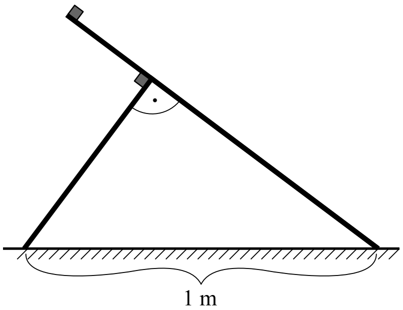
Državno natjecanje iz fizike 2021/2022
Podgora, 26. – 29. travnja 2022.
Srednje škole – 1. grupa

VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijete koristiti nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. **Pri ruci ne smijete imati mobitele niti druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.**

1. zadatak (16 bodova)



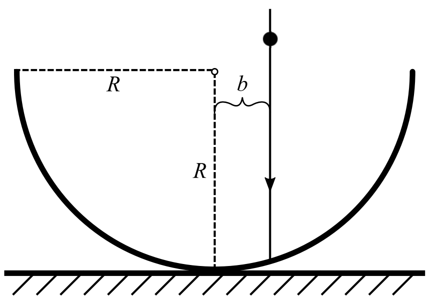
Dvije nepomične daske duljine 60 cm i 110 cm naslonjene su jedna na drugu, kao što je prikazano na slici. Razmak uporišta dasaka na horizontalnoj podlozi je 1 m, a postavljene su tako da u točki dodira zatvaraju pravi kut. Dva mala tijela nalaze se u početnom položaju koji je prikazan na slici. Iz početnog položaja tijela se istovremeno počinju gibati. Trenje između oba mala tijela i daske je zanemarivo. Zanemarite dimenzije malih tijela.

a) Izračunajte vertikalnu udaljenost dvaju tijela u trenutku kada je njihova horizontalna udaljenost jednaka nuli.

b) Izračunajte minimalnu udaljenost između dvaju tijela za vrijeme gibanja.

Uputa za b) dio zadatka: Kvadratna funkcija $f(x) = ax^2 + bx + c$, u kojoj je $a > 0$ i $b < 0$, ima najmanju vrijednost u točki tjemena, odnosno za $x_0 = -\frac{b}{2a}$.

2. zadatak (17 bodova)



Na horizontalnoj podlozi nalazi se polukružna zdjela polumjera zakrivljenosti R. Mala kuglica mase m puštena je da slobodno pada s visine h u odnosu na horizontalnu podlogu. Kuglica se giba po pravcu udaljenom za $b = \frac{7}{25}R$ od osi zdjele, kao što je prikazano na slici. Kuglica se elastično odbije od dna zdjele. Pretpostavite da je masa zdjele mnogo veća od mase kuglice te da zdjela ostaje nepomična prilikom odbijanja kuglice. Odredite najmanju moguću visinu h takvu da kuglica iskoči iz zdjele. Rezultat izrazite pomoću polumjera zdjele R.
Napomena: Možete koristiti sljedeće trigonometrijske identitete: $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$.

3. zadatak (17 bodova)

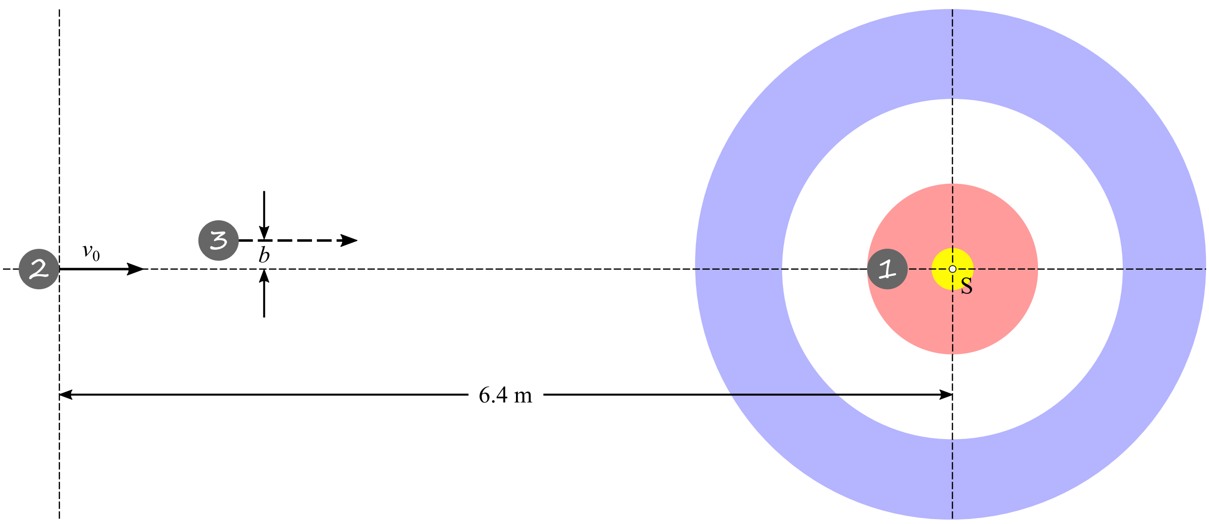
International space station (ISS) je međunarodna svemirska stanica koja se nalazi u niskoj orbiti oko Zemlje. ISS se kreće po približno kružnoj orbiti na visini od 400 km iznad površine Zemlje. (Ravnina u kojoj se giba ISS zatvara kut s ekvatorijalnom ravninom Zemlje od 51.6°.) Masa ISS-a je 420 000 kg, masa Zemlje je $5.97 \cdot 10^{24}$ kg, polumjer Zemlje je 6 371 km, gravitacijska konstanta je $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$.

a) Izračunajte period ISS-a i koliko puta obiđe Zemlju u jednom danu.
b) Izračunajte brzinu kojom se giba ISS.
c) Izračunajte put koji prijeđe točka na ekvatoru Zemlje između dva uzastopna prolaska ISS-a iznad ekvatora u blizinu odabrane točke.
d) Polumjer orbite ISS-a smanji se za 2 km u mjesec dana zbog otpora vrlo rijetke atmosfere. Izračunajte gubitak energije ISS-a u mjesec dana.

4. zadatak (20 bodova)

Curling je zimski sport u kojem dvije ekipe naizmjenično guraju osam kamena po ledenoj stazi i nastoje ih smjestiti što bliže središtu koncentričnih krugova nacrtanih na kraju staze. Igrači mogu kontrolirati putanju i brzinu klizanja kamena po ledu tako da posebnom četkom četkaju led ispred klizajućeg kamena i na taj način smanjuju trenje između kamena i leda. U ovom zadatku pretpostavit ćemo da je putanja kamena uvijek pravocrtna i da se četkanjem leda može mijenjati samo koeficijent trenja između kamena i ledene podloge. Središte koncentričnih krugova na slici označeno je sa S. Polumjer kamena je $R = 14.5$ cm. Sva su tri kamena identična. Gravitacijsko je ubrzanje $g = 10$ m/s^2.

a) Dio *curling* staze prikazan je na slici. Kamen #1 miruje na rubu crvenog kruga s unutarnje strane. Promjer crvenog kruga je 1.22 m. Igrač gura kamen #2 po pravcu prikazanom isprekidanom linijom, koji prolazi točkom S, i ispušta ga u trenutku kada prednji rub kamena dotakne liniju koja je udaljena od točke S za 6.4 m (vidi sliku). Brzina kamena #2 u tom je trenutku jednaka $v_0 = 1.4$ m/s. Kamen #2 zaustavlja se tik do kamena #1. Koeficijent trenja između kamena i ledene podloge iznosi 0.025. Četkanjem leda koeficijent trenja smanjuje se za 40%. Odredite koliki su dio staze igrači morali četkati ledenu podlogu da se kamen zaustavi na zadanom položaju.
b) Nakon što se kamen #2 zaustavio, sljedeći igrač gura kamen #3. Kamen #3 giba se po pravcu paralelnom središnjoj isprekidanoj liniji i udaljenom od nje za $b = \sqrt{2}R$. Brzina kamena #3 u trenutku udara u kamen #2 je 60 cm/s. Sudari kamena su elastični. Ledena podloga, po kojoj se kameni gibaju nakon sudara, očetkana je tj. na njoj je trenje smanjeno. Odredite udaljenost položaja svakog kamena (kad se zaustave) od središta S.



DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
26. - 29. travnja 2022.
Podgora

srednje škole - 1. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK
(30 bodova)

Pribor: Gumeni čep (masa je označena na čepu), uteg s nosačem (masa je označena na utegu), cjevčica, špaga, mjerna traka (metar), ljepljiva traka, flomaster, drveni štapić, mobitel kao štoperica. Koristite svoj mobitel kao štopericu. Mobitel mora biti isključen iz mreže. Možete ga koristiti samo tijekom mjerenja perioda vrtnje. Kada ga ne koristite mora stajati u lijevom gornjem kutu stola. Ukoliko ga budete koristili za bilo koju drugu svrhu bit ćete udaljeni s natjecanja i neće vam se priznati bodovi iz eksperimentalnog zadatka.

Zadatak: Jednoliko kružno gibanje

a) *Mjerenje perioda vrtnje čepa za različite radijuse vrtnje*

Špagu, na kojoj je s jedne strane čep, treba provući kroz cjevčicu. Na drugi kraj špage objesite nosač s utegom. Špaga s utegom i cjevčica stoje vertikalno. Cjevčicu neznatno pomičete tako da se čep vrti jednoliko kružno iznad vaše glave.

Potrebno je izmjeriti period vrtnje tako da je duljina špage od cjevčice do čepa D jednaka 30 cm, 40 cm, 50 cm, 60 cm i 70 cm. Dobivene rezultate upišite u tablicu.

b) *Računanje brzine vrtnje*

Za svako mjerenje izračunajte brzinu vrtnje i dodajte u tablicu. Ukoliko smatrate da vam u tablici trebaju stupci s nekim veličinama koje nisu zadane u zadatku slobodno ih dodajte.

c) *Centripetalna sila – eksperimentalna*

Iz dobivenih podataka izračunajte centripetalnu silu F_{cp} i upišite ju u tablicu.

d) *Račun pogrešaka za mjerenje centripetalne sile*

Napravite račun pogrešaka kod mjerenja centripetalne sile F_{cp}. Napišite kolika je centripetalna sila dobivena mjerenjem.

e) *Centripetalna sila – teorijska*

Potrebno je teorijski izračunati kolika centripetalna sila F'_{cp} djeluje na čep iz zadanih podataka (ne iz podataka koji su dobiveni mjerenjem).

f) *Usporedba teorijske i eksperimentalne vrijednosti centripetalne sile*

Usporedite teorijske i eksperimentalne vrijednosti centripetalne sile.

g) *Kinetička energija*

Izračunajte kinetičke energije E_k iz podataka dobivenih mjerenjem i upišite u tablicu. Također izračunajte kinetičku energiju E'_k iz teorijski dobivene centripetalne sile i radijusa vrtnje i unesite u tablicu. Usporedite vrijednosti.

h) *Rad pri kružnom gibanju*
Izračunajte koliki rad izvrši centripetalna sila kada čep napravi jedan krug za svako mjerenje.

i) *Opis mjerenja*
Opišite kako ste mjerili.

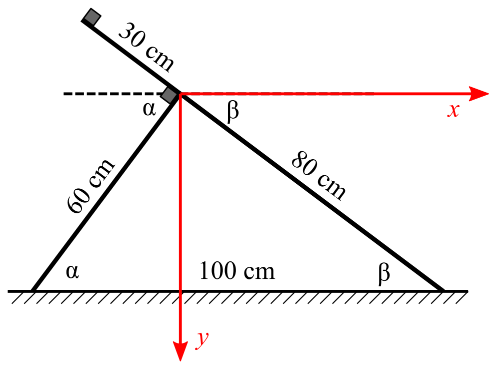
j) Nabrojite tri fizikalne veličine koje mogu utjecati na mjerenje, a nisu uključene u ova mjerenja.

Molimo vas da rješenja testa pišete čitko, jasno i razumljivo. Ukoliko ne budemo mogli shvatiti i povezati dijelove rješenja, te dijelove nećemo priznati.

Želimo vam puno uspjeha u rješavanju.

Državno natjecanje iz fizike 2021/2022
Podgora, 26. – 29. travnja 2022.
Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

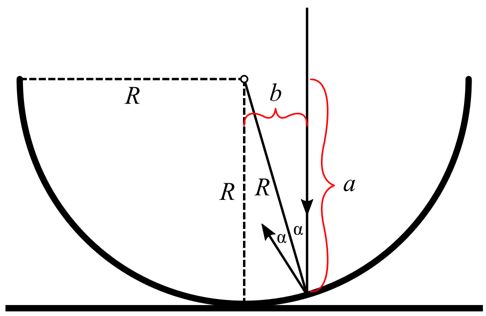
1. zadatak (16 bodova)



Najprije možemo izračunati duljinu druge katete pravokutnog trokuta:
$b = \sqrt{c^2 - a^2}$,
gdje je $a = 60$ cm i $c = 100$ cm. Dobije se $b = 80$ cm. **(1 bod)**
Tijelo #1 giba se niz kosinu koja s horizontalom zatvara kut α. Ubrzanje tijela niz kosinu odredimo pomoću 2. Newtonovog zakona:
$ma_1 = mg\sin\alpha = mg\frac{80}{100} \;\Rightarrow\; a_1 = \frac{4}{5}g$. **(1 bod)**
Tijelo #2 giba se niz kosinu koja s horizontalom zatvara kut β. Ubrzanje tijela niz kosinu odredimo pomoću 2. Newtonovog zakona:
$ma_2 = mg\sin\beta = mg\frac{60}{100} \;\Rightarrow\; a_2 = \frac{3}{5}g$. **(1 bod)**
Koordinatni sustav postavimo kao na slici. Napišimo jednadžbe gibanja po komponentama u koordinatnom sustavu za oba tijela:
$x_1(t) = -\frac{1}{2}a_1t^2 \cdot \cos\alpha = -\frac{6}{25}gt^2$,
$y_1(t) = \frac{1}{2}a_1t^2 \cdot \sin\alpha = \frac{8}{25}gt^2$,
$x_2(t) = x_0 + \frac{1}{2}a_2t^2 \cdot \cos\beta = -\frac{4}{5}l + \frac{6}{25}gt^2$,
$y_2(t) = y_0 + \frac{1}{2}a_2t^2 \cdot \sin\beta = -\frac{3}{5}l + \frac{9}{50}gt^2$, **(2 boda)**
gdje je $l = 30$ cm. Ovisnosti horizontalne i vertikalne udaljenosti tijela o vremenu redom su jednake:
$\Delta x(t) = x_1(t) - x_2(t) = \frac{4}{5}l - \frac{12}{25}gt^2$, **(1 bod)**
$\Delta y(t) = y_1(t) - y_2(t) = \frac{3}{5}l + \frac{7}{50}gt^2$. **(1 bod)**
Horizontalna udaljenost tijela jednaka je nuli u trenutku t'. Odredimo izraz za t':
$0 = \frac{4}{5}l - \frac{12}{25}gt'^2 \;\Rightarrow\; t'^2 = \frac{5}{3}\frac{l}{g}$ **(1 bod)**
Vertikalna udaljenost u trenutku t' je:
$\Delta y(t') = \frac{3}{5}l + \frac{7}{50}g\frac{5}{3}\frac{l}{g} = \frac{5}{6}l = 25$ cm **(2 boda)**
Udaljenost dva tijela D u trenutku t dana je sljedećim izrazom:
$D^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2$, **(1 bod)**
gdje je
$\Delta x(t) = x_1(t) - x_2(t) = \frac{4}{5}l - \frac{12}{25}gt^2 = \frac{1}{5}\left(4l - \frac{12}{5}gt^2\right)$,
$\Delta y(t) = y_1(t) - y_2(t) = \frac{3}{5}l + \frac{7}{50}gt^2 = \frac{1}{5}\left(3l + \frac{7}{10}gt^2\right)$.

Uvrstimo u izraz za kvadrat udaljenosti tijela:
$D^2 = \frac{1}{25}\left(16l^2 - \frac{96}{5}lgt^2 + \frac{144}{25}g^2t^4 + 9l^2 + \frac{21}{5}lgt^2 + \frac{49}{100}g^2t^4\right)$,
$D^2 = \frac{1}{25}\left(25l^2 - \frac{75}{5}lgt^2 + \frac{625}{100}g^2t^4\right)$,
$D^2 = l^2 - \frac{3}{5}lgt^2 + \frac{1}{4}g^2t^4$. **(1 bod)**
Možemo uvesti supstituciju $u = t^2$ pa tada kvadratna jednadžba postaje
$D^2 = l^2 - \frac{3}{5}lgu + \frac{1}{4}g^2u^2$. **(1 bod)**
Sada možemo primijeniti činjenicu da kvadratna funkcija $f(u) = au^2 + bu + c$ poprima minimalnu vrijednost za $u_0 = -\frac{b}{2a}$. U našem slučaju $a = \frac{1}{4}g^2$, $b = -\frac{3}{5}lg$. Dobije se:
$u_0 = \frac{3}{5}lg \cdot \frac{1}{2\frac{1}{4}g^2} = \frac{6}{5}\frac{l}{g}$, **(1 bod)**
$D^2_{min} = l^2 - \frac{3}{5}lg\frac{6}{5}\frac{l}{g} + \frac{1}{4}g^2\frac{36}{25}\frac{l^2}{g^2} = \frac{16}{25}l^2$, **(1 bod)**
$D_{min} = \frac{4}{5}l = 0.24$ m $= 24$ cm. **(1 bod)**

2. zadatak (17 bodova)



Kut α pod kojim mala kuglica udara u zdjelu je kut između smjera brzine kuglice i okomice na dodirnu površinu. Dodirna površina kuglice i zdjele je tangencijalna na zdjelu u toči dodira, a pravac okomit na tu površinu odgovara polumjeru zdjele. Neka je h' visina s koje pada kuglica u odnosu na visinu točke udara u zdjelu. Tada je brzina kuglice u trenutku udara u zdjelu jednaka:
$v_0^2 = 2gh'$. **(2 boda)**
Nakon elastičnog odbijanja od zdjele gibanje kuglice je kosi hitac s početnom brzinom v_0 čiji smjer zatvara kut 2α s vertikalom **(1 bod)**. Ako postavimo ishodište koordinatnog sustava u tjeme zdjele, tada je početni položaj kuglice (x_0, y_0) jednak:
$x_0 = b = \frac{7}{25}R$, **(1 bod)**
$y_0 = R - a = R - \sqrt{R^2 - \frac{49}{625}R^2} = R - \frac{24}{25}R = \frac{1}{25}R$. **(1 bod)**
Komponente početne brzine su:
$v_{0x} = -v_0\sin(2\alpha)$, **(1 bod)**
$v_{0y} = v_0\cos(2\alpha)$. **(1 bod)**
Jednadžbe gibanja kuglice za x i y smjer su:
$x(t) = x_0 - v_{0x}t = x_0 - v_0\sin(2\alpha)t$, **(1 bod)**
$y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = y_0 + v_0\cos(2\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$. **(1 bod)**
Minimalni uvjet da kuglica iskoči iz zdjele je da dotakne njezin lijevi rub koji se nalazi na koordinati $(x, y) = (-R, R)$ **(1 bod)**. Naći ćemo jednadžbu putanje kuglice tako da iz izraza $x(t)$ i $y(t)$ eliminiramo vrijeme t.
$$t = \frac{x_0 - x}{v_0\sin(2\alpha)}$$

