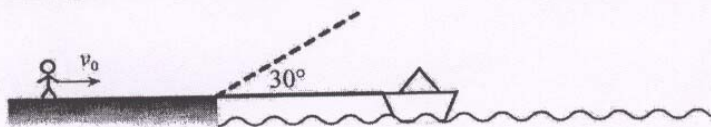


DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE  
Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Srednje škole – 1. skupina

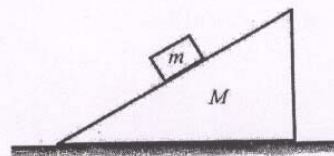
Zadatak 1 (17 bodova)

James Bond trči prema brodu koji miruje uz rub pokretnog mosta. U trenutku kada se James Bond nalazi na početku pokretnog mosta, brod se počinje udaljavati od obale stalnim ubrzanjem. James Bond trči stalnom brzinom  $v_0 = 7 \text{ m/s}$  u odnosu na podlogu, a pokretni most duljine  $l = 20 \text{ m}$  podiže se stalnom kutnom brzinom  $\omega = \sqrt{3}/20 \text{ rad/s}$ . U trenutku kada se James Bond nalazi na kraju pokretnog mosta, pokretni most zatvara sa horizontalom kut  $30^\circ$ . Izračunajte maksimalno ubrzanje broda tako da James Bond skoči na njega! Gravitacijsko ubrzanje iznosi  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Otpor zraka je zanemariv.



Zadatak 2 (18 bodova)

Tijelo mase  $m$  nalazi se na kosini mase  $M$  i nagiba  $30^\circ$ . Trenje između tijela mase  $m$  i kosine te između kosine i podloge na kojoj se nalazi je zanemarivo. Odredite iznos i smjer ubrzanja oba tijela u odnosu na promatrača koji miruje na podlozi!



Zadatak 3 (17 bodova)

Lopta mase  $m$  slobodno pada sa visine  $h_0$ . Nakon što padne na tlo, lopta počinje odskakivati. Prilikom svakog odbijanja od tla lopta izgubi 19% kinetičke energije koje je imala neposredno prije udara u tlo.

- Koliko ukupno vrijeme lopta provede u zraku?
- Koliki ukupan put prijeđe lopta?
- Koliko iznosi prosječna brzina lopte?

Uputa: zbroj beskonačnog geometrijskog niza jednak je  $1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{1}{1-x}$  za  $x < 1$ .

Zadatak 4 (18 bodova)

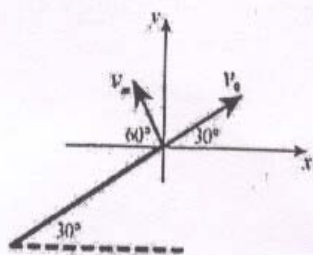
Projektil mase  $m = 3 \text{ kg}$  je ispaljen sa tla početnom brzinom  $v_0 = 100 \text{ m/s}$  pod kutem  $60^\circ$  u odnosu na horizontalu. U trenutku kada se nalazi na najvišoj točki putanje, projektil se raspadne na dva dijela jednakih masa. Prilikom raspada oslobodi se  $600 \text{ J}$  kinetičke energije. Vremenski razmak između pada prvog i drugog dijela na tlo iznosi  $T = 4 \text{ s}$ . Izračunajte udaljenost između dva dijela projektila nakon što padnu na tlo! Gravitacijsko ubrzanje iznosi  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Otpor zraka je zanemariv.

$$2 \cdot \pi \cdot r \cdot \omega = 360^\circ$$

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE  
 Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Srednje škole - 1. skupina  
 Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (17 bodova)



Brzina Jamesa Bonda u trenutku kada se nalazi na rubu mosta je:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_m$$

Gdje je

$$v_m = l\omega = \sqrt{3} \text{ m/s u smjeru } 30^\circ \text{ u odnosu na vertikalnu.} \quad (1)$$

Komponente brzine iznose:

$$v_x = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2} - v_m \frac{1}{2} = 3\sqrt{3} \text{ m/s} \quad (2)$$

$$v_y = v_0 \frac{1}{2} - v_m \frac{\sqrt{3}}{2} = 5 \text{ m/s} \quad (2)$$

Vrijeme leta  $T$  Jamesa Boda je:

$$0 = h + v_y T - \frac{1}{2} g T^2$$

Gdje je  $h = l/2 = 10 \text{ m}$ . Uvrštavanjem dobivamo jednadžbu:

$$T^2 - T - 2 = 0$$

$$(T - 2)(T + 1) = 0$$

Prema tome, vrijeme leta je  $T = 2 \text{ s}$ . (4)

Horizontalna udaljenost od ruba pokretnog mosta u trenutku skoka do pada je:

$$d = v_x T = 6\sqrt{3} \text{ m} \quad (2)$$

Vrijeme potrebno da James Bond dođe od početka do kraja pokretnog mosta je:

$$t_0 = \frac{l}{v_0} = \frac{20}{7} \text{ s} \quad (1)$$

Ukupno vrijeme gibanja broda je:

$$t_0 + T = \frac{34}{7} \text{ s} \quad (1)$$

Udaljenost koju prijeđe brod je:

$$s = l - l \frac{\sqrt{3}}{2} + d = 16\sqrt{3} - 20 \text{ m} \quad (2)$$

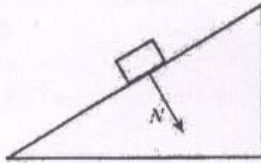
Ubrzanje broda jednako je:

$$s = \frac{1}{2} a (t_0 + T)^2 \Rightarrow a = \frac{2s}{(t_0 + T)^2} = 0.654 \text{ m/s}^2 \quad (2)$$

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

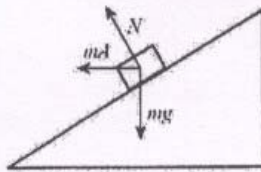
Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Zadatak 2 (18 bodova)



Postavimo koordinatni sustav tako da je pozitivan smjer x osi prema desno, a pozitivan smjer y osi prema gore. Na kosinu djeluje sila tijela koje se nalazi na kosini. Kosina ubrzava prema desno ubrzanjem  $A$ , a horizontalna komponenta sile na kosinu jednaka je:

$$MA = N \frac{1}{2} \quad (2)$$



U sustavu kosine na tijelo na kosini djeluju težina, sila reakcije kosine i inercijalna sila. Ubrzanje tijela na kosini je paralelno kosini i ima smjer niz kosinu.

$$ma'_p = mg \frac{1}{2} + mA \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

$$0 = N + mA \frac{1}{2} - mg \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

Iz treće jednadžbe slijedi

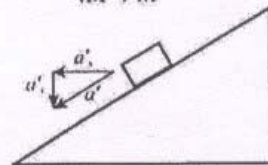
$$N = mg \frac{\sqrt{3}}{2} - mA \frac{1}{2}$$

Uvrštavanjem u prvu jednadžbu za ubrzanje kosine dobije se:

$$A = \frac{mg\sqrt{3}}{4M + m} \quad (4)$$

Uvrštavanjem  $A$  u drugu jednadžbu dobije se ubrzanje tijela mase  $m$ :

$$a'_p = \frac{2(M + m)}{4M + m} g \quad (2)$$



U sustavu kosine komponente ubrzanja tijela mase  $m$  su:

$$a'_x = a'_p \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}(M + m)}{4M + m} g \quad (1)$$

$$a'_y = a'_p \frac{1}{2} = \frac{M + m}{4M + m} g \quad (1)$$

Ubrzanje tijela mase  $m$  u odnosu na promatrača koji miruje na podlozi je:

$$a_x = A - a'_x = -\frac{Mg\sqrt{3}}{4M + m} \quad (2)$$

$$a_y = a'_y = -\frac{M + m}{4M + m} g \quad (2)$$

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE  
Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Zadatak 3 (17 bodova)

Vrijeme pada lopte sa visine  $h_0$  do tla je:

$$t_0 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \quad (1)$$

Brzina kojom lopta prvi put udari u tlo jednaka je:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh_0} \quad (1)$$

Ako je  $p = 0.19$  i  $q = 1 - p = 0.81$ , za prvi sudar vrijedi:

$$E_{s1} = E_{s0} - pE_{s0} = (1 - p)E_{s0} = qE_{s0} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = q\frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{q}v_0 \quad (1)$$

Maksimalna visina lopte nakon prvog sudara je:

$$h_1 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{qv_0^2}{2g} = qh_0 \quad (1)$$

Vrijeme između prvog i drugog sudara je:

$$t_1 = 2\sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 2\sqrt{\frac{q2h_0}{g}} \quad (1)$$

Za drugi sudar vrijedi:

$$E_{s2} = E_{s1} - pE_{s1} = qE_{s1}$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = q\frac{1}{2}mv_1^2 = q^2\frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_2 = (\sqrt{q})^2 v_0 \quad (1)$$

Maksimalna visina lopte nakon drugog sudara je:

$$h_2 = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{q^2v_0^2}{2g} = q^2h_0 \quad (1)$$

Vrijeme između prvog i drugog sudara je:

$$t_2 = 2\sqrt{\frac{2h_2}{g}} = 2\sqrt{\frac{q^22h_0}{g}} \quad (1)$$

Ukupno vrijeme koje lopta provede u zraku je:

$$t_{\text{ukupno}} = t_0 + t_1 + t_2 + L = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} + 2\sqrt{\frac{q2h_0}{g}} + 2\sqrt{\frac{q^22h_0}{g}} + L$$

$$t_{\text{ukupno}} = 2\sqrt{\frac{2h_0}{g}} \left( \frac{1}{1-\sqrt{q}} - \frac{1}{2} \right) \quad (3)$$

$$t_{\text{ukupno}} = 19\sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

Ukupan put koji prijeđe lopta je:

$$s_{\text{ukupno}} = h_0 + 2h_1 + 2h_2 + L = h_0 + 2qh_0 + 2q^2h_0 + L = 2h_0 \left( \frac{1}{1-q} - \frac{1}{2} \right) = \frac{181}{19}h_0 \quad (3)$$

Prosječna brzina lopte je:

$$\bar{v} = \frac{s_{\text{ukupno}}}{t_{\text{ukupno}}} = \frac{181}{361} \sqrt{\frac{h_0 g}{2}} \quad (2)$$

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Zadatak 4 (18 bodova)

Horizontalna komponenta početne brzine projektila je:

$$v_{0x} = v_0 \frac{1}{2} = 50 \text{ m/s} \quad (1)$$

U trenutku raspada projektil ima samo horizontalnu komponentu brzine  $v_{0x}$ . S obzirom da dijelovi ne padnu istovremeno na tlo, neposredno nakon raspada oba dijela imaju y komponentu brzine. Zakon očuvanja količine gibanja glasi:

$$mv_{0x} = \frac{m}{2}v_{1x} + \frac{m}{2}v_{2x} \Rightarrow 2v_{0x} = v_{1x} + v_{2x} \quad (2)$$

$$0 = \frac{m}{2}v_{1y} - \frac{m}{2}v_{2y} \Rightarrow v_{1y} = v_{2y} \quad (2)$$

Prema tome, jedan dio neposredno nakon raspada ima brzinu u y smjeru  $v_{1y}$  prema gore, a drugi dio ima istu y komponentu brzine prema dolje. Jednadžbe gibanja za y komponentu za prvi i drugi dio su:

$$y_1(t) = h - v_{1y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (3)$$

$$y_2(t) = h + v_{1y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Uzmimo da prvi dio padne na tlo za  $t_1$  vremena, a drugi za  $t_2$  vremena pri čemu vrijedi  $t_2 - t_1 = T$ . Uvrštavanjem u prethodne dvije jednadžbe dobivamo sustav jednadžbi:

$$0 = h - v_{1y}t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$0 = h + v_{1y}t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2$$

Rješavanjem sustava jednadžbi dobije se:

$$v_{1y} = \frac{1}{2}gT = 20 \text{ m/s} \quad (3)$$

Zakon očuvanja energije za raspad glasi:

$$\frac{1}{2}mv_{0x}^2 + \Delta E = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \quad (2)$$

$$2v_{0x}^2 + \frac{4\Delta E}{m} = v_{1x}^2 + v_{1y}^2 + v_{2x}^2 + v_{2y}^2$$

$$\text{Uvrštavanjem } v_{2x} = 2v_{0x} - v_{1x}$$

$$v_{1x}^2 - 2v_{0x}v_{1x} + v_{1y}^2 + v_{0x}^2 - \frac{2\Delta E}{m} = 0$$

$$v_{1x}^2 - 100v_{1x} + 2500 = 0$$

$$(v_{1x} - 50)^2 = 0 \Rightarrow v_{1x} = 50 \text{ m/s} \quad (3)$$

$$v_{2x} = 2v_{0x} - v_{1x} = 50 \text{ m/s} \quad (3)$$

Udaljenost između dva dijela projektila nakon što padnu na tlo je:

$$d = v_{2x}t_2 - v_{1x}t_1 = v_{1x}(t_1 + T - t_1) = v_{1x}T = 200 \text{ m} \quad (2)$$

# DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

## Srednje škole – 1. skupina Eksperimentalni zadatak

### *Hici*

*Pribor:* top , stalak , hvataljka , kleme , šipka , ravnalo dugo 50 cm , ljepljiva traka , list karbon-papira , list bijelog papira , kutomjer

#### **a) vertikalni hitac (10 bodova)**

*Zadatak:* Pomoću zadanog pribora odredite početnu brzinu metka izbačenog iz topa postavljenog vertikalno.

U sklopu zadatka treba :

- 1) Skicirati putanju vertikalnog hica (uzlaznu i silaznu putanju nacrtajte malo razmaknute) i u najvišoj točki putanje nacrtati vektor sile koja djeluje na tijelo i vektor akceleracije. Isto nacrtajte i u točkama na uzlaznom i silaznom dijelu putanje u točki koja se nalazi na pola udaljenosti dometa hica. ( 3 boda)
- 2) Objasniti fizikalne osnove i opisati precizno uz skice koje veličine i kako ćeš mjeriti . (3 boda)
- 3) Napraviti 5 mjerenja i podatke prikazati tablično . (4 boda)

#### **b) horizontalni hitac (10 bodova)**

*Zadatak:* Pomoću zadanog pribora odredite početnu brzinu metka izbačenog iz topa postavljenog horizontalno.

U sklopu zadatka treba :

- 1) Skicirati putanju horizontalnog hica i u najmanje tri točke putanje nacrtati vektor sile koja djeluje na tijelo i vektor akceleracije. (3 boda)
- 2) Objasniti fizikalne osnove i opisati precizno uz skice koje veličine i kako ćeš mjeriti .(3 boda)
- 3) Napraviti 5 mjerenja za 5 različitih visina topa u odnosu na stol i podatke prikazati tablično. (4 boda)

#### **c) kosi hitac (10 bodova)**

*Zadatak:* Pomoću zadanog pribora odredite akceleraciju Zemljine sile teže. Za početnu brzinu koristite srednju vrijednost početnih brzina iz a) i b) dijela zadatka.

