{20r\pi m}{re\mu_0 H} = 20\frac{\pi m}{e\mu_0 H} \qquad \textbf{[2 boda]}$$

2. zadatak (10 bodova)
Obzirom da su vodiči od istog materijala, imaju istu otpornost. Nadalje, kako imaju isti profil, tj. Presjek, slijedi da je otpor svakog od njih proporcionalan sa duljinom iz:

$$R = \rho\frac{l}{S} \qquad \textbf{[2 boda]}$$

Stoga, ako je drugi vodič dva puta duži, imat će 2 puta veći otpor. Otpori vodiča su tada 3 Ω i 6 Ω. **[1 bod]**. Kroz vodič otpora 6 Ω teče struja iznosa:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12V}{6\Omega} = 2A \qquad \textbf{[3 boda]}$$

Na vodič u magnetskom polju djeluje Ampereova sila:

$$F = BIl = 4N \qquad \textbf{[2 boda]}$$

Da bi se vodič pomaknu za 0.5m, treba uložiti rad potreban za svladavanje te sile:

$$W = Fs = 2J \qquad \textbf{[2 bod]}$$

3. zadatak (12 bodova)
Iz zakona očuvanja energije slijedi da je kinetička energija protona jednaka:

$$\frac{mv^2}{2} = eU$$ **[2 boda]**

Slijedi da je brzina jednaka:

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$ **[1 boda]**

Sila koja djeluje na proton je Lorentzova sila i ona djeluje kao centripetalna sila:

$$F = evB = m\frac{v^2}{r}$$ **[2 boda]**

Stoga je polumjer po kojem se giba proton jednak:

$$r = \frac{mv}{eB} = \frac{m}{eB}\sqrt{\frac{2eU}{m}} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}}.$$ **[2 boda]**

Označi li se polumjer gibanja za U_1 sa r_1 ,a onaj za U_2 sa r_2 , tad za njihov omjer vrijedi:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU_2}{e}} / \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU_1}{e}} = \sqrt{\frac{U_2}{U_1}}$$ **[3 boda]**

Napokon, ako se uzme u obzir da je U_2 jednak za $2U_1$ slijedi da je:

$$\frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{2U_1}{U_1}} = \sqrt{2}$$ **[1 bod]**

Konačno, polumjer r_2 jednak je r_1 * 1,414 = 28,28cm. **[1 bod]**

4. zadatak (10 bodova)

Inducirani napon jednak je promjeni toka kroz petlju. Kako je magnetsko polje stalno, do promjene toka dolazi zbog promjene površine petlje. **[1 bod]**. To slijedi iz:

$$U = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{B\Delta S}{\Delta t}$$ **[1 bod]**

Treba naći površine zadanih petlji da bi se vidjelo kad je inducirani napon veći. Iz opsega kvadrata može se dobiti ukupna duljina petlje i površina kvadrata:

$$s = O = 1m$$ **[1 bod]**

$$a = s/4 = 0,25m \qquad S_{kvadrat} = a^2 = 0,0625m^2$$ **[1 bod]**

Iz duljine žice može se odrediti površina kružnice. Duljina žice jednaka je opsegu kružnice.

$$r = s/2\pi = 0,159m \qquad S_{kružnica} = r^2\pi = 0,0796m^2$$ **[2 bod]**

Isto vrijedi i za trokut:

$$a = s/3 = 0{,}33m \qquad S_{trokut} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 0{,}0472m^2 \qquad \textbf{[2 bod]}$$

Promjena površine je u dva slučaja dana s:

$$\Delta S_{kv-kr} = 0{,}017m^2 \qquad \Delta S_{kv-tr} = 0{,}015m^2 \qquad \textbf{[1 bod]}$$

Kako je promjena veća prilikom mijenjanja oblika u krug, tad je onda i inducirani napon veći. Iznos napona jednak je:

$$U = -\frac{B\Delta S}{\Delta t} = 0{,}034V \qquad \textbf{[1 bod]}$$

5. zadatak (10 bodova)
Period njihala jednak je

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 1{,}98s \qquad \textbf{[1 bod]}$$

Kad se njihalo ubrzava prema gore, period se promijeni na

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}} \qquad \textbf{[2 boda]}$$

Ako se promijeni i duljina njihala, tad je period jednak

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l+\Delta l}{g+a}} \qquad \textbf{[2 boda]}$$

Uvjet zadatka nalaže da dva perioda budu ista, tj:

$$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l+\Delta l}{g+a}} \qquad \textbf{[3 boda]}$$

Izjednačavanjem slijedi da je:

$$\Delta l = l\frac{a}{g} = 0{,}5m \qquad \textbf{[2 boda]}$$

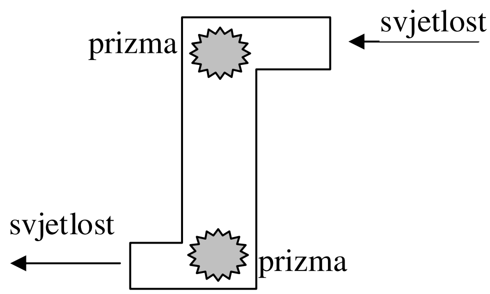
OPĆINSKO/GRADSKO (ILI ŠKOLSKO) NATJECANJE IZ FIZIKE – 2.2.2010.