$y = y_0 + \dfrac{v_0 \cos(2\alpha)}{v_0 \sin(2\alpha)} (x_0 - x) - \dfrac{g (x_0 - x)^2}{2 v_0^2 \sin^2(2\alpha)}$ **(2 boda)**
Uvrstimo izraz za v_0 i sredimo jednadžbu:
$y = y_0 + \dfrac{x_0 - x}{\tan(2\alpha)} - \dfrac{(x_0 - x)^2}{4h' \sin^2(2\alpha)}$
$\dfrac{(x_0 - x)^2}{4h' \sin^2(2\alpha)} = \dfrac{x_0 - x}{\tan(2\alpha)} + y_0 - y$
Sada možemo uvrstiti poznate veličine:
$x_0 - x = \frac{7}{25} R + R = \frac{32}{25} R,$
$y_0 - y = \frac{1}{25} R - R = -\frac{24}{25} R,$
$\sin\alpha = \dfrac{b}{R} = \dfrac{\frac{7}{25} R}{R} = \dfrac{7}{25},$
$\cos\alpha = \dfrac{a}{R} = \dfrac{\frac{24}{25} R}{R} = \dfrac{24}{25},$
$\sin(2\alpha) = 2 \sin\alpha \cos\alpha = 2 \cdot \frac{7}{25} \cdot \frac{24}{25} = \frac{4^2 \cdot 21}{25^2} = \frac{336}{625} = 0.5376,$
$\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \frac{576}{625} - \frac{49}{625} = \frac{527}{25^2} = \frac{527}{625} = 0.8432,$
$\tan(2\alpha) = \dfrac{\sin(2\alpha)}{\cos(2\alpha)} = \frac{4^2 \cdot 21}{25^2} \cdot \frac{25^2}{527} = \frac{4^2 \cdot 21}{527}.$
Uvrštavanjem se dobije:
$\frac{1}{4h'} \cdot \frac{2^2 \cdot 4^4}{25^2} \cdot R^2 \cdot \frac{25^4}{4^4 \cdot 21^2} = \frac{2 \cdot 4^2}{25} \cdot R \cdot \frac{25^2}{4^2 \cdot 21} \cdot \frac{527}{25^2} - \frac{3 \cdot 2^3}{25} \cdot R,$
$\frac{R}{h'} \cdot \frac{25^2}{21^2} = \frac{22}{21},$
$h' = \frac{25^2}{21 \cdot 22} R = 1.35R.$ **(4 boda)**
Alternativno, iz izraza $\sin\alpha = \frac{7}{25}$ može se izračunati kut α: $\alpha = \arcsin\frac{7}{25} = 16.26°$.
Visina h u odnosu na horizontalnu podlogu je:
$h = h' + \frac{1}{25} R = 1.39R.$ **(1 bod)**

3. zadatak (17 bodova)

Za gibanje ISS-a po kružnoj orbiti oko Zemlje vrijedi 2. Newtonov zakon:
$m\dfrac{v^2}{r} = G\dfrac{m m_Z}{r^2},$ **(1 bod)**
gdje je $r = r_Z + h = 6771$ km. **(1 bod)**
Slijedi da je brzina ISS-a:
$v = \sqrt{\dfrac{G m_Z}{r}} = \sqrt{\dfrac{6.67 \cdot 10^{-11} \mathrm{m^3 kg^{-1} s^{-2}} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}}{6.771 \cdot 10^6\ \mathrm{m}}} = 7.67\ \mathrm{km/s}.$ **(2 boda)**
Period orbite izračunamo na sljedeći način:
$v = \dfrac{2r\pi}{T},$ **(1 bod)**
$T = \dfrac{2r\pi}{v} = \dfrac{2 \cdot 6.771 \cdot 10^6\ \mathrm{m} \cdot \pi}{7.67 \cdot 10^3\ \mathrm{m/s}} = 92.5\ \mathrm{min}.$ **(1 bod)**
U jednom danu (24 sata) ISS obiđe Zemlju n puta:
$n = \dfrac{24 \cdot 60\ \mathrm{min}}{92.5\ \mathrm{min}} = 15.6.$ **(1 bod)**
Put koji prijeđe točka na ekvatoru između dva uzastopna prolaska ISS-a iznad ekvatora jednak je duljini kružnog luka:

$l = r_Z \varphi$, **(1 bod)**

gdje je φ kut u radijanima za koji se zakrenula Zemlja u jednom periodu ISS-a:

$\varphi = \omega_{Zemlja} T_{ISS}$, **(1 bod)**

$\varphi = \dfrac{2\pi}{24 \cdot 60 \text{ min}} 92.5 \text{ min} = 0.4036 \text{ rad.}$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem u izraz za duljinu kružnog luka dobije se:

$l = 6371 \text{ km} \cdot 0.4036 \text{ rad} = 2571 \text{ km.}$ **(1 bod)**

Zakon očuvanja energije je:

$\frac{1}{2}mv^2 - G\frac{mm_Z}{r} = \frac{1}{2}mv'^2 - G\frac{mm_Z}{r'} + W$, **(2 boda)**

gdje je $r' = r - 2 \text{ km} = 6769 \text{ km}$ **(1 bod)** i v':

$v' = \sqrt{\dfrac{Gm_Z}{r'}}$. **(1 bod)**

Uvrstimo u zakon očuvanja energije:

$$G\frac{mm_Z}{2r} - G\frac{mm_Z}{r} = G\frac{mm_Z}{2r'} - G\frac{mm_Z}{r'} + W,$$

$$-G\frac{mm_Z}{2r} = -G\frac{mm_Z}{2r'} + W,$$

$W = G\dfrac{mm_Z}{2}\left(\dfrac{1}{r'} - \dfrac{1}{r}\right)$, **(1 bod)**

$W = \dfrac{6.67 \cdot 10^{-11} \text{m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2} \cdot 4.2 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{2}\left(\dfrac{1}{6.769} - \dfrac{1}{6.771}\right) \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1} = 3.65 \cdot 10^9 \text{ J.}$ **(1 bod)**

4. zadatak (20 bodova)

Ukupna udaljenost koju prelazi kamen #2 do zaustavljanja je:

$d = 6.4 \text{ m} - r_{crveni} = 6.4 \text{ m} - 0.61 \text{ m} = 5.79 \text{ m.}$ **(1 bod)**

Zakon očuvanja energije za gibanje kamena #2 je:

$\frac{1}{2}mv_0^2 = \mu_1 mgd_1 + \mu_2 mgd_2$, **(1 bod)**

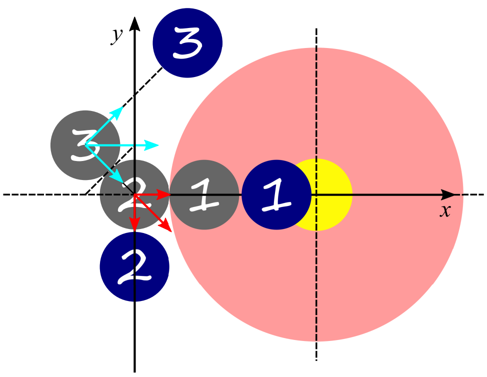
gdje je $\mu_1 = 0.025$, $\mu_2 = \mu_1 - 0.4\mu_1 = 0.015$, $d_1 + d_2 = d$. **(1 bod)**

$$\frac{v_0^2}{2} = \mu_1 g\left(d - d_2\right) + \mu_2 gd_2,$$

$$\frac{v_0^2}{2} = \mu_1 gd - \left(\mu_1 - \mu_2\right) gd_2,$$

$d_2 = \dfrac{\mu_1 d}{\mu_1 - \mu_2} - \dfrac{v_0^2}{2g\left(\mu_1 - \mu_2\right)} = 4.675 \text{ m.}$ **(1 bod)**

U b) dijelu zadatka postavimo ishodište koordinatnog sustava u središte kamena #2 prije sudara. Na slici su prikazani položaji sva tri kamena neposredno prije sudara (sivo) i nakon što su se zaustavili nakon sudara (plavo). Možemo odrediti koordinate njihovih položaja u koordinatnom sustavu.



	položaj kamena neposredno prije sudara
kamen #1	$(2R, 0)$
kamen #2	$(0, 0)$
kamen #3	$(-\sqrt{2}R, \sqrt{2}R)$

U trenutku neposredno prije sudara kamen #2 i kamen #3 diraju se u točki koja se nalazi na polovici spojnice njihovih središta. Iz zadane udaljenosti b zaključujemo da je kut između spojnica središta kamena #3 i #2 i smjera brzine kamena #3 45° **(1 bod)**. Nakon sudara kamen #2 dobit će brzinu u smjeru spojnice središta kamena #3 i #2. Brzinu kamena #3 prije sudara rastavimo na komponentu paralelnu spojnici središta i okomito na spojnicu. Obje komponente imaju jednak iznos $v_{3,paralelno} = v_{3,okomito} = \frac{\sqrt{2}}{2}v_3$ **(1 bod)**. Sada možemo napisati zakon očuvanja količine gibanja i zakon očuvanja energije za sudar kamena #3 i #2:

$mv_{3,paralelno} = mv'_{3,paralelno} + mv'_2$, **(1 bod)**

$mv_{3,okomito} = mv'_{3,okomito}$,

$\frac{1}{2}m\left(v^2_{3,paralelno} + v^2_{3,okomito}\right) = \frac{1}{2}m\left(v'^2_{3,paralelno} + v'^2_{3,okomito}\right) + \frac{1}{2}mv'^2_2$. **(1 bod)**

Sređivanjem se dobije:

$v_{3,paralelno} = v'_{3,paralelno} + v'_2$,

$v^2_{3,paralelno} = v'^2_{3,paralelno} + v'^2_2$,

Rješavanjem sustava jednadžbi dobije se:

$v'_2 = v_{3,paralelno} = \frac{\sqrt{2}}{2}v_3$, **(1 bod)**

$v'_{3,paralelno} = 0$. **(1 bod)**

Nakon sudara kamen #3 giba se brzinom $v'_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}v_3$ u smjeru koji zatvara kut 45° s pozitivnim smjerom x osi. **(1 bod)**

Slična analiza sudara provede se za sudar kamena #2 i kamena #1. Dobije se da se nakon sudara kamen #1 giba brzinom $v''_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}v'_2 = \frac{1}{2}v_3$ u $+x$ smjeru **(2 boda)**. Kamen #2 se nakon sudara giba brzinom $v''_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}v'_2 = \frac{1}{2}v_3$ u $-y$ smjeru **(2 boda)**. Nadalje možemo odrediti koliki će put prijeći do zaustavljanja. Kamen #1 i kamen #2 prelaze jednak put:

$\frac{1}{2}m\left(\frac{1}{2}v_3\right)^2 = \mu_2 mgs_{1,2}$,

$s_{1,2} = \dfrac{v_3^2}{8\mu_2 g} = 0.3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$,

a kamen #3 do zaustavljanja prelazi put:

$\frac{1}{2}m\left(\frac{\sqrt{2}}{2}v_3\right)^2 = \mu_2 mgs_3$,

$s_3 = \dfrac{v_3^2}{4\mu_2 g} = 0.6 \text{ m} = 60 \text{ cm}$. **(1 bod)**

Sada možemo odrediti i koordinate konačnih položaja:

	položaj kamena nakon sudara (kad se zaustave)
kamen #1	$(2R + s_{1,2}, 0) = (59 \text{ cm}, 0)$
kamen #2	$(0, -s_{1,2}) = (0, -30 \text{ cm})$
kamen #3	$(-\sqrt{2}R + \frac{\sqrt{2}}{2}s_3, \sqrt{2}R + \frac{\sqrt{2}}{2}s_3) = (21.9 \text{ cm}, 62.9 \text{ cm})$

Koordinata središta S je $(r_{crveni} + R, 0) = (75.5\text{ cm}, 0)$.
Udaljenost pojedinog kamena od središta izračunamo uvrštavanjem u formulu:
$d = \sqrt{(x_S - x_{kamen})^2 + (y_S - y_{kamen})^2}$ **(1 bod)**
Redom dobivamo udaljenosti od središta S: $d_1 = 16.5$ cm, $d_2 = 81.2$ cm, $d_3 = 82.6$ cm.
(3 boda)

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE
26. - 29. travnja 2022.
Podgora

srednje škole - 1. grupa

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATAKA
(30 bodova)

i) *Opis mjerenja*

Čep i špaga na kojoj je cjevčica stave se na stol tako da čep stoji onako kako će se vrtjeti. Špaga se izravna. Od početka cjevčice do početka čepa izmjeri se zadana udaljenost D.

Kako bi se održavala stalna duljina D najbolje je blizu kraja cjevčice flomasterom zacrtati oznaku na špagi (to je onaj dio špage ispod cjevčice na kome visi uteg). Može se također zalijepiti komadić ljepljive trake ispod cjevčice. Prilikom vrtnje samo treba pratiti da li je oznaka na istom mjestu. Uteg se objesi na omču na kraju špage.

Mjerenje perioda vrtne nije tak jednostavno s mobitelom, ali se može mjeriti. Dobro je malo uvježbati štopanje s štopericom mobitela.

Period možete dobiti tako da mjerite vrijeme određenog broja okretaja. Što je broj okretaja veći to je manja pogreška pri mjerenju. Preporuka je mjeriti vrijeme najmanje 30 okretaja.

Kad promatrate kako se čep vrti u jednom trenutku morate pogledati mobitel i uključiti štopericu. Otprilike ćete znati gdje se čep u tom trenutku nalazi.

Kad uhvatite ritam brojanja okretaja nakon recimo 25 okretaja možete pogledati mobitel i dalje brojiti u tom ritmu kako bi isključili štopericu kad napravi trideseti okretaj.
Čak ako ste pogriješili za jedan krug pri brojanju neće biti tako velika greška ako imate dovoljno veliki broj okretaja.

Druga mogućnost je da uključite odbrojavanje. Stavite na primjer odbrojavanje na 30 s. Uključite na slični načina kako je to navedeno gore, brojite krugove i prestanete brojiti kad se oglasi alarm.

(2 boda)

a) *Mjerenje perioda vrtnje čepa za različite radijuse vrtnje*
Period ćete izračunati:

$$T = \frac{t}{n}$$

(1 bod)

gdje je n broj okretaja, t vrijeme za koje je čep napravio n okretaja.
Unos u tablicu.

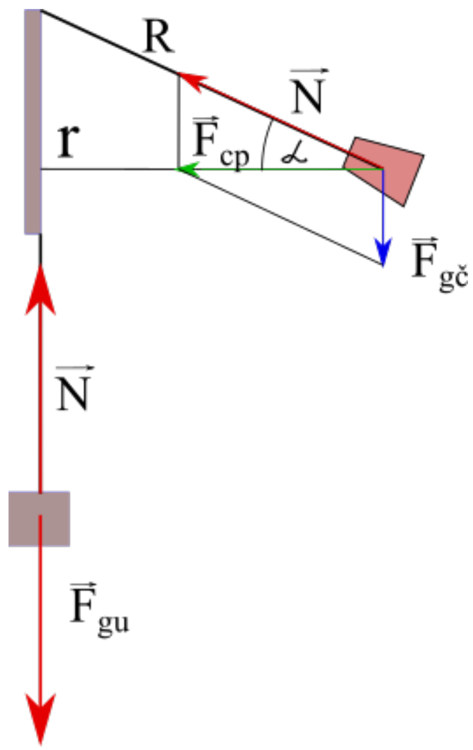
(1 bod)

Međutim udaljenost D nije radijus vrtnje. Samoj duljine D treba dodati još udaljenost do težišta jer sve sile koje djeluju na čep djeluju od težišta. Može se uzeti da je težište u sredini čepa pa ako je čep dugačak 4 cm udaljenosti D treba dodati još 2 cm. (Doduše čep ima konusni oblik pa je težište pomaknuto nešto prema kraju čepa, ali par milimetara kod ovakvog mjerenja ne igra ulogu.
Tu udaljenost označit ću s R.

$$R = D + d_T$$

(1 bod)

d_T – je udaljenost težišta od početka čepa.



Na slici je prikazan čep koji se vrti. Na uteg djeluje sila teža F_{gu} i sila napetosti niti N. Pošto uteg miruje rezultantna sila na njega je nula. Znači da su sila napetosti niti i sila teža koja djeluje na uteg jednake, ali djeluju u suprotnom tijelu.

(skica 2 boda)

Na čep djeluje sila napetosti niti N i sila teža $F_{g\check{c}}$.
Centripetalna sila koja djeluje na čep je rezultantna sila napetosti niti i sile teže.
Sila napetosti niti koja djeluje na čep jednaka je sili teži koja djeluje na uteg:

$$N = F_{gu}$$

(1 bod)

Iz paralelograma sila na čep centripetalna sila jednaka je:

$$F_{cp} = \sqrt{F_{gu}^2 - F_{g\check{c}}^2}$$

(2 boda)

Odnosno:

$$F_{cp} = F_{gu} \cos\alpha$$

Radijus vrtnje r biti će:

$$r = Rcos\alpha$$

$$r = R\frac{\sqrt{F_{gu}^2 - F_{g\check{c}}^2}}{F_{gu}}$$

$$r = R\sqrt{1 - \left(\frac{F_{g\check{c}}^2}{F_{gu}^2}\right)}$$

$$r = R\sqrt{1 - \left(\frac{m_{\check{c}}}{m_u}\right)^2}$$

$m_{\check{c}}$ – masa čepa
m_u – masa utega

(2 boda)

(Ukoliko zanemarite da na čep djeluje sila teža i čep se vrti tako da špaga stoji horizontalno, od skice do izračunavanje radijusa dobijete ukupno **2 boda** umjesto 7 bodova. Također se ne priznaju rezultati u tablici)

b) *Računanje brzine vrtnje*
Brzinu vrtnje izračunat ćemo:

$$v = \frac{2r\pi}{T}$$

(1 bod)
(podaci u tablici 1 bod)

U primjeru mjerenja korišten je uteg mase m_u = 103 g i čep mase $m_č$ = 50 g.
Omjer masa je: $m_u/m_č$ = 2,06

m_u/kg	$m_č$/kg	n
0,103	0,05	30
G_u/N	$G_č$/N	**mu/mč**
1,010	0,491	**2,06**

D/m	R/m	t/s	T/s	r/m	v/(m/s)	F_{cp}/N	ΔF_{cp}/N	F_{cp}'/N	Fcp'-Fcp	Ek/J	Ek'/J
0,3	0,32	22,23	0,741	0,28	2,37	1,00	0,06	0,88	-0,12	0,14	0,12
0,4	0,42	24,44	0,815	0,37	2,83	1,09	-0,03		-0,21	0,20	0,16
0,5	0,52	27,29	0,910	0,45	3,14	1,08	-0,02		-0,20	0,25	0,20
0,6	0,62	31,08	1,036	0,54	3,29	1,00	0,07		-0,11	0,27	0,24
0,7	0,72	31,32	1,044	0,63	3,79	1,14	-0,08		-0,26	0,36	0,28
						$\overline{F_{cp}}$/N	r		-0,18		
						1,06	7,16%				

U tablici prikazane su vrijednosti duljine špage od cjevčice do čepa D, udaljenost od cjevčice do težišta čepa R, radijusa vrtnje r, vrijeme t za n = 30 okretaja, period vrtnje T i brzima vrtnje čepa v.

c) *Centripetalna sila – eksperimentalna*

Iz izmjerenih podataka računa se centripetalna sila:

$$F_{cp} = m_č \frac{v^2}{r}$$

(1 bod)

Podaci su prikazani u tablici.

