DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

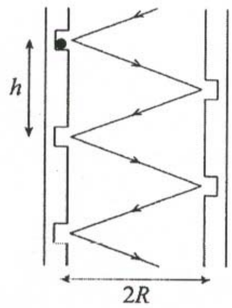
Srednje škole – 1. grupa

Zadatak 1 (18 bodova)

Dva vlaka iz Zagreba i Karlovca istovremeno kreću jedan prema drugome bez početne brzine. Oba vlaka se najprije gibaju jednoliko ubrzano po pravcu dok ne postignu brzinu v_1, odnosno v_2, a nakon toga se gibaju jednoliko po pravcu. Omjer brzina jednolikog gibanja vlakova je $v_1/v_2 = 3/4$. U trenutku mimoilaženja vlakovi imaju iste brzine, a u Karlovac, odnosno Zagreb stižu istovremeno. Koliki je omjer ubrzanja vlakova a_1/a_2 ?

Zadatak 2 (18 bodova)

Niz spiralni žlijeb polumjera $R = 1$ m i koraka h klizi malo tijelo brzinom stalnog iznosa. Koeficijent trenja između tijela i stijenki žlijeba iznosi $\mu = 0.1$. Omjer opsega i koraka žlijeba iznosi $\sqrt{3}$. Izračunajte brzinu kojom se tijelo spušta niz žlijeb.



Zadatak 3 (17 bodova)

Kugla mase $M = 0.2$ kg miruje na stupu visine $h = 5$ m. Metak mase 0.01 kg giba se brzinom $v_0 = 500$ m/s prema kugli te prolazi kroz središte kugle. Kugla padne na tlo na udaljenosti 20 m od stupa.
a) Gdje je metak pao na tlo?
b) Koliki udio početne kinetičke energije metka se pretvorio u toplinu prilikom sudara?
Zanemarite otpor zraka i pretpostavite da je brzina metka prije sudara bila u horizontalnom smjeru.

Zadatak 4 (17 bodova)

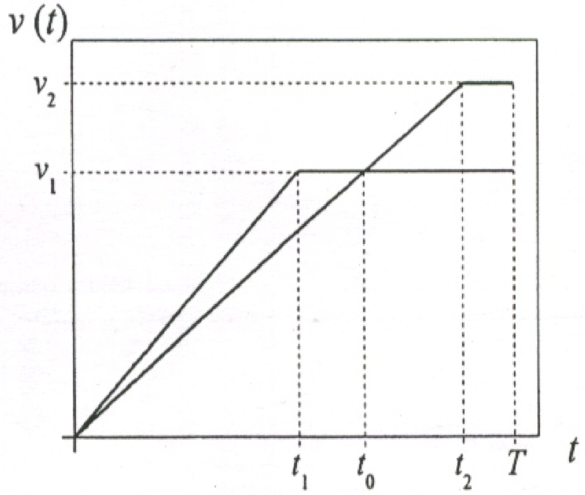
Asteroid sferičnog oblika ima gustoću 2 500 kg/m^3.
a) Izračunajte maksimalan polumjer asteroida sa kojeg čovjek, nakon što odskoči sa njegove površine, ne padne natrag na asteroid. Čovjek prilikom odskoka na asteroidu proizvede jednak impuls sile kao prilikom odskoka na Zemlji. Maksimalna visina, koju čovijek može doseći prilikom skoka na Zemlji, iznosi 1m.
b) Koliko iznosi period satelita koji se giba po kružnoj putanji oko ovog asteroida uz njegovu površinu?
$G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2

DRŽAVNI SUSRET I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 08. – 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 1. grupa – rješenja

Zadatak 1 (18 bodova)

Prikažimo gibanje vlakova na v-t dijagamu.



(3)

Brzine kojima se vlakovi gibaju jednoliko po pravcu jednake su:

$$v_1 = a_1 t_1$$
$$v_2 = a_2 t_2 \qquad (2)$$

Iz čega slijedi da je omjer ubrzanja jednak:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{v_1}{v_2}\frac{t_2}{t_1} = \frac{3}{4}\frac{t_2}{t_1} \qquad (1)$$

Ukupan put koji prijeđu vlakovi jednak je:

$$s = \frac{1}{2}v_1 t_1 + v_1\left(T - t_1\right) = v_1 T - \frac{1}{2}v_1 t_1$$
$$s = \frac{1}{2}v_2 t_2 + v_2\left(T - t_2\right) = v_2 T - \frac{1}{2}v_2 t_2 \qquad (2)$$

Put koji su prešli vlakovi do trenutka mimoilaženja jednak je:

$$s_1 = \frac{1}{2}v_1 t_1 + v_1\left(t_0 - t_1\right)$$
$$s_2 = \frac{1}{2}v_1 t_0 \qquad (2)$$

Zbroj ova dva puta jednak je ukupnoj udaljenosti koju prijeđu vlakovi.

$$s = s_1 + s_2 = \frac{3}{2}v_1 t_0 - \frac{1}{2}v_1 t_1 \qquad (1)$$

Ubrzanje drugog vlaka jednako je:

$$a_2 = \frac{v_2}{t_2} = \frac{v_1}{t_0} \qquad (1)$$

Iz čega slijedi da je vrijeme mimoilaženja:

$$t_0 = \frac{v_1}{v_2} t_2 = \frac{3}{4} t_2 \qquad (1)$$

Pa je udaljenost između gradova jednaka:

$$s = \frac{9}{8} v_1 t_2 - \frac{1}{2} v_1 t_1 \qquad (1)$$

Ukupno vrijeme putovanja je:

$$T = \frac{s}{v_1} + \frac{1}{2} t_1 = \frac{9}{8} t_2 - \frac{1}{2} t_1 + \frac{1}{2} t_1 = \frac{9}{8} t_2$$

$$T = \frac{s}{v_2} + \frac{1}{2} t_2 = \frac{9}{8} \frac{v_1}{v_2} t_2 - \frac{1}{2} \frac{v_1}{v_2} t_1 + \frac{1}{2} t_2 = \frac{43}{32} t_2 - \frac{3}{8} t_1 \qquad (2)$$

Iz čega slijedi:

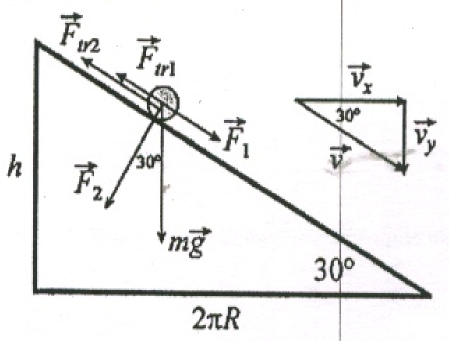
$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{12}{7} \qquad (1)$$

Omjer ubrzanja je:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{9}{7} \qquad (1)$$

Zadatak 2 (18 bodova)

Tijelo se giba po kosini:



(3)

S obzirom da je omjer kateta pravokutnog trokuta jednak $2\pi R/h = \sqrt{3}$, kut između hipotenuze i duže katete je 30°.

Težinu tijela rastavimo na komponentu niz kosinu F_1 i okomito na kosinu F_2:

$$F_1 = \frac{1}{2} mg$$

$$F_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} mg \qquad (2)$$

Sila trenja na tijelo zbog dodira sa donjom podlogom je:

$$F_{tr1} = \mu F_2 = \mu mg \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad (3)$$

Sila trenja zbog dodira sa okomitom stijenkom žlijeba je:

$$F_{tr2} = \mu \frac{mv_x^2}{R} \tag{3}$$

Horizontalna komponenta brzine kuglice v_x jednaka je:

$$v_x = \frac{\sqrt{3}}{2} v \tag{1}$$

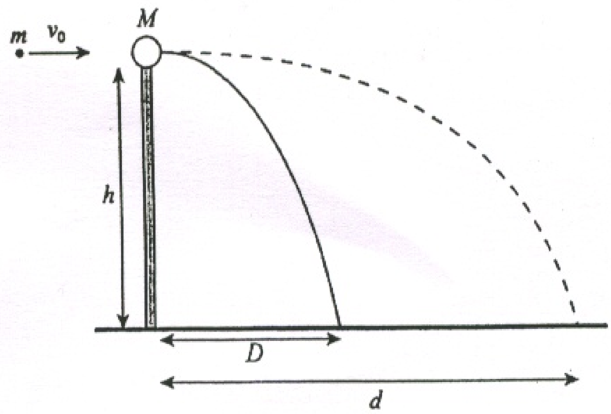
Tijelo se spušta brzinom stalnog iznosa pa je zbroj svih sila koje djeluju na tijelo niz kosinu jednak nuli:

$$F_1 - F_{tr1} - F_{tr2} = 0$$

$$\frac{1}{2} mg = \mu mg \frac{\sqrt{3}}{2} + \mu \frac{3mv^2}{4R} \tag{4}$$

$$v = \sqrt{\frac{2Rg}{3\mu}\left(1 - \mu\sqrt{3}\right)} = 7.35 \text{ m/s} \tag{2}$$

Zadatak 3 (17 bodova)



(1)

a) Kugla nakon sudara ima brzinu u horizontalnom smjeru te pada sa visine h. Vrijeme potrebno da padne na tlo iznosi:

$$h = \frac{1}{2} gt^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1 \text{ s} \tag{2}$$

Za to vrijeme u horizontalnom smjeru prijeđe udaljenost D iz čega se može izračunati brzina kugle nakon sudara:

$$D = Vt \quad \Rightarrow \quad V = \frac{D}{t} = 20 \text{ m/s} \tag{2}$$

Zakon očuvanja količine gibanja za sudar metka i kugle glasi:

$$mv_0 = mv + MV \tag{2}$$

Iz zakona očuvanja količine gibanja slijedi da je brzina metka nakon sudara jednaka:

$$v = v_0 - \frac{MV}{m} = 100 \text{ m/s} \tag{2}$$

Brzina metka nakon sudara je također u horizontalnom smjeru te će mu trebati jednako vrijeme t kao kugli da padne na tlo, a udaljenost od stupa na koju će pasti jednaka je:

$$d = vt = 100 \text{ m} \tag{2}$$

b) Zakon očuvanja energije:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{MV^2}{2} + Q \qquad (2)$$

Slijedi da se prilikom sudara u toplinu pretvori

$$Q = \frac{mv_0^2}{2} - \left(\frac{mv^2}{2} + \frac{MV^2}{2}\right) = 1160\ \mathrm{J} \qquad (2)$$

Odnosno

$$p = \frac{Q}{\frac{mv_0^2}{2}} = 0.928 = 92.8\% \qquad (2)$$

Početne kinetičke energije metka.