U sklopu zadatka treba :

- 1) Skicirati putanju kosog hica i u najvišoj točki putanje nacrtati vektor sile koja djeluje na tijelo i vektor akceleracije. Isto nacrtajte još u jednoj točki na uzlaznom i u jednoj točki na silaznom dijelu putanje. (3 boda)
- 2) Objasniti fizikalne osnove i opisati precizno uz skice koje veličine i kako ćeš mjeriti. (3 boda )
- 3) Napraviti tri mjerenja za kuteve izbačaja u odnosu na horizontalu  $30^\circ$  ,  $45^\circ$  i  $60^\circ$  .Podatke prikazati tablično. (4 boda)

Napomena: Za a) i b) dio zadatka koristite  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  , a otpor zraka zanemarite.

# DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

## Srednje škole – 1. skupina Eksperimentalni zadatak – rješenje

### a) vertikalni hitac

Pomoću hvataljke i kleme učvrstimo top u vertikalnom položaju. Napnemo top i ispalimo metak. Odredimo domet hica tako da pomičemo šipku na stativu gore - dolje sve dok metak ispaljen iz topa u najvišem položaju tek dodirne šipku. Iz izmjerenog dometa hica  $h$  možemo odrediti početnu brzinu hica  $v_0$ .

U svakoj točki putanje (kad metak napusti top) na metak djeluje samo gotovo stalna sila teža  $\vec{F}_g$ , a akceleracija je također stalna u svakoj točki putanje i vrijedi:  $\vec{a} = \vec{g}$ .

Početnu brzinu odredit ćemo primjenom zakona očuvanja energije. U trenutku kad metak napušta top njegova kinetička energija je maksimalna, a postepeno se pretvara u gravitacijsku potencijalnu energiju. U najvišoj točki putanje kinetička energija je jednaka ničici jer se sva kinetička energija pretvorila u gravitacijsku potencijalnu energiju:

$$E_K = E_{GP} \quad ; \quad \frac{mv_0^2}{2} = mgh \quad \text{odatle slijedi da je početna brzina metka jednaka } v_0 = \sqrt{2gh}$$

Tablica i rezultati mjerenja: (rezultat mora biti izražen s odgovarajućim pouzdanim znamenkama)

$h / m$	$v_0 / m/s$

### b) horizontalni hitac

Pomoću hvataljke i kleme učvrstimo top u horizontalnom položaju. Napnemo top i ispalimo metak. Odredimo mjesto pada tako da bijeli papir postavimo približno na mjesto pada metka, a preko bijelog papira postavimo karbon-papir tako da metak ostavi trag na bijelom papiru. Oba papira učvrstimo ljepljivom trakom. Domet hica odredimo tako da izmjerimo udaljenost od točke u podnožju topa do traga na bijelom papiru.

U svakoj točki putanje (kad metak napusti top) na metak djeluje samo gotovo stalna sila teža  $\vec{F}_g$ , a akceleracija je također stalna u svakoj točki putanje i vrijedi:  $\vec{a} = \vec{g}$ .

Budući da u horizontalnom smjeru nema djelovanja sile, metak u horizontalnom smjeru, izvodi jednoliko pravocrtno gibanje i vrijedi:

$v_x = v_0 = konst.$ ,  $s = v_0 t$  ; gdje je  $v_x$  brzina u horizontalnom smjeru,  $s$  put u horizontalnom smjeru, a  $t$  vrijeme.

U vertikalnom smjeru na tijelo djeluje sile teža pa u tom smjeru tijelo izvodi jednoliko ubrzano gibanje s akceleracijom  $a=g$  (tj. slobodan pad) i vrijedi :

$v_y = gt$ ,  $h = \frac{gt^2}{2}$  gdje je  $v_y$  brzina u vertikalnom smjeru, a  $h$  visina za koju se metak spusti tijekom hica. Kombiniranjem relacija za  $s$  i  $h$ , tako da eliminiramo vrijeme hica  $t$ , dobijemo

relaciju za početnu brzinu  $v_0 = s \sqrt{\frac{g}{2h}}$ . Dakle mjerenjem dometa  $s$  i visine  $h$  možemo odrediti početnu brzinu  $v_0$ .

Tablica i rezultati mjerenja: (rezultat mora biti izražen s odgovarajućim pouzdanim znamenkama)

**DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE**  
**Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010**

$s / m$	$h / m$	$v_0 / m/s$

**c) kosi hitac**

Pomoću hvataljke i kleme učvrstimo top u kosom položaju. Klemu pričvrstimo na donju drvenu plohu stola uz kut klupe tako da početna visina ispaljivanja metka bude u razini s plohom klupe. Pomoću kutomjera top nagnemo za odgovarajući kut i pričvrstimo ga.

Napnemo top i ispalimo metak. Odredimo mjesto pada tako da bijeli papir postavimo približno na mjesto pada metka, a preko bijelog papira postavimo karbon-papir tako da metak ostavi trag na bijelom papiru. Oba papira učvrstimo ljepljivom trakom. Domet hica odredimo tako da izmjerimo udaljenost od točke izlijetanja metka do traga na bijelom papiru.

U svakoj točki putanje (kad metak napusti top) na metak djeluje samo gotovo stalna sila teža  $\vec{F}_g$ , a akceleracija je također stalna u svakoj točki putanje i vrijedi:  $\vec{a} = \vec{g}$ .

Budući da u horizontalnom smjeru nema djelovanja sile, metak u horizontalnom smjeru izvodi jednoliko pravocrtno gibanje i vrijedi:

$v_x = v_{0x} = konst.$ ,  $x = v_{0x}t$ ; gdje su  $v_x$  – brzina u horizontalnom smjeru,  $v_{0x}$  – početna brzina u horizontalnom smjeru,  $x$  – put u horizontalnom smjeru, a  $t$  – vrijeme.

U vertikalnom smjeru (prema dolje) na tijelo djeluje sila teža pa tijelo izvodi jednoliko ubrzano gibanje s početnom brzinom u vertikalnom smjeru prema gore (+y) i akceleracijom usmjerenom verikalno dolje (-y) s iznosom  $a = g$ .

$v_y = v_{0y} - gt$ ,  $y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$  gdje je  $v_y$  brzina u vertikalnom smjeru,  $v_{0y}$  – početna brzina u

vertikalnom smjeru, a  $y$  visina na kojoj se metak nalazi.

Vrijeme uspona  $t_{usp}$  možemo odrediti tako da se izjednači  $v_y$  s ništicom odakle se dobiva

$t_{usp} = \frac{v_{0y}}{g}$ . Ukupno vrijeme hica  $t_{uk}$  je dvostruko veće tj.  $t_{uk} = \frac{2v_{0y}}{g}$ . Ako u jednadžbu za  $x$

uvrstimo  $t_{uk}$  dobijemo maksimalnu udaljenost u horizontalnom smjeru tj. domet hica  $d$ .

$d = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$ . Mjerenjem dometa  $d$  može se odrediti  $g = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{d}$ .

Kada je kut ispaljivanja  $30^\circ$   $v_{0x} = \frac{v_0\sqrt{3}}{2}$ , a  $v_{0y} = \frac{v_0}{2}$  pa dobivamo  $g = \frac{v_0^2\sqrt{3}}{2d}$ ,

za kut  $45^\circ$   $v_{0x} = v_{0y} = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$  pa dobivamo  $g = \frac{v_0^2}{d}$  i konačno

za kut  $60^\circ$   $v_{0x} = \frac{v_0}{2}$ , a  $v_{0y} = \frac{v_0\sqrt{3}}{2}$  pa dobivamo  $g = \frac{v_0^2\sqrt{3}}{2d}$ .

Tablica i rezultati mjerenja: (rezultat mora biti izražen s odgovarajućim pouzdanim znamenkama)

Kut / °	$d / m$	$g / m/s^2$

# DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2.-5. svibnja 2010.

Srednje škole – 2. skupina

## 1. zadatak (16 bodova)

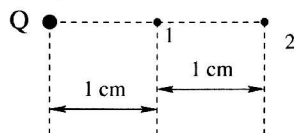
a) Naboj  $Q$  učvršćen je na položaju kao na slici 1.

Česticu naboja  $0.02 \cdot \mu\text{C}$  i mase  $3 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$  stavimo u točku 1 i pustimo je iz mirovanja. Nešto kasnije čestica je opažena u točki 2 i njena brzina u točki 2 je  $40 \text{ m/s}$ . Izračunajte naboj  $Q$ !

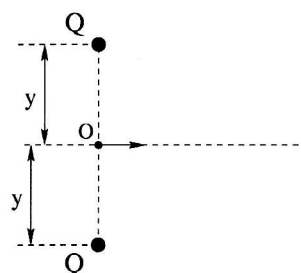
b) Dva jednaka naboja  $Q$  učvršćena su na položajima kao na slici 2. Česticu mase  $10^{-4} \text{ kg}$  i naboja  $-2 \cdot \mu\text{C}$  pustimo iz točke  $O$  s početnom brzinom  $40 \text{ m/s}$  u smjeru strelice na slici 2. Postoji li točka (ili točke) u kojima je trenutna brzina čestice jednaka nuli? Ako da, odredite gdje je ta točka (ili točke) ako je  $y=1\text{m}$ . Za naboj  $Q$  uzmite vrijednost koju ste izračunali u a).

Gravitaciju možete zanemariti.

$$k=9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$$



SLIKA 1



SLIKA 2

## 2. zadatak (19 bodova)

Jedan od načina dizanja potonulih brodova je da se iz trupa broda izbacuje more utiskivanjem zraka sve dok se ne postigne da je ukupna sila na brod jednaka nuli. Nakon toga prestaje se utiskivati zrak i počinje podizanje broda.

Brod mase 560 tona, napravljen od željeza, potonuo je i nalazi se na dubini ~~35~~ <sup>5</sup> m. Gustoća mora je  $1050 \text{ kg/m}^3$ , a temperatura na dubini 35 m je  $18^\circ\text{C}$ . Kompresor, koji se nalazi na platformi na površini mora, usisava svaki sat  $250 \text{ m}^3$  zraka iz okoline pri atmosferskom tlaku  $10^5 \text{ Pa}$ . Temperatura na površini mora je  $20^\circ\text{C}$ . Kompresor adijabatski komprimira usisani zrak. Od kompresora do potonulog broda vodi cijev kroz koju se komprimirani zrak utiskuje u trup broda. Prolaskom kroz cijev i ulaskom u brod komprimirani zrak se izobarno hladi do temperature  $18^\circ\text{C}$ .

Pretpostavite da je zrak idealni plin molarne mase  $28.96 \text{ g/mol}$ . Molarni toplinski kapaciteti pri stalnom

volumenu i tlaku za zrak iznose:  $C_V = \frac{5}{2}R$  i  $C_P = \frac{7}{2}R$ .

Gustoća željeza je  $7800 \text{ kg/m}^3$ . Opća plinska konstanta iznosi  $8.314 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$ .

a) Koliko dugo mora kompresor raditi prije nego se brod počne podizati?

b) Kolika je snaga kompresora?

# DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2.-5. svibnja 2010.

### 3. zadatak (16 bodova)

Težina prazne staklene posude je  $G$ . Ista posuda napunjena živom ima težinu  $G_0$  na  $0^\circ\text{C}$ . Ako posudu s živom zagrijemo do  $40^\circ\text{C}$ , jedan dio žive se izlije iz posude i težina posude s preostalom živom je  $G_1$ . Koliki je koeficijent volumnog širenja stakla, ako je na  $0^\circ\text{C}$

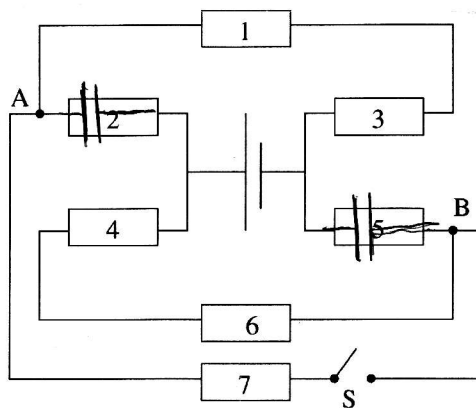
- a) posuda bila do vrha napunjena živom
- b) živa zauzimala 99.9% volumena posude

Koeficijent volumnog širenja žive je  $\alpha_{\text{Hg}}$ .

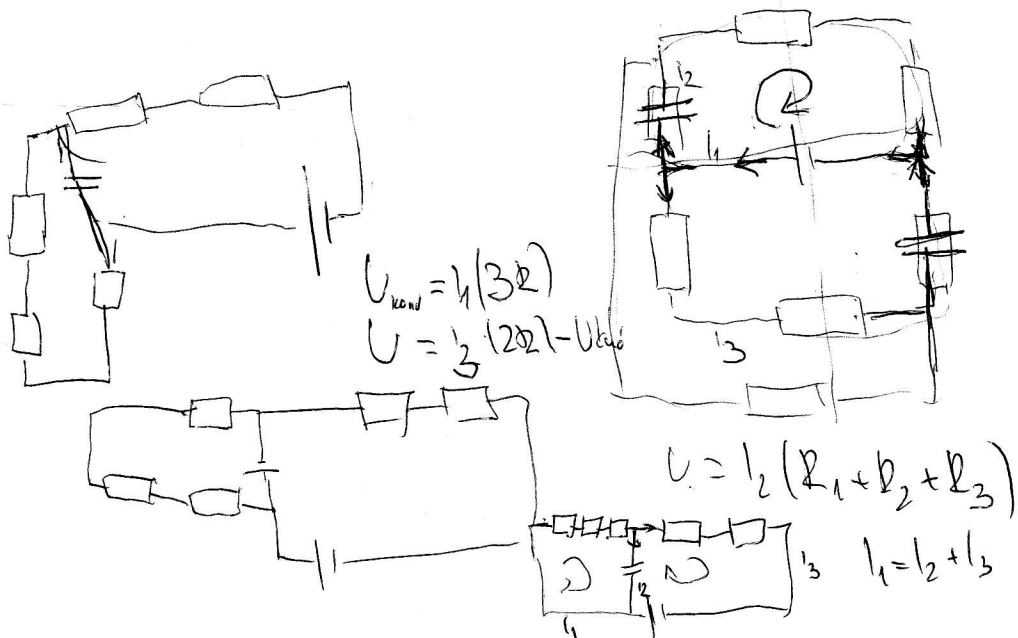
### 4. zadatak (19 bodova)

Sedam jednakih otpornika, izvor napona 12V i sklopka S spojeni su kao na slici. Otpor svakog otpornika je  $1\Omega$ .

- a) Kolika je razlika potencijala između točaka A i B kada je sklopka otvorena (položaj kao na slici)? Koja točka (A ili B) je na višem potencijalu?
- b) Kolika struja teče otpornikom 7 kada se sklopka S zatvori?
- c) Kolika je razlika potencijala između točaka A i B nakon što se sklopka S otvori te se otpornik 2 zamijeni s praznim kondenzatorom kapaciteta  $1\mu\text{F}$ , a otpornik 5 se zamijeni s praznim kondenzatorom kapaciteta  $0.5\mu\text{F}$ ? Koliko je naboja na kondenzatoru većeg kapaciteta kada se sklopka S zatvori.



~~$W = \frac{1}{2}CU^2$~~   
 $W = \frac{1}{2}QU$   
 $Q = CU$   
 $C = \frac{Q}{U}$



DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. – 5. svibnja 2010.

