DRŽAVNI SUSRET I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Trogir, 11. – 14. svibnja 2015.

Srednje škole – 1. grupa

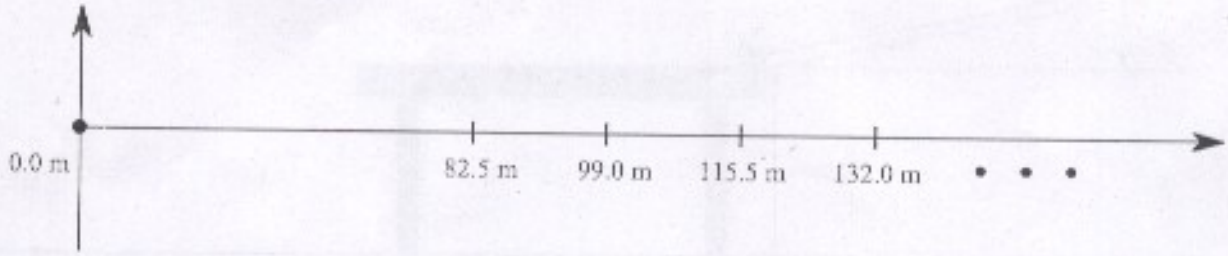
Zadatak 1 (17 bodova)

U ishodištu koordinatnog sustava nalazi se sirena koja svakih 1.6 s ispusti kratki zvučni signal. U početku brod miruje na udaljenosti s_0 od sirene. U trenutku, kada prvi zvučni signal dođe do broda, on se počinje udaljavati od sirene stalnom brzinom. Na slici su označeni uzastopni položaji broda u trenucima detekcije drugog, trećeg, četvrtog i petog zvučnog signala.

a) Izračunajte brzinu broda.

b) Izračunajte početnu udaljenost broda od sirene s_0.

Brzina zvuka iznosi 330 m/s.



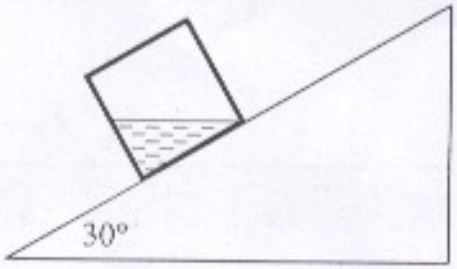
Zadatak 2 (19 bodova)

Šuplja kocka mase 1 kg, zanemarive debljine stijenke i duljine stranice a = 24 cm ispunjena je vodom do razine označene na slici. Kocka miruje na kosini nagiba 30° u odnosu na horizontalu. Koeficijent trenja između kocke i kosine iznosi 0.75. Kocku s vodom treba dovesti u položaj koji je pomaknut za a uz kosinu u odnosu na početni položaj. Izračunajte energiju koju je potrebno utrošiti,

a) ako kocku vrlo polako guramo uz kosinu i

b) ako kocku vrlo polako rotiramo oko jednog njezinog brida.

Gustoća vode je 1000 kg/m^3. Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje g = 10 m/s^2.