Zadatak 4 (17 bodova)

Brzina kojom čovjek odskoči sa površine asteroida jednaka je brzini kojom odskoči sa površine Zemlje. Za skok čovjeka vertikalno u vis na Zemlji vrijede sljedeće jednadžbe:

$$0 = v_0 - gt \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_0}{g}$$

$$h = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = \frac{v_0^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{2gh} \qquad (3)$$

Ukupna energija čovjeka nakon odskoka sa površine asteroida mora biti jednaka nuli da ne padne natrag na asteroid.

$$\frac{mv_0^2}{2} - \frac{GmM}{R} = 0 \qquad (3)$$

Masu asteroida izrazimo pomoću gustoće:

$$M = \rho \frac{4\pi}{3} R^3 \qquad (1)$$

Uvrštavanjem izraza za masu i brzinu v_0 dobije se:

$$gh = G\rho \frac{4\pi}{3} R^2$$

$$R = \sqrt{\frac{3gh}{4\pi G\rho}} = 3.75\ \mathrm{km} \qquad (3)$$

b) Gravitacijska sila asteroida na tijelo koje kruži blizu njegove površine jednaka je centripetalnoj sili.

$$\frac{GmM}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \qquad (3)$$

Brzina kruženja satelita oko asteroida iznosi:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \qquad (1)$$

Uvrštavanjem se dobije:

$$\frac{G}{R}\rho \frac{4\pi}{3} R^3 = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2}$$

$$T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}} = 7517\ \mathrm{s} = 2.09\ \mathrm{h} \qquad (3)$$

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole - 1. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor: vibrator, papirne trake, ljepljiva traka, kolica, stegač s dvije šipke, konopac, uteg s nosačem, ravnalo, dinamometar od 5N ili 10N

Zadatak: Uteg je povezan s kolicima konopcem i visi preko šipke montirane na stegaču. Za drugi kraj kolica pričvršćena je papirnata traka koja prolazi kroz vibrator. Snimiti gibanje kolica na traku. (3 boda)

Mjerenjem i izračunom odrediti kolika sila djeluje u suprotnom smjeru od smjera gibanja kolica. (20 bodova)

Koje sve sile djeluju u suprotnom smjeru od smjera gibanja kolica? (3 boda)

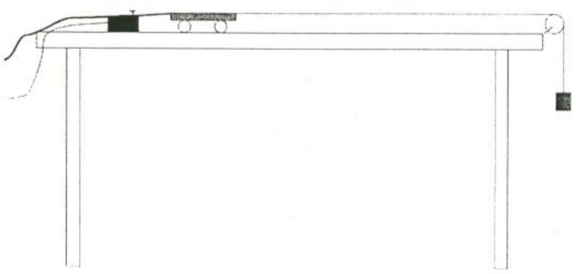
Napomena: Vrijeme između dva otkucaja vibratora je 0,02 s. Prvih nekoliko točkica na traci su vrlo nepouzdane pa se ne preporuča koristiti ih kod izračunavanja jer rezultat neće biti najbolji. Dobro je iz iste trake načiniti nekoliko izračuna radi usporedbe rezultata. Račun pogreške nije potreban. Za mjerenje je dovoljna samo jedna traka. Ostale trake su rezervne trake, a mogu poslužiti i za provjeru rezultata.

Masa kolica napisana je na naljepnici na kolicima.

Zašto se ne preporuča korištenje prvih nekoliko točkica? (3 boda)

Ukupno: 30 bodova

(Uz rješenja priložiti trakicu ili trakice s kojima ste radili, ali označiti iz koje trakice su koja mjerenja u rješenjima.)



DRZAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZICARA

Poreč, 08. - 11. svibnja 2008.

srednje škole - 1. grupa

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA

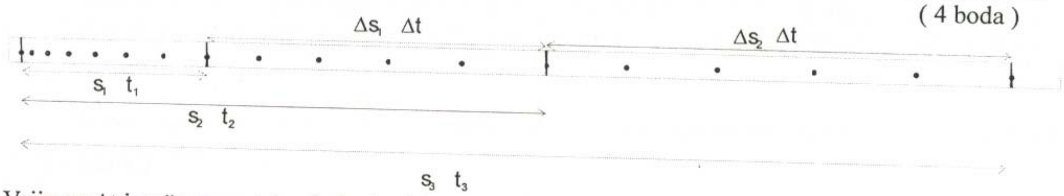
Kvaliteta mjerenja

(3 boda)

Iz trakice treba izračunati akceleraciju sustava.

Treba izabrati na traci dva područja s istim brojem točkica koja se nalaze jedno do drugog. Izmjeriti koliki su prevaljeni putovi u tim intervalima Δs_1 i Δs_2 . Za oba intervala isto je vrijeme Δt.

(4 boda)



Vrijeme Δt izračunamo tako da broj odabranih točkica u jednom području pomnožimo s 0,02.

(1 bod)

Prevaljeni put Δs_1 možemo pisati kao:

$$\Delta s_1 = s_2 - s_1$$

Jedn. 1

s_1 je prevaljeni put od početka gibanja do prve točkice koju smo izabrali (početak prvog područja), a t_1 je vrijeme od početka gibanja do prve izabrane točkice. s_2 je prevaljeni put od početka gibanja do druge izabrane točkice (kraj prvog područja), a t_2 je vrijeme od početka gibanja do druge odabrane točkice.

Prevaljeni put Δs_2 je:

$$\Delta s_2 = s_3 - s_2$$

Jedn. 2

s_3 je prevaljeni put od početka gibanja do treće odabrane točkice (kraj drugog područja), a t_3 vrijeme od početka gibanja do treće odabrane točkice.

$$s_1 = \frac{1}{2}at_1^2$$

$$s_2 = \frac{1}{2}at_2^2$$

$$s_3 = \frac{1}{2}at_3^2$$

Jedn. 3

(1 bod)

a je akceleracija sustava kolica i utega koju tražimo.

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t_3 - t_2$$

Jedn. 4

(1 bod)

$$\Delta s_1 = \frac{1}{2}a(t_2^2 - t_1^2) = \frac{1}{2}a(t_2 - t_1)(t_2 + t_1)$$

(1 bod)

Iz jedn. 4 dobijemo da je: $t_2 = t_1 + \Delta t$

$$\Delta s_1 = \frac{1}{2}a\Delta t(2t_1 + \Delta t)$$

$$\Delta s_1 = at_1\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

$$\Delta s_2 = \frac{1}{2}a(t_3^2 - t_2^2) = \frac{1}{2}a(t_3 - t_2)(t_3 + t_2)$$

(1 bod)

Iz jedn. 4 dobijemo da je: $t_3 = t_1 + 2\Delta t$

(1 bod)

$$\Delta s_2 = \frac{1}{2}a\Delta t(2t_1 + 3\Delta t)$$

$$\Delta s_2 = at_1\Delta t + \frac{3}{2}a\Delta t^2$$

(1 bod)

$$\Delta s_2 - \Delta s_1 = a\Delta t$$

$$a = \frac{\Delta s_2 - \Delta s_1}{\Delta t^2}$$

Jedn. 5

(2 boda)

(Ako je netko računao akceleraciju od prve točkice po jedn. $a = \frac{2s}{t^2}$ izračun akceleracije bodovat će se s 6 bodova, inače vrijedi 13 bodova)

Sila koja uzrokuje ubrzanje sustav je težina utega G koja se izmjeri dinamometrom.

(1 bod)

Rezultantna sila koja ubrzava sustav jednaka je razlici sile koja ubrzava sustav (težina utega) i sile koja djeluje u suprotnom smjeru od smjera gibanja. Zbog suprotnog smjera sila je negativna.

(ako nije stavljeno da je sila negativna zbog suprotnog smjera konačni rezultat se priznaje, ali oduzima se jedan bod) $F_R = G - (-F_{tr})$

(2 boda)

pa je:

$$F_{tr} = F_R - G$$

Rezultanta sila ubrzava sustav kolica i utega pa je jednaka:

$$F_R = (m_k + m_u)a$$

(2 boda)

masa utega računa se iz težine utega: $m_u = \frac{G}{g}$ (1 bod)

g je ubrzanje tijela kod slobodnog pada (g = 9,81m/s^2, a može i približna vrijednost g = 10 m/s^2)

Sila koja djeluje u suprotnom smjeru od smjera gibanja dobije se iz izraza:

$$F_{tr} = (m_k + m_u)a - G$$

Jedn. 6

(2 boda)

Uzrok sile u suprotnom smjeru:

1. Sila trenja između konopca i šipke (1 bod)
2. Udarci batića vibratora po traci zaustavljaju kolica (1 bod)
3. Sila trenja između kotača i osovine kotača (1 bod)

Sila trenja između kotača i podloge uzrokuje da se kotači vrte, ali ne doprinosi sili koja djeluje u suprotnom smjeru od gibanja kolica

Sila otpora zraka u ovom slučaju je potpuno zanemariva

Zašto nekoliko prvih točkica je nepouzdano.