(1 bod)

d) *Račun pogrešaka za mjerenje centripetalne sile*

U tablici je izračunata srednja vrijednost centripetalne sile.
ΔF_{cp} je odstupanje srednje vrijednosti.
Maksimalno odstupanje od srednje vrijednosti po apsolutnoj vrijednosti je:
$\Delta F_{cpmax} = 0{,}08\ N$

(1 bod)

relativna pogreška $r = 7{,}16\ \%$

(1 bod)

Prikaz rezultat:
$F_{cp} = (1{,}06 \pm 0{,}08)N$

(1 bod)

e) *Centripetalna sila – teorijska*

Teorijska vrijednost centripetalne sile računa se prema formuli:

$$F'_{cp} = \sqrt{F_{gu}^2 - F_{gč}^2}$$

$$F'_{cp} = 0{,}88N$$

(1 bod)

f) *Usporedba teorijske i eksperimentalne vrijednosti centripetalne sile*
U ovom mjerenju eksperimentalna vrijednost je veća od teorijske prosječno za 0,18 N.

(1 bod)

g) *Kinetička energija*
Kinetičku energiju iz mjerenja izračunati:

$$E_k = \frac{m_č v}{2}$$

(1 bod)

Primjer je upisan u tablicu.

(1 bod)

Teorijska vrijednost:
Pošto je

$$F'_{cp} = \frac{m_č v^2}{r},$$

a Kinetička energija:

$$E'_k = \frac{m_č v}{2}$$
$$2E'_k = m_č v$$
$$F'_{cp} = \frac{2E'_k}{r}$$
$$E'_k = \frac{F'_{cp} r}{2}$$

(2 boda)

Podaci su uneseni u tablicu.

(1 bod)

Kinetička energija povećava se s radijusom kruženja. Teorijska vrijednost u ovom mjerenju je manja od izmjerene.
h) *Rad pri kružnom gibanju*
Pošto centripetalna sila djeluje okomito na smjer gibanja izvršeni rad biti će nula.

(1 bod)

j) Veličine koje mogu utjecati na mjerenje su
- sila trenja između špage i cjevčice
- otpor zraka
- masa špage
- rastezljivost špage

(1 bod)

Preciznost mjerenja

(1 bod)

Zaokruživanje na pouzdane znamenke

(1 bod)

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE – 26.-29. 04. 2022.

Srednje škole – 2. skupina

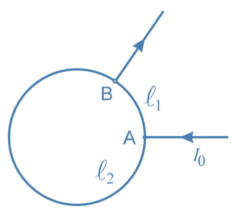
VAŽNO: Tijekom ispita **ne smijete koristiti nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…)**. Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. ***Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora***.

1. zadatak (20 bodova)

Konstantanska žica duljine L = 100 cm presavijena je u kružni prsten. Ravna žica vodiča pričvršćena je na točku A prstena (vidi sliku), a druga žica jednaka prvoj spojena je na prsten pomoću kliznog kontakta (točka B), tako da je njezin smjer uvijek radijalan; sve žice leže u istoj ravnini.

Neka su ℓ_1 i ℓ_2 duljine dva luka između točaka A i B i neka je $x = \ell_1/L$ bezdimenzionalni parametar koji definira položaj točke B.

Dvije ravne žice spojene su (na velikoj udaljenosti) na generator struje I_0= 250 mA i mjeri se napon između točaka A i B. Utvrđeno je da maksimum napona, kada se *x* mijenja, iznosi V_0= 100 mV.

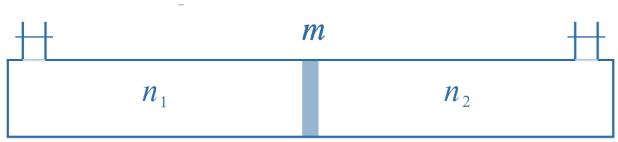


a) Odredite debljinu (promjer presjeka) konstantanske žice.
b) Nacrtajte graf napona *V* između A i B, kao funkcija od x.
c) Odredite ovisnost snage raspršene Jouleovim efektom u luku duljine ℓ_1 u ovisnosti o *x* i skicirajte kvalitativno ovisnost na grafu. Znajući da ta ovisnost dostiže maksimum za x = 1/3, odredite pripadajuću maksimalnu vrijednost snage.

2. zadatak (15 bodova)

Cilindar presjeka *A* = 100 cm^2 i duljine *l* = 100cm postavljen je vodoravno. Stjenke su toplinski izolirane i zanemarivog toplinskog kapaciteta. Unutar cilindra može kliziti klip mase *m*=0,13 kg i zanemarive debljine, i sa zanemarivim trenjem. Specifični toplinski kapacitet tvari od koje je napravljen klip iznosi *c* = 390 J/kgK.

a) Na početku, u lijevom dijelu cilindra se nalazi n_1 = 2.3 mola jednoatomskog idealnog plina na temperaturi T_1=-90°C, a u drugom djelu n_2 mola jednoatomskog idealnog plina na temperaturi T_2 = 46°C. Klip se nalazi 53 cm od lijeve stijenke cilindra, i u mehaničkoj je ravnoteži. Odredite u tom početnom trenutku količinu plina koja se nalazi u desnoj strani cilindru, u molovima.



Nakon toga sustav pusti da dođe u toplinsku ravnotežu. Ako je na početku temperatura klipa bila T_0 = 100°C, odredite:

b) ravnotežnu temperaturu sustava.

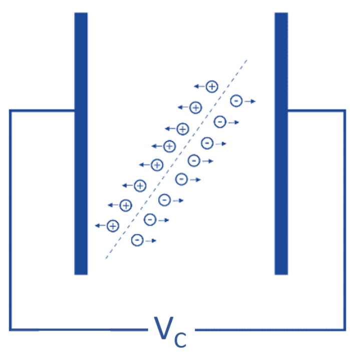
c) koliko se klip pomaknuo.

3. zadatak (20 bodova)

Ionizacijska komora je detektor za otkrivanje i mjerenje jakosti ionizirajućega zračenja. Glavni su joj dijelovi zatvorena cilindrična komora, u kojoj se nalazi plin pod određenim tlakom, i dvije elektrode s početnom razlikom napona $V_C = V_0$. Prolaskom fotona ili neke nabijene čestice dovoljne energije kroz komoru, ioniziraju se ili pobuđuju molekule plina uzduž staze čestice. Ionizacijom neutralne molekule nastaju pozitivni ion i slobodni elektroni koji se nastavljaju gibati prema nabijenim pločama. Zbog brojnih sudara tako nastalih iona i elektrona s ostalim molekulama plina njihova se brzina može smatrati konstantnom i nazivamo je driftna brzina. Kako je masa elektrona znatno manja prema onoj od iona može se smatrati da za te (driftne) brzine vrijedi ve >> vi.

Za potrebe ovog zadatka uzet ćemo da elektrode u ionizacijskoj komori odgovaraju pločastom kondenzatoru, a voltmetar (nije prikazan na slici) je spojen tako da mjeri napon V(t) koji odgovara razlici početnog napona i vremenski ovisnog napona V_C : $V(t) = V_0 - V_C(t)$.

Pretpostavimo da u trenutku t=0 jedna čestica prođe na udaljenosti x od pozitivno nabijene ploče, i da je vrijeme prolaza te čestice kroz detektor zanemarivo kratko prema ostalim procesima.



a) Izrazite rad koji električna sila vrši na jednom elektronu i ionu, kao funkciju vremena, prije nego dođu do ploče kondenzatora

b) Izrazite potencijal $V(t)$ kao funkciju broja N nastalih parova elektron-iona, udaljenosti d između ploča, kapaciteta C kondenzatora, i *driftnih* brzina elektrona i iona (također, prije nego što dođu do ploče kondenzatora). Pretpostavite da se $V_C(t)$ vrlo malo razlikuje od V_0, tj. da se zbroj napona $V_0 + V_C(t)$ može aproksimirati s $2V_0$.

c) Budući da su *driftne* brzine vrlo različite, elektroni gotovo uvijek stignu na anodu (pozitivno nabijenu ploču kondenzatora) prije nego što pozitivni ioni stignu na katodu (negativnu ploču). Pretpostavimo da se tako događa i u ovom slučaju. Nazovimo t_e trenutak u kojem udare elektroni, a t_i sljedeći trenutak u kojem udare ioni. Pronađite izraz za signal $V(t)$, između t_e i t_i kao funkciju N, d, C, v_i i x.

d) Pronađite vrijednost $V(t)$ nakon t_i.

e) Nacrtajte kvalitativni graf funkcije $V(t)$.

4. zadatak (15 bodova)

Hermetički zatvoren cilindar visine H = 1 m napunjen je vodom (koju možemo smatrati idealnom tekućinom) do visine h_0 = 90 cm. Volumen koji ne zauzima voda ispunjen je idealnim plinom pri početnom tlaku od 8 atm i temperaturi T = 300 K. Na dnu cilindra napravljena je rupa zanemarive površine odnosu na baznu površinu cilindra. Nađite izraz brzine izlaza vode iz rupe kao funkciju visine h tekućine, uz pretpostavku da širenje plina kako voda izlazi odgovara izotermom procesu.
Izračunajte:

a) početnu brzinu kojom voda izlazi iz rupe
b) brzinu kada se visina tekućine prepolovi u odnosu na početnu vrijednost
c) za koju vrijednost h na kojoj voda prestaje izlaziti.

Fizikalne konstante:

R = 8,31 J/K mol, P_{atm}= 1 atm = 101300 Pa, g = 9,81 m/s^2, ρ_{voda} = 1000 kg/m^3, $\rho_{\text{konstantan}}$ = 4.90x10^{-7}Ωm

Državno natjecanje iz fizike

Podgora, 26.-29. travnja 2022.

Eksperimentalni zadatak – 2. grupa

Određivanje mase drvenog predmeta

Zadatak: Pomoću priloženog pribora odredite masu drvenog predmeta.

Pribor:

- čaša s vodom (gustoća vode je 1000 kg/m^3)
- ravnalo s mjernom skalom
- elastična opruga
- metalni valjčić
- elastična gumica
- drveni predmet s metalnom kukicom (određujemo njegovu masu).

U sklopu zadatka potrebno je:

1. Teorijski obrazložiti postupak mjerenja, izvesti odgovarajuće teorijske formule, definirati koje veličine i kako je potrebno mjeriti te skicirati postupak mjerenja.

   (14 bodova)

2. Napraviti barem 6 mjerenja odgovarajućih veličina, za svako mjerenje odrediti masu drvenog predmeta i podatke prikazati tabelarno. (10 bodova)

3. Napraviti račun pogreške: srednja vrijednost, maksimalna apsolutna pogreška i zapis rezultata (vodite računa o pouzdanim znamenkama).

   (6 bodova)

Ukupno : 30 bodova

Rješenja – 2. skupina

1. Zadatak (20 bodova)

a) Ekvivalenti otpor između A i B je

$$R^{\star} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Gdje je $R_i = \frac{\rho \ell_i}{\sigma}$

Ako uzmemo u obzir da je σ površina presjeka žice i da $R_1 + R_2 = \rho L/\sigma$ onda je

$$R^{\star} = \frac{\rho}{\sigma}\frac{\ell_1 \ell_2}{L} = x(1-x)\frac{\rho L}{\sigma}$$ **(2 boda)**

Najveći napon se postiže uz konstantnu struju kad je maksimalan ekvivalenti otpor. To znači za *x=1/2,* te slijedi

$$R^{\star}_{max} = \frac{1}{4}\frac{\rho L}{\sigma} = \frac{V_0}{I_0} \Rightarrow \sigma = \frac{\rho L I_0}{4V_0}$$ **(2 boda)**

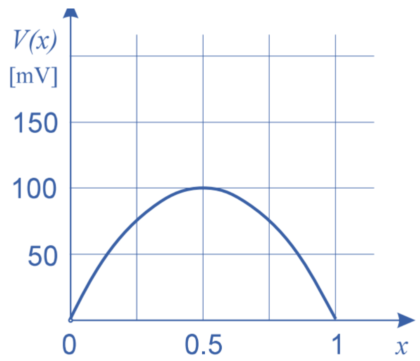
Iz čega na kraju možemo izračunati promjer presjeka

$$d = 2r = 2\sqrt{\frac{\sigma}{\pi}} = \sqrt{\frac{\rho L I_0}{\pi V_0}} = 0.624\text{mm}$$ **(2 boda)**

b) Napon je proporcionalan ekvivalentnom otporu, dakle

$$V(x) = I_0 R^{\star}(x) = x(1-x) I_0 R$$ **(2 boda)**

Gdje $R = R_1 + R_2 = \rho L/\sigma = 1.6\Omega$



(4 boda)

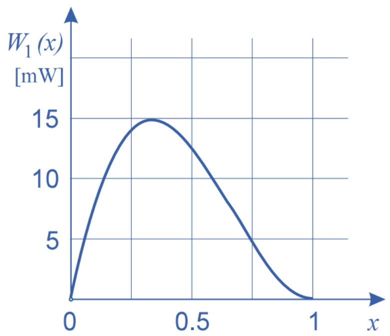
c) Ako je $R_1 = xR$ i $R_2 = (1-x)R$, za snagu možemo pisati:

$$W_1 = R_1 I_1^2 \text{ con } I_1 = I_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} = I_0 \frac{R_2}{R}$$

Slijedi:

$W_1(x) = xRI_0^2\frac{(1-x)^2R^2}{R^2} = x(1-x)^2I_0^2R$ **(2 boda)**

Graf ove funkcije je:



(4 boda)

Iz kojeg za $x = \frac{1}{3}$ možemo naći maksimalni $W_1(x)$

Dakle:

$W_{1,max} = \frac{4}{27}I_0^2R \cong 14.8\text{mW}$ **(2 boda)**

2. Zadatak (15 bodova)

a) S obzirom na x udaljenost klipa od lijeve stijenke cilindra i primjenom jednadžbe stanja idealnih plinova, u lijevom dijelu cilindra imamo:

$p'Ax = n_1RT_1$ **(1 bod)**

Za desnu stranu imamo:

$p''A(\ell - x) = n_2RT_2$ **(1 bod)**

U ravnoteži tlakovi su dakle isti:

$\frac{\ell-x}{x} = \frac{n_2T_2}{n_1T_1}$ **(1 bod)**

Iz čega slijedi:

$n_2 = n_1\frac{T_1}{T_2}\frac{\ell-x}{x} = 1.2\text{mol}$ **(2 boda)**

b) Pri temperaturi ravnoteže *T* ako uzmemo u obzir izmjenu topline:

$n_1C_V(T - T_1) + n_2C_V(T - T_2) + cm(T - T_0) = 0$ **(2 boda)**

Ako postavimo C_v = 3R/2 i $n_0 = c*m/C_v$ = 4.1 mol, dobije se:

$$T = \frac{n_1 C_V T_1 + n_2 C_V T_2 + cmT_0}{n_1 C_V + n_2 C_V + cm} = \frac{n_1 T_1 + n_2 T_2 + n_0 T_0}{n_1 + n_2 + n_0} = 307\mathrm{K} = 34°\mathrm{C}$$ **(3 boda)**

c) U novom stanju ravnoteže iz jednadžbe stanja idealnog plina možemo pisati:

$p'Ax' = n_1 RT$ za lijevu stranu

$p'A(\ell - x') = n_2 RT$ za desnu stranu **(1 bod)**

Gdje p' je novi tlak a x' novi položaj. Ako idemo riješiti sustav jednadžbi dobijemo:

$$\frac{\ell - x'}{x'} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow x' = \ell \frac{n_1}{n_1 + n_2} = 0.66\mathrm{m}$$ **(2 boda)**

Slijedi:

$$\Delta x = x' - x = 0.13\mathrm{m}$$ **(2 boda)**

3. Zadatak (20 bodova)

a) Budući da se između ploča kondenzatora uspostavlja jednoliko magnetsko polje, sila koja djeluje na nastanjene nabijene čestice je konstantna i vrijedi *eE.* Za svaki trenutak *t* prije nego nabijene čestice dodirnu ploče čestica je prošla udaljenost $v_e t$ *i* $v_i t$*.* Dakle možemo pisati:

$W_e = eEv_\mathrm{e}t$ za elektrone

$W_i = eEv_\mathrm{i}t$ za ione **(2 boda)**

b) Budući da imamo izolirani kondenzator, energija za premještanje nabijenih čestica se uzima iz kondenzatora, dakle možemo pisati:

$$\frac{1}{2}CV_0^2 = NeEv_\mathrm{i}t + NeEv_\mathrm{e}t + \frac{1}{2}CV_\mathrm{c}^2$$ **(2 boda)**

Slijedi:

$$\frac{1}{2}C(V_0^2 - V_\mathrm{c}^2) = NeE(v_\mathrm{i} + v_\mathrm{e})t$$

Iz čega:

$$\frac{1}{2}C(V_0 + V_\mathrm{c})(V_0 - V_\mathrm{c}) = \frac{1}{2}C(V_0 + V_\mathrm{c})V(t) = Ne\frac{V_\mathrm{c}}{d}(v_\mathrm{i} + v_\mathrm{e})t$$