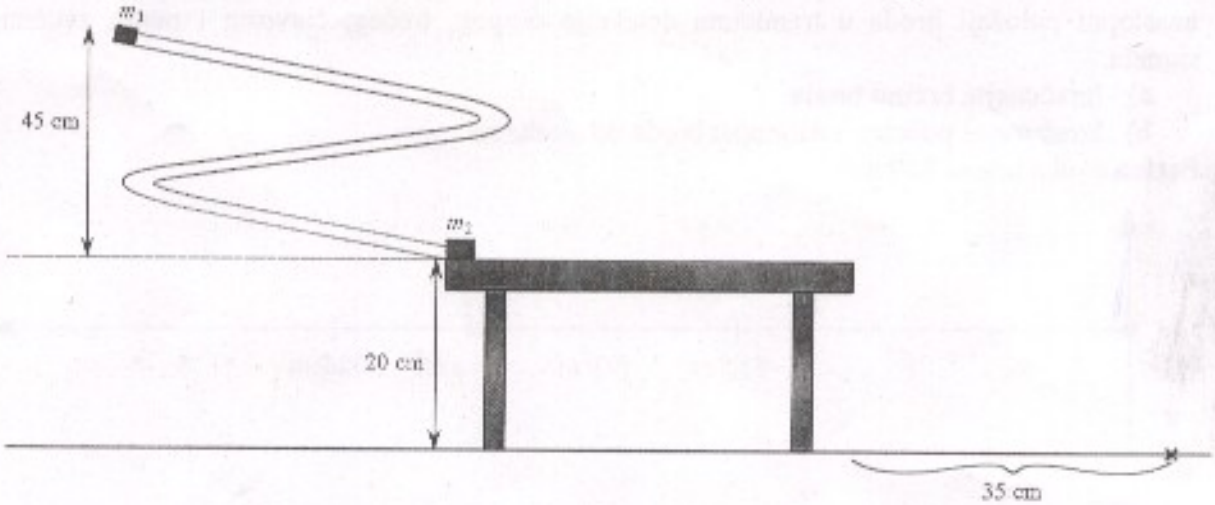


Zadatak 3 (18 bodova)

Malo tijelo mase m_1 pušteno je iz mirovanja s vrha tobogana kao što je prikazano na slici. Tijelo po toboganu klizi bez trenja. Na tobogan se nastavlja horizontalni stol na čijem početku miruje tijelo mase m_2. Tijelo mase m_1 nalijeće na tijelo mase m_2 te se s njim savršeno elastično sudara. Nakon gibanja po horizontalnom stolu duljine 37.5 cm tijelo mase m_2 pada na tlo u točku udaljenu 35 cm od ruba stola. Omjer masa je $m_1:m_2 = 1:2$. Uzmite da je gravitacijsko ubrzanje $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$. Zanemarite dimenzije tijela m_1 i m_2.

a) Postoji li na stolu trenje? Ako da, izračunajte koeficijent trenja.

b) Izračunajte na kojoj udaljenosti od ruba stola će tijelo mase m_1 pasti na tlo.



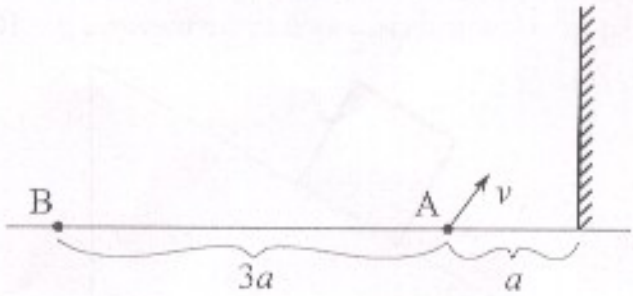
Zadatak 4 (16 bodova)

Malo tijelo izbačeno je iz točke A brzinom v prema vertikalnom zidu od kojeg se savršeno elastično odbija. Udaljenost točke A od zida je $a = 2$ m. Izračunajte:

a) minimalnu brzinu v takvu da tijelo padne na tlo u točki B,

b) visinu na kojoj malo tijelo udari o zid i

c) maksimalnu visinu koju malo tijelo postigne za vrijeme leta te horizontalnu udaljenost od zida u istom trenutku.

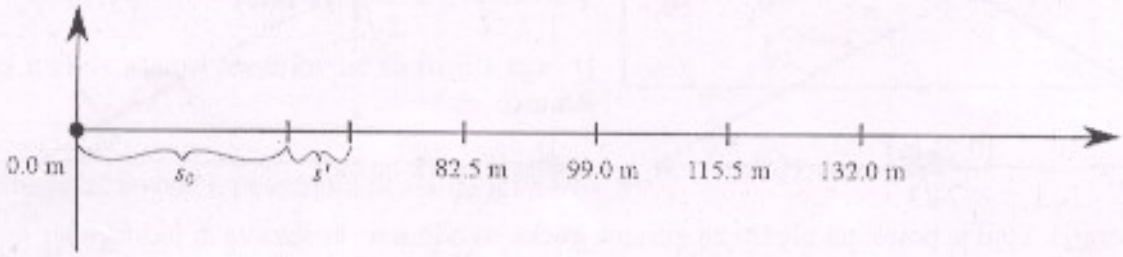


DRŽAVNI SUSRET I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Trogir, 11. – 14. svibnja 2015.

Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (17 bodova)

U početku brod miruje na udaljenosti s_0 od sirene. U trenutku, kada detektira prvi zvučni signal, brod se počinje gibati stalnom brzinom v te je do trenutka, kada sirena emitira drugi zvučni signal, prešao put s'.



Možemo napisati sljedeću jednadžbu:

$s_0 + s' + vt_2 = ct_2 = 82.5\ \text{m}$, **(2 boda)**

gdje je c brzina zvuka, a t_2 vrijeme od emitiranja do detekcije drugog signala.

$t_2 = \dfrac{82.5\ \text{m}}{c} = \dfrac{82.5\ \text{m}}{330\ \text{m/s}} = 0.25\ \text{s}$ **(1 bod)**

U trenutku, u kojem sirena odašilje treći zvučni signal, brod se nalazi na položaju:

$s_0 + s' + vT$, **(1 bod)**

gdje je $T = 1.6$ s. Možemo napisati sljedeću jednadžbu:

$s_0 + s' + vT + vt_3 = ct_3 = 99\ \text{m}$, **(2 boda)**

gdje je t_3 vrijeme od emitiranja do detekcije trećeg signala.

$t_3 = \dfrac{99\ \text{m}}{c} = \dfrac{99\ \text{m}}{330\ \text{m/s}} = 0.3\ \text{s}$ **(1 boda)**

Uvrštavanjem vremena t_2 i t_3 dobivaju se sljedeće jednadžbe:

$s_0 + s' + v(0.25\ \text{s}) = 82.5\ \text{m}$

$s_0 + s' + v(1.6\ \text{s}) + v(0.3\ \text{s}) = 99\ \text{m}$

Oduzimanjem prve jednadžbe od druge dobije se brzina broda:

$v(1.65\ \text{s}) = 16.5\ \text{m} \Rightarrow v = \dfrac{16.5\ \text{m}}{1.65\ \text{s}} = 10\ \text{m/s}$ **(3 boda)**

Za početni položaj broda s_0 i s' vrijedi:

$s_0 = ct'$, $s' = v(T - t')$ **(2 boda)**

Uvrštavanjem u početnu jednadžbu dobije se:

$ct' + v(T - t') + vt_2 = 82.5\ \text{m}$

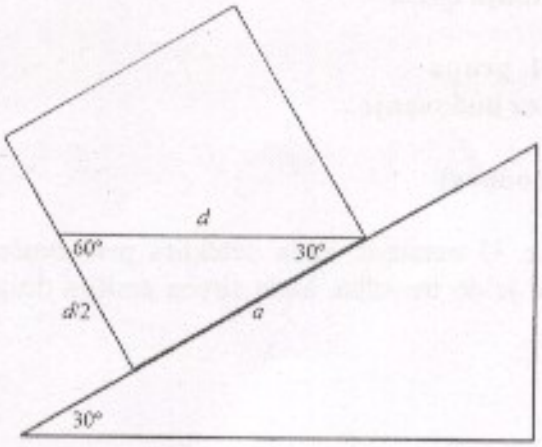
$(c - v)t' = 82.5\ \text{m} - v(T + t_2)$

$(320\ \text{m/s})t' = 82.5\ \text{m} - (10\ \text{m/s})(1.85\ \text{s})$

$t' = \dfrac{64\ \text{m}}{320\ \text{m/s}} = 0.2\ \text{s}$

Slijedi da je početni položaj broda $s_0 = ct' = (330\ \text{m/s})(0.2\ \text{s}) = 66\ \text{m}$. **(4 boda)**