Srednje škole - 4. skupina

1. zadatak (10 bodova)

Kad bi astronaut putovao brzinom 0,95c, mi na Zemlji bismo rekli da će do zvijezde Alpha Centauri koja je udaljena 4,2 svjetlosne godine on stići za 4,42 godine. Međutim, on tvrdi da to nije istina. Zašto? Koliko vremena traje navedenom brzinom to putovanje za astronauta? Koliku udaljenost od Zemlje do zvijezde mjeri astronaut koji tako putuje? $c=3\cdot10^8$m/s.

2. zadatak (10 bodova)



Periskop podmornice koristi dvije trokutaste 45º-45º-90º prizme koje su postavljene tako da se potpuna refleksija odvija kod obje prizme na stranici koja prilježe uz kutove od 45º. Skiciraj putanju zrake svjetlosti i položaj prizmi u skladu s započetom slikom. Sve cijevi su uske i duge. Pokaži crtežom da li je slika uspravna ili obrnuta!

Ako nastane pukotina te se prostor oko donje prizme u periskopu ispuni vodom, koliki mora biti indeks loma prizme da bi periskop i dalje služio? Indeks loma vode je 1,33.

3. zadatak (10 bodova)

Kuglica se u trenutku t = 0 ispusti s visine 3m iznad tjemena konkavnog (udubljenog) zrcala čiji je polumjer zakrivljenosti 1m i koje je položeno horizontalno. Napiši izraz za položaj slike kuglice u vremenu! Napiši izraz za povećanje! U kojem trenutku se kuglica "sudari" sa svojom slikom i gdje, te koliki je tada omjer veličine slike i kuglice? Je li se kuglica sudarila s realnom ili virtualnom slikom? Možete li zamisliti još jedan sudar koji niste dobili rješavanjem jednadžbi?

4. zadatak (10 bodova)

Na površini CD-a urezano je mnogo jednoliko razmaknutih tankih tragova. Bijela svjetlost upada okomito na površinu CD-a. Uočeno je da se crvena zraka svjetlosti valne duljine 632 nm reflektira pod najmanjim kutom 23° s obzirom na površinu (najmanji kut različit od 0). Koliki je razmak među zarezima na CD-u? Pod kojim se još kutovima reflektira crvena svjetlost? Pod kojim najvećim kutom se reflektira plava svjetlost valne duljine 480 nm?

5. zadatak (10 bodova)

Elektron se giba kroz kristal tako da je pripadna valna duljina tog elektrona usporediva s razmakom među atomima u kristalu. Kolikom se brzinom mora gibati elektron tako da mu pripadna valna duljina bude 10^{-10}m? Masa elektrona je $m_e=9{,}11\cdot10^{-31}$kg, a Planckova konstanta $h=6{,}626\cdot10^{-34}$Js.

Ako je neodređenost brzine elektrona jednaka 1% od njegove brzine, kolikom najmanjom preciznošću mu možemo odrediti položaj?

Sad na sličan način promotri čovjeka (mase 60kg) koji se giba kroz šumu. Da bi mu bila izražena valna svojstva, valna duljina njegova gibanja trebala bi biti usporediva s karakterističnim duljinama. Kolikom brzinom on mora hodati da bi mu pripadna valna duljina bila 2m (usporediva s razmakom između drveća)?

Ako je neodređenost brzine čovjeka jednaka 1% njegove brzine, kolika mu je neodređenost položaja?

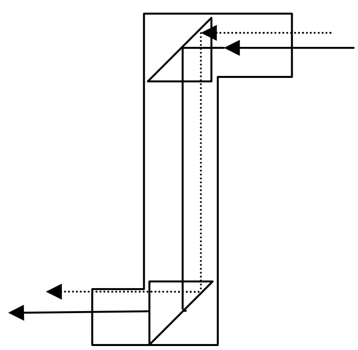
OPĆINSKO/GRADSKO (ILI ŠKOLSKO) NATJECANJE IZ FIZIKE – 2.2.2010.