Srednje škole – 2. skupina  
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (16 bodova)

a) Električna sila obavi rad nad česticom naboja  $q$ . Promjena kinetičke energije čestice jednaka je iznosu obavljenog rada:

$$(1) \quad \Delta E_{kin} = W \quad (1 \text{ bod})$$

Naboj  $q$  je početno mirovao, a brzina u točki 2 mu je  $v$  pa vrijedi

$$\Delta E_{kin} = \frac{mv^2}{2} \quad (1 \text{ bod})$$

$$W = q\Delta V$$

$\Delta V = V_1 - V_2$  je razlika potencijala između točaka 1 i 2.

Ako s  $x_i$  označimo udaljenost točaka 1 i 2 od naboja  $Q$ , potencijali u točkama 1 i 2 su:

$$V_i = k \frac{Q}{x_i}, \quad i = 1, 2 \quad (1 \text{ bod})$$

Uvrštavanjem navedenih izraza u (1) dobije se:

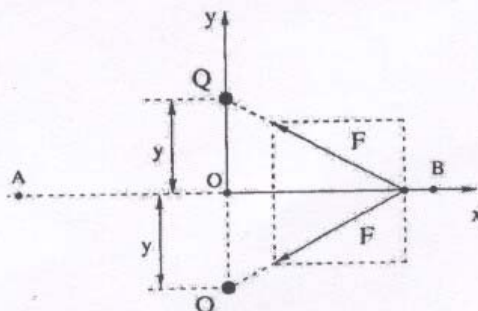
$$\frac{mv^2}{2} = q \left( k \frac{Q}{x_1} - k \frac{Q}{x_2} \right)$$

Tražena vrijednost naboja  $Q$  je:

$$Q = \frac{mv^2}{2qk} \left( \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)^{-1} = \frac{3 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot (40 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 0.02 \cdot 10^{-8} \text{ C} \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}} \left( \frac{1}{0.01 \text{ m}} - \frac{1}{0.02 \text{ m}} \right)^{-1} = 26.67 \mu\text{C} \quad (2 \text{ boda})$$

c) Svaki naboj  $Q$  djeluje na  $q$  privlačnom električnom silom iznosa

$$F = k \frac{Qq}{r^2}, \quad r \text{ je trenutna udaljenost naboja } q \text{ od } Q \text{ i vrijedi } r = \sqrt{y^2 + x^2} \quad (1 \text{ bod})$$



Kao što se vidi na slici, u svakom trenutku,  $y$ -komponente tih sila se poništavaju, pa je ukupna sila na naboj  $q$  jednaka zbroju  $x$ -komponenti (koje su jednake). Budući da je i početna brzina čestice naboja  $q$  u smjeru osi  $x$ , čestica će se cijelo vrijeme gibati po osi  $x$  između točaka A i B koje su jednako udaljene od točke O. Najprije će čestica usporavati do B, zatim će ubrzavati prema O pa zatim usporavati prema točki A na suprotnoj strani.....Budući da sila nije stalna, niti ubrzanje čestice nije stalno.

## DRŽAVNO NTJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. – 5. svibnja 2010.

U krajnjim točkama putanje, A i B, brzina čestice je nula pa je rad koji je obavila električna sila nad  $q$  na putu od ishodišta do krajnje točke (A ili B) jednak kinetičkoj energiji u ishodištu:

$$(2) \quad -\frac{mv_0^2}{2} = q(V_0 - V_1) \quad (2 \text{ boda}),$$

$V_0$  i  $V_1$  su potencijali u točki O te točki A (ili B)

$$V_0 = \left(k \frac{Q}{y} + k \frac{Q}{y}\right) = 2k \frac{Q}{y} \quad (2 \text{ boda}),$$

$$V_1 = \left(k \frac{Q}{r} + k \frac{Q}{r}\right) = 2k \frac{Q}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (2 \text{ boda}),$$

Uvrštavanjem u relaciju (2) dobiva se:

$$\frac{mv_0^2}{2} = 2kqQ \left( \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{1}{y} \right),$$

Pa je

$$x^2 = \left( \frac{mv_0^2}{4kqQ} + \frac{1}{y} \right)^{-2} - y^2 = \left( \frac{10^{-4} \text{ kg} \cdot (40 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{4 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot (-2 \cdot 10^{-6} \text{ C}) \cdot 26.67 \cdot 10^{-6} \text{ C}} + \frac{1}{1 \text{ m}} \right)^{-2} - 1^2 = 0.19 \text{ m}^2$$

$$x \approx 0.44 \text{ m} \quad (3 \text{ boda})$$

Točke A i B nalaze se na osi  $x$  i udaljene su 0,44m od točke O. (1 boda)

### 2. zadatak (19 bodova)

Zrak u kompresoru prije adijabatske kompresije:  $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ ,  $V_0$ ,  $T_0 = 293.15 \text{ K}$

Zrak nakon adijabatske kompresije:  $p_1$ ,  $V_1$ ,  $T_1$

Zrak u trupu broda:  $p_2$ ,  $V_2$ ,  $T_2 = 291.15 \text{ K}$

Gustoće mora, željeza i zraka su:  $\rho_m$ ,  $\rho_z$  i  $\rho_z$

Budući da je more ispunilo unutrašnjost broda, ukupna težina broda (težina željezne konstrukcije + težina mora u brodu) je veća od uzgona. Utiskivanjem zraka smanjuje se ukupna težina broda. U trenutku kada je ukupna sila na brod jednaka nuli vrijedi:

$$F_u = G_z + G_c + G_m$$

( $G_z$  je težina utisnutog zraka,  $G_m$  je težina preostalog mora u brodu,  $G_c$  je težina željezne konstrukcije broda)

$$Vg\rho_m = mg + V_z\rho_zg + V_m\rho_mg \quad (2 \text{ boda})$$

Volumen preostalog mora u brodu je:

$$V_m = V - V_z - V_c$$

pri čemu je volumen željezne konstrukcije

DRŽAVNO NTJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. – 5. svibnja 2010.

$$V_z = m / \rho_z = \frac{560000 \text{ kg}}{7800 \text{ kg/m}^3} = 71.79 \text{ m}^3$$

pa je u brod potrebno utisnuti zrak volumena:

$$\begin{aligned} V_z &= V_z \frac{\rho_z - \rho_m}{\rho_m - \rho_z} \\ &= 71.79 \frac{7800 - 1050}{1050 - 5.889} = 464.11 \text{ m}^3 \end{aligned} \quad (1 \text{ bod})$$

Da bismo izračunali kolika je masa zraka u tom volumenu, moramo izračunati gustoću utisnutog zraka.

Za utisnuti zrak u trupu broda vrijedi:

$$p_z V_z = n R T_z = \frac{m_z}{M_z} R T_z \quad (1 \text{ bod})$$

pa je gustoća utisnutog zraka u brodu:

$$\rho_z = \frac{p_z M_z}{R T_z}$$

$p_z$  uzimamo da je jednak tlaku na dubini potonulog broda (na toliki tlak kompresor stlači zrak)

$$(1) \quad p_z = p_0 + h g \rho_m = 10^5 \text{ Pa} + 35 \text{ m} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} 1050 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 492148 \text{ Pa} \quad (1 \text{ bod})$$

Gustoća utisnutog zraka je:

$$\rho_z = \frac{p_z M_z}{R T_z} = \frac{492148 \text{ Pa} \cdot 0.02896 \text{ kg/mol}}{8.314 \text{ J/(Kmol)} \cdot 291.15 \text{ K}} = 5.888 \text{ kg/m}^3 \quad (1 \text{ bod})$$

Dakle, da bi se počeo izvlačiti, u potonuli brod treba utisnuti zrak mase:

$$m_z = \rho_z V_z = 5.888 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 464.11 \text{ m}^3 = 2732.68 \text{ kg} \quad (1 \text{ bod})$$

Za zrak koji usisa kompresor vrijedi:

$$p_0 V_0 = \frac{m_z}{M_z} R T_0 \quad (1 \text{ bod})$$

pa je

$$m_z = \frac{p_0 V_0 M_z}{R T_0}$$

Budući da u jednom satu kompresor uzima  $250 \text{ m}^3$  zraka, odgovarajuća masa zraka koji se usisa i komprimira u jednom satu je:

$$(2) \quad m_z (\text{u/h}) = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 250 \text{ m}^3 / \text{h} \cdot 0.02896 \text{ kg/mol}}{8.314 \text{ J/(Kmol)} \cdot 293.15 \text{ K}} = 297.06 \text{ kg/h} \quad (1 \text{ bod})$$

Prema tome, kompresor mora raditi:

$$t = \frac{m_z}{m_z (\text{u/h})} = \frac{2732.68 \text{ kg}}{297.06 \text{ kg/h}} = 9.1991 \text{ h} \quad (2 \text{ boda})$$

b) Prema prvom zakonu termodinamike:

$$\Delta U = Q + W_{\text{kompresor}}$$

DRŽAVNO NTJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. – 5. svibnja 2010.

(ili:  $\Delta U = Q - W_{\text{plin}}$ . Svejedno je koja se formula koristi budući da  $W_{\text{kompresor}} = -W_{\text{plin}}$ )

Zrak se komprimira adijabatski ( $Q = 0$ ) pa je rad koji obavi kompresor nad plinom jednak promjeni unutarnje energije zraka.

$$(3) \quad W_{\text{kompresora}} = \Delta U = nC_v \Delta T = nC_v (T_1 - T_0) \quad (2 \text{ boda})$$

Izračunajmo temperaturu komprimiranog zraka:

Kompresor adijabatski stiači zrak pa vrijedi:

$$(4) \quad p_0 V_0^\gamma = p_1 V_1^\gamma \quad (1 \text{ bod})$$

Za idealni plin vrijedi:

$$pV = nRT$$

pa dobivamo:

$$(5) \quad p_0 T_0^{1-\gamma} = p_1 T_1^{1-\gamma}$$

Pomoću jednadžbe (5) i uzimajući u obzir da je

$$p_1 = p_2 \quad (1 \text{ bod})$$

I da za zrak vrijedi:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1.4,$$

odredi se temperatura adijabatski komprimiranog zraka:

$$T_1 = \left( \frac{p_0}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_0 = \left( \frac{10^5 \text{ Pa}}{492148 \text{ Pa}} \right)^{\frac{1-1.4}{1.4}} 293.15 = 462.2 \text{ K} \quad (1 \text{ bod})$$

Prema relaciji (3) rad kompresora je:

$$W_{\text{kompresor}} = \frac{m_z}{M_z} \frac{5}{2} R (462.20 \text{ K} - 293.15 \text{ K}) = m_z \cdot 121329.57 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad (1 \text{ bod})$$

Prema (2), u jednom satu kompresor komprimira 297.06 kg zraka, pa je snaga kompresora

$$P = 297.06 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \cdot 121329.57 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 36042162 \frac{\text{J}}{\text{h}} = 10011.71 \text{ W} \quad (2 \text{ boda})$$

3. zadatak (16 bodova)

Za živu ćemo koristiti donji indeks Hg, a za staklo S. Gornji indeksi označavat će temperaturu: 0 za 0°C i 1 za 40°C.

Težine žive u posudi na 0°C i 40°C označimo s  $G_{\text{Hg}}^0$  i  $G_{\text{Hg}}^1$ .

Na 0°C vrijedi:

$$(1) \quad G_0 - G = G_{\text{Hg}}^0 \quad (1 \text{ bod})$$

$$= V_{\text{Hg}}^0 \rho_{\text{Hg}}^0 g \quad (1 \text{ bod})$$

$$= V_{\text{Hg}}^1 \rho_{\text{Hg}}^1 g \quad (2 \text{ bod})$$

Na 40°C, nakon izlivanja žive:

DRŽAVNO NTJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. – 5. svibnja 2010.

$$(2) \quad G_1 - G = G_{Hg}^1 \quad (1 \text{ bod})$$

$$= V_S^1 \rho_{Hg}^1 g \quad (2 \text{ bod})$$

Zbog toplinskog širenja volumeni žive i stakla se povećaju za

$$V_{Hg}^0 \alpha_{Hg} \Delta t \text{ i } V_S^0 \alpha_S \Delta t \text{ i vrijedi } \Delta t = 40^\circ \text{C} \quad (1 \text{ bod})$$

Prema tome, volumeni žive i staklene posude na  $40^\circ\text{C}$  su

$$(3) \text{ i } (4) \quad V_{Hg}^1 = V_{Hg}^0 (1 + \alpha_{Hg} \Delta t) \text{ i } V_S^1 = V_S^0 (1 + \alpha_S \Delta t) \quad (2 \text{ boda})$$

Oduzimanjem relacija (2) i (1) dobiva se:

$$(5) \quad G_1 - G_0 = (V_S^1 - V_{Hg}^1) \rho_{Hg}^1 g$$

Oduzimanjem (4) i (3) dobiva se:

$$(6) \quad V_S^1 - V_{Hg}^1 = (V_S^0 - V_{Hg}^0) + V_S^0 \alpha_S \Delta t - V_{Hg}^0 \alpha_{Hg} \Delta t$$

pa je nakon uvrštavanja (5) u (6):

$$\alpha_S = \frac{G_1 - G_0 - (V_S^0 - V_{Hg}^0) \rho_{Hg}^1 g + V_{Hg}^0 \alpha_{Hg} \Delta t \rho_{Hg}^1 g}{V_S^0 \Delta t \rho_{Hg}^1 g}$$

Ako volumen na  $0^\circ\text{C}$  u zadnjem članu brojnika izrazimo preko relacije (3), gornji izraz prelazi u:

$$\alpha_S = \frac{G_1 - G_0 - (V_S^0 - V_{Hg}^0) \rho_{Hg}^1 g + \frac{V_{Hg}^1}{(1 + \alpha_{Hg} \Delta t)} \alpha_{Hg} \Delta t \rho_{Hg}^1 g}{V_S^0 \Delta t \rho_{Hg}^1 g}$$

$$= \frac{(G_1 - G_0)(1 + \alpha_{Hg} \Delta t) - (V_S^0 - V_{Hg}^0) \rho_{Hg}^1 g (1 + \alpha_{Hg} \Delta t) + V_{Hg}^1 \alpha_{Hg} \Delta t \rho_{Hg}^1 g}{(1 + \alpha_{Hg} \Delta t) V_S^0 \Delta t \rho_{Hg}^1 g}$$

Za zadnji član u brojniku iskoristi se relacija (2), a za nazivnik relacija (3) i zatim (2) pa je:

$$= \frac{(G_1 - G_0)(1 + \alpha_{Hg} \Delta t) - (V_S^0 - V_{Hg}^0) \rho_{Hg}^1 g (1 + \alpha_{Hg} \Delta t) + (G_0 - G) \alpha_{Hg} \Delta t}{\frac{V_{Hg}^1}{V_S^0} V_S^0 \Delta t \rho_{Hg}^1 g}$$

$$= \frac{(G_1 - G_0)(1 + \alpha_{Hg} \Delta t) - (V_S^0 - V_{Hg}^0) \rho_{Hg}^1 g (1 + \alpha_{Hg} \Delta t) + (G_0 - G) \alpha_{Hg} \Delta t}{(G_0 - G) \frac{V_S^0}{V_{Hg}^0} \Delta t}$$

Sređivanjem brojnika dobiva se:

$$(7) \quad \alpha_S = \frac{(G_1 - G_0) + (G_1 - G) \alpha_{Hg} \Delta t - (V_S^0 - V_{Hg}^0) \rho_{Hg}^1 g (1 + \alpha_{Hg} \Delta t)}{(G_0 - G) \frac{V_S^0}{V_{Hg}^0} \Delta t}$$