Uzimajući u obzir da je *V(t)* puno manji od V_0 i da $V_C=V_0$, možemo pisati:

$$V(t) = \frac{Ne}{Cd}(v_i + v_e)t$$ **(4 boda)**

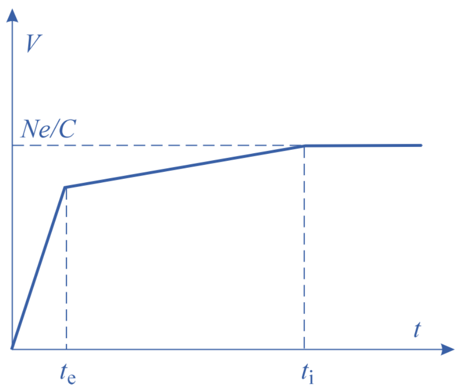
c) U trenutku $t_e=x/v_e$ elektroni su stigli na ploču i od tada ne doprinose više promjeni napona nego samo ioni, dakle možemo pisati:

$$V(t) = \frac{Ne}{Cd}v_{\mathrm{i}}t + x$$ **(4 boda)**

d) U trenutku $t_i = (d - x)/v_i$ ioni su stigli do katode dakle vrijedi:

$$V(t) = \frac{Ne}{Cd}(d - x + x) = \frac{Ne}{C}$$ **(4 boda)**

e) Graf možemo skicirati na slijedeći način:



(4 boda)

4. Zadatak (15 bodova)

Neka su v_1 i p_1 brzina i tlak vode na površini tekućine, a v_2 i p_2 na visini rupe. Smatrajući vodu idealnom tekućinom, vrijedi Bernoullijeva jednadžba:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

gdje *h* označava visinu površine vode mjerene od rupe. Ako se primjeni jednadžba kontinuiteta:

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 \Rightarrow v_1 = v_2 \frac{S_2}{S_1} \ll v_2$$

Dakle možemo pisati:

$$p_1 + \rho g h = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$ **(2 boda)**

p_2 je jednak atmosferskom tlaku a p_1 je tlak plina koji se može napisati kao funkcija visine vode *h*, s obzirom na izotermno širenje idealnog plina

$$p_1 V_1 = p_1^i V_1^i$$

$$p_1 S_1 (H - h) = p_1^i S_1 (H - h_0)$$

$p_1 = \frac{(H-h_0)}{(H-h)} p_1^i$ **(2 boda)**

gdje se članak sa indexom odnosi na početnu situaciju (p_1^i = 8 atm). Zamjenom u Bernoullijevoj jednadžbi dobivamo

$$\frac{(H-h_0)}{(H-h)} p_1^i + \rho g h = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{2gh + \frac{2}{\rho}\left[\frac{(H-h_0)}{(H-h)} p_1^i - p_2\right]}$$ **(2 boda)**

a) Za početni trenutak *h= h₀,* dakle:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho}\left(p_1^i - p_2\right) + 2gh_0} = 37.65\mathrm{m/s}$$ **(2 boda)**

b) Kad $h= h_0/2$ ima se

$$v_2 = \sqrt{2g\frac{h_0}{2} + \frac{2}{\rho}\left[\frac{(H-h_0)}{\left(H-\frac{h_0}{2}\right)} p_1^i - p_2\right]} = 9.986\mathrm{m/s}$$ **(2 boda)**

c) Tok se zaustavlja kada je korijenski argument = 0

$$2gh + \frac{2}{\rho}\left[\frac{(H-h_0)}{(H-h)} p_1^i - p_2\right] = 0$$ **(2 boda)**

$$\rho g h(H-h) + (H-h_0)p_1^i - (H-h)p_2 = 0$$

$$\rho g h H - \rho g h^2 + (H-h_0)p_1^i - Hp_2 + hp_2 = 0$$

$$\rho g h^2 - h(\rho g H + p_2) - (H-h_0)p_1^i + Hp_2 = 0$$

Rješenje jednadžbe je:

$$h = \frac{(\rho g H + p_2) \pm \sqrt{(\rho g H + p_2)^2 + 4\rho g(H-h_0)p_1^i - 4\rho g H p_2}}{2\rho g} =$$

$$= \frac{(\rho g H + p_2) \pm \sqrt{(\rho g H - p_2)^2 + 4\rho g(H-h_0)p_1^i}}{2\rho g} =$$

$h_+ = 11.02\mathrm{m}$ nema fizikalnog smisla; $h_- = 0.185\mathrm{m}$ ovo rješenje možemo priznati. **(3 boda)**

Državno natjecanje iz fizike
Podgora, 26.-29. travnja 2022.
Eksperimentalni zadatak – 2. grupa

Rješenje eksperimentalnog zadatka

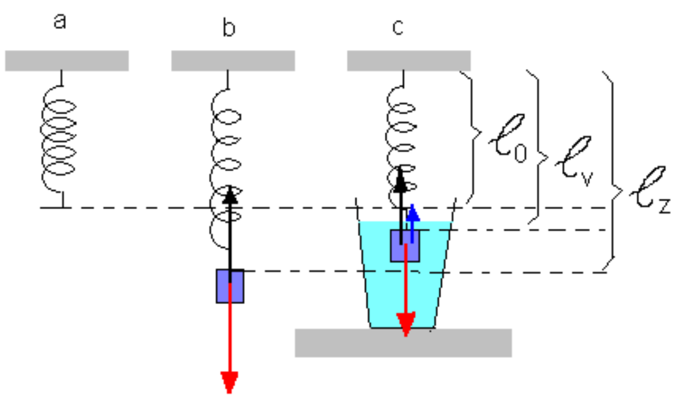
Masu drvenog predmeta m odredit ćemo pomoću elastične opruge.
Međutim, prvo moramo odrediti koeficijent elastičnosti k pruge. Za to će nam poslužiti metalni valjčić, čaša s vodom.
Naime, poznato je da na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje sila uzgona:

$F_u = \rho_t g V_T$, (1 bod)

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g gravitacijsko ubrzanje, a V_T uronjeni volumen tijela.
Isto tako, ako na elastičnu oprugu djelujemo nekom silom F i pri tome ju istegnemo za $\Delta l = l - l_0$ (l_0 je duljina u odsustvu sile, a l je duljina u istegnutom stanju), onda vrijedi:

$F = k\Delta l = k(l - l_0)$, (1 bod)

gdje je k koeficijent elastičnosti opruge.



(2 boda)

Ako metalni valjčić objesimo na oprugu u zraku i držimo tako da valjčić miruje, gravitacijska sila i elastična sila opruge su u ravnoteži (slika b), pa vrijedi:

$m_v g = k(l_z - l_0)$ (m_v je masa utega, l_0 je duljina neopterećene opruge (slika a), a l_z je duljina opruge opterećene valjčićem (slika b)) (2 boda)

Ako valjčić obješen na oprugu uronimo u vodu i držimo tako da miruje, onda je gravitacijska sila uravnotežena sa silom uzgona i elastičnom silom opruge (slika c), pa je:

$$m_v g = k(l_v - l_0) + \rho_v g V$$

(l_v duljina opruge kad je valjčić uronjen u vodu, ρ_v je gustoća vode, a V volumen valjčića) (2 boda)

Izjednačavanjem tih dviju jednadžbi i sređivanjem dobije se koeficijent elastičnosti opruge k:

$$k(l_z - l_0) = k(l_v - l_0) + \rho_v g V \quad \Rightarrow \quad k = \frac{\rho_v g V}{l_z - l_v}$$

(2 boda)

Volumen V metalnog valjčića odredimo mjerenjem radijusa r i visine h (pomoću ravnala s mjernom skalom) prema formuli:
$V = r^2 \pi h$. (2 boda)

Masu m drvenog predmeta ćemo, sada kad znamo k, lako odrediti tako da prvo izmjerimo duljinu l_0 neopterećeno opruge, a zatim duljinu opruge l dok je na nju obješen drveni predmet i opruga tako s predmetom miruje. U tom slučaju je gravitacijska sila u ravnoteži s elastičnom silom opruge i vrijedi:

$$mg = k(l - l_0) \quad \Rightarrow \quad m = \frac{k(l - l_0)}{g}$$

(2 boda)

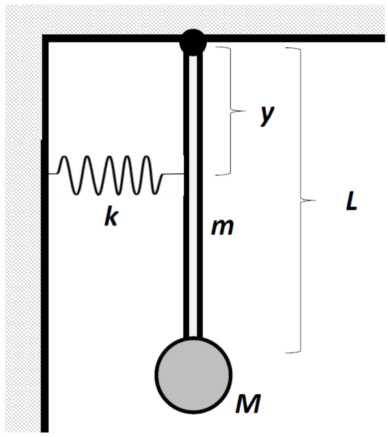
Mjerenja ponovimo 6 puta i podatke prikažemo tabelarno. (10 bodova)
Račun pogreške za masu:

- Srednja vrijednost mase (2 boda)
- Maksimalna apsolutna pogreška (2 boda)
- Zapis konačnog rezultata (2 boda)

Državno natjecanje iz fizike, 2022.
Zadaci – 3. skupina

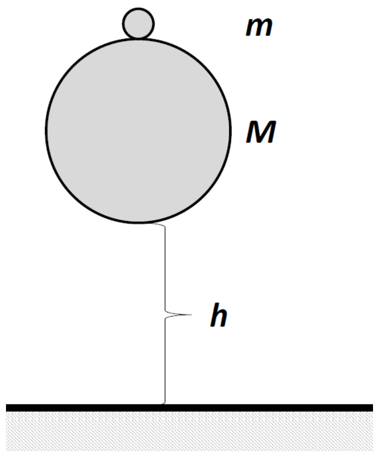
Zadatak 1 (19 bodova)

Kugla mase M visi na krutoj šipci mase m i duljine L sa stropa. Šipka je za strop pričvršćena tako da se može slobodno njihati. Na šipku je na visini y od stropa zakačena opruga konstante k. Opruga je u nerastegnutom stanju kada šipka stoji okomito u odnosu na strop. Izrazi iznos i smjer svih momenata koji djeluju na sustav kada je malo pomaknut iz ravnoteže. Izrazi period titranja preko masa m i M, duljina L i y i konstante k. Izrazi period titranja ako zanemarimo masu kugle ($M \to 0$) i konstantu opruge ($k \to 0$). Primjeni aproksimaciju malih kuteva: $\sin\alpha = \alpha$, $\cos\alpha = 1$.



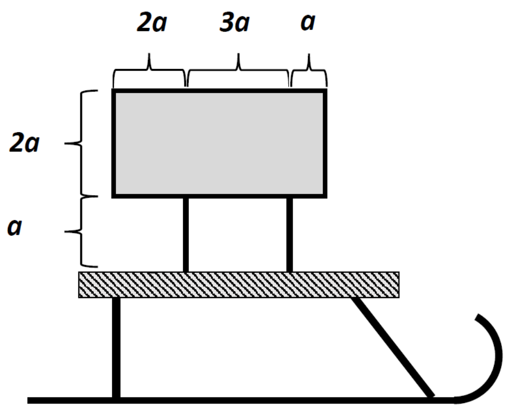
Zadatak 2 (18 bodova)

Dvije kugle, masa m i M, stoje jedna na drugoj kao na slici, na visini h od tla. U nekom trenutku pustimo kugle da slobodno padaju. Koju će krajnju visinu dostići lakša kugla, ako je masa teže kugle mnogo veća? Zanemari otpor zraka. Sudari među kuglama i kugle s tlom savršeno su elastični. Zanemari promjere kugli u odnosu na visinu h.



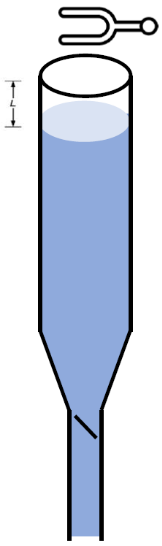
Zadatak 3 (17 bodova)

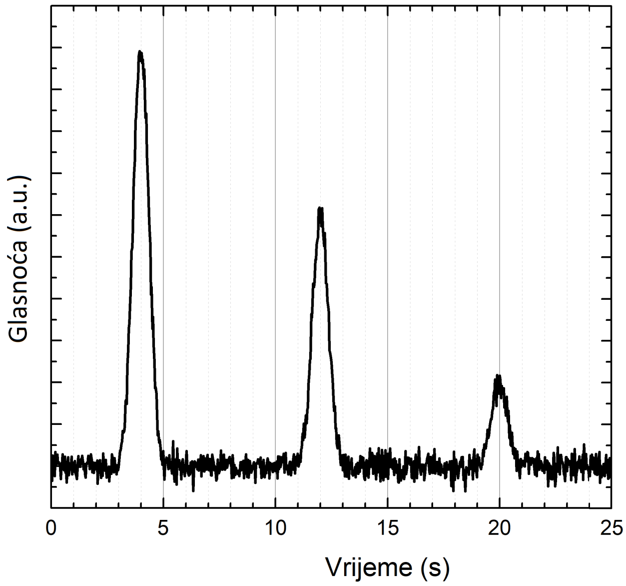
Mala Monika je na saonice stavila dva paketa na prilično loš način, tako da je veći paket postavila iznad manjeg, kao na slici. Dimenzije oba paketa mogu se iščitati sa slike i paketi su uniformne gustoće. Koeficijent trenja među paketima je $\mu = 1.5$, a koeficijent trenja donjeg paketa sa saonicama puno je veći. Za koji raspon akceleracija saonica je teret stabilan? Uzeti u obzir pozitivne i negativne akceleracije.



Zadatak 4 (16 boda)

Odljevna tikvica je napunjena vodom do vrha: u $t = 0$ prazan prostor u tikvici je $L = 0$. Namještena je tako da voda polako curi iz nje, brzinom 10 mL/s, a početak curenja je $t = 0$. Tikvica ima kružni presjek promjera $d = 25$ mm. Dovoljno je duga za potrebe zadatka i njena duljina se ne razmatra. Iznad otvora tikvice stavimo glazbenu viljušku. U početnom trenutku voda je napunjena do vrha. Kako voda istječe, tako se mijenjaju periodi kada viljuška glasno rezonira, što možemo prikazati na grafu glasnoće. Nađi prirodnu frekvenciju glazbene viljuške. Je li površina vode čvrsti ili slobodni kraj svirale? Obrazloži odgovor koristeći saznanja iz samog zadatka! Brzina zvuka u zraku je $c = 335$ m/s. Glasnoća viljuške ovisi o dosta parametara te sam iznos glasnoće nije bitan za zadatak.





VAŽNO: Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule...). Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Pri ruci ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje osim kalkulatora.

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Podgora, 26. – 29. travnja 2022.

Srednje škole – 3. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor:

- drvena daščica
- dvije slamke probušene na jednom kraju
- igla za pletenje
- dvije kutije šibica
- plastelin
- ljepljiva traka
- sat budilica sa sekundama
- ravnalo

Zadatak:

1. Pomoću navedenog pribora pripremite Machovo njihalo i primijenite ga tako da:

   a) kratko i jasno opišete pripremu eksperimentalnog uređaja za određivanje jakosti gravitacijskog polja u učionici i zatim jakosti gravitacijskog polja za dva različita nagiba ravnine titranja;
   … 2 boda

   b) skicirate eksperimentalni uređaj i pojedine dijelove povežete s opisom pod a);
   … 3 boda

   c) navedete matematičke izraze pomoću kojih ćete računati jakost gravitacijskog polja u pojedinom slučaju i povežete ih sa skicom pod b) ili sa zasebnom skicom;
   … 3 boda

   d) kratko i jasno opišete način vršenja mjerenja;
   … 2 boda

   e) napravite po 10 mjerenja za osnovnu ravninu titranja i zatim za dva različita nagiba i rezultate mjerenja prikažete tablično;
   … 3 boda

   f) provedete račun slučajnih pogrešaka za sva tri seta mjerenja i odredite srednju vrijednost, pojedinačno odstupanje od srednje vrijednosti, apsolutnu vrijednost maksimalnog odstupanja, relativnu maksimalnu pogrešku i zapise točnih rezultata;
   … 9 bodova

   g) brojčano i riječima usporedite dobivene rezultate za jakosti gravitacijskog polja;
   … 2 boda

   h) analizirate dobivena maksimalna odstupanja i relativnu maksimalnu pogrešku s kratkim osvrtom što je sve utjecalo na preciznost mjerenja;
   … 2 boda

   i) napravite brojčanu i opisnu usporedbu jednog od tri eksperimentalna rezultata s poznatom vrijednosti za jakost gravitacijskog polja u učionici;
   … 2 boda

   j) navedete, prema stečenom eksperimentalnom iskustvu i prethodnom predznanju, čemu služi Machovo njihalo.
   … 2 boda

Ukupno: ……………………………………………………………………… **30 bodova**

Natjecateljima želimo uspješan rad!