Srednje škole - 4. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (10 bodova)

Promatrač na Zemlji izračunava vrijeme kao $t_0=d_0/v$=4,2svj.god./0,95c=4,42god. **(1 bod)**
Međutim, astronaut mjeri da je na Zemlji prošao dulji vremenski interval (dilatacija vremena), tj. astronautu je vlastiti vremenski interval kraći nego promatraču na Zemlji: $t = t_0\sqrt{1-v^2/c^2}$ = 0,312·4,42god. = 1,38god. **(5 bodova)**
Promatrač koji putuje brzinom 0,95c (astronaut) mjeri zbog kontrakcije duljine udaljenost $d = d_0\sqrt{1-v^2/c^2}$ = 0,312·d_0=1,31svj.god. **(4 boda)**

2. zadatak (10 bodova)

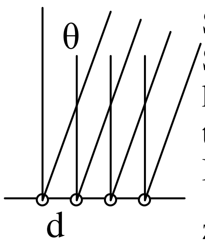


Položaj prizmi i put zrake prikazan je na slici. **(3 boda)**
Poredak zraka ostaje isti, pa je slika uspravna. **(2 boda)**
Granični kut loma iz stakla u medij smije biti najviše 45°, jer ako bi bio veći, onda se zraka koja upada pod 45° na graničnu plohu ne bi potpuno reflektirala. **(2 boda)**
Kad je oko prizme voda, za granični kut vrijedi $\sin\alpha_g=n_v/n_p$.
Stoga je $n_p>n_v/\sin\alpha_g$=1,88. **(3 boda)**

3. zadatak (10 bodova)

Iz jednadžbe za konkavno zrcalo $\frac{1}{x}+\frac{1}{x'}=\frac{2}{R}$, dobije se udaljenost slike od tjemena $x'=\frac{Rx}{2x-R}$, gdje je zadano R=1m. **(1 bod)**
Budući da se kuglica giba prema zrcalu jednoliko ubrzano, to je $x=d-\frac{gt^2}{2}$, gdje je d=3m zadana početna udaljenost iznad zrcala. **(1 bod)**
Slijedi $x'=\frac{R\left(d-gt^2/2\right)}{2\mathrm{d}-gt^2-R}$. **(2 boda)**
Povećanje je $\frac{x'}{x}=\frac{R}{2\mathrm{d}-gt^2-R}$. **(1 bod)**
Uvjet sudara $x=x'$ daje $x=x'=R$=1 m (sudar je u središtu zakrivljenosti) **(1 bod)**
i trenutak sudara $t=\sqrt{\frac{2(d-R)}{g}}$=0,638 s. **(1 bod)**
Tu je veličina slike jednaka veličini kuglice. Kuglica se sudarila s realnom slikom. **(2 boda)**
Još jedan sudar kuglice bio bi u samom tjemenu zrcala sa svojom virtualnom slikom. **(1 bod)**

4. zadatak (10 bodova)



Slika + uočavanje difrakcije. **(2boda)**
Svjetlost se najintenzivnije reflektira pod kutem za koji se među susjednim zrakama, koje se razlikuju u putu za $d\sin\theta$, ostvari konstruktivna interferencija, **(1bod)**
to jest za $d\sin\theta=k\lambda$, gdje su k cijeli broj i λ valna duljina svjetlosti. **(1bod)**
Iz najmanjeg kuta (k=1) za crvenu svjetlost dobije se razmak među zarezima $d = \dfrac{\lambda}{\sin\theta}$ =1,62μm. **(2boda)**

Ostali kutovi su dani sa $\sin\theta = k\dfrac{\lambda}{d}$ te je jedini sljedeći 51,4° za k=2. **(1bod)**

Za plavu svjetlost dobije se najveći mogući kut difrakcije za k=3 i iznosi θ=62,7°. **(3boda)**

5. zadatak (10 bodova)

Iz de'Broglieve relacije $\lambda = \dfrac{h}{p}$ dobije se brzina elektrona $v = \dfrac{h}{m_e\lambda}$ $=7{,}27\cdot10^{6}$m/s. **(3boda)**

Uz $\Delta v=7{,}27\cdot10^{4}$m/s i iz Heisenbergove relacije neodređenosti $\Delta x\Delta p \geq h/4\pi$ slijedi neodređenost položaja $\Delta x = \dfrac{h}{4\pi m_e \Delta v} = 7{,}96\cdot10^{-10}$m. **(3boda)**

Za gibanje čovjeka kroz šumu je $v = \dfrac{h}{m\lambda}$ $=5{,}52\cdot10^{-36}$m/s. **(2boda)**

Uz $\Delta v= 5{,}52\cdot10^{-38}$m/s slijedi neodređenost položaja čovjeka $\Delta x = \dfrac{h}{4\pi m\Delta v}$ = 15,9m. **(2boda)**