1. teško je odrediti prvu točku mjerenja (1 bod)
2. prva točkica od puštanja kolica neće biti udarena nakon 0,02 sekunde nego između 0 i 0,02 sekunde (1 bod)
3. prije ispuštanja kolica uteg napinje konopac svojom težinom. Konopac nije idealan i nešto malo će se rastegnuti. Kad pustimo sustav da se giba, sustav postaje ubrzan, a napetost niti će se smanjiti, a konopac će biti manje rastegnut. Dok se ne uspostavi ravnoteža, akceleracija će biti manja.

(1 bod)

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 2. grupa

1. zadatak (19 bodova)
Cilindrična posuda visine 1 m i poprečnog presjeka dna 500 cm^2 napunjena je vodom. Na njenom dnu napravljen je malen otvor površine 0.5 cm^2.
a) Koliko je vremena potrebno da se posuda posve isprazni?
b) Do koje će se visine spustiti nivo vode nakon prvih 40 sekundi pražnjenja?
c) Ista takva posuda stavljena je u lift koji se najprije 20 s ubrzava prema gore akceleracijom od 4 m/s^2, a zatim usporava 20 s deceleracijom od -4 m/s^2. Do koje visine će se spustiti nivo vode nakon tih 40 sekundi?
Viskoznost vode zanemarite.

2. zadatak (17 bodova)
Najjednostavniji model Sunca (mase M= 2·10^{30} kg i polumjera R= 7·10^5 km) pretpostavlja da njegova gustoća raste linearno od minimalne na površini (ρ_{min}= 0 kg/m^3) do maksimalne u njegovu središtu (ρ_{max}). Ukupna masa Sunca od njegova središta do udaljenosti r od njegova središta u ovom se modelu računa iz:

$$M(r) = \frac{4\pi}{3}\rho_{max} r^3\left(1 - \frac{3r}{4R}\right).$$

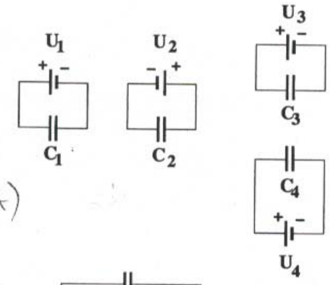
a) Iz zadanih veličina (M i R) izračunajte ρ_{max} u ovom modelu.
b) Promotrite dio volumena Sunca oko polovice njegovog polumjera, između r_1= 3.50·10^5 km i r_2= 3.51·10^5 km od središta Sunca. Pretpostavite da je za promatrani volumen promjena polumjera dovoljno malena da je gustoća konstantna. Kolika je razlika tlakova između točaka r_1 i r_2? Pretpostavite nadalje da je razlika tlakova jednaka izračunatoj vrijednosti za svaki Δr = 10^3 km i izračunajte tlak u središtu Sunca (ovo je vrlo loša aproksimacija pa je rezultat samo grubo točan).
c) Pretpostavite da je materija od koje je građeno Sunce idealni plin i koristeći izračunati tlak odredite temperaturu u Sunčevu središtu. Sunce se sastoji od približno 74% vodika, 25% helija i 1% kisika (dani su maseni postoci).

3. zadatak (17 bodova)
Između ploča ravnog kondenzatora (koje imaju površinu S= 100 cm^2) nalazi se izolator čija je relativna permitivnost jednaka ε_r = 3. Na temperaturi t_1= 15°C kapacitet kondenzatora je 10 μF, a površine ploča i izolatora su posve jednake, pa izolator potpuno popunjava prostor između ploča. Koliki će biti kapacitet ovog kondenzatora na temperaturi t_2= 30°C ako su koeficijenti linearnog toplinskog rastezanja za ploču α_p= 2·10^{-4} K^{-1}, a za izolator α_i= 8·10^{-5} K^{-1}. Pretpostavite da se relativna permitivnost izolatora ne mijenja s temperaturom. Nadalje, udaljenost među pločama je fiksirana pa se također ne mijenja s temperaturom (tj. izolator se ne može širiti u smjeru okomitom na ploče kondenzatora).

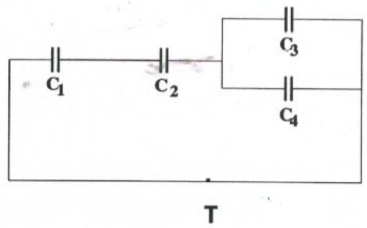
DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

4. zadatak (17 bodova)

Četiri su kondenzatora (C_1= 4 μF, C_2= 3 μF, C_3= 2 μF, C_4= 1 μF) spojena na četiri istosmjerna izvora (U_1= 50 V, U_2= 60 V, U_3= 70 V, U_4= 80 V) kao na slici A (obratite pažnju na polaritet svakog od izvora). Potom su odspojeni od izvora i (bez pomicanja i okretanja) spojeni kao na slici B. Izračunajte ravnotežni naboj i napon na svakom od kondenzatora na slici B. Koliki je ukupan naboj protekao kroz točku T pri prespajanju kondenzatora sa sheme A na B?



A)



B)

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 2. grupa

Rješenja

1. zadatak (19 bodova)

Primjenom Bernullijevog teorema na gornju površinu vode (v, h) i otvor na dnu posude kroz koji teče voda (v', h'= 0) dobivamo:

$$\frac{v^2}{2}+gh=\frac{v'^2}{2}+g0 \quad \textbf{(1 bod)}$$

Zbog velikog omjera površina, brzina v je zanemarivo malena naspram v', pa dobivamo:

$$v'^2=2gh$$

$$v'=\sqrt{2gh} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Iz jednadžbe kontinuiteta dobivamo:

$$S'v'=Sv$$

$$v=\frac{S'v'}{S}=\frac{S'}{S}\sqrt{2gh}=\sqrt{2\left(\frac{S'}{S}\right)^2 gh} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Visina h vode u posudi pada brzinom v danom gornjim izrazom – riječ je o jednolikom usporenom gibanju nivoa vode deceleracijom koja je jednaka $a=g(S'/S)^2$ **(2 bod).**

a) Ukupno vrijeme isticanja vode jednako je tada:

$$T=\sqrt{\frac{2h_0}{a}}=\sqrt{\frac{2h_0}{g}}\frac{S}{S'}=451.5\ \mathrm{s} \quad \textbf{(4 boda)}$$

b) Koristimo formule za jednoliko usporeno gibanje:

$$\Delta h=v_0t-\frac{a}{2}t^2 \quad \textbf{(1 bod)}$$

Nakon 40 s gibanja deceleracijom:

$$a=g\left(\frac{S'}{S}\right)^2=9.81\left(\frac{0.5}{500}\right)^2=0.98\cdot10^{-5}\ \mathrm{m/s^2}$$

i s početnom brzinom:

$$v_0=\frac{S'}{S}\sqrt{2ah_0}=\frac{0.5}{500}\sqrt{2\cdot9.81\cdot1}=4.32\cdot10^{-3}\ \mathrm{m/s}$$

početna visina nivoa vode smanjit će se za:

$$\Delta h=v_0t-\frac{a}{2}t^2=4.32\cdot10^{-3}\cdot40-\frac{0.98\cdot10^{-5}}{2}\cdot40^2=165\cdot10^{-3}\ \mathrm{m}$$

Nivo vode spustit će se do visine 0.835 m **(3 boda).**

c) Pri ubrzavanju prema gore „g" u dijelu zadatka a) treba zamijeniti s „g+A", a pri usporavanju s „g-A", gdje je A= 4 m/s^2. **(1 bod)**

Nakon 20 s gibanja deceleracijom:

$$a_1 = (g + A)\left(\frac{S'}{S}\right)^2 = (9.81 + 4)\left(\frac{0.5}{500}\right)^2 = 1.38 \cdot 10^{-5}\ \text{m/s}^2$$

početna brzina spuštanja nivoa vode:

$$v_{01} = \frac{S'}{\text{S}}\sqrt{2a_1 h_{01}} = \frac{0.5}{500}\sqrt{2 \cdot 13.81 \cdot 1} = 5.26 \cdot 10^{-3}\ \text{m/s}$$

smanjit će se za:

$$\Delta v = a_1 t = 1.38 \cdot 10^{-5} \cdot 20 = 2.76 \cdot 10^{-4}\ \text{m/s}$$

a početna visina nivoa vode smanjit će se za:

$$\Delta h_1 = v_{01}t - \frac{a_1}{2}t^2 = 5.26 \cdot 10^{-3} \cdot 20 - \frac{1.38 \cdot 10^{-5}}{2} \cdot 20^2 = 102.4 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Slijedi 20 s gibanja deceleracijom:

$$a_2 = (g - A)\left(\frac{S'}{S}\right)^2 = (9.81 - 4)\left(\frac{0.5}{500}\right)^2 = 0.58 \cdot 10^{-5}\ \text{m/s}^2$$

Početna visina nivoa vode za ovo gibanje je h_{02}= (1-0.102) m, a početna brzina:

$$v_{02} = \frac{S'}{\text{S}}\sqrt{2a_2 h_{02}} = \frac{0.5}{500}\sqrt{2 \cdot 5.81 \cdot 0.898} = 3.23 \cdot 10^{-3}\ \text{m/s}$$

Dobivamo:

$$\Delta h_2 = v_{02}t - \frac{a_2}{2}t^2 = 3.23 \cdot 10^{-3} \cdot 20 - \frac{0.58 \cdot 10^{-5}}{2} \cdot 20^2 = 63.4 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Konačna visina nivoa vode nakon 20+20 s je $h_{kon}= h_{02}-\Delta h_2$= (1-0.102-0.063)= 0.835 m **(2 boda)**, u prvoj aproksimaciji jednak rezultatu pod b).