Ako na početku živa zauzima  $x\%$  volumena staklene posude, vrijedi:

$$V_{Hg}^0 = x V_S^0,$$

pa relacija (7) prelazi u

DRŽAVNO NTJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. – 5. svibnja 2010.

$$\alpha_s = \frac{(G_1 - G_0) + (G_1 - G)\alpha_{Hg}\Delta t - \left(\frac{1}{x} - 1\right)V_{Hg}^0\rho_{Hg}^1g(1 + \alpha_{Hg}\Delta t)}{(G_0 - G)\frac{1}{x}\Delta t}$$

$$\alpha_s = \frac{(G_1 - G_0) + (G_1 - G)\alpha_{Hg}\Delta t - \left(\frac{1}{x} - 1\right)V_{Hg}^1\rho_{Hg}^1g}{(G_0 - G)\frac{1}{x}\Delta t} = \frac{(G_1 - G_0) + (G_1 - G)\alpha_{Hg}\Delta t - \left(\frac{1}{x} - 1\right)(G_0 - G)}{(G_0 - G)\frac{1}{x}\Delta t}$$

Ako je na 0°C posuda do vrha napunjena živom  $x = 1$  pa je

$$\alpha_s = \frac{(G_1 - G_0) + (G_1 - G)\alpha_{Hg}\Delta t}{(G_0 - G)\Delta t} \quad (3 \text{ boda})$$

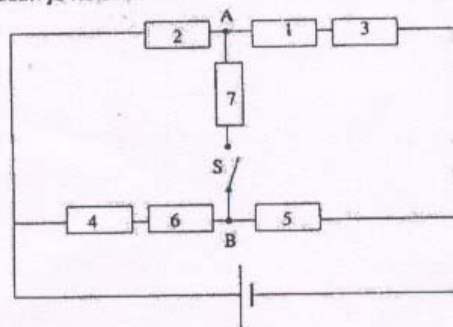
Za  $x = 0.95$  dobiva se:

$$\alpha_s = \frac{(G_1 - G_0) + (G_1 - G)\alpha_{Hg}\Delta t - \left(\frac{1}{999}\right)(G_0 - G)}{(G_0 - G)\frac{1000}{999}\Delta t} \quad (3 \text{ boda})$$

4. zadatak (19 bodova)

Ekvivalentni strujni krug prikazan je na slici:

(3 boda)



Kada je sklopka otvorena serijski spoj otpornika 1,2 i 3 u paraleli je sa serijskim spojem otpornika 4,5 i 6.

Ekvivalentni otpor je

$$R = \frac{(R_1 + R_2 + R_3)(R_4 + R_5 + R_6)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6} = 1.5\Omega \quad (1 \text{ bod})$$

Struja je:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12V}{1.5\Omega} = 8A \quad (1 \text{ bod})$$

Budući da je u obje grane jednak otpor, otpornicima 1,2 i 3 te 4, 5 i 6 teče jednaka struja koje je jednaka polovici ukupne struje:

DRŽAVNO NTJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. – 5. svibnja 2010.

$$I_1 = I_2 = \frac{I}{2} = 4A$$

Napon na otporniku 2 je:

$$U_2 = I_1 R_2 = 4A \cdot 1\Omega = 4V \quad (1 \text{ bod})$$

Budući da je lijevi kraj otpornika 2 na potencijalu 12V, potencijal u točki A je  $12V - 4V = 8V$  (1 bod)

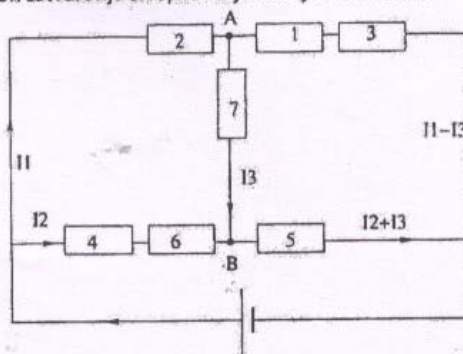
Napon na otporniku 5 je:

$$U_5 = I_2 R_3 = 4A \cdot 1\Omega = 4V \quad (1 \text{ bod})$$

pa je potencijal u točki B 4V. (1 bod)

Prema tome, točka A je za 4V na višem potencijalu nego točka B.

b) Pretpostavimo da je nakon zatvaranja sklopke smjer struja kao na slici:



Primjenom Kirchhoffovih pravila na tri petlje dobiva se sustav s tri nepoznanice:

Petlja (12V-2-1-3):  $I_1 R_2 + (I_1 - I_3)(R_1 + R_3) = 12V$  (1 bod)

Petlja (24V-4-6-5):  $I_2(R_4 + R_6) + (I_2 + I_3)R_5 = 12V$  (1 bod)

Petlja(2-7-6-4):  $I_1 R_2 + I_3 R_7 - I_2(R_4 + R_6) = 0$  (1 bod)

tj.

$$3I_1 - I_3 = 12$$

$$3I_2 + I_3 = 12$$

$$I_1 - 2I_2 + I_3 = 0$$

Rješavanjem sustava dobiva se da otpornikom 7 teče struja:

$$I_3 = 2A \quad (1 \text{ bod})$$

c) Kondenzatori se brzo nabiju i nakon toga struja prestane teći (kondenzatori predstavljaju beskonačni otpor). Oba kondenzatora su na istom naponu od 12V. Prema tome potencijal u točki B je za 12 V veći od potencijala u točki A. (2 boda)

Kada se sklopka S zatvori, poteći će struja otpornike 4, 6, 7, 1 i 3 koji su sada serijski spojeni. Ekvivalentni otpor je:

DRŽAVNO NTJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. – 5. svibnja 2010.

$$R = R_4 + R_6 + R_7 + R_1 + R_3 = 5\Omega \quad (1 \text{ bod})$$

pa je struja:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12V}{5\Omega} = 2.4A \quad (1 \text{ bod})$$

Kondenzator na mjestu otpornika 2 je na naponu kao i serijski spoj otpornika 4-6-7:

$$U_{C1} = U_{467} = I(R_4 + R_6 + R_7) = 2.4A \cdot 3\Omega = 7.2V \quad (1 \text{ bod})$$

pa je na njemu naboj:

$$Q_1 = U_{C1}C1 = 7.2\mu C \quad (1 \text{ bod})$$



**DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE**  
*Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010*

**Srednje škole – 2. skupina**

**Eksperimentalni zadatak**

## **PROUČAVANJE KARAKTERISTIKA IZVORA STRUJE**

### **Zadatak**

- Proučiti karakteristike zadanog izvora struje (proučiti ovisnost korisne snage  $P_k$  o jakosti struje  $I$  te korisne snage  $P_k$ , ukupne snage  $P$  i koeficijenta iskorištenja  $\eta$  o vanjskom otporu  $R$  strujnog kruga) i odrediti unutarnji otpor izvora  $R_u$

### **Pribor**

- Izvor istosmjerne struje
- Voltmetar
- Otporna žica
- Otpornik poznatog otpora ( $0.5 \Omega$ )
- Žice za spajanje (5 kom.)
- Krokodilke (5. Kom.)
- milimetarski papir (4 araka)

U sklopu zadatka treba:

1. Nacrtati shemu strujnog kruga pomoću kojeg će se vršiti mjerenja. (3 boda)
  2. Teorijski opisati postupak mjerenja i određivanja potrebnih veličina za izvršenje zadatka. (4 boda)
  3. Napraviti potrebna mjerenja te podatke prikazati tabelarno. (6 bodova)
  4. Odrediti unutarnji otpor izvora struje  $R_u$  i provesti račun pogreške. (3 boda)
  5. Prikazati grafički ovisnosti:
    - a) korisne snage  $P_k$  o jakosti struje  $I$ ; (2 boda)
    - b) korisne snage  $P_k$  o vanjskom otporu  $R$ ; (2 boda)
    - c) ukupne snage  $P$  o vanjskom otporu  $R$ ; (2 boda)
    - d) koeficijenta iskorištenja  $\eta$  o vanjskom otporu  $R$ . (2 boda)
  6. Opisati dobivene ovisnosti. (3 boda)
  7. Izvesti teorijski izraz za ovisnost koeficijenta iskorištenja  $\eta$  o vanjskom otporu  $R$  i usporediti s eksperimentalnim rezultatima (prikazati na grafu pod d)) (3 boda)
- Ukupno eksperimentalni zadatak 30 bodova

**Napomene:** Mjerni instrument koristiti samo kao voltmetar.

Tijekom mjerenja strujni krug držati uključen samo kratkotrajno, dok se očitava vrijednost na instrumentu, jer se baterija brzo troši.

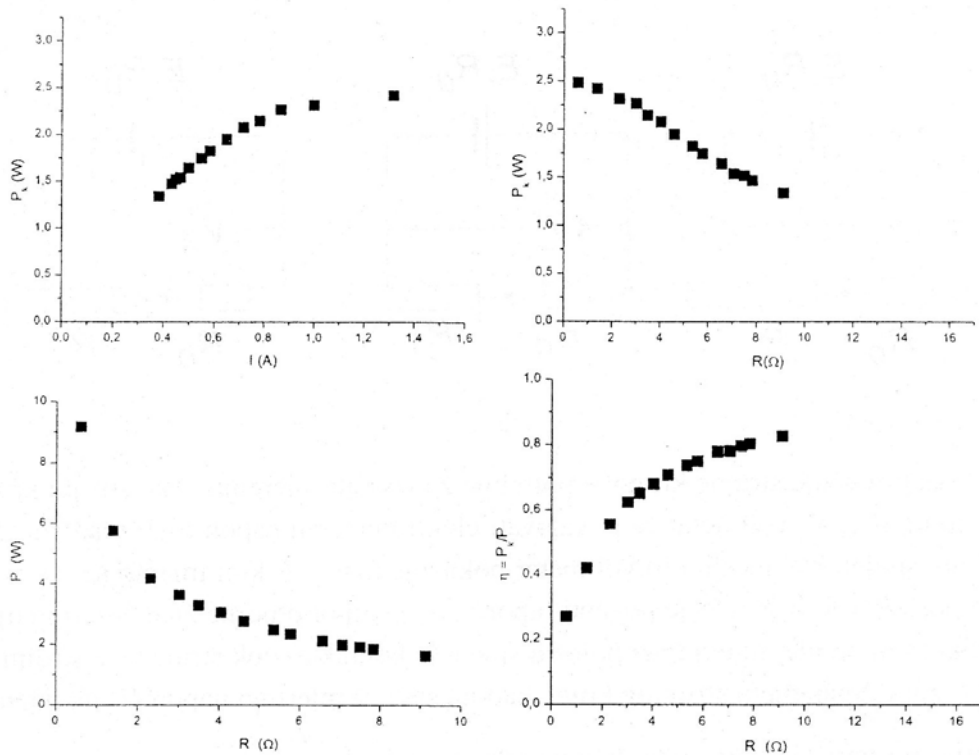
## DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Srednja vrijednost unutarnjeg otpora je  $1.89 \Omega$ , a maksimalno odstupanje  $0.27 \Omega$ .

Možemo napisati da je unutarnji otpor:  $R_u = (1.89 \pm 0.27)\Omega$ . (3 boda)

Donje slike prikazuju ovisnost korisne snage  $P_k$  o jakosti struje  $I$  te korisne snage  $P_k$ , ukupne snage  $P$  i koeficijenta iskorištenja  $\eta$  o vanjskom otporu  $R$  strujnog kruga.



(4x2 = 8 bodova)

Vidimo da za mjereno područje korisna  $P_k$  snaga raste s jakošću električne struje  $I$ . Korisna snaga  $P_k$  i ukupna snaga  $P$  se smanjuju povećanjem vanjskog otpora  $R$ , a koeficijent iskorištenja  $\eta$  raste s porastom vanjskog otpora  $R$ . (3 boda)

Za koeficijent iskorištenja vrijedi:

$$\eta = \frac{P_k}{P} = \frac{I^2 R}{I^2 (R + R_u)} \Rightarrow \eta = \frac{R}{R + R_u}$$

Kad se u ovaj izraz uvrste vrijednosti vanjskog otpora  $R$  iz mjenog područja, dobije se vrlo dobro slaganje s rezultatima eksperimenta. (3 boda)

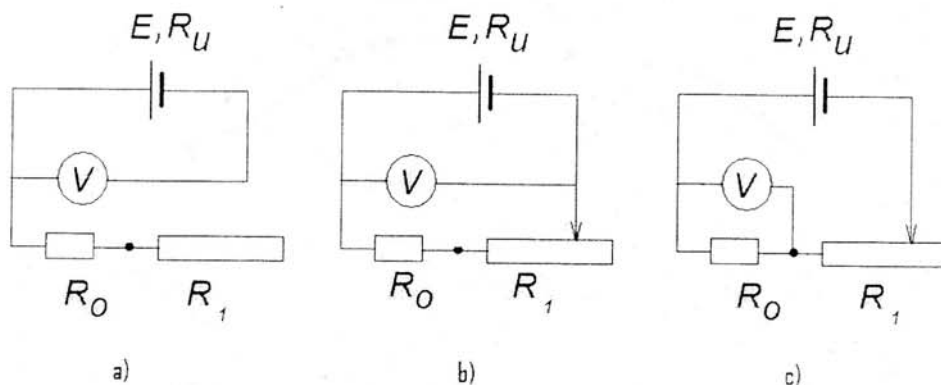
DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Srednje škole – 2. skupina

Eksperimentalni zadatak

Rješenje i smjernice za bodovanje



(3 boda)

Slika prikazuje strujne krugove potrebne za izvršiti mjerenja. Ako strujni krug spojimo kao na slici a), voltmetar će pokazivati elektromotorni napon  $E$  izvora. Ako je strujni krug spojen kao na slici b) voltmetar pokazuje napon  $U$  koji imamo na vanjskom otporu  $R = R_0 + R_1$  ( $R_0$  je poznati otpor, a  $R_1$  je otpor otporne žice koji mijenjamo tokom mjerenja mijenjajući položaj spajanja kontakta) dok struja teče strujnim krugom. Spajanjem strujnog kruga kao na slici c) mjerimo napon  $U_0$  na poznatom otporu i pomoću njega određujemo jakost struje  $I = \frac{U_0}{R_0}$ .

Korisnu snagu određivati ćemo prema izrazu:  $P_k = UI$ .

Ukupna snaga je umnožak elektromotornog napona i jakosti struje:  $P = EI$ .

Koeficijent iskorištenja je omjer korisne i ukupne snage:  $\eta = \frac{P_k}{P}$ . (4 boda)

Primjer jednog niza mjerenja prikazan je u tabeli.