Državno natjecanje iz fizike, 2022.
Rješenja i smjernice za bodovanje – 3. skupina

Zadatak 1 (19 bodova)

Razmatramo sile na njihalo sastavljeno od kugle i šipke koje pomaknemo za kut φ izvan ravnoteže:

$$F_{el} = -ky\sin\varphi$$
$$F_m = mg$$
$$F_M = Mg$$

Prva sila djeluje horizontalno, druge dvije okomito. **(3 boda)**

Da bismo dobili jednadžbu gibanja koristimo izraz za kuteve:

$$I\alpha = M$$

Momenti danih sila su: **(3 boda)**

$$M_{el} = F_{el}y\cos\varphi = -ky^2\sin\varphi\cdot\cos\varphi$$
$$M_m = -mg\frac{L}{2}\sin\varphi$$
$$M_M = -MgL\sin\varphi$$

Pozitivan smjer momenata je "izvan" papira, tj. pozitivan smjer rasta kuta φ. **(2 boda)**

Sada uvrštavamo sve momente i koristimo aproksimacije malih kuteva: $\sin\varphi \approx \varphi$, $\cos\varphi = 1$. Izraz je: **(3 boda)**

$$I\alpha = -ky^2\varphi - \frac{L}{2}mg\varphi - LMg\varphi$$
$$\alpha = -\left(\frac{ky^2 + \frac{L}{2}mg + LMg}{I}\right)\varphi$$

Zadnji izraz prepoznajemo kao jednadžbu njihala s kutnom frekvencijom: **(2 boda)**

$$\omega^2 = \frac{ky^2 + \frac{L}{2}mg + LMg}{I}$$

Moment inercije sustava je: **(2 boda)**

$$I = \frac{1}{3}mL^2 + ML^2$$

Izraz za period je tada: **(2 boda)**

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}mL^2 + ML^2}{\frac{L}{2}mg + LMg + ky^2}}$$

Period u slučaju pojednostavljenja $M \to 0$, $k \to 0$ pišemo: **(2 boda)**

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$$

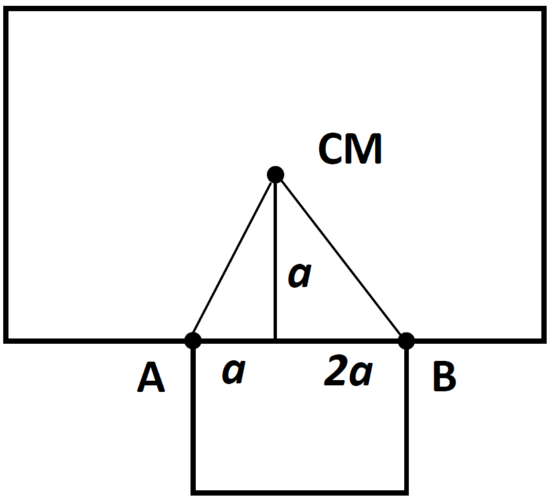
Zadatak 2 (18 bodova)

Obje kugle postižu istu brzinu prilikom pada: $v = \sqrt{2gh}$. **(3 boda)**
Velika kugla se sudara s tlom elastično i njena brzina mijenja smjer iz dolje prema gore. **(4 boda)**
S obzirom da je masa velike kugle puno veća, velika kugla ne mijenja značajno svoju brzinu. **(3 boda)**
Mala kugla, iz perspektive velike kugle, putuje brzinom $2v$ prema njoj, a nakon sudara brzina joj promijeni smjer. **(3 boda)**
Ukupno, konačna brzina male kugle je $3v$. **(3 boda)**
Visina na koju kugla dođe je: **(2 boda)**

$$H = \frac{v^2}{2g} = 9h$$

Zadatak 3 (17 bodova)

Za ravnotežu tereta bitno je promatrati trokut A-B-CM kojeg čine centar mase i rubovi hvatišta gornjeg paketa. Centar mase se nalazi u sredini paketa, s obzirom da je paket uniformne gustoće. **(2 boda)**
Pri akceleraciji, mijenja se smjer i iznos sile kojom uteg pritišće podlogu. Ako je vektor sile unutar trokuta, teret je stabilan. **(4 boda)**



Iz sličnosti trokuta možemo usporediti kolika mora biti sila akceleracije da bi vektor težine prešao rubove A i B: **(4 boda)**

$$a = g \; ; \; a = -2g$$

Ovdje je pozitivan smjer akceleracije za akceleracije "prema naprijed" u odnosu na saonice. Međutim, moramo provjeriti i u kojem trenutku statičko trenje postaje jednako sili akceleracije: **(4 boda)**

$$a = \pm 1.5g$$

Stoga, raspon akceleracija u kojima je teret stabilan jednak je: $a \in [-1.5g, g]$. **(3 boda)**

Zadatak 4 (16 boda)

Spuštanjem razine tekućine prostor ispunjen zrakom se povećava. Taj prostor rezonira frekvencijom glazbene viljuške. **(2 boda)**
Iz grafa očitavamo da do rezonancije dolazi u trenutku $t = 4, 12, 20$ s. Izračunajmo koliki je stupac zraka (L) u tim vremenima: **(3 boda)**

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{A\Delta t} = 20.37\ \mathrm{mm/s}$$

Duljine su:

$$L_4 = 81.48$$
$$L_{12} = 244.44$$
$$L_{20} = 407.4$$

Primjetimo također da je razmak među rezonancijama upravo $\Delta t = 8$ s, osim u prvom slučaju kada iznosi $\Delta t = 4$ s. **(2 boda)**

Promotrimo sad svirala sa zatvorenim i otvorenim krajem. Znamo koje su moguće valne duljine njihovih stojnih valova. Za sviralo zatvoreno na jednom kraju:

$$L = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$$

Uvrstimo li $\lambda = \frac{c}{f}$ gdje je c brzina zvuka a f frekvencija, imamo:

$$L = (2n-1)\frac{c}{4f}$$

Slično, za otvorena svirala dobijemo:

$$L = n\frac{c}{2f}$$

Sada možemo usporediti niz, koristeći kraticu $L_0 = \frac{c}{4f}$. Za zatvorena:

$$L = L_0, 3L_0, 5L_0$$

Za otvorena:

$$L = 2L_0, 4L_0, 6L_0$$

Usporedimo li ovaj niz sa nizom u tikvici, vidimo da odgovara prvom slučaju – površina vode djeluje kao čvrsti kraj svirale. **(4 boda)**
Iz ovih podataka možemo naći i osnovnu frekvenciju viljuške: **(3 boda)**

$$\frac{c}{4f} = L_4 \Rightarrow f = \frac{c}{4L_4}$$

Frekvencija je: $f = 1028$ Hz. **(2 boda)**

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
26. – 29. travnja 2022.

Srednje škole – 3. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK - RJEŠENJE

Zadatak:

1. Pomoću navedenog pribora pripremite Machovo njihalo i primijenite ga tako da:

a) kratko i jasno opišete pripremu eksperimentalnog uređaja za određivanje jakosti gravitacijskog polja u učionici i zatim jakosti gravitacijskog polja za dva različita nagiba ravnine titranja; … 2 boda

Za osnovnu ravninu titranja i određivanje jakosti gravitacijskog polja u učionici potrebno je pripremiti jednostavno njihalo:
- igla za pletenje postavi se tako da je jedna polovica izvan ruba stola, a druga na stolu i zatim se učvrsti ljepljivom trakom;
- na iglu se postave dve slamke s već pripremljenim rupicama za iglu tako da se razmaknu i zatim na dnu spoje plastelinom.

Za mjerenja pod kutom potrebno je:
- uz rub stola namjestiti prvo jednu i za drugi nagib dvije kutije šibica i uz njih prisloniti daščicu na koju ide prva polovina igle za pletenje, a druga polovina prelazi rub stola;
- za slučaj boljeg prijanjanja daščice uz kutije šibica po potrebi koristiti plastelin;
- sve učvrstiti ljepljivom trakom;
- na pletaću iglu postaviti obje slamke s plastelinom na donjem kraju.

Priznaju se i drugi alternativni načini pripreme, koji daju dobre i očekivane eksperimentalne rezultate.

b) skicirate eksperimentalni uređaj i pojedine dijelove povežete s opisom pod a); … 3 boda

Skica treba sadržati pod a) opisane elemente na način da bude vidljiv kut nagiba i način određivanja duljine njihala pod određenim nagibom (vidjeti skicu pod c).

c) navedete matematičke izraze pomoću kojih ćete računati jakost gravitacijskog polja u pojedinom slučaju i povežete ih sa skicom pod b) ili sa zasebnom skicom; … 3 boda

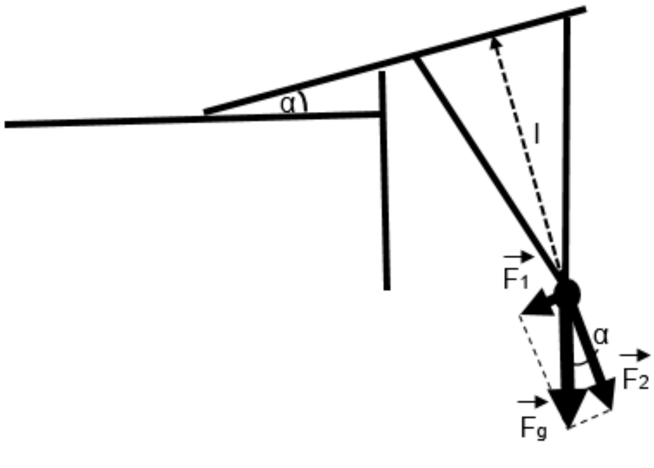
Jakost gravitacijskog polja u učionici određujemo pomoću izraza:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (1)$$

Jakost gravitacijskog polja za ravninu titranja pod kutom nagiba α određujemo pomoću izraza:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g\cos\alpha}} \qquad (2)$$

U oba slučaja potrebno je iz osnovnih relacija (1) i (2) izraziti traženu jakost gravitacijskog polja tj. gravitacijsku akceleraciju g.



Skica 1.
Prikaz Machova njihala
s označenim silama,
kutom nagiba
i duljinom njihala

d) kratko i jasno opišete način vršenja mjerenja; … 2 boda

Ravnalom se, s točnošću od 1 mm, odredi duljina njihala l (skica 1). Ukoliko se za svaki novi nagib mijenja gornja udaljenost dviju slamki, svaki put se iznova treba odrediti i duljina njihala.

Kut nagiba za drugi i treći niz mjerenja određuje se primjenom trigonometrijske funkcije tangens iz pravokutnog trokuta, mjerenjem visine igle za pletenje na daščici uz rub stola i ukupne duljine baze od ruba stola do točke u kojoj daščica dodiruje stol.

Mjerenja se vrše za početne male otklone njihala, za male amplitude za koje vrijede oba navedena izraza.

U sat se prvo mora točno postaviti baterija i zatim se ili koristi budilica namještena na 60 s, ili kazaljka koja prikazuje sekunde, tako da se određuje broj titraja u određenom vremenu ili se mjeri vrijeme za određeni broj titranja, ovisno o vremenskoj duljini trajanja jednog titraja.

Na početku svakog mjerenja potrebno je pažljivo izvesti njihalo iz ravnotežnog položaja kako njihanje ne bi uzrokovalo veće oscilacije eksperimentalnog uređaja, što u konačnici utječe na preciznost mjerenja i točnost rezultata.

Svi se podaci zapisuju u unaprijed pripremljene tablice.

e) napravite po 10 mjerenja za osnovnu ravninu titranja i zatim za dva različita nagiba i rezultate mjerenja prikažete tablično; … 3 boda

Tablica treba sadržavati: redni broj mjerenja, duljinu njihala, broj titraja i ukupno vrijeme titranja kao eksperimentalne podatke, a dobro je, radi veće zornosti, u istu tablicu dodati i izračunate periode i jakosti gravitacijskog polja, kao i pojedinačna odstupanja od srednje vrijednosti.

Moguće je napraviti po jednu tablicu za svaki od tri niza mjerenja ili jednu zajedničku tablicu s jasnim oznakama koji se dijelovi odnose na koje mjerenje.

Uz jasne oznake mjerenih veličina, potrebno je napisati i odgovarajuće mjerne jedinice na početku svakog stupca podataka, npr: l/m ; g/ms^{-2}.

f) provedete račun slučajnih pogrešaka za sva tri seta mjerenja i odredite srednju vrijednost, pojedinačno odstupanje od srednje vrijednosti, apsolutnu vrijednost maksimalnog odstupanja, relativnu maksimalnu pogrešku i zapise točnih rezultata; … 9 bodova

Po tri boda idu za točno određene vrijednosti za svaki niz mjerenja (ukupno x 3 = 9 bodova), koji uključuje:

- srednju vrijednost rezultata

$$\overline{g} = \frac{\sum_{i=1}^{n} g_i}{n} \quad [\mathrm{ms^{-2}}] \tag{3}$$

- odstupanje pojedinačnih rezultata za jakost gravitacijskog polja od srednje vrijednosti

$$\Delta g_i = (g_i - \overline{g}) \quad [\mathrm{ms^{-2}}] \tag{4}$$

- apsolutnu vrijednost maksimalnog odstupanja

$$|\Delta g_{i\,max}| \quad [\mathrm{ms^{-2}}] \tag{5}$$

- relativnu maksimalnu pogrešku

$$r_m = \left(\frac{|\Delta g_{i\,max}|}{\overline{g}} \cdot 100\right)\,\% \tag{6}$$

- zapis točnog rezultata

$$g = (\overline{g} \pm |\Delta g_{i\,max}|) \quad [\mathrm{ms^{-2}}] \tag{7}$$

g) brojčano i riječima usporedite dobivene rezultate za jakosti gravitacijskog polja; … 2 boda

U sumarnoj analizi potrebno je za tri seta mjerenja različitih ravnina titranja Machova njihala navesti tri dobivene srednje vrijednosti (1 bod) jakosti gravitacijskog polja određene prema izrazu (3) i usporediti kako se s porastom kuta nagiba α mijenja g (1 bod). Eksperimentalni rezultati trebali bi biti u skladu s matematičkom interpretacijom izraza (2).

h) analizirate dobivena maksimalna odstupanja i relativnu maksimalnu pogrešku s kratkim osvrtom što je sve utjecalo na preciznost mjerenja; … 2 boda

Potrebno je sumarno navesti brojčane vrijednosti (1 bod) dobivenih maksimalnih odstupanja prema izrazu (6) i kratko komentirati je li promjena nagiba utjecala na preciznost mjerenja, tj. navesti barem još jedan uočeni čimbenik (vibracije uređaja prilikom titranja, nepreciznost mjerenja vremena titranja i slično) koji utječe na preciznost mjerenja (1 bod).

i) napravite brojčanu i opisnu usporedbu jednog od tri eksperimentalna rezultata s poznatom vrijednosti za jakost gravitacijskog polja u učionici; … 2 boda

Iz nastavne cjeline Titranje koja se obrađuje u 3. razredu poznato je kako se pomoću matematičkog njihala može točno odrediti jakost gravitacijskog polja, tj. gravitacijska akceleracija g. Ovdje je potrebno navesti rezultat srednje vrijednosti iz prvog eksperimenta s mjerenjem u osnovnoj ravnini i usporediti ga s poznatim iznosom od 9,81 ms^{-2} (1 bod) u smislu da se jasno navede dobivena razlika (1 bod).

j) navedete, prema stečenom eksperimentalnom iskustvu i prethodnom predznanju, čemu služi Machovo njihalo. … 2 boda

Ernst Mach (1838.-1916.) najpoznatiji je po svom doprinosu proučavanja udarnih valova, Machovu stošcu i Machovu broju.
Machovo njihalo, sastavljeno od dva čvrsta tanka štapa jednake duljine spojena na jednom kraju i ovješena o pomični okvir, omogućuje njihanje u različitim ravninama s promjenama kuta nagiba (1 bod).
Preciznim mjerenjima titranja Machova njihala pod različitim kutovima (skica 1) i primjenom izraza koji u sebi sadrži cosinus kuta (2), s promjenom kuta mjerimo različita vremena za isti broj titraja i određujemo različite periode i jakosti gravitacijskog polja (1 bod), što je matematički vidljivo iz skice 1 i izraza (2), a trebalo bi biti dokazano i ovim eksperimentalnim radom.

Ukupno: …………………………………………………………………………………… **30 bodova**

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2021/2022

Srednje škole - 4. grupa

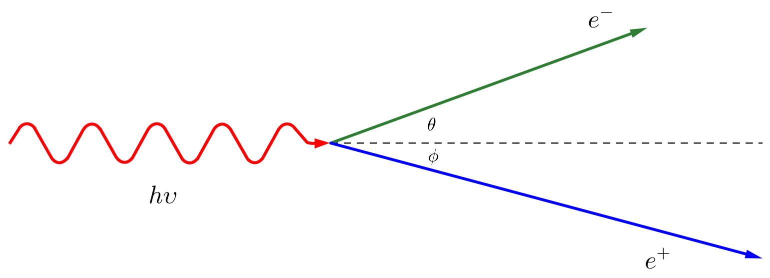
VAŽNO: Tijekom ispita ne smijete imati nikakav pisani materijal (knjige, bilježnice, formule…).
Za pisanje koristite kemijsku olovku ili nalivpero. Ne smijete imati mobitele ni druge elektroničke uređaje.
Dozvoljeno je korištenje kalkulatora.

1. zadatak *(16 bodova)*

Elektron se može slobodno gibati unutar efektivno dvodimenzionalnog volumena oblika pravokutnika dimenzija $a = 6\,\mathrm{nm}$ i $b = 4\,\mathrm{nm}$. Koje su energije fotona potrebne da elektron iz najnižeg energetskog stanja prijeđe direktno u prva tri pobuđena stanja? Rezultate izrazite u meV-ima!

2. zadatak *(14 bodova)*

Na slici 1. prikazan je raspad fotona na elektron-pozitron par. Pozitron i elektron imaju jednake mase, ali suprotne naboje.
a) Napišite zakone očuvanja energije i impulsa za ovaj proces i pokažite da on nije moguć u vakuumu!
b) Ovakvi procesi raspada fotona mogući su u blizini atomske jezgre čime i ona putem elektromagnetske interakcije dobije dio impulsa upadnog fotona. Komadić olova dimenzija $5\,\mathrm{cm} \times 5\,\mathrm{cm} \times 5\,\mathrm{mm}$ izlažemo γ-zračenju valne duljine $1.24 \times 10^{-2}\,\mathrm{pm}$ intenziteta $0.1\,\mathrm{Wm^{-2}}$ tako da je upadna površina zračenja na olovo maksimalna. Koliki je intenzitet γ-zračenja iza komadića olova ako on slijedi ovisnost $I = I_0\,e^{-\mu x}$, gdje je $\mu = 1.05\,\mathrm{cm^{-1}}$ linearni koeficijent atenuacije zračenja kroz olovo, a x put koji zračenje prođe kroz materijal? Za ovako energetično zračenje snop gubi intenzitet gotovo isključivo zbog produkcije elektron-pozitron parova u olovu, tj. drugi efekti kao fotoelektrični efekt ili Comptonov efekt su zanemarivi.
c) Odredi ukupnu deponiranu energiju u tom komadiću olova ako je bio izložen zračenju 5 h. Pretpostavite da su svi nastali elektroni i pozitroni ostali vezani u materijalu!



Slika 1: Raspad fotona na elektron-pozitron par.