2. zadatak (17 bodova)

a) Kad se u izraz za $M(r)$ uvrsti $r=R$, dobiva se ukupna masa Sunca M:

$$M(R) = \frac{4\pi}{3}\rho_{\max} R^3\left(1 - \frac{3R}{4R}\right) = \frac{\pi}{3}\rho_{\max} R^3 = M \quad \textbf{(1 bod)}$$

iz čega se dobiva:

$$\rho_{\max} = \frac{3M}{\pi R^3} = 5.6 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3 \quad \textbf{(2 boda)}$$

b) Promotrimo volumen na slici; ako su sile u ravnoteži, mora vrijediti:

$$P(r_1)A = P(r_2)A + G\frac{M(r_1)\rho(r)A\Delta r}{r^2} \quad \textbf{(2 boda)}$$

jer na promatrani volumen gravitacijski djeluje samo masa Sunca koja se nalazi do polumjera r_1; tu masu računamo iz izraza u zadatku:

$$M(r_1) = \frac{4\pi}{3}\rho_{\max} r_1^3\left(1 - \frac{3r_1}{4R}\right) = 6.3 \cdot 10^{29}\ \text{kg} \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$\rho(r) = \rho_{\max}\left(1 - \frac{r}{R}\right) = 2.8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$P(r_1) - P(r_2) = G\frac{M(r_1)\rho(r)\Delta r}{r^2} = 9.6 \cdot 10^{11} \text{ Pa} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Dakle, porast tlaka pri pomaku $\Delta r = 10^3$ km od površine Sunca prema njegovom središtu je $9.6 \cdot 10^{11}$ Pa. Pretpostavimo li da je porast tlaka isti za svakih $\Delta r = 10^3$ km, ukupan porast tlaka od površine (gdje je tlak jednak nuli) do središta Sunca je:

$$9.6 \cdot 10^{11} \text{ Pa} \cdot R / \Delta r = 9.6 \cdot 10^{11} \text{ Pa} \cdot 700 = 6.7 \cdot 10^{14} \text{ Pa} \quad \textbf{(2 boda)}$$

(sofisticiraniji modeli predviđaju tlak u središtu Sunca od oko 10^{16} Pa).

c) Molarna masa plina koji se sastoji od 74% vodika, 25% helija i 1% kisika (po masi) je:

$$\mu = 0.74 \cdot 1 + 0.25 \cdot 4 + 0.01 \cdot 16 = 1.9 \text{ g/mol.} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Za idealni plin vrijedi:

$$PV = nRT \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$PV = \frac{m}{\mu}RT \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$T = \frac{P\mu}{\rho R} \quad \textbf{(2 bod)}$$

Uvrštavanjem vrijednosti za središte Sunca dobiva se:

$$T = \frac{P\mu}{\rho R} = \frac{6.7 \cdot 10^{14} \cdot 1.9 \cdot 10^{-3}}{5.6 \cdot 10^3 \cdot 8.314} = 2.7 \cdot 10^7 \text{ K} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Dobivena vrijednost je otprilike 2 puta veća od standardno prihvaćene temperature središta Sunca, no s obzirom na jednostavnost modela i zanemarivanje mnogih faktora (način prijenosa energije, promjena kemijskog sastava po dubini, ionizacija plazme, ...) rezultat je i više nego zadovoljavajući.

3. zadatak (17 bodova)

Kapacitet pločastog kondenzatora računamo iz izraza:

$$C(t_1) = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Zagrijavanjem se i ploče kondenzatora i izolator među pločama šire (širenje u smjeru okomitom na ploče ne utječe na promjene kapaciteta). Materijal od kojeg su napravljene ploče kondenzatora ima veći koeficijent toplinskog rastezanja pa će se ploče kondenzatora raširiti više nego izolator među njima. Drugim riječima, veći dio prostora među pločama kondenzatora bit će ispunjen izolatorom, ali ne čitav – efektivno ćemo dobiti dva paralelno spojena kondenzatora **(4 boda)**:

$$C_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S_i}{d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S \cdot (1+\alpha_i \Delta t)^2}{d} \qquad \textbf{(3 boda)}$$

$$C_2 = \varepsilon_0 \frac{S_p - S_i}{d} = \varepsilon_0 \frac{S \cdot (1+\alpha_p \Delta t)^2 - S \cdot (1+\alpha_i \Delta t)^2}{d} \qquad \textbf{(3 boda)}$$

Za paralelni spoj vrijedi:

$C_{uku} = C_1 + C_2$, **(1 bod)**

pa se dobiva:

$$C(t_2) = \varepsilon_0 \frac{S}{d}\left[(1+\alpha_p \Delta t)^2 + (1+\alpha_i \Delta t)^2 (\varepsilon_r - 1)\right]$$

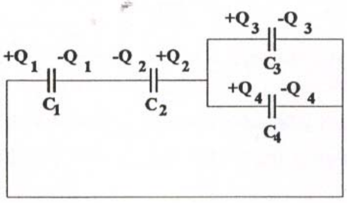
$$\begin{aligned} C(t_2) &= \frac{C(t_1)}{\varepsilon_r}\left[(1+\alpha_p \Delta t)^2 + (1+\alpha_i \Delta t)^2 (\varepsilon_r - 1)\right] = \\ &= \frac{10\,\mu\text{F}}{3}\left[(1+2\cdot 10^{-4}\cdot 15)^2 + (1+8\cdot 10^{-5}\cdot 15)^2 (3-1)\right] = \\ &= 10.036\,\mu\text{F} \end{aligned}$$

(4 boda)

4. zadatak (17 bodova)

Iz izraza $Q=CU$ računa se naboj induciran na pločama svakog od kondenzatora:

$Q_1 = 200\ \mu C$, $Q_2 = 180\ \mu C$, $Q_1 = 140\ \mu C$, $Q_1 = 80\ \mu C$. **(1 bod)**



Nakon prespajanja, ukupan pad napona u krugu mora biti jednak nula (jer nema izvora):

$$U_1^{'} - U_2^{'} + U_3^{'} = 0 \quad (\text{ili } U_1^{'} - U_2^{'} + U_4^{'} = 0) \qquad \textbf{(3 boda)}$$

Drugi kondenzator je nabijen s obrnutim polaritetom od ostalih pa zato u gornji izraz ulazi s negativnim naponom **(2 boda)**. Upotrebom izraza $U=Q/C$ dobiva se:

$$\frac{Q_1^{'}}{C_1} - \frac{Q_2^{'}}{C_2} + \frac{Q_3^{'}}{C_3} = 0 \qquad \textbf{(2 bod)}$$

odnosno:

$$\frac{Q_1^{'}}{4} - \frac{Q_2^{'}}{3} + \frac{Q_3^{'}}{2} = 0$$

$$3Q_1^{'} - 4Q_2^{'} + 6Q_3^{'} = 0 \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Nadalje, suma naboja u čvorovima „X", „Y" i „Z" mora biti ista prije i poslije spajanja (zakon sačuvanja naboja):

$$-Q_1' - Q_2' = -Q_1 - Q_2 = -380 \ \mu C \qquad \textbf{(1 bod)}$$

$$Q_2' + Q_3' + Q_4' = Q_2 + Q_3 + Q_4 = 400 \ \mu C \qquad \textbf{(1 bod)}$$

(jednadžba za čvor „Z" ne bi donijela ništa novo jer je linearna kombinacija gornje dvije). Konačno, četvrta jednadžba se dobiva zahtijevajući da su padovi napona na kondenzatorima „3" i „4" jednaki:

$$\frac{Q_3'}{C_3} = \frac{Q_4'}{C_4} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Iz ove posljednje odmah možemo izraziti Q'$_4$:

$$Q_4' = \frac{Q_3'}{2}$$

Druga od gornjih jednadžbi sada postaje:

$$Q_2' + \frac{3}{2}Q_3' = 400 \ \mu C$$

odnosno:

$$2Q_2' + 3Q_3' = 800 \ \mu C$$

Uvrsti li se:

$$Q_1' = 380 \ \mu C - Q_2'$$

u:

$$3Q_1' - 4Q_2' + 6Q_3' = 0$$

dobiva se:

$$-7Q_2' + 6Q_3' = -1140$$

a ova jednadžba u kombinaciji s:

$$2Q_2' + 3Q_3' = 800 \ \mu C$$

daje:

$$Q_2' = 249.1 \ \mu C$$
$$Q_1' = 130.9 \ \mu C$$
$$Q_3' = 100.6 \ \mu C$$
$$Q_4' = 50.3 \ \mu C$$

(2 boda)

Odgovarajući naponi su:

$$U_1' = 32.7 \ V$$
$$U_2' = 83.0 \ V$$
$$U_3' = 50.3 \ V$$
$$U_4' = 50.3 \ V$$

(2 boda)

Kroz točku „T" proteklo je 69.1 μC. **(1 bod)**

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 2. grupa

Eksperimentalni zadatak

AKCELERACIJA SLOBODNOG PADA (g)

Zadatak

- Odrediti akceleraciju slobodnog pada g uz pretpostavku da je poznat atmosferski tlak i da je normiran (101325 Pa)

Pribor

- Staklena U-cijev učvršćena na drvenu daščicu sa mjernom skalom od milimetarskog papira
- Čaša s vodom
- Injekcijska šprica

U sklopu zadatka treba:

1. Objasniti fizikalne osnove za rješenje zadatka i opisati precizno uz skice koje veličine i kako ćeš mjeriti (14 bodova)
2. Napraviti najmanje 10 mjerenja i podatke prikazati tabelarno (11 bodova)
3. Provesti račun pogreške (5 bodova)