Br. mj.	$E$ (V)	$U$ (V)	$U_0$ (V)	$I$ (A)	$R_u$ ( $\Omega$ )	$R$ ( $\Omega$ )	$P_k$ (W)	$P$ (W)	$\eta$
1.	4,51	1,22	1,22	2,03	1,62	0,60	2,48	9,17	0,27
2.	4,38	1,84	0,79	1,32	1,93	1,40	2,42	5,77	0,42
3.	4,18	2,32	0,6	1,00	1,86	2,32	2,32	4,18	0,56
4.	4,2	2,62	0,52	0,87	1,82	3,02	2,27	3,64	0,62
5.	4,21	2,74	0,47	0,78	1,88	3,50	2,15	3,30	0,65
6.	4,26	2,9	0,43	0,72	1,90	4,05	2,08	3,05	0,68
7.	4,24	3	0,39	0,65	1,91	4,62	1,95	2,76	0,71
8.	4,24	3,13	0,35	0,58	1,90	5,37	1,83	2,47	0,74
9.	4,24	3,18	0,33	0,55	1,93	5,78	1,75	2,33	0,75
10.	4,23	3,29	0,3	0,50	1,88	6,58	1,65	2,12	0,78
11.	4,23	3,3	0,28	0,47	1,99	7,07	1,54	1,97	0,78
12.	4,25	3,38	0,27	0,45	1,93	7,51	1,52	1,91	0,80
13.	4,24	3,4	0,26	0,43	1,94	7,85	1,47	1,84	0,80
14.	4,24	3,5	0,23	0,38	1,93	9,13	1,34	1,63	0,83

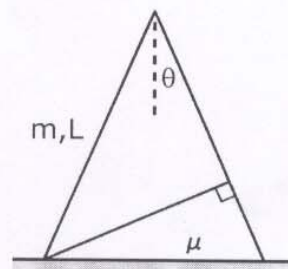
(6 bodova)

**DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE**  
*Varaždin, 2. - 5. svibnja 2010.*

**Srednje škole – 3. skupina**

**1. zadatak (15 bodova)**

Dva štapa, svaki mase  $m$  i duljine  $L$ , spojeni su pomoću ležaja pri svojim vrhovima i postavljeni su na stol (gravitacija djeluje prema dolje). Svaki od njih čini kut  $\theta$  sa vertikalom. Bezmasena nit povezuje štapove, a koeficijent trenja između štapova i stola jednak  $\mu$ . Identificirajte sile u sustavu i napišite jednadžbe ravnoteže za svaki od štapova. U slučaju da nema trenja odredite sve sile (iznos i smjer) u sustavu. Kolika je napetost niti kad je  $\theta=45^\circ$ ? Kako to interpretirate?



**2. zadatak (18 bodova)**

U kutiji su smješteni jednostavno matematičko njihalo i uteg na opruzi. Prirodni period titranja oba sustava je jednak i iznosi  $T$ . Kutija se ubrzava okomito prema gore ubrzanjem  $a$  dok ne dosegne visinu  $h$  i tad se pusti u slobodno gibanje (vertikalni hitac). Koliko titraja od početka ubrzanja do trenutka dok kutija ne padne na tlo napravi matematičko njihalo, a koliko uteg? Koji sustav napravi više titraja?

**3. zadatak (18 bodova)**

U dugoj cilindričnoj zavojnici polumjera  $R$  stvoreno je homogeno magnetsko polje iznosa  $B$ . U zavojnicu (između navoja) ulijeću u istom trenutku dvije čestice jednakih masa  $m$ , naboja  $Q$  i  $-Q$  i količina gibanja  $p_1$  i  $p_2$ . Smjer ulijetanja obje čestice je duž promjera, okomito na os zavojnice. Koliko vremena se svaka od čestica giba u zavojnici? Kako izgleda vrijeme gibanja u ovisnosti o jakosti struje kroz zavojnicu (dovoljno je napisati proporcionalnost)? Kojoj vrijednosti teži vrijeme gibanja kad struja postaje sve jača i jača? Koja od čestica je duže u zavojnici u tom slučaju?

**4. zadatak (19 bodova)**

$N$  osoba, svaka mase  $m$ , stoji na pokretnim kolicima mase  $M$  koja se nalaze na željezničkim tračnicama. Između kolica i tračnica nema trenja, a kolica u početnom trenutku miruju. Da li kolica imaju veću konačnu brzinu ako sa njih odjednom skoči svih  $N$  osoba brzinom  $v$  u odnosu na kolica ili ako skače jedna po jedna osoba, svaka brzinom  $v$  u odnosu na kolica? (pod „brzina u odnosu na kolica“ misli se na relativnu brzinu osobe i kolica prije skoka osobe) Odredite brzinu kolica u oba slučaja ako je  $N=3$ . Kako izgleda brzina kolica u oba slučaja za proizvoljni  $N$ ?

**DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE**  
*Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010*

**Srednje škole - 3. skupina**

**Eksperimentalni zadatak**

**Pribor:** Kružna ploča, šipka oko koje se vrti ploča, stegač sa šipkom, konac, spajalica, 3 okrugla utega s rupom u sredini od 10 g i jedan od 5 g, štoperica, 4 milimetarska papira.

Kružna ploča sastoji se od 3 koloture. Promjer prve koloture je 134 mm, druge 91 mm, a treće 42 mm. Promjer je mjeren od dna žlijeba koloture.

**Zadatak:** a) Grafički prikazati ovisnost kuta zakreta ploče o vremenu.

Ploča u početnom trenutku miruje. Prvo napravite 5 mjerenja s jednim momentom sile, a zatim s drugim. Podatke za oba momenta sile nacrtajte na istom grafu. (6 bodova)

b) Kako kut zakreta ovisi o vremenu? Dokažite! (3 boda)

c) Izračunajte kutnu akceleraciju u oba slučaja! (5 bodova)

d) Mjerenjem nađite koliki je moment tromosti kružne ploče kada os rotacije prolazi kroz centar ploče i okomita je na ravninu ploče. Treba napraviti 5 mjerenja svaki put s drugim momentom sile. (11 bodova)

Svaki postupak opisati riječima.

Kvaliteta mjerenja bodovati će se s 5 boda.

Masa spajalice i masa konca se zanemaruju.

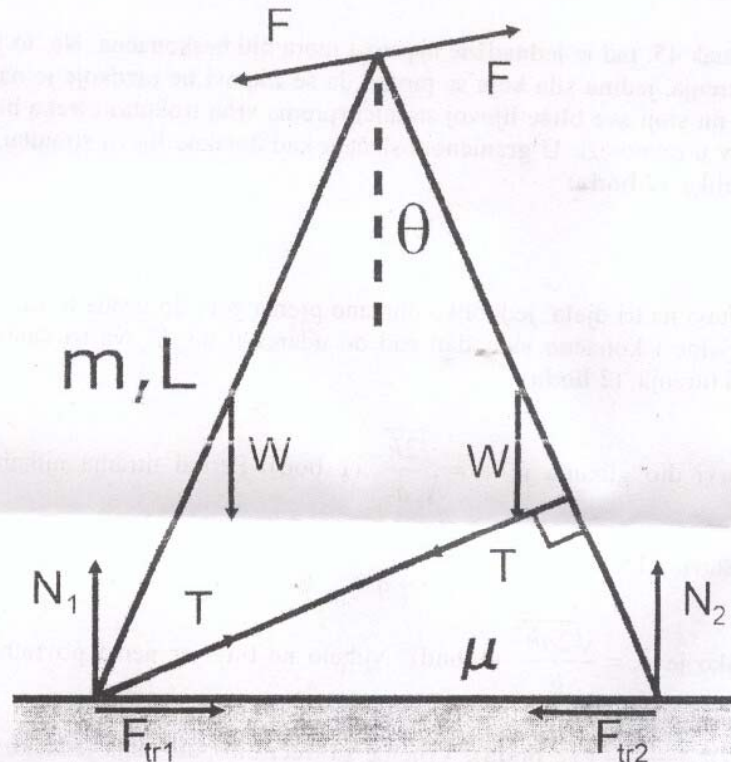
Želimo vam puno uspjeha u rješavanju.

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. - 5. svibnja 2010.

Srednje škole – 3. skupina - rješenje

I.zadatak



Sile su dane na slici (2 boda). Ako se lijevi štap označi sa a) a desni sa b), te sa x smjer udesno, sa y smjer prema gore, slijede jednadžbe ravnoteže:

$$\text{a.x.) } F_{tr1} + T_x = \mu N_1 + T \cos \theta = F_x$$

$$\text{a.y.) } N_1 + T_y = N_1 + T \sin \theta = F_y + W$$

$$\text{b.x.) } F_{tr2} + T_x = \mu N_2 + T \cos \theta = F_x$$

$$\text{b.y.) } N_2 + F_y = W + T_y = W + T \sin \theta$$

(4 boda)

Ne zna se u kojem smjeru stoji F, pa je za jednadžbu ravnoteže zakretnih momenata najbolje uzeti vrh štapa. Udaljenosti hvatišta na štapu i kutovi među vektorima hvatišta i vektorima sile nadu se iz trigonometrije.

$$\text{a.) } W \frac{L}{2} \sin \theta - N_1 L \sin \theta + F_{tr1} L \cos \theta + T L \cos(2\theta) = 0$$

(2 boda)

$$\text{b.) } W \frac{L}{2} \sin \theta + T L \cos(2\theta) - N_2 L \sin \theta + F_{tr2} L \cos \theta = 0$$

(2 boda)

## DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. - 5. svibnja 2010.

Bilo koji alternativni zapis ovih uvjeta donosi isti broj bodova. Ako je koeficijent trenja jednak nuli sustav se pojednostavljuje. Rješenje sustava provodi se jednom od uobičajenih metoda i daje:

$$N_1 = N_2 = W = mg \quad (1 \text{ bod})$$

$$\vec{F} = \vec{f} \quad (1 \text{ bod})$$

$$T = \frac{mg \sin \theta}{2 \cos(2\theta)} \quad (1 \text{ bod})$$

Ako je kut jednak 45, tad iz jednadžbe napetost mora biti beskonačna. No, to je jasno iz postava. Ako je sustav bez trenja, jedina sila koja se protivi da se štapovi ne razdvoje je napetost niti. Kako se kut približava 45, nit stoji sve bliže lijevoj stranici (prema vrhu trokuta) i treba biti sve više i više napeta da održi sustav u ravnoteži. U graničnom slučaju kad dotakne lijevu stranicu, napetost bi trebala biti beskonačno velika. (2 boda)

### 2. zadatak

Gibanje se rastavi na tri djela: jednoliko ubrzano prema gore do visine  $h$ , zatim jednoliko usporeno do maksimalne visine i konačno slobodan pad do udarca u tlo. U sva tri slučaja utegu na masi se ne mijenja period titranja. (2 boda)

Vrijeme za prvi dio gibanja je  $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{a}}$  (1 bod). Period titranja njihala se promijeni jer je u

ubrzanom sustavu i iznosi  $T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+a}} = T \sqrt{\frac{g}{g+a}}$ . (2 boda). Vrijeme potrebno za drugi dio

gibanja jednako je  $t_2 = \frac{\sqrt{2ah}}{g}$  (1 bod). Njihalo ne titra jer nema povratne sile (kao da je period

jednak  $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g-g}}$ ) (2 boda). Vrijeme za treći dio putovanja jednako je  $t_3 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \sqrt{1 + \frac{a}{g}}$ . (1

bod). Njihalo ponovno ne titra jer nema povratne sile. (2 boda)

Broj titraja koje napravi masa na opruzi je

$$N_1 = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{T} = \frac{1}{T} \sqrt{\frac{2h}{g}} \left[ \sqrt{\frac{g}{a}} + \sqrt{\frac{a}{g}} + \sqrt{1 + \frac{a}{g}} \right] \quad (2 \text{ boda})$$

Broj titraja koje napravi njihalo je

$$N_2 = \frac{t_1}{T'} = \frac{\sqrt{\frac{2h}{a}}}{2\pi \sqrt{\frac{l}{g+a}}} = \frac{1}{T} \sqrt{\frac{2h}{g}} \sqrt{1 + \frac{g}{a}} \quad (2 \text{ boda})$$

Da bi se vidjelo koji sustav napravi više titraja, napravi se omjer ta dva broja:

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. - 5. svibnja 2010.

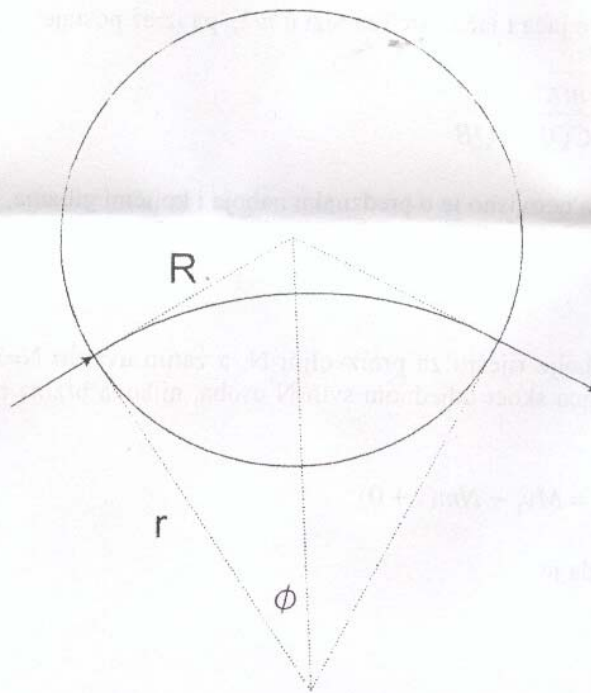
$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\sqrt{\frac{a}{g}} + \sqrt{\frac{g}{a}} + \sqrt{1 + \frac{a}{g}}}{\sqrt{1 + \frac{g}{a}}}$$

(1 bod)

Ovdje je  $g$  konstanta, a  $a$  se može mijenjati. Lako se vidi da je ovaj razlomak uvijek veći od jedan. Ako je  $a$  vrlo velik u odnosu na  $g$ , tad je nazivnik jednak (skoro) 1, a brojnik vrlo velik. Ako se  $a$  smanjuje i reda je veličine  $g$ , tad su tri doprinosa u brojnika istog reda kao i doprinos u nazivniku i opet je omjer veći od 1. Konačno, ako je  $a$  jako mali u odnosu na  $g$ , razlomak će težiti k 1. Stoga, broj titraja koje napravi masa uvijek je veći od broja titraja koje napravi njihalo. (2 boda). Bilo koja analiza alternativna ovoj koja dovodi do istog rješenja nosi isti broj bodova.

3. zadatak

Promotrimo kako se giba jedna čestica. Jedna moguća putanja dana je na skici. Za svaku moguću putanju može se napraviti ista konstrukcija. Skica (2 boda).



Ovdje je  $R$  polumjer zavojnice, a  $r$  polumjer putanje. Kut između njih je pravi jer tako u zavojnicu ulijeće čestica. Situacija je simetrična pa isto vrijedi na izlasku. (2 boda). U ovom slučaju brzina čestice se ne mijenja, a Lorentzova sila djeluje kao centripetalna sila. Vrijedi da je:

$$\frac{mv^2}{r} = qvB \Rightarrow r = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB}$$

(2 boda)

Iz pravokutnog trokuta lako se očitava da je

## DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. - 5. svibnja 2010.

$$\tan \phi = \frac{R}{r} \Rightarrow \phi = \text{ArcTan}\left(\frac{R}{r}\right) \quad (2 \text{ boda})$$

Putanja čestice je duž kružnog luka konstantnom brzinom. Duljina luka poznata je iz kuta, a brzina je zadana količinom gibanja. Vrijeme putovanja je:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{2r\phi}{p/m} = \frac{2m}{|q|B} \text{ArcTan}\left(\frac{|q|BR}{p}\right) \quad (2 \text{ boda})$$

Naboj je stavljen u apsolutnu vrijednost jer polumjer, kao i vrijeme, ne mogu biti negativni (iako naboj može biti), a kut ne ovisi o predznaku naboja. (1 bod). Ako se mijenja struja, tad raste i magnetsko polje (1 bod). U zavojnici polje raste proporcionalno iznosu struje tj.  $B=C I$  (1 bod). Vrijeme u ovisnosti o struji tad je jednako:

$$t = \frac{2m}{CQI} \text{ArcTan}\left(\frac{|Q|CR}{p} I\right) \quad (2 \text{ boda})$$

Kad je struja sve jača i jača, ArcTan teži u  $\pi/2$ , pa izraz postaje:

$$t = \frac{2m}{CQI} \frac{\pi}{2} = \frac{m\pi}{CQI} = \frac{m\pi}{QB} \quad (2 \text{ boda})$$

Vrijeme gibanja neovisno je o predznaku naboja i količini gibanja, pa su obje čestice približno jednako dugo u zavojnici. (1 bod).