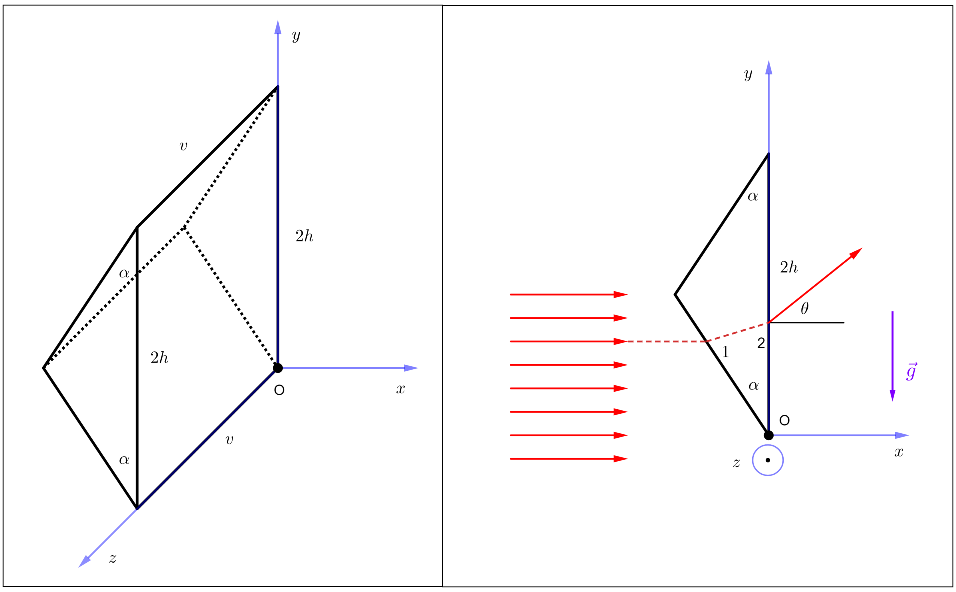
3. zadatak *(20 bodova)*

Dana je trostrana prizma kao na slici 2. Ona je usmjerena tako da su joj baze paralelne s $x-y$ ravninom, te najveća stranica plašta gleda u pozitivnom smjeru x-osi. Ishodište koordinatnog sustava je u točki O. Baza je jednakokračni trokut čija je najveća duljina dana sa $2h$, a kutevi uz tu stranicu jednaki su α. Visina prizme je v, gustoća ρ i indeks loma n, a indeks loma sredstva u kojem se prizma nalazi je 1. Jedna od dvije manje stranice plašta (ona koja je donja na prikazanoj slici) obasjana je monokromatskim zračenjem koje putuje duž pozitivnog smjera x-osi. Intenzitet zračenja dan je sa:

$$I(y,z) = \begin{cases} (h-y)\,k, & \text{kada je } -h/5 < y < h \text{ i } 0 < z < v \\ 0, & \text{inače,} \end{cases} \qquad (1)$$

gdje je k konstanta koja ima dimenzije intenziteta po duljini.
a) Pronađite kut izlazne zrake θ (označen na slici) koja nastaje nakon dva uzastopna loma upadne svjetlosti na prizmi u ovisnosti o α i n!
b) Pretpostavite da je koeficijent transmisije na granici "1" prizme i zraka jednak η, a na granici "2" jednak 1. Odredite ukupnu silu na prizmu (zbog obasjavanja) u ovisnosti o h, v, η, α, θ i k. Zanemarite apsorpciju zračenja!
c) Kolika mora biti snaga izvora koje proivodi zračenje čiji intenzitet ima ovisnost iz (1), uz uvjet da

nema gibanja prizme u y smjeru, ako se ona nalazi u gravitacijskom polju Zemlje? Uzmite da je $\alpha = 20°$, $\rho = 2.5\,\mathrm{gcm}^{-3}$, $v = 80\,\mu\mathrm{m}$, $h = 30\,\mu m$ i $\eta = 0$ (nema transmisije). Najveća stranica plašta prizme (ona koja leži u $y - z$ ravnini) položena je na optički proziran "zid" po kojemu može kliziti bez trenja i koji sprječava gibanje u x smjeru i bilo kakve rotacije prizme.
d) Obrazložite kakva je stabilnost uvjeta ravnoteže na male pomake prizme! Kakva bi bila stabilnost uvjeta ravnoteže na male pomake da nema zračenja u području od $-h/5 < y < 0$?



Slika 2: Trostrana prizma obasjana monokromatskim zračenjem u gravitacijskom polju duž $-y$ smjera.

4. zadatak *(20 bodova)*

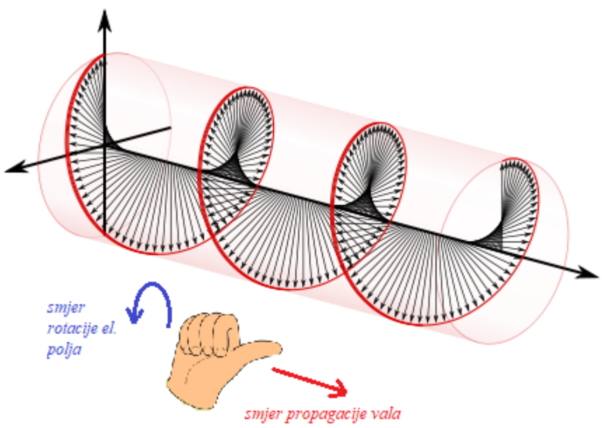
Električno polje kružno polariziranog vala koji se prostire u $+\hat{z}$ smjeru je:

$$\vec{E}_{\pm} = E\left[\cos(\omega t - kz)\,\hat{x} \pm \sin(\omega t - kz)\,\hat{y}\right], \tag{2}$$

gdje za $\vec{E}_{-}$ kažemo da polarizacija slijedi pravilo desne ruke (ako je palac desne ruke smjer propagacije vala, onda se električno polje zakreće u smjeru ostalih prstiju, kao što je prikazano na slici 3.). Analogno, $\vec{E}_{+}$ je električno polje lijevo kružno polariziranog vala. Lijevo i desno kružno polarizirani val imaju različite fazne brzine prilikom prolaska kroz plazmu (ioniziranu tvar koja sadrži slobodne elektrone) kada je prisutno dodatno statičko magnetsko polje u smjeru propagacije elektromagnetskog vala. Indeksi refrakcije lijevog/desnog kružno polariziranog vala kroz plazmu tada su:

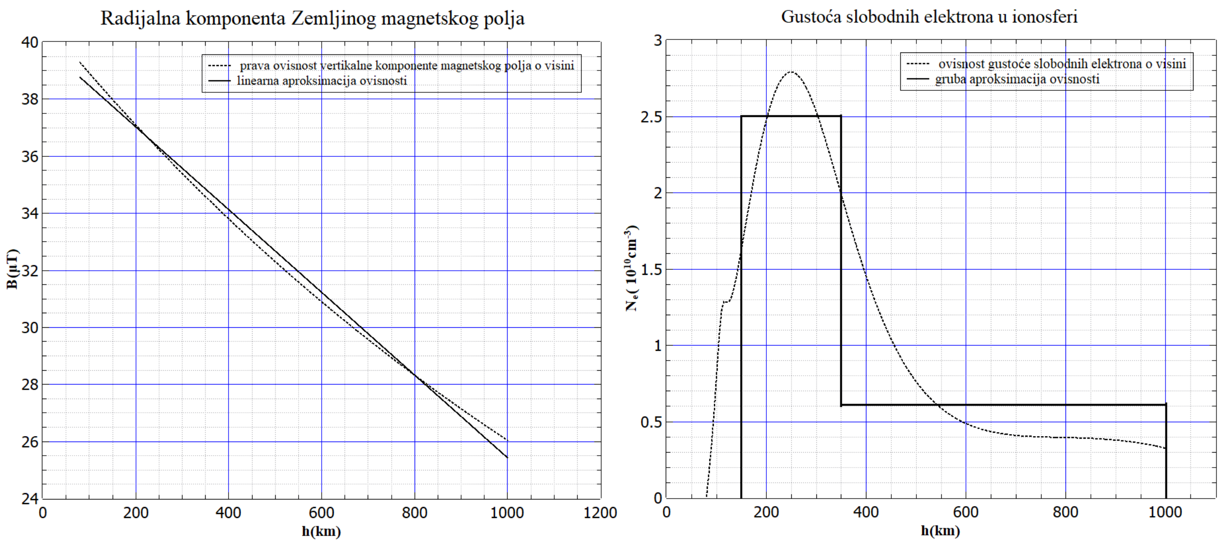
$$n_{\pm}^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega \pm \omega_c)}, \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi N e^2}{m}, \quad \omega_c = \frac{eB}{mc}, \tag{3}$$

gdje je N gustoća slobodnih elektrona u plazmi, e naboj elektrona, m masa elektrona i B statičko magnetsko polje. Frekvencije ω_p i ω_c redom opisuju "prirodnu" frekvenciju titranja slobodnih elektrona u plazmi, te ciklotronsku frekvenciju.



Slika 3: Električno polje desno kružno polariziranog vala.

a) Odredi faznu razliku lijevo i desno kružno polariziranog vala frekvencija ω nakon propagacije za Δz kroz plazmu koja sadrži uniformnu gustoću slobodnih elektrona, u uniformnom magnetskom polju koje je paralelno sa smjerom propagacije valova. Rezultat izrazite kao funckiju ω, ω_p, ω_c i Δz! Vrijedi da je $\omega \gg \omega_c$, ω_p. Možete koristiti $(1+x)^{-1} \approx 1 - x$ za $x \ll 1$ i $n_+ + n_- \approx 2$.
b) Prolaskom linearno polariziranog zračenja kroz isti segment plazme duljine Δz u istom statičkom magnetskom polju dolazi do zakreta kuta polarizacije zračenja (taj efekt naziva se Faradayeva rotacija). Odredi kut zakreta polarizacije u ovisnosti o ω, N, B i Δz.
c) Izračunavanjem Faradayeve rotacije (na temelju promatranja polariziranog zračenja dalekih izvora, npr. pulsara) mogu se dobiti neka saznanja o gustoći slobodnih elektrona i magnetskim poljima u međuzvjezdanom prostoru. Efekt Faradayeve rotacije događa se i pri prolasku polariziranog zračenja kroz Zemljinu ionosferu. U grafovima na slici 3. iscrtkanom linijom su zabilježene izračunate vrijednosti radijalne komponente magnetskog polja Zemlje i izmjerene vrijednosti gustoće slobodnih elektrona u ionosferi. Odredite kut zakreta linearno polariziranog zračenja frekvencije $f = 20\,\mathrm{MHz}$ zbog prolaska kroz ionosferu koristeći podatke označene punom linijom (koje su gruba aproksimacija). Pretpostavite da je smjer propagacije zračenja okomit na Zemlju.



Slika 4: Izračunati/izmjereni podaci magnetskog polja Zemlje i gustoće slobodnih elektrona u ovisnosti o nadmorskoj visini - iscrtkana linija, i aproksimirane ovisnosti - puna linija.

Vrijednosti potrebnih fizikalnih konstanti:

brzina svjetlosti - $c = 3 \times 10^8\,\mathrm{ms}^{-1}$

gravitacijsko ubrzanje Zemlje - $g = 9.81\,\mathrm{ms}^{-2}$

masa elektrona - $m = 9.109 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$

naboj elektrona - $e = 1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$

Planckova konstanta - $h = 6.626 \times 10^{-34}\,\mathrm{m^2kgs^{-1}}$

Državno natjecanje iz fizike

26. do 29. travnja 2022., Podgora

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

4. skupina

Pribor: svjetleće diode (po dvije crvene, žute, zelene, plave i bijele), spojne žice, dvije velike spajalice, potenciometar (trimer) 1kΩ, odvijač, otpornici (330Ω), multimetri, baterija 9V, mjerna traka na letvici, mjerna traka, optička rešetka (500 pukotina po mm), pločica za LED, gumena tamna cjevčica, arak papira sa obojanim pravokutnicima, milimetarski papir, gumice.

Upute:

Pri izvođenju eksperimentalnog zadatka kao indikatori se koriste posebne vrste izvora svjetlosti – LED diode. Tijekom prolaza električne struje poluvodičkom diodom u dodirnom NP – sloju stalno se rekombiniraju slobodni elektroni i šupljine. Pritom se u nekim poluvodičima, pri rekombinaciji, oslobođena energija pretvara u svjetlost. Takve se diode nazivaju svjetleće diode. LED (Light Emiting Diode) rade na načelu unutarnjeg fotoelektričnog učinka. Na frekvenciju zračenih elektromagnetskih valova, odnosno na boju emitirane svjetlosti, može se utjecati odabirom odgovarajućeg poluvodičkog materijala te odabirom i koncentracijom točno određenih primjesa.

Kristal poluvodiča sastoji se od velikog broja pravilno razmještenih atoma čiji se energijski nivoi cijepaju u niz bliskih susjednih stanja koja se zovu vrpcama. One su odijeljene energijskim procjepom. U slučaju unutarnjeg fotoelektričnog učinka, kod poluvodiča, valentni elektroni koji apsorbiraju foton prelaze u vodljivu vrpcu. Ako je energija apsorbiranih fotona veća od energije energijskog procjepa, elektroni na račun dobivene energije mogu prijeći iz valentne vrpce u vodljivu vrpcu i postati pokretni i mogu biti nositelji električne struje u kristalu.

Svaki materijal ima različitu širinu energijskog procjepa i zato emitira svjetlost različitih valnih duljina. Za LED crvene boje to svojstvo ima (GaAsP), LED plave boje (GaN) i LED zelene boje (GaP).

Ako kroz svjetleću diodu prolazi prevelika struja, dolazi do oštećenja. Struju treba ograničiti pomoću otpornika! Svjetleća dioda ima pozitivan i negativan pol. Na kućištu je negativan pol označen, tako da je kućište sa strane gdje je negativan pol lagano zaravnato. Dioda vodi kada joj je anoda spojena na pozitivni pol izvora, a katoda na negativni pol izvora. Ako se dioda spoji u suprotnom smjeru, neće svijetliti.

Napomena: ne skraćujte ili savijajte izvode na svjetlećim diodama!

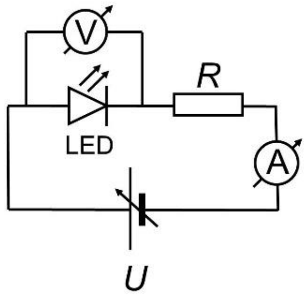
<u>Zadaci:</u>

1. dio:

a) Odredite strujno-naponske karakteristike svjetlećih dioda.

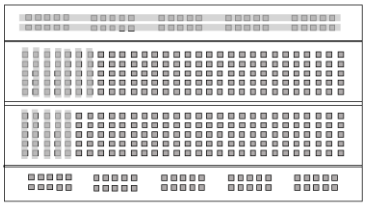
Za crvenu, žutu, zelenu, plavu i bijelu svjetleću diodu nacrtajte, na milimetarskom papiru (prilog 1), strujno naponske karakteristike, na istom grafu.

Osnovni se strujni krug sastavlja prema shemi:

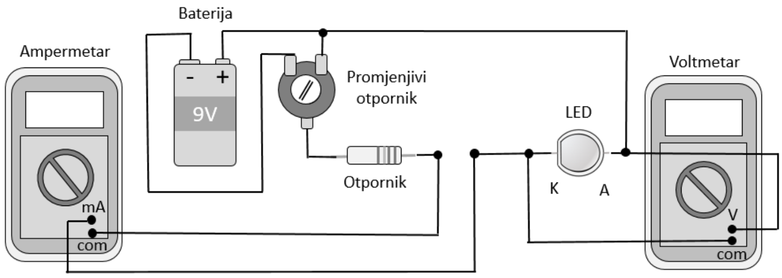


Umjesto laboratorijskog izvora napona kao izvor napona koristite bateriju od 9V. Kako bi za vrijeme mjerenja mogli mijenjati napone dodaje se promjenjivi otpornik (trimer od 1kΩ). Zakretanjem okretnog dijela s utorom na sredini trimera, mijenja se vrijednost napona na diodi. Koristite priloženi odvijač za zakretanje. Potrebno je dodati i otpornik od 330Ω u seriju.

Strujni se krug sastavlja na eksperimentalnoj pločici. Ova se pločica sastoji od plastičnog kućišta na čijoj se gornjoj strani nalazi mnoštvo rupica namijenjenih umetanju nožica različitih komponenti. Rupice su u unutrašnjosti pločice međusobno povezane prema određenom pravilu. Na slici su označene međusobno povezane rupe. One predstavljaju mjesta jednakog potencijala. Na slici je označen dio međusobno spojenih rupa.



Primjer spajanja vašeg eksperimentalnog postava prikazan je na slici. Svjetleća dioda, promjenjivi otpornik i otpornik trebaju biti postavljeni na eksperimentalnu pločicu.



Prije mjerenja, na multimetru kojim se mjeri napon, odaberite odgovarajuće mjerno područje na zakretnom dijelu (DCV, 20.). Na multimetru kojim mjerite struju odaberite mjerno područje DCA .200mA. Spojne žice se spajaju na COM ulaz multimetra (-) i VΩmA ulaz (+).
Mjerite parove vrijednosti napona i struje. Očitajte barem 10 parova napona i struje počevši od trenutka kad je LED tek zasvijetlila. Mjerenja provodite isključivo u propusnom smjeru diode! Struja ne smije premašiti 20 mA!!!

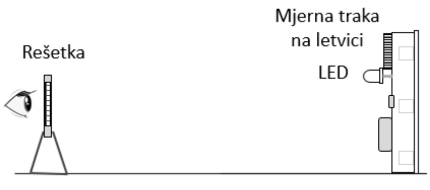
Mjerenja i rezultate prikažite tablično i grafički!

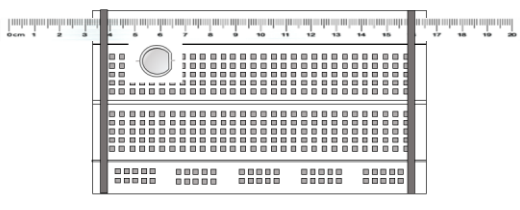
b) Usporedite dobivene grafove. O kakvim se karakteristikama radi?
c) LED pri određenom istosmjernom naponu počinje emitirati svjetlost. Izmjerite napon na svakoj pojedinoj diodi upravo kada počne svijetliti (napon praga U_0). Iz dobivenih mjerenja za svaku svjetleću diodu odredite energiju koja se pri rekombinaciji pretvorila u svjetlost. Energije izrazite u eV! Obrazložite postupke svojih izračuna! Navedite primijenjene izraze i imenujte sve veličine.
d) Povucite pravac duž linearnog dijela strujno naponske karakteristike. Očitajte vrijednost napona na naponskoj osi kroz koji pravac prolazi (U_0'). Ponovite postupak za svaku svjetleću diodu i očitajte pripadne napone. Ove se vrijednosti razlikuju od vaših prethodnih očitovanja. Obrazložite.
e) Diskutirajte napon praga bijele LED u odnosu na ostale svjetleće diode.

Konstante: brzina svjetlosti u vakuumu $c=3\cdot10^8\ ms^{-1}$, Planckova konstanta $h=6{,}626\cdot10^{-34}$Js.

2. dio:

Da bi odredili valnu duljinu emitirane svjetlosti upotrijebit ćete optičku rešetku koja ima 500 pukotina po jednom milimetru. Na slici je shematski prikaz pokusa u kojem treba odrediti valnu duljinu izvora svjetlosti.



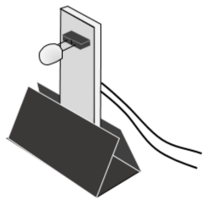


Optičku rešetku (u plastičnom okviru) postavite u veliku spajalicu za papir. Eksperimentalnu pločicu koju ste koristili u prvom dijelu vježbe okrenite okomito. Neka je LED postavljena u gornjem dijelu pločice (na skici nije prikazan elektronički skolp iz prethodog dijela zadatka, potreban za napajanje diode!). Pričvrstite letvicu s mjernom trakom pomoću gumica, neposredno iznad LED kako je prikazano na slici.

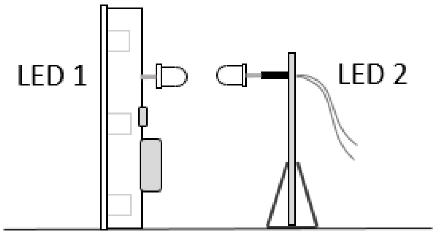
Uključite LED i promotrite njezinu svjetlost kroz optičku rešetku, tako da vam je oko vrlo blizu rešetke. Promotrite dobiveni spektar. Udaljenosti namjestite tako da dobro vidite spektar prvog reda.