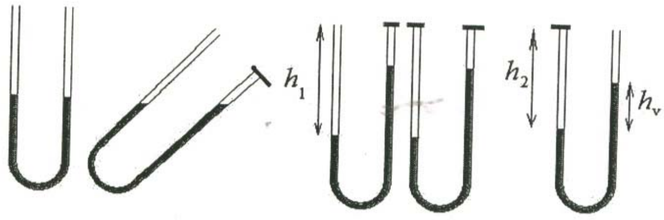
Ukupno eksperimentalni zadatak 30 bodova

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 2. grupa

Rješenje eksperimentalnog zadatka

Najprije natočimo vodu u U-cijev tako da u oba kraka nivoi budu otprilike do polovine (sl.a). Nakon toga nagnemo U-cijev (sl. b) npr. na desnu stranu tako da više vode bude u desnom kraku U-cijevi i tada prstom začepimo desni krak. Sada U- cijev vratimo u vertikalni položaj, držeći začepljen desni krak, te očitamo duljinu stupca zraka h_1 u lijevom kraku (sl. c), u kojem je tlak zraka jednak atmosferskom tlaku $p_1 = p_a$. Zatim, prstom druge ruke, začepimo i lijevi krak U-cijevi (sl. d), a tek nakon što je lijevi krak začepljen, otvorimo desni krak (sl. e) te sada opet očitamo duljinu stupca zraka h_2 u lijevom kraku i razliku nivoa vode h_v u krakovima, držeći lijevi krak zatvoren. Sada je tlak tog stupca zraka duljine h_2 jednak zbroju atmosferskog tlaka i hidrostatskog tlaka stupca vode duljine h_v ($p_2 = p_a + \rho_v g h_v$).



a) b) c) d) e)

(7 bodova)

Budući da se u opisanom postupku dogodila izotermna promjena stanja stanja stupca zraka u lijevom kraku U-cijevi, možemo pisati:

$$p_1 h_1 = p_2 h_2 \quad \text{tj.} \quad p_a h_1 = (p_a + \rho_v g h_v) h_2 .$$

Iz zadnjeg izraza sređivanjem se dobije:

$$\boxed{g = \frac{p_a (h_1 - h_2)}{\rho_v h_v h_2}} .$$

(7 bodova)

Napraviti najmanje 10 mjerenja, izračunati g i podatke prikazati tabelarno:

Br. mjerenja	h_1 (m)	h_2 (m)	h_v (m)	g (m/s^2)	Δg (m/s^2)
1.					
2.					
.					

(11 bodova)

Račun pogreške.

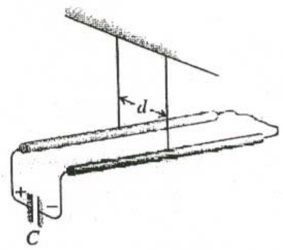
(5 bodova)

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

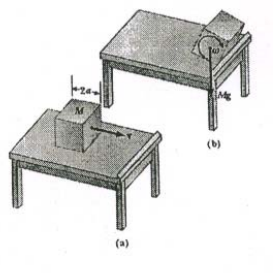
Srednje škole – 3. grupa

1. zadatak (18 bodova)
U oscilirajućem strujnom krugu koji se sastoji od pločastog kondenzatora i zavojnice zanemarivog omskog otpora, dolazi do oscilacija energije W. Ploče kondenzatora polako se razdvajaju sve dok se frekvencija oscilacija ne udvostruči. Koliki rad je učinjen u ovom procesu? (Uputa: koristite srednju vrijednost sile. Srednja vrijednost funkcije $\left(\cos^2 x\right)$ je $\frac{1}{2}$.)

2. zadatak (17 bodova)
Dvije dugačke, ravne vodljive žice s masom po jedinici dužine λ obješene su i pričvršćene tako da stoje horizontalno, međusobno paralelne i udaljene jedna od druge za d. Stražnji krajevi žica povezani su savitljivom žicom malenog otpora. Nabijeni kondenzator kapaciteta C dodan je sustavu; pozitivna ploča kondenzatora (početnog naboja $+Q_0$) spojena na prednji kraj jedne od žica, a negativna ploča kondenzatora (početnog naboja $-Q_0$) spojena je na prednji kraj druge žice (vidi sliku). Ovi spojevi također su izvedeni savitljivim žicama slabe vodljivosti. Kada je spoj ostvaren, žice se međusobno udaljavaju zbog odbojne sile koja djeluje među njima, i svaka žica ima početnu brzinu v_0. Pretpostavi da je vrijeme koje je potrebno kondenzatoru da se izbije zanemarivo u usporedbi s vremenom potrebnim žicama da učine značajniji pomak. Otpor ukupnog kruga je R. a) Odredi početnu brzinu v_0. b) Numerički odredi v_0 u slučaju kada je $\lambda = 4.5\times10^{-3}$ kg/m, d – 3 cm, $C = 2.5$ μF, $R = 0.048$ Ω, i kondenzator je početno bio nabijen spajanjem na izvor napona 3 kV. c) Do koje visine će se dići žice zbog uspostavljanja ovakvog kruga?



3. zadatak (18 bodova)
Malena djevojčica Marlena igra se s „Lego“ kockom. Kocka se giba po površini stola konstantnom brzinom v. Brid kocke je 20 cm, a masa je 2 kg. Trenje je zanemarivo. Na kraju stola sudara se s malenom preprekom i zbog toga se nakrivljuje (slika). Odredi najmanju brzinu v za koju će kocka pasti sa stola. Moment tromosti kocke oko osi koja je paralelna s jednom od njenih stranica je $8ma^2/3$, gdje je m masa kocke, a a je polovica njenog brida. (Uputa: na rubu stola kocka se neelastično sudara s preprekom.)



4. zadatak (17 bodova)
Kada se dva vodikova atoma mase m spajaju da bi stvorili dvoatomnu molekulu vodika (H_2), potencijalna energija sustava nakon njihovog spajanja je $-\Delta$, gdje je Δ pozitivna veličina koja se naziva *energija vezanja* molekule. a) Da li je moguće u sudaru koji uključuje dva atoma vodika stvoriti molekulu H_2 (toplinski gubici su zanemarivi)? b) Pretpostavi da dolazi do sudara 3 atoma vodika, koji se gibaju brzinom 1×10^3 m/s i pod međusobnim kutovima od 120°, tako da u svakom trenutku leže na vrhovima jednakostraničnog trokuta. Izračunaj brzinu molekule vodika (H_2) i atoma vodika koji ostaje nakon sudara. Energija vezanja molekule H_2 je $\Delta = 7.23\times10^{-19}$ J, a masa atoma vodika je 1.67×10^{-27} kg.

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 3. grupa
Rješenja

1. zadatak (18 bodova)

Naboj na kondenzatoru mijenja se na sljedeći način: $q = q_m \cos \omega t$, **[1 bod]**

gdje je $\omega^2 = \frac{1}{LC}$, a C je trenutni kapacitet kondenzatora (S je površina ploča),

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{y}.$$ **[2 boda]**

y je udaljenost među pločama. Budući da se frekvencija oscilacija povećala η puta, vrijednost ω^2 mijenja se η^2 puta. Budući da je $\omega^2 = \frac{y}{\varepsilon_0 SL}$, tako se i udaljenost među pločama mijenja s y_0 na $\eta^2 y_0$. **[2 boda]**

Napon na kondenzatoru je: $V = \frac{q_m}{C}\cos \omega t = \frac{y q_m}{\varepsilon_0 S}\cos \omega t$. **[2 boda]**

Električno polje među pločama kondenzatora je: $E = \frac{q_m}{\varepsilon_0 S}\cos \omega t$. **[2 boda]**

Tada je sila na ploče kondenzatora: $F = \frac{q_m^2}{\varepsilon_0 S}\cos^2 \omega t$. **[2 boda]**

Budući da je sila uvijek pozitivna, a ploče se polako razdvajaju možemo uzeti prosječnu silu:

$$\overline{F} = \frac{q_m^2}{2\varepsilon_0 S}.$$ **[2 boda]**

Učinjeni rad je $A = \overline{F}\left(\eta^2 y_0 - y_0\right) = \left(\eta^2 - 1\right)\frac{q_m^2 y_0}{2\varepsilon_0 S}$. **[2 boda]**

$\frac{q_m^2 y_0}{2\varepsilon_0 S} = \frac{q_m^2}{2C_0} = W$, početna energija. **[2 boda]**

Očito je da vrijedi $A = \left(\eta^2 - 1\right)W = 3W$. **[1 bod]**

2. zadatak (17 bodova)

a) Magnetska sila po jedinici dužine između dvije paralelne duge žice je:

$$\frac{F}{L} = IB = \frac{\mu_0}{2\pi d} I^2 =,$$ **[2 boda]**

$$= \frac{\mu_0}{2\pi d}\left(\frac{I_0}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{\mu_0}{4\pi d}\left(\frac{V}{R}\right)^2 =$$ **[2 boda]**

$$= \frac{\mu_0}{4\pi d}\left(\frac{Q_0}{RC}\right)^2$$ **[2 boda]**

gdje je $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ efektivna vrijednost električne struje za kratko vrijeme izboja.

$$\frac{F}{L} = \frac{m}{L}a = \lambda a = \frac{\mu_0}{4\pi d}\left(\frac{Q_0}{RC}\right)^2 \Rightarrow a = \frac{\mu_0 Q_0^2}{4\pi\lambda d R^2 C^2}.$$ **[3 boda]**

$$v_0 = at = aRC = \frac{\mu_0 Q_0^2}{4\pi\lambda d RC}.$$ **[3 boda]**

b) $v_0 = \frac{\mu_0 (CV)^2}{4\pi\lambda dRC} = \frac{\mu_0 CV^2}{4\pi\lambda dR} = \frac{\mu_0 \left(2.5\times10^{-6}\right)\left(3000\right)^2}{4\pi\left(4.5\times10^{-3}\right)\left(0.03\right)\left(0.048\right)} = 0.347\,\mathrm{m/s}$. **[2 boda]**

c) Visina do koje se dići žice (u odnosu na početnu visinu):