### 4. zadatak

Zadatak je najbolje riješiti za proizvoljni  $N$ , a zatim uvrstiti  $N=3$ , što je navedeno kao podzadatak. Ukoliko sa kolica skoči odjednom svih  $N$  osoba, njihova brzina nađe se iz zakona očuvanja količine gibanja:

$$(M + Nm) \cdot 0 = Mv_1 - Nm(v + 0) \quad (2 \text{ boda})$$

Iz čega slijedi da je

$$v_1 = \frac{Nm}{M} v \quad (1 \text{ bod})$$

Ako skaču jedna po jedna osoba, situacija je drukčija. Pretpostavimo da je u početku na kolicima  $N$  osoba, kao što je zadano, i da je do sada iskočilo „ $i$ “ osoba. Tad u idućem skoku, kao i u svima prije („ $i$ “ je proizvoljan) vrijedi zakon očuvanja količine gibanja:

$$(M + (N - i)m)v_i = (M + (N - (i + 1))m)v_{i+1} - m(v + v_i) \quad (2 \text{ boda})$$

Cilj zadatka je pomoću ove relacije odrediti  $v_N$  ako je poznat  $v_0$ . Da se ne izgubimo u zapisima, uvedu se slijedeće pokrate:

$$\alpha_i = M + (N - i)m$$

$$\beta = mv$$

**DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE**  
*Varaždin, 2. - 5. svibnja 2010.*

$$\gamma = m$$

Prethodna relacija tad se svede na:

$$v_{i+1} = \frac{\alpha_{i+1} + \gamma}{\alpha_{i+1}} v_i + \frac{\beta}{\alpha_{i+1}} = \frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_{i+1}} v_i + \frac{\beta}{\alpha_{i+1}} \quad (1 \text{ bod})$$

Napomena: bilo koji drugi zapis ili način dolaženja do istog rješenja nosi isti broj bodova.

Iz ovog izraza može se dobiti općeniti izraz za  $v_N$ . Ako nije jasno kako izgleda, može se pogledati prvih nekoliko članova, pa zaključiti kako izgleda pravilo:

$$v_1 = \frac{\beta}{\alpha_1}$$

$$v_2 = \frac{\beta}{\alpha_1 \alpha_2} (\alpha_0 + \alpha_1) \dots$$

$$v_4 = \frac{\beta}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4} (\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 + \alpha_1 \alpha_2 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_1 \alpha_2 + \alpha_0 \alpha_1 \alpha_2) \quad (3 \text{ boda})$$

Napomena: ako se zapiše odmah ili na neki drugi način dođe do općeg izraza, priznaju se ova 3 boda.

Sad se već može pokazati koja je brzina veća: kad iskoče svi odjednom ili jedan po jedan. Svođenjem gornjeg izraza na izraz sličan onom kad skoče svi odjednom slijedi (npr. za  $N=4$ ):

$$v_4 = \frac{\beta}{\alpha_4} \left( 1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_3} + \frac{\alpha_1}{\alpha_3} + \frac{\alpha_0}{\alpha_3} \right) > \frac{4\beta}{\alpha_4} \quad (3 \text{ boda})$$

Analogno vrijedi za bilo koji  $N$ . Bilo koji dokaz da je konačna brzina veća od one kad svi skoče odjednom nosi isti broj bodova.

Izraz koji se dobio još se može srediti ako se izluče zajednički faktori u zagradi i pokrate sa onima u nazivniku. Slijedi da je:

$$v_N = \frac{\beta}{\alpha_{N-1} \alpha_N} (\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{N-1}) = \frac{\beta}{\alpha_{N-1} \alpha_N} \sum_{i=0}^{N-1} \alpha_i \quad (1 \text{ bod})$$

Napokon, i dobiveni izraz se još da srediti i u konačnici daje:

$$v_N = \frac{Nmv}{M(M+m)} \left( M + \frac{N+1}{2} m \right) \quad (2 \text{ boda})$$

Bilo koji način dolaska do rješenja, ili djelomičnog rješenja, nosi isti (ili djelomični) broj bodova.

Ako je  $N=3$ , brzina kad iskoče svi jednaka je  $3mv/M$  (2 boda). Ako iskaču jedan po jedan tad je konačna brzina jednaka:

$$v_3 = 3v \frac{m(M+2m)}{M(M+m)} \quad (2 \text{ boda})$$

# DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Srednje škole - 3. skupina

## Eksperimentalni zadatak - rješenje

Za rješenje ovog zadatka postoji bezbroj mogućnosti i sloboda izbora, ali da bi se dobila dobra i kvalitetna mjerenja treba izabrati nekoliko mogućnosti. Moment tromosti nije velik pa je vrijeme mjerenja kratko tako da treba izbjeći veliki moment sile. Znači, treba izabrati manju koloturu i manju težinu utega. Međutim, ako je težina utega premala, zbog trenja, neće doći do zakretanja. Pravilni izbor dati će bolje rezultate. (5 bodova)

a) Konac se provuče kroz rupicu na koloturi i zaveže. Na drugi kraj priveže se spajalica. Konac se namota oko koloture. Kraj spajalice se odvine tako da se mogu nataknuti utezi. Na ploči postoji oznaka koja se postavi u određeni položaj (najbolje  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  ili  $270^\circ$ ). Ploča se pridržava i u trenutku kad se pusti uključi se štoperica. Najbolje je štopati vrijeme  $\frac{1}{4}$  kruga, ali nije nužno. Zatim se mjerenje ponovi, ali za  $\frac{1}{2}$  kruga. I tako dalje dok se ne načini 5 mjerenja.

Sila utega djeluje okomito na radijus koloture i možemo ga izračunati:

$$M = GR$$

gdje je  $G$  težina utega:

$$G = mg$$

gdje je  $m$  masa utega, a  $g$  ubrzanje tijela u slobodnom padu:  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  (može u zadatku i  $10 \text{ m/s}^2$ ).

$R$  je radijus koloture.

Podatke treba unijeti u tablicu. Može se direktno pisati opisani kut  $\varphi$ , ali i kao dio kruga  $N$ .  $\varphi = 2\pi N$

Nakon toga promijeni se moment sile (može se promijeniti masa utega ili radijus koloture ili oboje)

Primjer:

R/m	0,021
G/N	0,1
M/Nm	0,0021

t/s	N	$\varphi/\pi\text{rad}$
0	0	0
1	0,25	0,5
1,3	0,5	1
1,6	0,75	1,5
1,9	1	2
2,1	1,25	2,5

R/m	0,021
G/N	0,05
M/Nm	0,00105

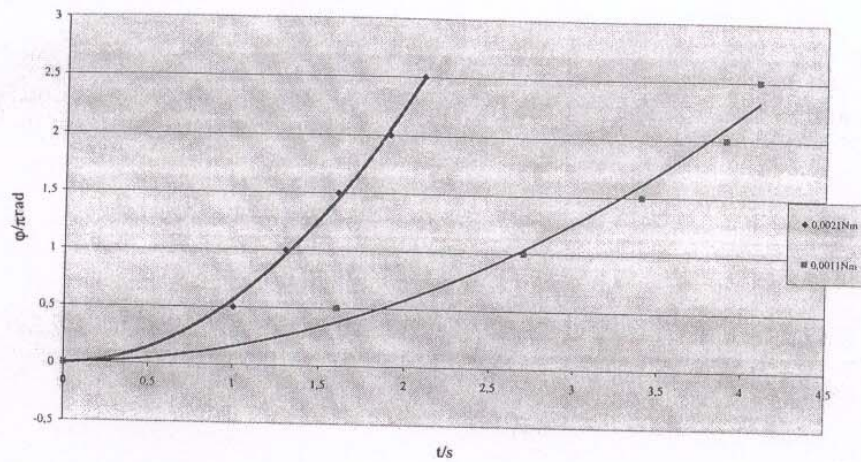
t/s	N	$\varphi/\pi\text{rad}$
0	0	0
1,8	0,25	0,5
2,7	0,5	1
3,4	0,75	1,5
3,9	1	2
4,1	1,25	2,5

(3 boda)

Graf mora biti pregledan, mora imati naziv, osi moraju biti označene i mora biti dobra podjela na osima, krivulju nacrtati tako da se linija što je bolje moguće povuče između točkica, a ne spajati točkice. (3 boda)

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE  
 Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Ovisnost  $\varphi$ -t kod ubrzanog kružnog gibanja

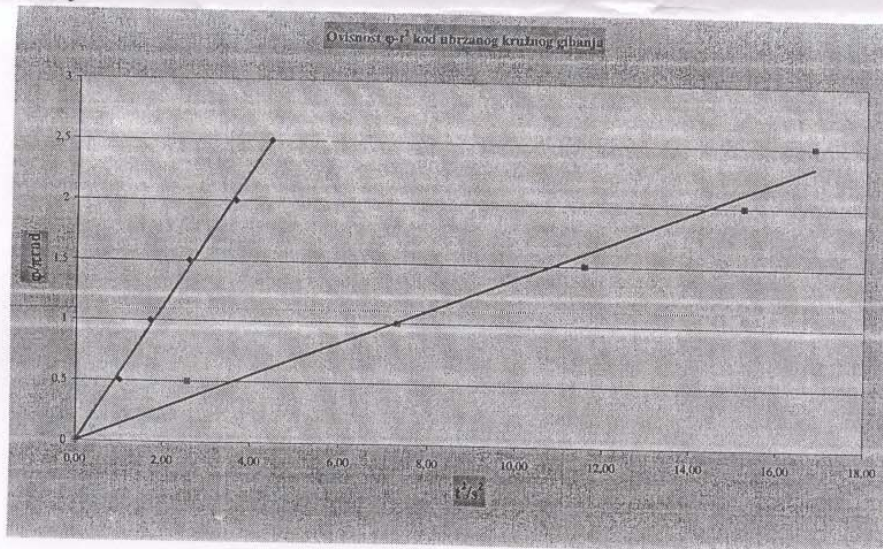


b) Pod djelovanjem momenta sile ploča će rotirati jednoliko ubrzano kružno. Pri tome je kut u nekom trenutku:

$$\varphi = \frac{1}{2} \alpha t^2$$

Dakle, kut zakreta ovisi o kvadratu vremena.  $\alpha$  je kutna akceleracija i ona je stalna. To možemo dokazati tako da nacrtamo graf, ali umjesto vremena na x os stavimo kvadrat vremena. Ako dobijemo pravac znači da je opisan kut proporcionalan s kvadratom vremena. (3 boda)

Primjer:



**DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE**  
 Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

c) Kutna akceleracija izračuna se iz izraza:  $\alpha = \frac{2\varphi}{t^2}$ , ispuni se tablica i napravi se račun pogreške.

Primjer:

R/m	0,021
G/N	0,1
M/Nm	0,0021

t/s	$\varphi/\pi\text{rad}$	$\alpha/(\pi\text{rad/s}^2)$	$\Delta\alpha/(\pi\text{rad/s}^2)$
1	2	1,00	0,12
1,3	2,6	1,18	-0,06
1,6	3,2	1,17	-0,05
1,9	3,8	1,11	0,01
2,1	4,2	1,13	-0,01
$\bar{\alpha}/(\pi\text{rad/s}^2)$		1,12	0,12
		r	11%

R/m	0,021
G/N	0,05
M/Nm	0,00105

t/s	$\varphi/\pi\text{rad}$	$\alpha/(\pi\text{rad/s}^2)$	$\Delta\alpha/(\pi\text{rad/s}^2)$
1,8	0,5	0,31	-0,03
2,7	1	0,27	0,01
3,4	1,5	0,26	0,02
3,9	2	0,26	0,02
4,1	2,5	0,30	-0,02
$\bar{\alpha}/(\pi\text{rad/s}^2)$		0,28	0,03
		r	10%

(2 boda)

$\bar{\alpha}$  je prosječna vrijednost,  $\Delta\alpha$  je odstupanje pojedinih mjerenja od prosječne vrijednosti:  $\Delta\alpha = \bar{\alpha} - \alpha$ ,  $\Delta\alpha_{\max}$  je apsolutna vrijednost najvećeg odstupanja; r je relativna pogreška:

$$r = \frac{\Delta\alpha_{\max}}{\bar{\alpha}} \quad (2 \text{ boda})$$

Rezultat mora biti prikazan:  $\alpha = (1,12 \pm 0,12)\pi\text{rad/s}^2$  (1 bod)

(mjerenja i rezultati prikazani su u  $\pi\text{rad}$ , ali nije greška ako se pomnoži s  $\pi$ )

d) Za izračunavanje momenta tromosti javlja se problem zbog trenja između ploče i osovine. Ploča se pod djelovanjem momenta sile vrta manjom kutnom akceleracijom nego kad ne bi bilo trenja pa moment tromosti ne možemo računati kao:  $I = \frac{M}{\alpha}$ .

Rezultantni moment sile  $M_R$  koji djeluje na ploču jednak je zbroju momenta sile koji djeluje na ploču M i momenta sile trenja  $M_{tr}$ :

$$M_R = M + M_{tr}$$

$$M_R = I\alpha_R$$

$$M = I\alpha$$

$$M_{tr} = I\alpha_{tr}$$

$\alpha_R$  je kutna akceleracija koju dobijemo mjerenjem,  $\alpha$  je kutna akceleraciju koju bi imala ploča kada ne bi bilo trenja,  $\alpha_{tr}$  je kutna deceleracija zbog trenja (negativna je).

$$\alpha = \alpha_R - \alpha_{tr} \quad (3 \text{ boda})$$

Mjerenje kutne deceleracije

Ploču bez utega i konca zavrtimo. Uključimo štopericu i brojimo krugove dok se ploča ne zaustavi (nije potrebno odmah uključiti štopericu već pričekati pravi trenutak). Za koliki dio kruga se još zakrenula ploča može se procijeniti.

Iz dobivenih podataka izračunamo kutnu deceleraciju:

$$\alpha_{tr} = -\frac{2\varphi}{t^2}$$

Načinimo nekoliko mjerenja i ispunimo tablicu.

**DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE**  
 Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Primjer:

t/s	N	$\varphi/\pi\text{rad}$	$\alpha_{ir}/(\pi\text{rad/s}^2)$	$\Delta\alpha_{ir}/(\pi\text{rad/s}^2)$	
3,9	4,3	8,6	-1,13	-0,06	
3,1	2,8	5,6	-1,17	-0,02	
4,4	6,1	12,2	-1,26	0,07	
3,8	4,6	9,2	-1,27	0,09	
5	6,9	13,8	-1,10	-0,08	
$\bar{\alpha}_{ir} / (\pi \text{ rad} / \text{s}^2)$			-1,19	0,09	$\Delta\alpha_{\text{trmax}}/(\pi\text{rad/s}^2)$
			r	7%	

(4 boda)

Za određivanje rezultantne kutne akceleracije najlakše je odabrati jednu koloturu i mijenjati težinu utega. Najbolje je uvijek mjeriti vrijeme za isti broj okretaja.

Rezultantnu akceleraciju dobit ćemo iz:

$$\alpha_R = \frac{2\varphi}{t^2}$$

Akceleraciju kakva bi bila da nema trenja za pojedino mjerenje dobit ćemo:  $\alpha = \alpha_R - \bar{\alpha}_{ir}$

Moment tromosti izračunat ćemo za svako mjerenje iz:

$$I = \frac{M}{\alpha}$$

R/m	0,021	N	1	$\varphi/\pi\text{rad}$	2		
t/s	G/N	M(N/m)	$\alpha_R/(\pi\text{rad/s}^2)$	$\alpha/(\pi\text{rad/s}^2)$	I/(kg/m <sup>2</sup> )	$\Delta I/(\text{kg/m}^2)$	
0	0	0,0000	0,00	0			
2,5	0,15	0,0032	0,64	1,83	5,5E-04	3,2E-05	
1,9	0,2	0,0042	1,11	2,30	5,8E-04	-1,3E-06	
1,5	0,25	0,0053	1,78	2,96	5,6E-04	1,8E-05	
1,4	0,3	0,0063	2,04	3,23	6,2E-04	-4,0E-05	
1,2	0,35	0,0074	2,78	3,96	5,9E-04	-8,8E-06	
$\bar{I} / (\text{kg} / \text{m}^2)$					5,8E-04	4,0E-05	$\Delta I_{\text{max}}/(\text{kg/m}^2)$
					r	7%	

(3 boda)

Rezultat treba biti prikazan:

$$I = (5,8 \pm 0,4) \cdot 10^{-4} \text{ kg} / \text{m}^2 \quad (1 \text{ bod})$$

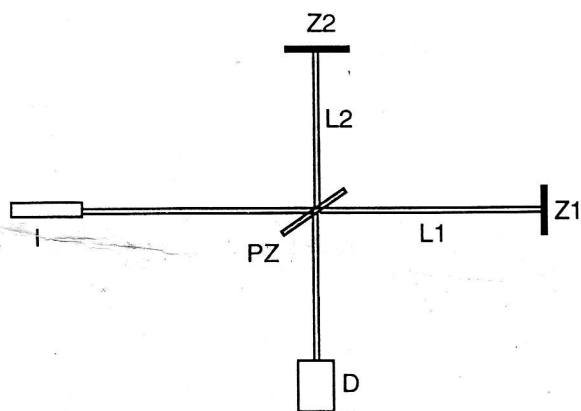
To je i stvarni moment tromosti kružne ploče.

# DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

## Srednje škole – 4. skupina

### 1. zadatak (20 bodova)



Michelsonov interferometar sastoji se od izvora  $I$  crvene svjetlosti valne duljine  $635\text{nm}$ , polupropusnog zrcala  $PZ$ , dva zrcala  $Z1$  i  $Z2$  te detektora  $D$ , postavljenih kako je prikazano na slici. Polupropusno zrcalo, zakrenuto za kut  $45^\circ$  s obzirom na put  $L1$  i put  $L2$ , od upadne zrake načini dvije zrake polovičnog intenziteta, jedna prođe duž  $L1$ , a druga se odbije duž  $L2$ . Zrcala  $Z1$  i  $Z2$  su postavljena okomito na  $L1$ , odnosno  $L2$ . Nakon refleksije dviju zraka na zrcalima  $Z1$  i  $Z2$  pri povratku na  $PZ$  opet se svakoj zraci događa isto: polovica intenziteta se odbije, a polovica prođe. Kao rezultat do detektora dopiju dvije zrake koje interferiraju.

- Ako se  $Z1$  polako pomiče duž  $L1$  na detektoru se u vremenu izmjenjuju maksimumi i minimumi. Za koliko se pomaknulo zrcalo  $Z1$  ako je uređaj izbrojio da je u detektoru kao rezultat tog pomicanja prošlo 1573 maksimuma?
- Duž puta  $L1$  postavljen je šuplji evakuirani valjak na čijim su krajevima stakleni poklopci, a prostor između poklopaca dug je  $10\text{cm}$ . Valjak se polagano puni plinom do uspostavljanja standardnog tlaka. Za to vrijeme u detektoru je izbrojen prolazak 1573 maksimuma. Koliki je indeks loma plina?
- Michelson i Morley su namjeravali izmjeriti brzinu gibanja Zemlje kroz pretpostavljeni Eter (medij kroz koji se šire elektromagnetski valovi). Pretpostavili su da će se tada brzina svjetlosti na mjestu njihova interferometra dobiti zbrajanjem brzine svjetlosti  $c$  u Eteru i brzine gibanja Zemlje  $v=30\text{km/s}$  kroz Eter.  $L1$  je postavljeno duž smjera gibanja Zemlje. Daljine duž dva okomita smjera u njihovu eksperimentu iznosile su  $L1=L2=11\text{m}$ . Kolika bi prema njihovim pretpostavkama bila razlika vremena putovanja zrake svjetlosti koja je prešla od  $PZ$  do  $Z1$  te nazad do  $PZ$  i one koja je prešla od  $PZ$  do  $Z2$  te nazad do  $PZ$ ? Koliki pomak izražen preko valne duljine bi izazvalo preokretanje interferometra tako da  $L2$  postane usmjeren duž gibanja Zemlje? Budući da nikakav pomak nije uočen iako interferometar može detektirati pomak od  $0,01 \lambda$ , kakav zaključak predlažeš za  $v$ ? Taj rezultat bio je važan ne samo radi odbacivanja hipoteze o Eteru, već i kao polazište za apsolutnost brzine svjetlosti.

### 2. zadatak (15 bodova)

Sustav za zumiranje čini skup leća koje proizvode različito povećanje dok zadržavaju položaj predmeta i slike na svojim mjestima. Povećanje se mijenja pomicanjem jedne ili više leća duž optičke osi. Dok se u praksi koristi više leća da bi se dobilo što kvalitetniju sliku, efekt zumiranja može se pokazati i pomoću sustava dvije leće. Predmet, dvije sabirne leće i zaslon nalaze se na optičkoj osi. Prva leća desno od predmeta ima žarišnu daljinu  $5\text{cm}$ , a druga leća koja je desno od prve leće ima žarišnu daljinu  $10\text{cm}$ . Zaslon je desno od druge leće. Predmet je postavljen na udaljenost  $7,5\text{cm}$  lijevo od prve leće i slika na zaslonu ima povećanje 1. a) Kolika je udaljenost predmeta i zaslona? b) Obje leće pomaknu se duž optičke osi, dok predmet i zaslon zadrže svoj položaj, nakon čega slika na zaslonu ima povećanje 3. Izračunaj pomake leća s obzirom na njihove početne položaje!

# DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

## 3. zadatak (15 bodova)

Leteći zmajem iznad brežuljaka najednom u dolini opaziš mnoštvo cvjetova jaglaca i pomisliš da ih ima na milijune. Raspoređeni su unutar kruga čiji je promjer 50m, a promatraš ih s visine iznad središta. Pretpostavi da su promjeri cvjetova dosta manji od njihova razmaka, te da su jednoliko razmaknuti jedni od drugih i složeni tako da ih stane najviše moguće unutar kruga. Valna duljina žute svjetlosti je 575nm.

a) Primjećuješ da spuštanjem ispod visine 303m od tla vidiš cvjetove kao pojedinačne, dok na visini iznad 303m ne razlučuješ cvjetove jedne od drugih. Procijeni što preciznije koliko je cvjetova unutar kruga ako znaš da su posloženi najgušće moguće?

b) Da bi u oku nastao osjet vida, potrebno je da u sekundi kroz zjenicu uđe barem 60 fotona. Pretpostavi da je efektivni promjer cvijeta 2cm (razmak središta im je izračunat u a) zadatku) i da 1,5% energije u sunčevom zračenju pripada žutoj svjetlosti. Na površinu zemlje upada  $600\text{W/m}^2$  Sunčeva zračenja. Cvjetovi emitiraju svu upadnu žutu svjetlost jednoliko u svim smjerovima prema nebu (polovica sfere). Uz te vrlo grube pretpostavke izračunaj koliko ti fotona žute svjetlosti u sekundi sa svakog cvijeta ulazi kroz zjenicu? Jesu li stoga i s energijskog kriterija svi cvjetovi vidljivi?

$$n \cdot t = 4 \pi r^2$$

## 4. zadatak (20 bodova)

a) Neutroni se mogu dobiti putem fisije radioaktivnih izotopa. Jedan od takvih je i kalifornij  $^{252}\text{Cf}$  koji se dobiva ozračivanjem urana u nuklearnim reaktorima. Cijena tipičnog novog  $^{252}\text{Cf}$  izvora koji emitira  $10^8$  neutrona u sekundi iznosi \$20,000. Vrijeme poluraspada je 2,645 godina. Vjerojatnost fisije pri svakom raspadu jezgre  $^{252}\text{Cf}$  je 3,09% (ostalo su  $\alpha$ -raspadi koji ne proizvode neutrone), a prosječan broj neutrona po fisiji je 3,73 (događa se niz emisija neutrona pri promjeni po izotopima kirija). Kolika je cijena jednog grama izotopa  $^{252}\text{Cf}$ ?

b) Iz tog izvora najviše emitiranih neutrona jest energije oko 1MeV. Masa neutrona je  $1,675 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ , što odgovara energiji 939,5MeV. Da bi bili prikladni za istraživanja u fizici čvrstog stanja, ovi neutroni moraju se usporiti tako da im valna duljina bude približna onoj karakterističnoj za udaljenosti među atomima, za koju uzmi  $5 \cdot 10^{-10}\text{m}$ . Usporavanje se odvija uzastopnim elastičnim sudaranjem sa vrlo sporim jezgrama čija je masa  $p$  puta veća od neutronske. Izvedi izraz koji povezuje broj sudara  $N$  s  $p$  i s  $v_N/v_0$  (omjer konačne i početne brzine neutrona)! Koliki je broj potrebnih sudara s jezgrama deuterija  $^2\text{H}$  za to usporenje! Je li manji broj sudara potreban pri sudaranju s težim jezgrama ili lakšim jezgrama?

c) Nakon ovog znatnog usporavanja primjenom monokromatora dobije se snop neutrona podjednakih brzina kojima odgovara valna duljina  $6,4 \cdot 10^{-10}\text{m}$ . Snop neutrona koristi se za određivanje razmaka među ravninama magnetskih atoma u kristalu. (Cijena ovih neutrona je preskupa i obično se koriste drugi izvori.) Braggov maksimum za difrakciju neutronske snopa na kristalu manganova oksida MnO pri temperaturi tekućeg dušika pojavljuje se kad snop upada pod najmanjim kutom od  $21,2^\circ$  s obzirom na ravninu Mn iona. Koliki je razmak među tim ravninama? Ako je neodređenost valne duljine neutronske snopa 1%, koliko stupnjeva je široka linija ovog difrakcijskog maksimuma?

Prirodne konstante:

- brzina svjetlosti  $c=3 \cdot 10^8\text{m/s}$
- Planckova konstanta  $h=6,626 \cdot 10^{-34}\text{Js}$
- elementarni naboj  $e=1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$
- unificirana atomska jedinica mase  $u=1,66 \cdot 10^{-27}\text{kg}$

Uputa: za  $|x| \ll 1$  možete uzeti  $(1+x)^n = 1+n \cdot x$  za bilo koji realan  $n$  i bilo koji predznak od  $x$

# DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

## Srednje škole - 4. skupina Rješenja i smjernice za bodovanje

### 1. zadatak (20 bodova)

a) Pomak Z1 za  $x$  dovodi do dodatne razlike puta  $2x$  pa je uvjet za konstruktivnu interferenciju  $2x=k\lambda$ .

Iz zadanog slijedi pomak  $x = \frac{1573\lambda}{2} = 0,5\text{mm}$ . (5b)

b) Dodatna razlika optičkih puteva pri punjenju plinom dovodi do konstruktivne interferencije kada je  $2(n-1)l=k\lambda$ .

Iz zadanog je indeks loma  $n = 1 + \frac{1573\lambda}{2l} = 1,005$ . (5b)

c) Ukupno vrijeme potrebno zraku da prijeđe udaljenost od PZ do Z1 i nazad do PZ je  $\frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v}$ .

Za zraku od PZ do Z2 i nazad do PZ vrijeme putovanja je  $\frac{2L}{\sqrt{c^2 + v^2}}$ . (4b)

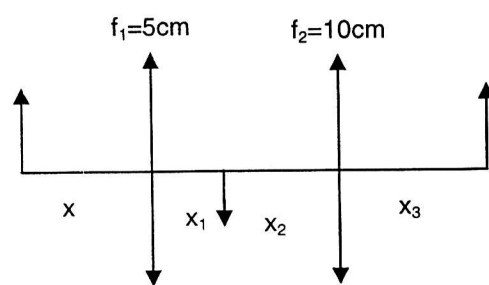
Razlika tih dvaju vremena jest  $\Delta t = \frac{2L}{c} \left( (1 - v^2/c^2)^{-2} - (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \right)$ , što za  $v \ll c$  iznosi  $\Delta t \approx \frac{Lv^2}{c^3}$ .