- **a)** Usporedite i opišite dobivene spektre pojedinih svjetlećih dioda, uključujući i svjetleću diodu koja emitira bijelu svjetlost.
- **b)** Odredite valne duljine crvene, žute, zelene i plave svjetleće diode. Za svaku diodu izvršite seriju od 5 mjerenja i procijenite točnost mjerenja. Što je sve uvjetovalo točnost vaših mjerenja? Rezultate prikažite tablično! Na skici označite mjerene veličine. Navedite sve izraze koje ste koristili za izračune!
- **c)** Iz dobivenih mjerenja (koristite srednje vrijednosti dobivenih rezultata u b) dijelu) odredite energije emitiranih fotona. Energije izrazite u eV!
- **d)** Usporedite dobivene energije s energijama dobivenima u 1. dijelu zadatka. Obrazložite rješenja.

3. dio:



Namjena je svjetlećih dioda, u pravilu, emitiranje svjetlosti. Međutim, ako na svjetleću diodu spojite voltmetar, i pri dnevnoj svjetlosti, očitat ćete vrijednosti i od nekoliko mV, nekoliko desetaka mV i više. Vaš je zadatak istražiti ovisnost napona koji očitavate na svjetlećoj diodi o valnoj duljini svjetlosti koja na nju upada.
Sastavite eksperimentalni postav prikazan na slici.



LED 1 (predajnik) postavljena je na eksperimentalnoj pločici kao i u prvom i drugom dijelu zadatka. Spojite diodu na bateriju. Na pločicu na kojoj se nalazi konektor s dva utora postavite LED 2 (prijemnik) i zatim diodu spojite na voltmetar (mjerno područje 200 mV).
Postavite prvo crvenu LED i osvjetljavajte redom svjetlošću crvene LED, zatim žute, zelene i plave LED.
Nakon toga osvjetljavajte žutu LED redom svjetlošću crvene, žute, zelene i plave LED. Na isti način nastavite s osvjetljavanjem zelene i plave LED i očitavajte pripadne napone na LED 1.

LED 1 i 2 treba postaviti jednu naspram druge, vrlo blizu. Namještajte tako dugo dok nije očitan najveći napon na voltmetru. Ukoliko okolno osvjetljenje smeta, možete svjetleće diode postaviti na krajeve priložene gumene crne cjevčice. Cjevčicu možete skratiti kako bi dobili željenu duljinu.

- **a)** Sastavite tablicu u kojoj ćete prikazati izmjerene napone u ovisnosti o valnoj duljini primijenjene svjetlosti.
- **b)** Što možete zaključiti na osnovu dobivenih podataka?
- **c)** Obrazložite moguća odstupanja u svojim mjerenjima.
- **d)** Je li moguće koristiti svjetleće diode kao naponske ćelije? Obrazložite. Kako biste odredili maksimalnu snagu ovakve naponske ćelije?
- **e)** U 1. i 2. dijelu zadatka objašnjavali ste spektre bijele LED i ostalih svjetlećih dioda. Također ste razmatrali napone praga za bijelu i ostale svjetleće diode. Jeste li uspjeli povezati napon praga bijele i ostalih dioda? Usporedite strujno naponske karakteristike bijele i plave LED.
  Uzmite svaku od dobivenih svjetlećih dioda i pokušajte vidjeti poluvodički element (PN spoj) u unutrašnjosti svake diode. Usporedite pogled u unutrašnjost kućišta, npr. plave i bijele LED. Što opažate?

  Zadatak je da pomoću jedne od svjetlećih dioda (crvene, zelene ili plave) i jednog od obojanih pravokutnika (prilog 2) dobijete bijelu svjetlost. U prilogu 2 otisnut je niz pravokutnika obojanih običnim bojama (tinta pisača) i niz pravokutnika obojanih fluorescentnim flomasterima. Obrazložite rezultat izvedenog pokusa.

  Na osnovu svega prethodnog, pokušajte pojednostavljeno objasniti načelo rada vaše bijele LED.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE 2021/2022

Srednje škole - 4. grupa

Rješenja i upute za bodovanje

VAŽNO: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drugačijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. zadatak *(16 bodova)*

Smjer dulje stranice pravokutnika možemo prozvati $\hat{x}$ smjerom, a smjer kraće duljine $\hat{y}$ smjerom. Zamislimo li prvo situaciju u kojoj se elektron može kretati samo u jednoj dimenziji duljine L znamo da je njegov impuls kvantiziran restrikcijom da je njegova De Broglijeva valna duljina jednaka $\lambda = 2L/n$, tj. impuls može poprimati vrijednosti:

$$p_n = \frac{h}{\lambda} = \frac{nh}{2L},\ n \in \mathbb{N}. \quad [\textbf{3 boda}] \tag{1}$$

Generalizacijom na dvije dimenzije slijedi da su obje komponente impulsa kvantizirane, što znači da je i ukupni impuls kvantiziran i jednak:

$$p_{n_1,n_2} = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = \sqrt{\left(\frac{n_1 h}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n_2 h}{2b}\right)^2},\ n_1, n_2 \in \mathbb{N}. \quad [\textbf{3 boda}] \tag{2}$$

Energija je onda jednostavno:

$$E_{n_1,n_2} = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{n_1^2}{a^2} + \frac{n_2^2}{b^2}\right). \quad [\textbf{2 boda}] \tag{3}$$

S obzirom da je $a = 1.5\,b$ prva tri pobuđena stanja su dana sa $(n_1, n_2) = \{(2,1), (1,2), (3,1)\}$, a osnovno sa $(n_1, n_2) = (1,1)$. **[2 boda]**
Potrebne energije fotona su tada:

$$E_1 = E_{2,1} - E_{1,1} = \frac{h^2}{8m} \cdot \frac{3}{a^2} = 31\,\text{meV}, \quad [\textbf{2 boda}] \tag{4}$$

$$E_2 = E_{1,2} - E_{1,1} = \frac{h^2}{8m} \cdot \frac{3}{b^2} = 71\,\text{meV}, \quad [\textbf{2 boda}] \tag{5}$$

$$E_3 = E_{3,1} - E_{1,1} = \frac{h^2}{8m} \cdot \frac{8}{a^2} = 84\,\text{meV}. \quad [\textbf{2 boda}] \tag{6}$$

2. zadatak *(14 bodova)*

a.) Za impulse i ukupne energije pozitrona i elektrona vrijedi:

$$p_\pm = m\gamma_\pm v_\pm \ \rightarrow\ E_\pm = \sqrt{m^2c^4 + p_\pm^2 c^2} = mc^2\gamma_\pm,\ \gamma_\pm = \left(1 - \frac{v_\pm^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}, \quad [\textbf{2 boda}] \tag{7}$$

pa zbog zakona očuvanja energije i impulsa (po komponentama) vrijedi:

$$E_f = mc^2\,(\gamma_+ + \gamma_-), \quad [\textbf{1 bod}] \tag{8}$$

$$p_f = \frac{E_f}{c} = m\,(v_+\gamma_+ \cos\phi + v_-\gamma_- \cos\theta), \quad 0 = m\,(v_+\gamma_+ \sin\phi - v_-\gamma_- \sin\theta), \quad [\textbf{1 bod}] \tag{9}$$

gdje su E_f i p_f energija i impuls fotona. Uvrštavanjem (8) u prvi izraz iz (9) slijedi:

$$mc^2\,(\gamma_+ + \gamma_-) = mc\,(v_+\gamma_+\cos\phi + v_-\gamma_-\cos\theta). \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{10}$$

Očito je da gornja jednakost ne može biti zadovoljena zbog $v_\pm < c$ i $\cos\theta, \cos\phi < 1$, pa zaključujemo da se proces ne može ostvariti u vakuumu. **[2 boda]**

b.) Intenzitet zračenja nakon prolaska kroz olovo debljine 5 mm je jednostavno:

$$I = I_0\exp(-\mu x) = 0.1\,\mathrm{Wm^{-2}}\cdot\exp\big(-1.05\,\mathrm{cm^{-1}}\cdot 0.5\,\mathrm{cm}\big) = 0.059\,\mathrm{Wm^{-2}}. \quad [\mathbf{3\,boda}] \tag{11}$$

c.) Energija deponirana u olovu je jednaka umnošku površine olovnog komada, razlike početnog i krajnjeg intenziteta, te vremenu izloženosti zračenju:

$$E = (I_0 - I)\cdot S\cdot t = (0.1 - 0.059)\,\mathrm{Wm^{-2}}\cdot(0.05\,\mathrm{m})^2\cdot 18000\,\mathrm{s} = 1.84\,\mathrm{J}. \quad [\mathbf{4\,boda}] \tag{12}$$

3. zadatak *(20 bodova)*

a.) Iz priložene slike vidimo da mora vrijediti:

$$n\sin\beta = \sin\alpha, \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{13}$$

$$n\sin(\alpha-\beta) = \sin\theta. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{14}$$

Raspisivanjem lijeve strane u (14) dolazimo do:

$$n\sin\alpha\cos\beta - n\sin\beta\cos\alpha = \sin\theta. \tag{15}$$

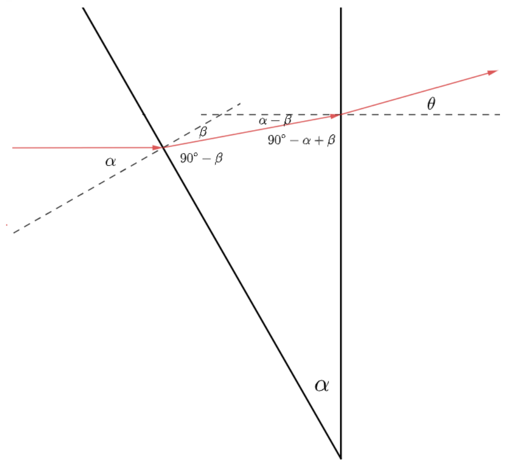
Koristeći (13) i $\cos\beta = (1-\sin^2\beta)^{-1/2}$ slijedi:

$$\sin\theta = \sin\alpha\left(\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} - \cos\alpha\right), \tag{16}$$

tj. za θ vrijedi:

$$\theta = \arcsin\left[\sin\alpha\left(\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} - \cos\alpha\right)\right]. \tag{17}$$

$[\mathbf{2\,boda}]$



Slika 1: Skica koja prikazuje dva uzastopna loma upadne zrake na prizmi.

b.) Možemo promotriti sliku 2. Impuls fotona (iznos) u reflektiranoj i lomljenoj zraci jednak je početnom (koji iznosi E/c gdje je E energija fotona), pa slijedi da je:

$$\Delta\vec{p}_r = \frac{E}{c}[(-1-\cos\,2\alpha)\,\hat{x} - \sin\,2\alpha\,\hat{y}], \quad \Delta\vec{p}_l = \frac{E}{c}[(\cos\theta - 1)\,\hat{x} + \sin\theta\,\hat{y}]. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{18}$$

Sila na prizmu je jednostavno dana ukupnom promjenom impulsa u vremenu. Promjena impulsa prizme suprotna je promjeni impulsa fotona, pa vrijedi:

$$\vec{F} = \frac{N(\Delta t)\Delta\vec{p}_{prizma}}{\Delta t} = \frac{N(\Delta t)E}{c\Delta t}\,\{[(1-\eta)(1+\cos\,2\alpha) + \eta(1-\cos\theta)]\,\hat{x} + [(1-\eta)\sin\,2\alpha - \eta\sin\theta]\,\hat{y}\}\,, \tag{19}$$

gdje je $N(\Delta t)$ broj fotona koji udari prizmu u vremenu Δt. **[1 bod]**

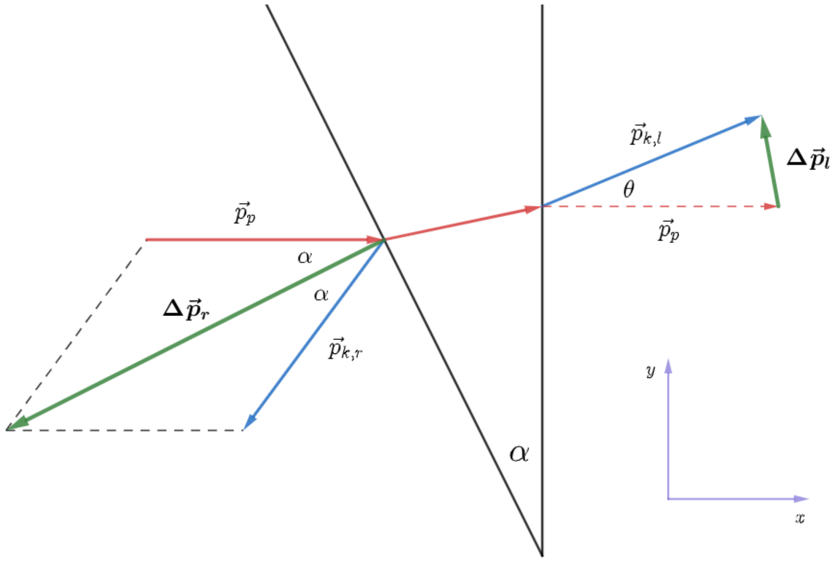
Također vrijedi da je ukupna snaga zračenja koje upada na prizmu jednaka:

$$P = \frac{N(\Delta t)E}{\Delta t} = \overline{I}S = \frac{kh^2v}{2}, \quad [\mathbf{3\,boda}] \tag{20}$$

gdje je $\overline{I}$ srednji intenzitet zračenja na prizmu.

Iz ovoga možemo dobiti omjer $N(\Delta t)/\Delta t$ koji možemo ubaciti u (7). Sređivanjem konačno slijedi izraz za silu:

$$\vec{F} = \frac{kh^2 v}{2c} \left\{ [1 + (1-\eta)\cos 2\alpha - \eta\cos\theta]\,\hat{x} + [(1-\eta)\sin 2\alpha - \eta\sin\theta]\,\hat{y} \right\}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{21}$$



Slika 2: Promjena impulsa jednog fotona usred refleksije na prvoj ravnini ($\Delta\vec{p}_r$) i promjena impulsa jednog fotona nakon dva uzastopna loma ($\Delta\vec{p}_l$).

c.) Izjednačavanjem iznosa y-komponente sile na prizmu zbog obasjavanja sa gravitacijskom silom dolazimo do:

$$\frac{kh^2 v}{2c}\left[(1-\eta)\sin 2\alpha - \eta\sin\theta\right] = \rho V g, \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{22}$$

a s obzirom da je volumen prizme $V = h^2 v \tan\alpha$ slijedi (uz $\eta = 0$):

$$k = \frac{\rho g c}{\cos^2\alpha}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{23}$$

Snaga izvora jednaka je:

$$P = \overline{I}_{-h/5,h} \cdot \frac{6hv}{5} = k \cdot \frac{3h}{5} \cdot \frac{6hv}{5} = \frac{18kh^2 v}{25}, \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{24}$$

gdje je $\overline{I}_{-h/5,h}$ srednji intenzitet za cijelo površinu za koju je intenzitet različit od nule. Uvrštavanjem (23) u (24) se dobije konačan izraz za P:

$$P = \frac{18h^2 v\rho g c}{25\cos^2\alpha} = 0.43\,\mathrm{W}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{25}$$

d.) Malim pomakom prizme u $+\hat{y}$ smjeru smanji se sila uzrokovana obasjavanjem, pa je ukupna sila na prizmu u $-\hat{y}$ smjeru. Malim pomakom prizme u $-\hat{y}$ smjeru ukupna sila je u $+\hat{y}$ smjeru jer intenzitet zračenja monotono raste u $-\hat{y}$ smjeru sve do $y = -h/5$. Dakle, uvjet ravnoteže je stabilan na male pomake. **[2 boda]**
Kada ne bi bilo zračenja u intervalu $-h/5 < y < 0$ onda bi malim pomakom prizme u $-\hat{y}$ smjeru ukupna sila bila u $-\hat{y}$ smjeru, tj. ravnoteža bi se bespovratno narušila. **[1 bod]**

4. zadatak *(20 bodova)*

a.) Fazna razlika se javlja zbog različitog indeksa refrakcije dvaju valova kroz plazmu, i dana je sa:

$$\Delta\phi = (k_+ - k_-)\,\Delta z = \frac{\omega\Delta z}{c}(n_+ - n_-). \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{26}$$

Iz zadatka možemo vidjeti da je:

$$n_+^2 - n_-^2 = (n_+ + n_-)(n_+ - n_-) = \frac{\omega_p^2}{\omega}\left(\frac{1}{\omega - \omega_c} - \frac{1}{\omega + \omega_c}\right). \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{27}$$

Također koristeći $(1+x)^{-1} \approx 1 - x$ za $x \ll 1$ slijedi:

$$\frac{1}{\omega \pm \omega_c} = \frac{1}{\omega}\frac{1}{1 \pm \frac{\omega_c}{\omega}} \approx \frac{1}{\omega}\left(1 \mp \frac{\omega_c}{\omega}\right), \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{28}$$

pa zajedno sa $n_+ + n_- \approx 2$ slijedi:

$$n_+ - n_- = \frac{\omega_p^2}{2\omega} \cdot \frac{1}{\omega}\left(1 + \frac{\omega_c}{\omega} - 1 + \frac{\omega_c}{\omega}\right) = \frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega^3}, \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{29}$$

iz čega onda napokon dobivamo izraz za faznu razliku:

$$\Delta\phi = \frac{\omega_p^2 \omega_c \Delta z}{\omega^2\, c} \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{30}$$

b.) Električno polje linearno polariziranog vala je dano sa $\vec{E} = A\cos(\omega t - kz)\,\hat{n}$, gdje je $\hat{n}$ smjer polarizacije. Radi jednostavnosti možemo definirati koordinatni sustav tako da je $\hat{n} = \hat{x}$. Tada možemo linearno polarizirani val rastaviti na lijevo i desno polarizirani kružni val, tj.:

$$A\cos(\omega t - kz)\,\hat{x} = \frac{A}{2}\left[\cos(\omega t - kz)\,\hat{x} + \sin(\omega t - kz)\,\hat{y}\right] + \frac{A}{2}\left[\cos(\omega t - kz)\,\hat{x} - \sin(\omega t - kz)\,\hat{y}\right]. \quad [\mathbf{3\,boda}] \tag{31}$$

Iz a.) dijela zadatka znamo da prolaskom kroz plazmu u magnetskom polju ova dva vala imaju razliku faza danu sa (30), pa je nakon prolaska kroz plazmu jednadžba za $\vec{E}$ dana sa:

$$\vec{E} = \frac{A}{2}\left\{\left[\cos(\omega t - kz + \Delta\phi)\,\hat{x} + \sin(\omega t - kz + \Delta\phi)\,\hat{y}\right] + \left[\cos(\omega t - kz)\,\hat{x} - \sin(\omega t - kz)\,\hat{y}\right]\right\}. \quad [\mathbf{3\,boda}] \tag{32}$$