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g} = 6.14\times10^{-3}\,\mathrm{m}$$ **[3 boda]**

3. zadatak (18 bodova)

Kutna količina gibanja sačuvana je za vrijeme neelastičnog sudara, odnosno:

$$Mva = I\omega$$ **[3 boda]**

$$\omega = \frac{Mva}{I} = \frac{3v}{8a}.$$ **[2 boda]**

Uvjet da bi kocka pala preko ruba stola je da njen centar mase dosegne svoju maksimalnu visinu dok kocka rotira, $h_{\max} = a\sqrt{2}$. **[4 boda]**

Koristeći zakon očuvanja energije:

$$\frac{1}{2}I\omega^2 = Mg\left(a\sqrt{2} - a\right),$$ **[3 boda]**

$$\frac{1}{2}\left(\frac{8Ma^2}{3}\right)\left(\frac{3v}{8a}\right)^2 = Mg\left(a\sqrt{2} - a\right),$$ **[2 boda]**

$v^2 = \frac{16}{3}ga\left(\sqrt{2} - 1\right)$, i konačno, **[2 boda]**

$$v = 4\left[\frac{ga}{3}\left(\sqrt{2} - 1\right)\right]^{1/2} = 1.47\text{ m/s}.$$ **[2 boda]**

4. zadatak (17 bodova)

a. Smanjenje potencijalne energije ($\Delta < 0$) znači da se kinetička energija povećava. U sustavu centra mase dva vodikova atoma ukupni impuls je nužno nula, i nakon što se atomi spoje i imaju zajedničku brzinu ta brzina mora imati iznos nula, što je u kontradikciji s uvjetom da se kinetička energija povećava.

[7 bodova]

b. Početni impuls je nula prije sudara, i mora biti nula nakon sudara. Označimo početnu brzinu s v_0, konačnu brzinu vodikovog atoma s v, konačnu brzinu vodikove molekule s V, masu vodikovog atoma s m, i masu vodikove molekule s 2 m. Nakon sudara, dvije čestice moraju se gibati u suprotnim smjerovima, i to tako da se sačuva impuls $v = 2\,V$. Iz zakona očuvanja energije imamo:

$$\frac{1}{2}(2m)V^2 - \Delta + \frac{1}{2}mv^2 = 3\frac{1}{2}mv_0^2,$$ **[3 boda]**

$$mV^2 - \Delta + 2mV^2 = \frac{3}{2}mv_0^2,$$ **[2 boda]**

$$V^2 = \frac{v_0^2}{2} + \frac{\Delta}{3m},$$ **[2 boda]**

iz čega proizlazi $V = 1.203\times10^4$ m/s, a brzina vodikovog atoma je $v = 2.41\times10^4$ m/s.

[3 boda]

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 3. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Određivanje mase žičanog okvira

Pribor:
Žičani okvir u obliku kocke
Zaporni sat (štoperica)
Stativ

Zadatak:
Pomoću zadanog pribora odredite masu žičanog okvira.

Poznati podaci su :
-gustoća metala od kojeg je napravljena žica 8.9 g/cm^3
-promjer žice 1,4 mm

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 3. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Postupak i rješenje:
Tijelo postavimo tako da titra oko jednog brida kocke kao fizikalno njihalo.
Otkloni li se tijelo iz ravnotežnog položaja nastaje moment sile teže M :

$$M = -m_t gr \sin\Theta \ ,$$

gdje su :
m_t -masa tijela ;
g – ubrzanje Zemljine sile teže ;
r -krak sile teže jednak polovici plošne dijagonale

(1) $r = \frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; a -duljina brida kocke

Θ -kut otklona
U aproksimaciji malih amplituda vrijedi $\sin\Theta \approx \Theta$ i $M = -m_t gr\Theta$.
Predznak minus dolazi zbog toga što za pozitivni kut otklona M je negativan i nastoji vratiti tijelo u ravnotežni položaj .
Za period fizikalnog njihala vrijedi:

(2) $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{m_t gr}}$;

gdje je I moment tromosti oko osi koja prolazi kroz brid kocke (vidi sliku).
Pri određivanju I uzimamo u obzir :
$I_1 = 2\times ma^2$ -moment tromosti dva paralelna bliža brida ,
$I_2 = m(a\sqrt{2})^2$ -moment tromosti najdaljeg paralelnog brida ,
$I_3 = 4\times\frac{1}{3}ma^2$ -moment tromosti četiri bliža okomita brida ,
$I_4 = 4\times(\frac{1}{12}ma^2 + mb^2)$ -moment tromosti četiri dalja okomita brida , gdje uzimamo u obzir

Steinerov teorem i $b^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$ i dalje slijedi

(3) $I = \frac{32}{3}ma^2$; gdje je m masa jednog brida kocke duljine a.

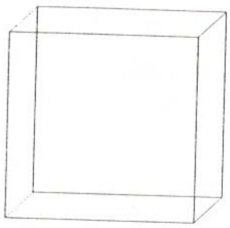
Koristeći relacije **(1)** , **(3)** činjenicu da vrijedi $m_t = 12m$ dobivamo izraz za period

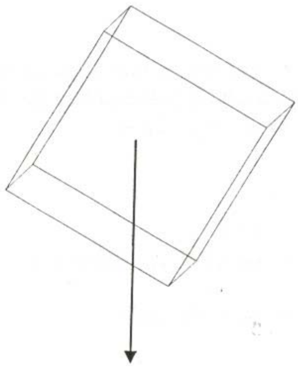
(2) $T = \frac{8\pi}{3}\sqrt{\frac{a}{g\sqrt{2}}}$.

Mjereći period njihanja T možemo odrediti duljinu brida kocke a , jer iz **(2)** slijedi :

$$a = \frac{9\sqrt{2}gT^2}{64\pi^2} .$$

Poznavajući a i iz poznatih podataka za gustoću ρ i promjer žice $2R$ možemo odrediti masu tijela $m = R^2\pi 12a\rho$





DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

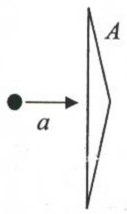
Srednje škole - 4. grupa

1. **zadatak** (17 bodova)

Ljudi dobrog vida ne vide oštru sliku kad gledaju pod vodom ako ne nose masku za ronjenje. Zašto?
Promotrite oko kao jednostavan optički sustav koji se sastoji od prozirne unutrašnjosti indeksa loma 1,4. Lom svjetlosti događa se jedino pri ulasku svjetlosti u oko kroz rožnicu. Tjeme rožnice udaljeno je 2,6cm od mrežnice. Zakrivljenost rožnice je takva da se pri gledanju u zraku na mrežnici fokusira slika predmeta iz beskonačnosti. Koliki je polumjer zakrivljenosti rožnice? Kolika je žarišna daljina tanke leće (mjerena u zraku) koju treba staviti pred to oko u vodi bez maske za ronjenje da bi ono fokusiralo na rožnici sliku predmeta iz beskonačnosti koji je također u vodi? Tu leću indeksa loma 1,62 se stavi na udaljenost 2cm od tjemena oka i s njene obje strane je voda čiji je indeks loma 1,33.

2. **zadatak** (18 bodova)

Pomoću interferometra poznatog kao Fresnelova biprizma dobivaju se iz uskog svjetlosnog izvora svijetle i tamne pruge na zaslonu. Interferenciju se može promatrati kao posljedicu nastanka dva koherentna izvora. Skiciraj položaje tih virtualnih izvora!
Kut prizme A je vrlo malen i iznosi 5mrad. Udaljenost izvora od biprizme je a=20cm. Indeks loma stakla je n=1,5. Koliki je međusobni razmak virtualnih izvora?
Koliki je razmak svijetlih pruga zelene svjetlosti valne duljine 500nm na zaslonu udaljenom 3m od biprizme?
Izračunaj sveukupan broj svijetlih pruga na zaslonu!
Za vrlo malene kutove φ može se uzeti sinφ≈φ i cosφ≈1.



3. **zadatak** (17 bodova)