Okretanjem interferometra za  $90^\circ$  ostvari se dvostruko veća razlika vremena, koja se može izraziti preko razlike optičkih puteva kao  $\Delta d = 2c\Delta t = \frac{2Lv^2}{c^2}$ . (3b)

Iz zadanog je  $\frac{\Delta d}{\lambda} = \frac{2 \cdot 11\text{m} \cdot (30\text{km/s})^2}{635\text{nm} \cdot (300000\text{km/s})^2} = 0,346$ . (2b)

Pomak bi trebao biti mnogo veći od osjetljivosti uređaja. Budući da nije opažen, zaključuje se da gibanje Zemlje s obzirom na eter nije moguće detektirati. (1b)

### 2. zadatak (15 bodova)



a) Za predmet, međusliku i sliku je  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f_1}$  i  $\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = \frac{1}{f_2}$ ,

a zadano ukupno povećanje je  $\frac{x_3}{x_2} \cdot \frac{x_1}{x} = 1$ . (2b)

Iz zadanog  $x=7,5\text{cm}$  slijedi  $x_1=15\text{cm}$ , zatim  $x_2=2x_3$  te  $x_2=30\text{cm}$  i  $x_3=15\text{cm}$ . Stoga je udaljenost predmeta i zaslona  $x + x_1 + x_2 + x_3 = 67,5\text{cm}$ . (3b)

b) Kad se pomicanjem leća ponovno ostvari oštra slika, vrijedi

$\frac{1}{x'} + \frac{1}{x_1'} = \frac{1}{f_1}$  i  $\frac{1}{x_2'} + \frac{1}{x_3'} = \frac{1}{f_2}$ , a ukupno povećanje je  $\frac{x_3'}{x_2'} \cdot \frac{x_1'}{x'} = 3$ . (1b)

Udaljenost mora i dalje ostati  $x' + x_1' + x_2' + x_3' = 67,5\text{cm}$ . (1b)

Jasno ali zamorno rješavanje ove četiri jednadžbe daje rješenje: primjerice moguće je iz prve i druge jednadžbe dvaput na različit način izraziti omjere položaja i uvrstiti u omjer veličina slika te potom u očuvanje duljine i ponovno iskoristiti jednu od jednadžbi leće. Krajnja kvadratna jednadžba vodi do dva skupa rješenja: i)  $x'=8,784\text{cm}$ ,  $x_1'=11,61\text{cm}$ ,  $x_2'=14,40\text{cm}$ ,  $x_3'=32,71\text{cm}$  te ii)  $x'=6,573\text{cm}$ ,  $x_1'=20,89\text{cm}$ ,  $x_2'=20,59\text{cm}$ ,  $x_3'=19,44\text{cm}$ . (6b)

## DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Dva tražena rješenja su: i) pomak lijeve leće 1,284cm udesno i desne 17,71cm ulijevo te ii) pomak lijeve leće 0,927cm ulijevo i desne leće 4,44cm ulijevo. (2b)

### 3. zadatak (15 bodova)

a) Zjenicom promjera  $d$  razlučiti se mogu točke kutno udaljene barem  $\theta$  ako vrijedi  $d\sin\theta=1,22\lambda$ . (3b)

Gledajući s visine  $D=303\text{m}$  cvjetove razmaknute za  $s$ , kutni razmak je  $s/D$ , pa je  $s = \frac{1,22\lambda D}{d} = 5,3\text{cm}$ .

Krugovi složeni u ravnini najgušće moguće zauzimaju 0,906 ukupne površine. Stoga unutar kruga

polumjera  $r=2\text{km}$  stane  $N = 0,906 \frac{r^2}{(s/2)^2} = 800000$ . (4b)

b) Žutoj svjetlosti pripada 1,5% od  $600\text{W/m}^2$ , što je  $9\text{W/m}^2$ .

Cvijet promjera 2cm emitira  $9\text{W/m}^2 \cdot (0,01\text{m})^2 \pi = 2,83 \cdot 10^{-3}\text{W}$  žute svjetlosti. (3b)

Od toga na zjenicu dolazi dio  $\frac{(d/2)^2 \pi}{2\pi D^2} = 2,18 \cdot 10^{-11}$ , što je  $6,16 \cdot 10^{-14}\text{W}$ . (2b)

Energija fotona je  $E_f = \frac{hc}{\lambda} = 3,457 \cdot 10^{-19}\text{J}$  pa je broj 'žutih' fotona koji upada u oko u jedinici vremena s pojedinog cvijeta  $1,78 \cdot 10^5/\text{s}$ , što zadovoljava i energijske zahtjeve oka. (3b)

### 4. zadatak (20 bodova)

a) Iz  $N=N_0e^{-\lambda t}$  slijedi  $A=-dN/dt=\lambda N_0e^{-\lambda t}$ , tj  $A=\lambda N$ , gdje je  $\lambda=\ln 2/T_{1/2}$ .

Stoga je broj raspada u sekundi  $A = \frac{N \ln 2}{T_{1/2}}$ , gdje je  $N$  broj jezgara, a  $T_{1/2}$  vrijeme poluraspada. (2b)

Broj fisija po sekundi je  $s = pA = \frac{pN \ln 2}{T_{1/2}}$ , gdje je  $p$  vjerojatnost fisije pri raspadu. (1b)

Broj neutrona po sekundi je  $n = qs = \frac{pqN \ln 2}{T_{1/2}}$ , gdje je  $q$  broj neutrona po fisiji. (1b)

Slijedi masa  $^{252}\text{Cf}$  uzorka  $m = NMu = \frac{nT_{1/2}Mu}{pq \ln 2} = 4,37 \cdot 10^{-5}\text{g}$  pa je cijena grama 458 milijuna \$. (3b)

b) Za elastičan sudar neutrona mase  $m$  i jezgre mase  $M$  vrijedi  $mv_0 = mv_1 + Mv_1'$  i  $mv_0^2 = mv_1^2 + Mv_1'^2$ .

Iz toga slijedi brzina neutrona nakon sudara  $v_1 = v_0 \frac{m - M}{m + M}$ . (2b)

Nakon  $z$  sudara lako se vidi da je  $v_z = v_0 \left( \frac{1 - p}{1 + p} \right)^z$ , gdje je  $p=M/m$ . (2b)

Početna brzina je  $v_0 = \sqrt{2E/m} = 1,4 \cdot 10^7\text{m/s}$ , a poželjna konačna brzina je  $v_z = \frac{h}{\lambda m} = 800\text{m/s}$ . (2b)

Za  $p=2$  slijedi  $z = \frac{\ln(v_z/v_0)}{\ln|-1/3|} = 8,88$ , što znači da je potrebno prosječno 9 sudara. (1b)

Ako su jezgre teže, potrebno je više sudara. (1b)

c) Iz Braggove jednadžbe  $2d \sin \theta = k\lambda$  za najmanji kut slijedi  $d = \frac{575\text{nm}}{2 \sin 21,2^\circ} = 8,85 \cdot 10^{-10}\text{m}$ . (2b)

Diferenciranjem slijedi jednadžba  $2d \cos \theta \Delta \theta = k \Delta \lambda$ , iz čega je  $\Delta \theta = 3,88\text{mrad} = 0,22^\circ$ . (3b)

**DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE**  
**Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010.**

**Srednje škole – 4. skupina**

**Praktični zadatak**

**Pribor:**

- laserski pokazivač
- pomična mjerka
- trokut
- dvometar
- tri komada žice različitih presjeka
- šivaća igla
- drveni podložak
- izolir traka
- plastelin
- gumica
- bijeli papir
- karton
- škare

**Zadatak:**

1. Odrediti valnu duljinu laserske svjetlosti koristeći dvije od četiri ponuđene "niti" tako da se:
    - a) opiše teorijska osnova eksperimentalnog postupka uz skicu s naznačenim fizikalnim veličinama ..... 4 boda
    - b) opiše primijenjeni eksperimentalni postupak određivanja debljine odabranih niti primjenom noniusove skale na pomičnoj mjerki ..... 2 boda
    - c) detaljno opiše i skicira primijenjeni eksperimentalni postupak određivanja valne duljine laserske svjetlosti ..... 4 boda
    - d) tablično prikažu rezultati za minimalno tri mjerenja s istom niti ..... 3 boda
    - e) provede račun pogreške koji uključuje srednju vrijednost, maksimalno pojedinačno odstupanje, maksimalnu relativnu pogrešku i zapis točnog rezultata. .... 4 boda
  2. Ponoviti eksperimentalni postupak iz prvog zadatka na vlasi kose. .... 5 bodova
  3. Analizirati dobivene eksperimentalne rezultate:
    - a) u skladu s karakteristikama laserskog snopa ..... 2 boda
    - b) u skladu s teorijom ogiba ..... 2 boda
    - c) uz osvrt na preciznost mjerenja i određivanje energije za dobivenu vrijednost valne duljine ..... 4 boda
- 
- Ukupno:** ..... **30 bodova**

Natjecateljima želimo uspješan rad!

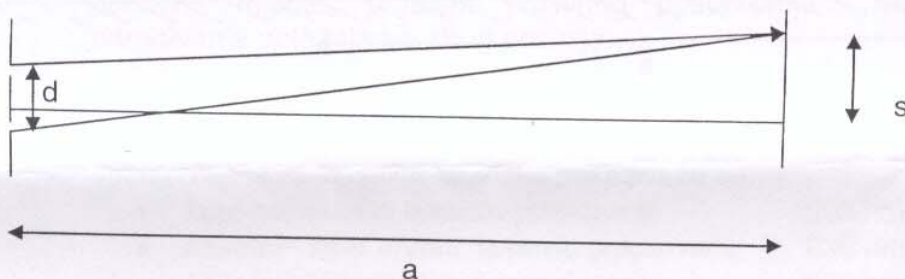
DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE  
Varaždin, 2. - 3. svibnja 2010

Srednje škole – 4. skupina

Praktični zadatak - rješenje

1.

- a) Teorijska osnova eksperimentalnog postupka odnosi se na opis ogiba svjetlosti na niti i nastajanje interferentne slike na zastoru, pri čemu je najznačajnije spomenuti:
- ogib ili difrakcija svjetlosna je pojava skretanja svjetlosti u geometrijsku sjenu zapreke ili pukotine i jedan je od dokaza valne prirode svjetlosti;
  - na mjestima na zastoru do kojih svjetlosni valovi dolaze s razlikom hoda  $n\lambda$  nastaju svijetle pruge konstruktivne interferencije; tamne pruge su posljedica destruktivne interferencije;
  - ako je upadna svjetlost monokromatska – svijetle pruge imaju boju upadne svjetlosti, u suprotnom slučaju na zastoru dobivamo pruge spektralnih boja;
  - ogib na niti tumači se Huygensovim principom analogno kao i interferencija valova iz koherentnih izvora, te se najjednostavnije skicom može prikazati kao Youngov pokus interferencije:



Skica 1.

Na skici 1. su:

- d - udaljenost između dvije pukotine – u eksperimentalnom primjeru debljina niti;
- a - udaljenost od niti do zastora;
- s - udaljenost između središnje i prve svijetle pruge.

Valna duljina se može odrediti prema izrazu /izvod nije neophodan/:

$$n\lambda = (s \cdot d) / a \quad (1)$$

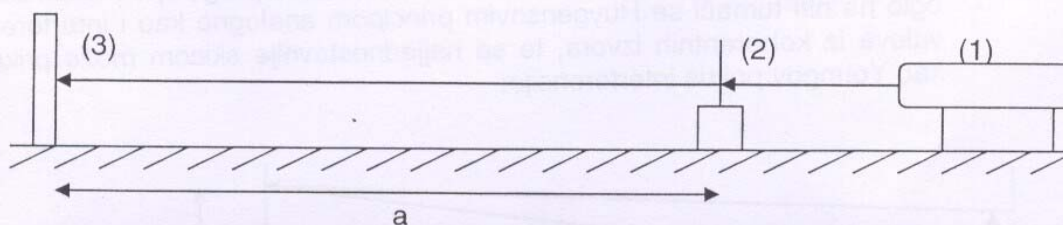
..... 4 boda

- b) Pomična mjerka /pomično mjerilo/ omogućuje točnost mjerenja dužina na desetinku milimetra. Pomična mjerka se sastoji od štapa na kojem su označeni cm i mm, duž kojeg može kliziti otvor koji nosi skalu 'nonij' i tako omogućava očitavanje 1/10 mm. Svaki djelić na noniju za 1/10 je manji od djelića na štapu. Podudaraju li se npr. peta crtica noniusove skale sa petom crticom štapa, razlika između je 0,5 mm /može se i skicirati/.

..... 2 boda

c)

1. Odaberu se dvije tanje žice i njihov se promjer izmjeri pomoću pomične mjerke /tri puta se ponovi svako mjerenje, rezultati mjerenja upisuju se u Tablicu 1/.
2. Na jednom kraju stola stavi se drveni kvadar (3) na kojem se pomoću izolir trake zalijepi bijeli papir koji će poslužiti kao zastor.
3. Škarama se iz kartona izreže pravokutnik/kvadrat s rupom istog oblika, te se pomoću izolir trake na kvadrat pričvrsti žica. Karton (2) se zatim postavi na improvizirani stalak od plastelina ili gumice (plastelin se može zarezati škarama i zatim pritisnuti uz karton; za gumicu se karton može spojiti pomoću izolir trake).
4. Laserski pokazivač (1) pričvrsti se također za gumicu ili dio plastelina; ako je potrebno, pri korištenju laser se drži u upaljenom položaju pomoću izolir trake omotane oko njega i postolja.
5. Elementi se poslažu kao na skici 2 /korisno je na stolu povući ravnu crtu ili prilijepiti izolir traku, radi bržeg nalaženja ogibne slike/. Udaljenost između niti i zastora mjeri se dvometrom, a između dviju svijetlih (tamnih) pruga pomoću trokuta. Valna duljina se računa prema relaciji (1).



Skica 2. Raspored pri vršenju mjerenja

..... 4 boda

d)

Tablica 1:

Mjerenje  $d$  niti pomoću pomične mjerke

Nit	Red. br.	$d/m$	$\bar{d} - d_i$

Tablica 2:

Određivanje  $\lambda$  laserske svjetlosti

Nit	Red. br.	$d/m$	$a/m$	$s/m$	$\lambda/m$	$\lambda' - \lambda_i$

..... 3 boda

e) Određivanje srednje vrijednosti:  $\bar{d} = \Sigma d_i / n$ ,  $n$  – broj mjerenja

Apsolutna vrijednost maksimalnog pojedinačnog odstupanja:  $|\Delta d_{\max}|$

Relativna maksimalna pogreška:  $r_m = [ (|\Delta d_{\max}| / \bar{d}) \cdot 100 ] \%$

Zapis točnog rezultata:  $d = (\bar{d} \pm \Delta d_{\max}) m$

(isto sve i za  $\lambda$ )

..... 4 boda

2. Eksperiment s vlasi kose klasičan je u ovom području i zahtjeva veću strpljivost pri namještanju, a omogućava veću preciznost pri mjerenju:

Tablični prikaz za tri mjerenja ..... 3 boda  
Račun pogrešaka i zapis rezultata ..... 2 boda

3. Analiza eksperimentalnih rezultata:

- a) jedna od osnovnih karakteristika laserskog snopa je koherentnost - rezultati dobiveni pomoću ogiba na tri različite niti trebali bi biti približno isti uz malu relativnu pogrešku; ..... 2 boda
- b) koliko će se valovi ogibati, ovisi o širini otvora pukotine u odnosu prema valnoj duljini valova; ako je širina otvora mnogo veća od valne duljine svjetlosti, ogib je malen; sa smanjivanjem širine otvora/niti ogib postaje izrazitiji – na to je trebalo obratiti pažnju pri izboru pogodnih "niti" – tanjih žica, radi lakšeg mjerenja razmaka između pruga na ogibnoj slici; ..... 2 boda
- c) Navesti, na osnovu stečenog eksperimentalnog iskustva, minimalno dva utjecaja na preciznost mjerenja (poput: precizno očitavanje pomoću pomične mjerke, problem pravilnog postavljanja elemenata, točno određivanje položaja niti zbog postolja...); ..... 2 boda

Rezultati za valnu duljinu laserske svjetlosti priznaju se u granicama eksperimentalne pogreške (poželjno je:  $r_m < 5\%$ ); teorijske vrijednosti valnih duljina za klasične laserske pokazivače su:

- Žuto-narančasti laserski pokazivači: 593 nm
- AlGaInP 'bolji' crveni laserski pokazivači: 635 nm
- AlGaInP 'jeftiniji/slabiji' crveni laseri: 670 nm

Energiju fotona potrebno izraziti u eV, a računa se prema:

$$E_F = (h \cdot c) / \lambda \quad (2) \quad \text{..... 2 boda}$$

1. zadatak:	17 bodova
2. zadatak:	5 bodova
3. zadatak:	8 bodova
<b>Ukupno:</b>	<b>30 bodova</b>