Korištenjem identiteta $\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$ i $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$ dobivamo:

$$\vec{E} = \frac{A}{2}\left[2\cos\left(\omega t - kz + \frac{\Delta\phi}{2}\right)\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)\hat{x} + 2\cos\left(\omega t - kz + \frac{\Delta\phi}{2}\right)\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)\hat{y}\right]. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{33}$$

Jednadžba (33) se može preurediti u oblik:

$$\vec{E} = A\cos\left(\omega t - kz + \frac{\Delta\phi}{2}\right)\left[\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)\hat{x} + \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)\hat{y}\right], \tag{34}$$

iz kojeg se jasno vidi da je prolaskom kroz plazmu zračenje i dalje linearno polarizirano, ali je kut polarizacije zakrenut za $\frac{\Delta\phi}{2}$ u odnosu na početno zračenje, tj. za kut zakreta $\Theta = \frac{\Delta\phi}{2}$ vrijedi:

$$\Theta = \frac{\omega_p^2 \omega_c \Delta z}{2\omega^2\, c} = \frac{2\pi N e^3 B}{m^2 c\, \omega^2}\,\Delta z. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{35}$$

d.) S grafa vidimo da je $N_1 = 2.5 \times 10^{10}\,\mathrm{cm^{-3}}$ između $150 - 350\,\mathrm{km}$, i $N_2 = 6 \times 10^{9}\,\mathrm{cm^{-3}}$ između $350 - 1000\,\mathrm{km}$. Srednje vrijednosti magnetskog polja u tim područjima su otprilike $B(250\,\mathrm{km}) = 36.3\,\mu\mathrm{T}$ i $B(675\,\mathrm{km}) = 30\,\mu\mathrm{T}$, pa je ukupni kut zakreta:

$$\Theta = \frac{e^3}{2\pi m^2 c f^2}\left[N_1 \cdot B(250\,\mathrm{km}) \cdot 200\,\mathrm{km} + N_2 \cdot B(675\,\mathrm{km}) \cdot 650\,\mathrm{km}\right] = 1.98 \times 10^{-3}\,\mathrm{rad}. \quad [\mathbf{4\,boda}] \tag{36}$$

Državno natjecanje iz fizike

26. do 29. travnja 2022., Podgora

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA

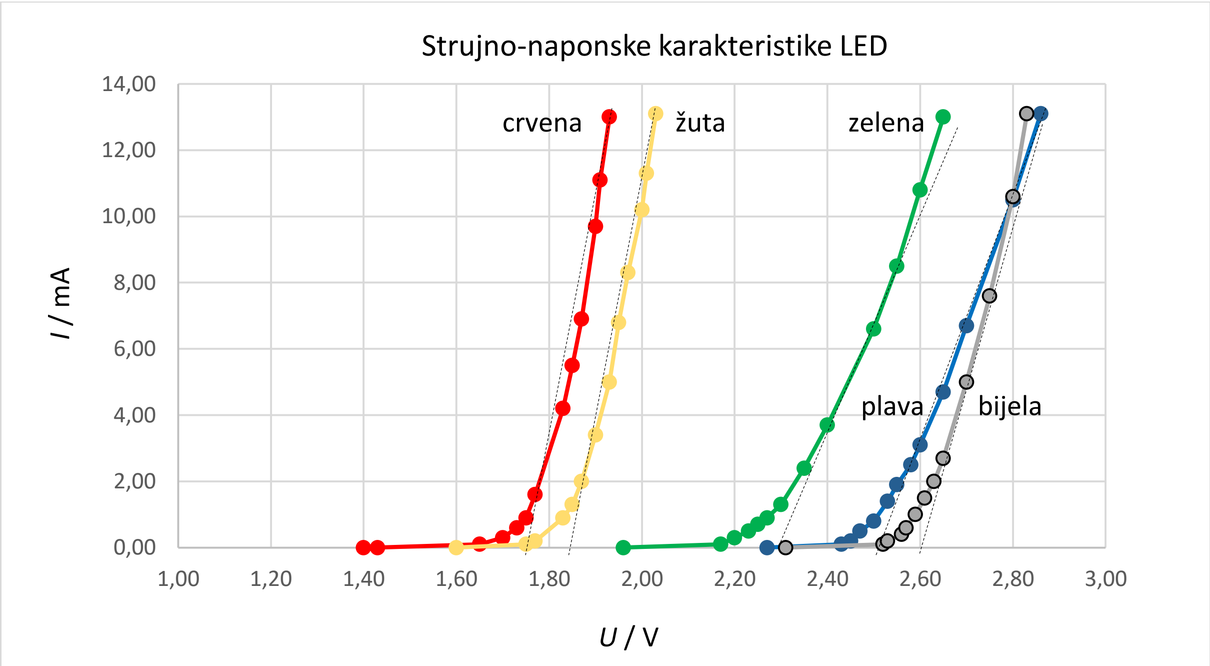
4. skupina

1. dio

4 boda

a) Mjerenja (strujno-naponske karakteristike svjetlećih dioda):

crvena		žuta		zelena		plava		bijela	
U/V	I/mA	U/V	I/mA	U/V	I/mA	U/V	I/mA	U/V	I/mA
1,40	0,00	1,60	0,00	1,96	0,00	2,27	0,00	2,31	0,00
1,43	0,00	1,75	0,10	2,17	0,10	2,43	0,10	2,52	0,10
1,65	0,10	1,77	0,20	2,20	0,30	2,45	0,20	2,53	0,20
1,70	0,30	1,83	0,90	2,23	0,50	2,47	0,50	2,56	0,40
1,73	0,60	1,85	1,30	2,25	0,70	2,50	0,80	2,57	0,60
1,75	0,90	1,87	2,00	2,27	0,90	2,53	1,40	2,59	1,00
1,77	1,60	1,90	3,40	2,30	1,30	2,55	1,90	2,61	1,50
1,83	4,20	1,93	5,00	2,35	2,40	2,58	2,50	2,63	2,00
1,85	5,50	1,95	6,80	2,40	3,70	2,60	3,10	2,65	2,70
1,87	6,90	1,97	8,30	2,50	6,60	2,65	4,70	2,70	5,00
1,90	9,70	2,00	10,20	2,55	8,50	2,70	6,70	2,75	7,60
1,91	11,10	2,01	11,30	2,60	10,80	2,80	10,50	2,80	10,60
1,93	13,00	2,03	13,10	2,65	13,00	2,86	13,10	2,83	13,10



b) Strujno-naponske karakteristike nisu linearne. Svjetleće diode su poluvodički elementi i za njih ne vrijedi Ohmov zakon. Napon na diodi nije proporcionalan struji. Otpor diode se promjenom napona na diodi mijenja. Kako se povećava napon na diodi, u određenom trenutku uočava se nagli porast struje. Ovaj dio karakteristike je linearan.

1 bod

c) Energija fotona proporcionalna je frekvenciji: $E=hf$, gdje je h Planckova konstanta.

LED pri određenom istosmjernom naponu počinje emitirati svjetlost. Energija (fotona) kod koje je svjetlost određene boje najintenzivnija, približno je jednaka:

$$E=eU_0,$$

U_0 je napon praga, napon na diodi pri kojem dioda počne svijetliti. **2 boda**

LED	U_0 / V	E / eV
crvena	1,40	1,40
žuta	1,60	1,60
zelena	1,96	1,96
plava	2,27	2,27
bijela	2,31	2,31

d)

LED	U_0' / V
crvena	1,77
žuta	1,86
zelena	2,28
plava	2,53
bijela	2,62

Pri određivanju napona praga U_0, točnost mjerenja ovisi o očitavanju trenutka kad je uočeno da je LED počela svijetliti. Okolno osvjetljenje bi se pri očitavanju trebalo smanjiti što je više moguće.
Voltmetar pokazuje napon U koji sadrži i pad napona zbog unutarnjeg otpora voltmretra: $U=U_0+R_VI$.
Napon praga određen u c) dijelu zadatka nešto je manji od napona određenog u d) dijelu.
LED počinje svijetliti prije no što uočavamo na ampermetru da je dioda počela voditi. Uzrok je rezolucija mjernog uređaja.
Kod određivanja napona U_0' radi se o aproksimaciji. Pravac koji određuje odsječak na naponskoj osi trebao bi prolaziti linearnim dijelom strujno naponske karakteristike, ali je taj dio tek približno linearan.
Radi se o idealizaciji, zanemaruje se unutarnji otpor mjernog instrumenta.

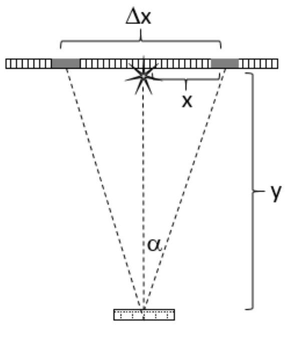
1 bod

e) Napon praga ovisi o frekvenciji emitirane svjetlosti diode. Veće frekvencija odgovara većoj energiji emitiranih fotona. Diode koje emitiraju svjetlost manje valne duljine imaju veći napon praga. Svjetleća dioda koja emitira bijelu svjetlost ima najveći napon praga. Napon praga diode koja emitira plavu svjetlost vrlo blizu je naponu praga diode koja emitira bijelu svjetlost.

2. dio

a) Spektri crvene, žute, zelene i plave boje su samo približno ˝monokromatski˝. Tako spektar crvene LED sadrži žuti i zeleni dio, žuta LED ima na krajevima i crveni i zeleni dio, spektar zelene LED se proteže s jedne strane i do žutog dijela, a s druge strane do plavog, dok se u spektru plave LED uočava i zeleni dio… Mi vidimo svjetlost diode one boje čija je valna duljina najvećeg intenziteta. Spektri ˝jednobojnih˝ svjetlećih dioda su u odnosu na spektar bijele LED uži, sadrže manji raspon valnih duljina. Spektar bijele led može se sastaviti preklapanjem spektara crvene, zelene i plave LED.

b) Skica:



1 bod

$$d = \frac{10^{-3}m}{500} \Longrightarrow d = 2 \cdot 10^{-6}m$$

$$k = 1$$

Uvjet maksimuma za optičku rešetku. $k \cdot \lambda = d \cdot sin\alpha \;\; \Rightarrow \;\; \lambda = \frac{dsin\alpha}{k}$ **1 bod**

Mjerenja za crvenu LED:

Δx/cm	x/cm	y/cm	tgα	α/rad	sinα	λ/m	λ/nm	Δλ /nm
31,0	15,5	46,0	0,3370	0,3250	0,3193	6,3863E-07	638,6	-2,9
29,0	14,5	43,5	0,3333	0,3218	0,3162	6,3246E-07	632,4	3,3
29,0	14,5	43,0	0,3372	0,3252	0,3195	6,3906E-07	639,1	-3,4
29,5	14,75	44,0	0,3352	0,3235	0,3178	6,3569E-07	635,7	0,0
30,0	15	45,0	0,3333	0,3218	0,3162	6,3246E-07	632,5	3,2

$\bar{\lambda} = 635{,}7\;nm$, $r_m = 0{,}5\%$, $\boldsymbol{\bar{\lambda} = (635{,}7 \pm 3{,}4)\;nm}$ **2 boda**

Mjerenja za žutu LED:

Δx/cm	x/cm	y/cm	tgα	α/rad	sinα	λ/m	λ/nm	Δλ /nm
27,0	13,5	44,0	0,3068	0,2977	0,2933	5,8664E-07	585,6	-4,9
29,0	14,5	47,0	0,3085	0,2992	0,2948	5,8960E-07	589,6	-8,9
26,0	13,0	43,0	0,3023	0,2936	0,2894	5,7878E-07	578,8	1,9
27,5	13,8	46,0	0,2989	0,2905	0,2864	5,7278E-07	572,8	7,9
28,0	14,0	46,5	0,3011	0,2924	0,2883	5,7658E-07	576,6	4,1

$\bar{\lambda} = 580{,}7\;nm$, $r_m = 1{,}5\%$, $\boldsymbol{\bar{\lambda} = (580{,}7 \pm 8{,}9)\;nm}$ **1 bod**

Mjerenja za zelenu LED:

Δx/cm	x/cm	y/cm	tgα	α/rad	sinα	λ/m	λ/nm	Δλ /nm
16,2	8,1	29,0	0,2793	0,2724	0,2690	5,3803E-07	538,0	-5,6
16,6	8,3	30,0	0,2767	0,2699	0,2666	5,3330E-07	533,3	-0,9
15,8	7,9	28,5	0,2772	0,2704	0,2671	5,3424E-07	534,2	-1,8
16,8	8,4	30,5	0,2754	0,2687	0,2655	5,3105E-07	531,1	1,3
16,6	8,3	30,5	0,2721	0,2657	0,2626	5,2516E-07	525,2	7,2

$\bar{\lambda} = 532{,}4\;nm$, $r_m = 1{,}4\%$, $\boldsymbol{\bar{\lambda} = (532{,}4 \pm 7{,}2)\;nm}$ **1 bod**

Mjerenja za plavu LED:

Δx/cm	x/cm	y/cm	tgα	α/rad	sinα	λ/m	λ/nm	Δλ /nm
13,2	6,6	28,0	0,2357	0,2315	0,2294	4,589E-07	458,9	-1,0
12,9	6,5	27,5	0,2345	0,2304	0,2283	4,567E-07	456,7	1,2
14,0	7,0	29,0	0,2414	0,2368	0,2346	4,693E-07	469,3	-11,4
13,2	6,6	28,5	0,2316	0,2276	0,2256	4,512E-07	451,2	6,7
14,2	7,1	30,5	0,2328	0,2287	0,2267	4,534E-07	453,5	4,4

$\bar{\lambda} = 457{,}9\;nm$, $r_m = 2{,}5\%$, $\boldsymbol{\bar{\lambda} = (457{,}9 \pm 11{,}4)\;nm}$ **2 boda**

Diskusija rezultata mjerenja:

Ogibni maksimumi predstavljaju spektre. Točnost mjerenja ovisi o procjeni mjesta u spektru gdje je najveći intenzitet. Osim toga mjerenje je opterećeno i nepreciznošću očitavanja udaljenosti rešetke i izvora svjetlosti. Očitavaju se udaljenosti između dva simetrična maksimuma, pa je vrlo bitna paralelnost rešetke i letvice s mjernom trakom. Konstanta rešetke je dosta velika, posebno za mjerenja sa diodama koje emitiraju svjetlost većih valnih duljina.

c) $E = hf = h\frac{c}{\lambda}$ **1 bod**

λ/m	$E/10^{-19}$J	E/eV
635,7	3,127	1,95
580,7	3,423	2,14
532,4	3,734	2,33
457,9	4,341	2,71

1 bod

d) Kad je primijenjeni napon na diodi približno jednak naponu praga, struja može teći kroz PN spoj. Za vrijeme rekombinacije elektrona osobađa se energija u obliku fotona energije *hf* koja je približno jednaka širini energijskog procjepa (E_0) između valentne i vodljive vrpce u poluvodiču.

Veza između napona praga i energije fotona:

$$eU_0 = hf + konst$$

Konstanta u prethodnom izrazu sadrži i ovisnost o vrsti materijala od kojeg je napravljen PN spoj, ali je taj udio vrlo mali tako da se zanemaruje. Uzima se da je ova konstanta približno jednaka za svaku od svjetlećih dioda u zadatku.

Uvijek je $eU_0 < hf$. Dio energije elektrona (usljed termičkih pobuđenja) može biti dostatan da nastane foton energije *hf*. Aproksimativno (radi se o vrlo maloj kinetičkoj energiji elektrona) uzimamo da je:

$$eU_0 \approx hf$$

2 boda

3. dio

a) **2 boda**

		LED prijamnik				
		crvena	žuta	zelena	plava	bijela
LED predajnik	crvena	**1,55 V**	0,21 V	0	0	0
	žuta	1,54 V	**1,64 V**	0	0	0
	zelena	1,49 V	1,61 V	**1,69 V**	0	0
	plava	0,54 V	0,46 V	2,09 V	**2,26 V**	0,11 V
	bijela	1,51 V	1,63 V	2,05 V	**2,28 V**	0,38 V

b) Uočava se da LED prijamnik daje najveće napona kada je obasjan svjetlošću valnih duljina približne onima koje i sam emitira.

LED ne emitira svjetlost kad je obasjana svjetlošću većih valnih duljina (manje energije) od svjetlosti koju emitira.

1 bod

c) Dobiveni napon na LED prijamniku ovisi o valnoj duljini upadne svjetlosti i njezinom intenzitetu. Intenzitet svjetlosti je proporcionalan struji, tako da bi se za vrijeme mjerenja trebalo uvjetovati jednaka jakost struje u krugu predajnika.

Pojedine svjetleće diode tek su približno jednakih svjetlosnih jakosti. **1 bod**

d) Istražila se mogućnost uporabe LED-a kao izvora stalnog napona, ali se nije razmatralo može li osvjetljena LED biti i izvor stalne struje. Kako bi se to istražilo bilo bi potebno dodati vanjski otpornik (na primjer promijenjivi) i vidjeti za koju vrijednost otpora je postignuta maksimalna snaga.

Mjerenjem napona i struje u strujnom krugu prijamnika može se prikazati njegova strujno naponska karakteristika.

Maksimalna snaga P_m odgovara najvećoj mogućoj površini pravokutnika koji se može upisati ispod grafa. U točki maksimalne snage vrijednost struje je I_m,a napon je U_m.

Maksimalna snaga je određena njihovim umnoškom: $P_m = I_m U_m$.

Kako se radi o vrlo maloj struji (reda veličina μA) sa danim priborom nije bilo moguće mjeriti struju. Dobivena snaga bila bi reda veličine μW. **2 boda**

e) Strujno naponske karakteristike bijele i plave svjetleće diode su u usporedbi sa karakteristikama ostalih dioda slične. Vrlo blizu im je i napon praga U_0.

Rezultat pokusa:

Prekrijemo plavu LED dijelom papira koji je obojan običnom žutom bojom. Prolazna svjetlost plave svjetleće diode ostaje plava. Ako plava svjetlost diode prolazi kroz fluorescentno žuti dio, prolazna svjetlost izgleda bijela.

Ako se pogleda unutrašnjost kućišta svjetlećih dioda može se uočiti da se kod svih dioda može vidjeti poluvodučki element, jedino kod diode koja emitira bijelu svjetlost se može uočiti nekakav zaslon iznad poluvodičkog elementa, bijelo žućkaste boje.

Pojednostavljeno, naša bijela LED sastavljena je od ˇjednobojne˝ LED (plave) prekrivene materijalom koji mijenja boju svjetlosti kad svjetlost diode prođe kroz taj materijal. Mi vidimo rezultantnu svjetlost kao bijelu.

Ova bijela LED emitira svjetlost na osnovu procesa fluorescencije. **4 bodova**