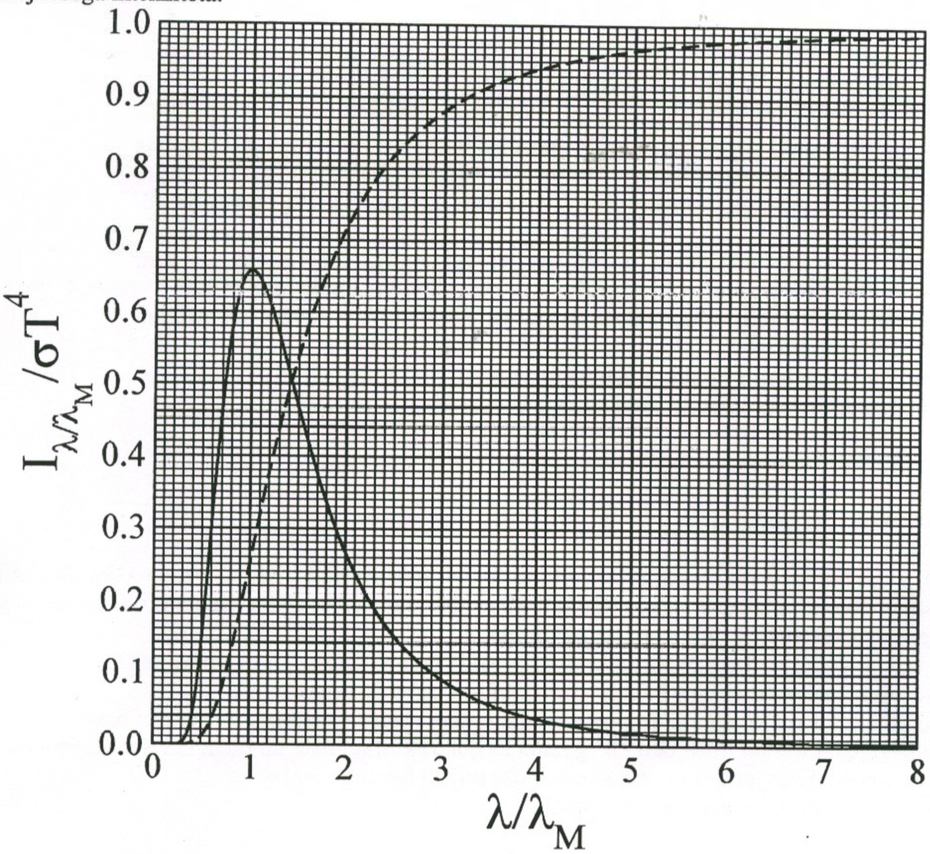
Fuzijom jezgara u središtu Sunca proizvode se fotoni energija oko 1MeV, a s površine Sunca k nama dolaze fotoni prosječne valne duljine 500nm. Na putu od središta prema površini foton se mnogo puta rasprši na elektronima (reda 10^{26} puta).
Može li se klasičnom fizikom objasniti promjenu valne duljine fotona pri raspršenjima?
Kolika je promjena valne duljine fotona u prosječnom događaju raspršenja?
Za koliki prosječan kut se putanja izlaznog fotona pritom skrene s obzirom na dolazni foton?
Ustanovljeno je da fotonu treba oko 10^6 godina za dolazak iz središta na površinu Sunca. Procijeni udaljenost koju zraka svjetlosti unutar Sunca može prijeći bez raspršenja!
Za male kutove φ može se uzeti $\cos\varphi = 1 - \varphi^2/2$.

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

4. **zadatak** (18 bodova)

Plavi divovi su zvijezde koje se nakon eksplozije pretvaraju u crne rupe. Temperatura površine tipičnoga plavog diva je 30000K. Vidljivi sjaj, t.j. snaga izračena u okolinu u području vidljive svjetlosti (valna duljina od 400nm do 700nm), mu je 100000 puta veći od vidljivog sjaja Sunca. Polumjer Sunca je $6{,}96\cdot 10^5$km, a ono zrači ukupnu snagu $3{,}86\cdot 10^{26}$W. Pretpostavite da plavi div i Sunce zrače kao crno tijelo.
Pri kojoj valnoj duljini plavi div zrači najveći intenzitet te zašto se zove "plavi"?
Kolika je temperatura površine Sunca i zašto ga ne možemo nazvati "plavim"?
Koliki je polumjer opisanoga plavog diva?
Je li ispravno govoriti da je vidljivi sjaj proporcionalan ukupnoj zračenoj snazi? Pokaži to na ovom primjeru!

Spektralna gustoća intenziteta zračenja $I_{\lambda/\lambda M}$ normirana na ukupni intenzitet (puna linija) i njen kumulativni integral (iscrtkana linija) u ovisnosti o valnoj duljini izraženoj preko valne duljine λ_M največega intenziteta:



Planckova konstanta h=$6{,}626\cdot 10^{-34}$Js, brzina svjetlosti c=$3\cdot 10^8$m/s, masa elektrona m_e=$9{,}11\cdot 10^{-31}$kg, naboj elektrona q_e=$-e$=$-1{,}6\cdot 10^{-19}$C, Wienova konstanta C=0,0029Km, Štefan-Boltzmann konstanta σ=$5{,}67\cdot 10^{-8}$W/m^{2}K^4.

Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole - 4. grupa - rješenja zadataka

Zadatak 1 (17 bodova)

Indeks loma vode različit je od indeksa loma zraka pa se lom svjetlosti na sfernoj graničnoj plohi mijenja. Lom svjetlosti je slabiji kad je oko u vodi nego kad je u zraku pa se zrake pri gledanju pod vodom fokusiraju iza mrežnice. **(2 boda)**

Za sfernu graničnu plohu (rožnicu) polumjera zakrivljenosti R između medija indeksa loma n=1,4 i zraka vrijedi $\frac{1}{a}+\frac{n}{d}=\frac{n-1}{R}$, gdje je a udaljenost predmeta od rožnice, a d=2,6cm udaljenost od rožnice do slike, t.j. do mrežnice. **(2 boda)**

Uzimajući da je predmet u beskonačnosti, dobije se $R=d\frac{n}{n-1}=9{,}1\text{cm}$. **(2 boda)**

Kad je to oko u vodi indeksa loma n_v, slika predmeta udaljenog b od rožnice fokusirat će se na mrežnici ako je $\frac{n_v}{b}+\frac{n}{d}=\frac{n-n_v}{R}$.

(1 bod)

Odatle slijedi b=-2,5cm, gdje minus označava da predmet treba biti unutar oka. **(2 boda)**

To znači da korektivna leća treba proizvesti sliku na tom mjestu koje je udaljeno x'=2cm+2,5cm=4,5cm od nje. **(1 bod)**

Za leću u zraku vrijedilo bi $\frac{1}{x}+\frac{1}{x'}=\frac{1}{f}=(n_s-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$, gdje je n_s indeks loma stakla, a R_1 i R_2 su polumjeri zakrivljenosti stranica leće. **(2 boda)**

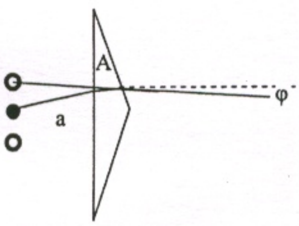
Na isti način, za tu leću u vodi vrijedi $\frac{n_v}{x}+\frac{n_v}{x'}=\frac{1}{f'}=(n_s-n_v)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$. **(2 boda)**

Iz te dvije jednadžbe i uz uvjet da je predmet u beskonačnosti slijedi $\frac{n_v}{x'}=(n_s-n_v)\cdot\frac{1}{f(n_s-1)}$.

(2boda)

To daje žarišnu daljinu leće mjerenu u zraku f=1,58cm. **(1 bod)**

Zadatak 2 (18 bodova)



Iz izvora zraka nailazi pod kutom α na prizmu, lomi se u staklu pod kutom β, nailazi na sljedeću graničnu plohu pod kutom γ te se lomi van u zrak pod kutom δ, sve mjereno s obzirom na okomice na graničnim plohama. Stoga možemo pisati $\sin\alpha = n\sin\beta$ i $n\sin\gamma=\sin\delta$. **(2 boda)**

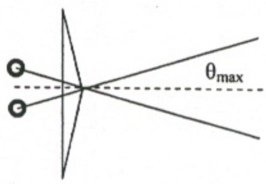
Uvjet kutova unutar trokuta daje $A=\beta+\gamma$, a kut skretanja je $\varphi=\delta-A$. Iz navedenih jednadžbi i uz uvjet da su svi kutovi mnogo manji od 1rad, dobije se $\varphi = A(n-1)$. **(2 boda)**

Svaki od virtualnih izvora otklonjen je za kut φ od horizontale tako da je udaljenost među izvorima $d=2a\varphi=2aA(n-1)=1\text{mm}$.

(2 boda + 1 za sliku)

Uvjet za konstruktivnu interferenciju zraka koje se šire iz dva virtualna izvora je $d\theta=k\lambda$, gdje je θ otklon od horizontale. **(2 boda)**

Položaj k-tog maksimuma na zaslonu udaljenom b od biprizme je $y_k = (a+b)\theta = \frac{(a+b)\lambda}{d}k$ pa je razmak susjednih maksimuma $y_k = \frac{(a+b)\lambda}{d} = 1{,}6\text{mm}$. **(4 boda)**



Broj vidljivih maksimuma određen je vrhom biprizme koji ograničava kut otklona na $\theta_{\max} = \frac{d}{2a}$. **(2 boda)**

Kutni razmak među maksimumima je $\Delta\theta = \frac{\lambda}{d}$ pa je ukupan broj maksimuma $N = 2\cdot\frac{\theta_{\max}}{\Delta\theta} = \frac{d^2}{a\lambda} = \frac{4aA^2(n-1)^2}{\lambda} = 10$. **(3 boda)**

Zadatak 3 (17 bodova)

Promjenu valne duljine pri raspršenju svjetlosti na elektronima ne može se objasniti klasičnom fizikom, već apsorpcijom fotona valne duljine λ te emisijom fotona valne duljine λ', dakle kvantnom fizikom. **(2 boda)**

Iz zakona očuvanja energije $pc + m_e c^2 = p'c + E$, gdje su p i p' količine gibanja fotona i E konačna energija elektrona, zatim zakona očuvanja količine gibanja $\vec{p} - \vec{p}' = \vec{P}$, gdje je P konačna količina gibanja elektrona, te uz jednakost $E^2 = m^2c^4 + P^2c^2$ i deBroglieve relacije $\lambda = \frac{h}{p}$ za foton slijedi jednadžba Comptonova raspršenja $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\varphi)$, gdje je φ kut pod kojim odleti izlazni foton s obzirom na smjer dolaznoga. **(2 boda)**

Nakon prvoga sudara je $\lambda_1 - \lambda_0 = \frac{h}{mc}(1-\cos\varphi_1)$, **(1 bod)**

gdje je $\lambda_0 = \frac{hc}{E_0}$, što uz E_0=1MeV iznosi $\lambda_0 = 1{,}242\cdot10^{-12}$m << λ_N. **(1 bod)**

Nakon drugoga sudara $\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{mc}(1-\cos\varphi_2)$

i tako dalje do N-toga $\lambda_N - \lambda_{N-1} = \frac{h}{mc}(1-\cos\varphi_N)$. **(2 boda)**

Zbrajanjem tih N jednadžbi slijedi $\lambda_N - \lambda_0 = N\frac{h}{mc} - \frac{h}{mc}\sum_{i=1}^{N}\cos\varphi_i$.

U ogromnom broju sudara energija fotona se postupno mijenja pa su kutovi φ maleni te vrijedi $\cos\varphi = 1 - \varphi^2/2$. Stoga je $\lambda_N - \lambda_0 = \frac{h}{2mc}\sum_{i=1}^{N}\varphi_i^2 = \frac{Nh}{2mc}\overline{\varphi^2}$. **(2 boda)**

Prosječni kvadrat otklona je $\overline{\varphi^2} \approx \frac{2mc\lambda_N}{Nh} = 4{,}12\cdot10^{-21}$. **(1 bod)**

Promjena valne duljine u prosječnom sudaru je $\lambda_{i+1} - \lambda_i = \frac{h}{2mc}\varphi_i^2 = 5\cdot10^{-33}$nm. **(2 boda)**

Za prosječni otklon slijedi $\varphi_i = \sqrt{\frac{2mc(\lambda_{i+1} - \lambda_i)}{h}} = 3{,}7\cdot10^{-9}\,{}^\circ$. **(1 bod)**

Prosječno vrijeme između dva sudara je $\tau = \dfrac{t}{N}$ gdje je t ukupno vrijeme putovanja fotona. **(1 bod)**

Stoga je srednji slobodni put fotona (zrake svjetlosti) $l = c\tau = \dfrac{ct}{N} = 0{,}095\text{mm}$. **(2 boda)**

Zadatak 4 (18 bodova)

Valna duljina pri kojoj plavi div zrači najvećim intenzitetom dobije se iz Wienova zakona $\lambda_{MD} = \dfrac{C}{T_D} = 96{,}7\text{nm}$, gdje je C Wienova konstanta, a T_D temperatura površine. **(1 bod)**

Zvijezda se naziva plavim divom zato jer je od vidljivog spektra najintenzivnije zastupljen plavi dio. **(1 bod)**

Kuglasto tijelo polumjera R temperature T zrači snagu $P = 4\pi R^2 \sigma T^4$, gdje je σ Štefan-Boltzmann konstanta. **(1 bod)**

Temperatura površine Sunca je $T_S = \sqrt[4]{\dfrac{P_S}{4\pi R_S^2 \sigma}} = 5784\text{K}$. **(1 bod)**

Valna duljina pri kojoj Sunce zrači najintenzivije je $\lambda_{MS} = \dfrac{C}{T_S} = 501\text{nm}$, što odgovara žutoj boji. **(2 boda)**

Ako je η udio intenziteta zračenja unutar vidljivog dijela spektra u ukupnom intenzitetu, onda prema uvjetu zadatka možemo pisati $P_D\eta_D = 100000 \cdot P_S\eta_S$. **(2 boda)**

Sa slike uz zadatak očitamo površinu ispod krivulje gustoće intenziteta s granicama od 400nm do 700nm. Za Sunce to odgovara od $0{,}8\lambda_{MS}$ do $1{,}4\,\lambda_{MS}$, a za plavi div od $4{,}14\,\lambda_{MD}$ do $7{,}24\,\lambda_{MD}$. Dobije se $\eta_S = 0{,}493-0{,}131 = 0{,}362$ i $\eta_D = 0{,}987-0{,}947 = 0{,}04$. **(5 bodova)**

Slijedi $R_D = R_S\left(\dfrac{T_S}{T_D}\right)^2 \cdot 10^{5/2} \cdot \left(\dfrac{\eta_S}{\eta_D}\right)^{1/2} = 35{,}4 \cdot R_S = 2{,}46 \cdot 10^{10}\text{m}$. **(3 boda)**

Vidljivi sjaj je $P_v = \eta P$, a budući da η ovisi o temperaturi s kojom se pomiče položaj λ_M s obzirom na granice vidljivog spektra, to vidljivi sjaj nije proporcionalan ukupnoj izračenoj snazi. **(2 boda)**

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 4. Grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor:
- dva ravna zrcala
- predmet - pribadača
- stiroporni podložak
- papir s ucrtanim kutomjerom

Zadatak: Uporabom priloženih sredstava treba:

a) Odrediti broj slika predmeta mijenjajući kut α između dva zrcala i tablično prikazati tražene veličine ....10 bodova

b) grafički prikazati ovisnost kuta α i broja slika n, odrediti algebarski izraz za tu ovisnost..10 bodova

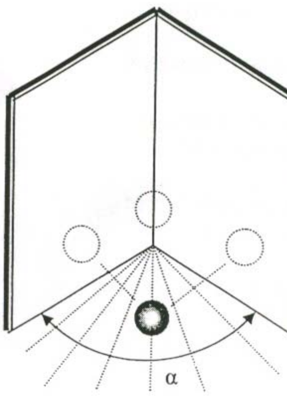
c) konstrukcijom prikazati broj slika predmeta u zrcalima koja su pod kutom $\alpha = 60°$...............................10 bodova

Ukupno: ....30 bodova

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Srednje škole – 4. grupa
EKSPERIMENTALNI ZADATAK
Rješenje

) Postavljanjem zrcala na kutomjer i učvršćivanjem predmeta - pribadače između zrcala za svaki odabrani kut α rojanjem odredimo broj virtualnih slika n ....(8 bodova)

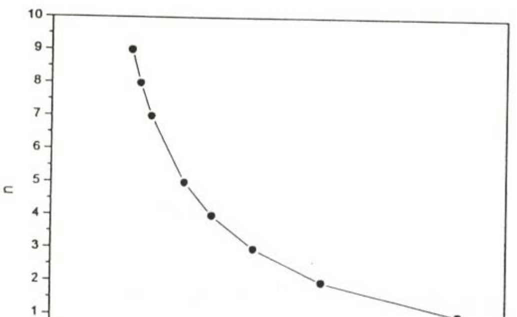


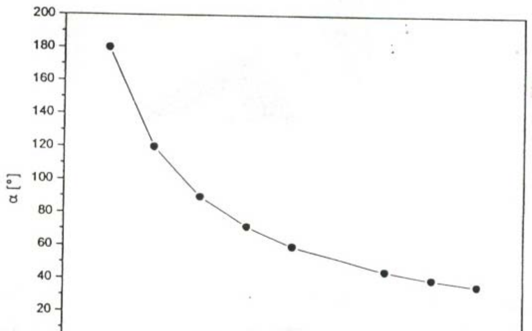
tablični prikaz:

α	180°	120°	90°	72°	60°	45°	40°	36°
n	1	2	3	4	5	7	8	9

(2 boda)

ili





(2 boda)

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Poreč, 8. - 11. svibnja 2008.

Grafički prikaz pokazuje obrnutu proporcionalnost α i n, to znači da je umnožak tih veličina neka konstanta $\rightarrow$ $n \cdot \alpha = \text{konst.}$

Za $n = 1$, $\alpha = 180^o$ vrijedi $1 \cdot 180^o = 180^o$

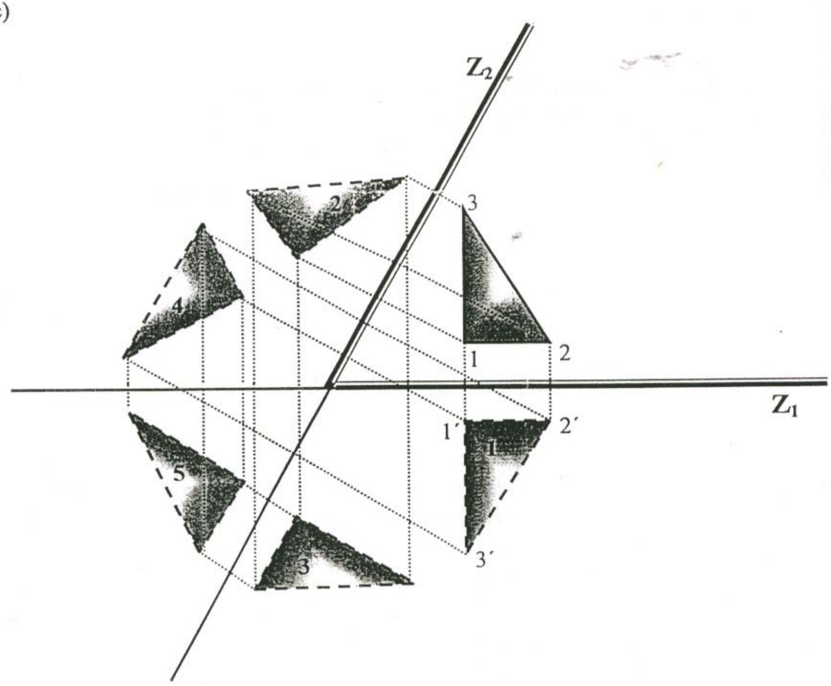
te je: $n = \frac{\pi}{\alpha}$, $\alpha = \frac{\pi}{n}$ ....(3 boda)

Kako za ostala mjerenja to ne vrijedi potrebno je konstatirati: virtualne slike, a i predmet leže na kružnici čije je središte u sjecištu oba zrcala te bi konstanta trebala biti $2\pi = 360^o \rightarrow n \cdot \alpha = 360^o$

$n = \frac{360^o}{\alpha}$ $\rightarrow$ ovaj izraz vrijedi ako slikama pribrojimo i predmet, ako želimo samo broj slika izraz je:

$n = \frac{360^o}{\alpha} - 1$ ....(5 bodova)

c)



(10 bodova)

Postupak kod preslikavanja u oba zrcala svodi se na ortogonalne projekcije tako da virtualne slike nastale u zrcalima Z_1 i Z_2 ponovno preslikamo $\rightarrow$ slike 1 i 2 preslikaju se u 3 i 4, a ove dvije virtualne slike preklope se u slici 5.