Zadatak 2 (19 bodova)



Masa vode u kocki jednaka je $m_{vode} = \rho V$, gdje je volumen vode jednak $V = Pa$, a P je površina trokuta. Sa slike se može vidjeti da je hipotenuza trokuta d jednaka:

$$a = \frac{\sqrt{3}}{2} d \;\Rightarrow\; d = \frac{2a}{\sqrt{3}} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Pa je površina trokuta jednaka:

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{2} \cdot a = \frac{a^2}{2\sqrt{3}} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Iz čega slijedi da su volumen i masa vode u kocki jednaki:

$$V = \frac{a^3}{2\sqrt{3}} = \frac{(0.24\,\text{m})^3}{2\sqrt{3}} = 4 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3,\; m_{vode} = \rho V = 4\,\text{kg} \quad \textbf{(2 boda)}$$

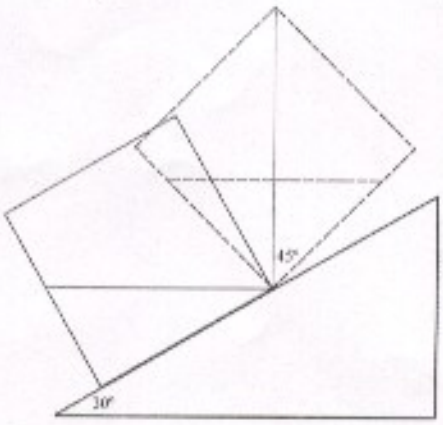
Energija, koju je potrebno uložiti za guranje kocke s vodom uz kosinu za a, jednaka je:

$W = mg\Delta h + W_{TR}$, **(1 bod)**

gdje je prvi član promjena potencijalne energije radi podizanja težišta sustava kocka + voda, a drugi član je rad sile trenja. Slijedi:

$$m = m_{kocke} + m_{vode} = 5\,\text{kg},\; \Delta h = \frac{a}{2},\; W_{TR} = F_{TR} a = \mu \frac{\sqrt{3}}{2} mga \quad \textbf{(3 boda)}$$

$$W = \frac{mga}{2}\left(1 + \mu\sqrt{3}\right) = \frac{(5\,\text{kg}) \cdot (10\,\text{m/s}^2) \cdot (0.24\,\text{m})}{2}\left(1 + 0.75 \cdot \sqrt{3}\right) = 13.8\,\text{J} \quad \textbf{(1 bod)}$$



Ako kocku rotiramo oko brida, energija koju treba utrošiti jednaka je promjeni potencijalne energije kocke i vode iz početnog položaja u položaj u kojem se težište nalazi na najvećoj visini (prikazan isprekidanom linijom na slici) **(1 bod)**. Dakle, potrebno je odrediti promjenu visine težišta kocke i vode. Visinu, na kojoj se nalazi težište, određujemo u odnosu na točku O.

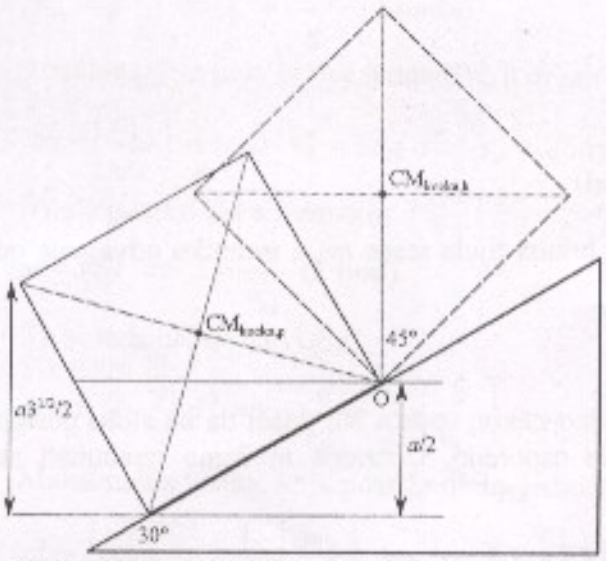
Visina težišta kocke u početnom položaju je:

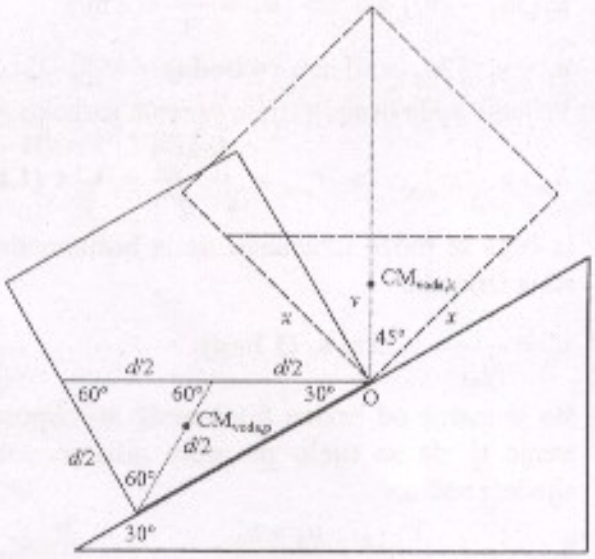
$$h_{kocka,p} = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a - \frac{a}{2}\right) = \frac{a}{4}\left(\sqrt{3} - 1\right) = 4.4\,\text{cm} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Visina težišta kocke u konačnom položaju je:

$$h_{kocka,k} = \frac{D}{2} = \frac{\sqrt{2}a}{2} = 17\,\text{cm} \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$\Delta h_{kocka,k} = h_{kocka,k} - h_{kocka,p} = (17 - 4.4)\,\text{cm} = 12.6\,\text{cm}$$





Visina težišta vode u početnom položaju je:

$$h_{vode,p} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{d}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{a}{\sqrt{3}} = -\frac{a}{6} = -4\text{ cm}$$ **(2 boda)**

Visina težišta vode u konačnom položaju je:

$$P_p = P_k \;\Rightarrow\; \frac{a^2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2}x^2 \;\Rightarrow\; x = \frac{a}{\sqrt{\sqrt{3}}},\; y = \frac{1}{\sqrt{2}}x = \frac{a}{\sqrt{2\sqrt{3}}}$$ **(2 boda)**

$$h_{vode,k} = \frac{2}{3}y = \frac{2}{3}\frac{a}{\sqrt{2\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{2}a}{3\sqrt{\sqrt{3}}} = 8.6\text{ cm}$$ **(1 bod)**

$$\Delta h_{vode,k} = h_{vode,k} - h_{vode,p} = (8.6-(-4))\text{cm} = 12.6\text{ cm}$$

Energija potrebna za rotaciju kocke jednaka je:

$$W = m_{kocke}g\Delta h_{kocke} + m_{vode}g\Delta h_{vode} = 6.3\text{ J}$$ **(2 boda)**

Zadatak 3 (18 bodova)

Najprije treba izračunati iznos i smjer brzine pojedinog tijela nakon sudara. Brzina tijela mase m_1 neposredno prije sudara dobije se pomoću zakona očuvanja energije:

$$m_1 g h_{istogan} = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 \;\Rightarrow\; v_1 = \sqrt{2gh_{istogan}} = 3\text{ m/s}$$ **(2 boda)**

Za elastični sudar tijela mase m_1 i m_2 vrijedi zakon očuvanja količine gibanja i zakon očuvanja energije:

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$ **(1 bod)**

$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 = \frac{1}{2}m_1 u_1^2 + \frac{1}{2}m_2 u_2^2$$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem $m_2 = 2m_1$ dobije se:

$$v_1 = u_1 + 2u_2$$

$$v_1^2 = u_1^2 + 2u_2^2$$

Iz prve jednadžbe izrazimo $u_1 = v_1 - 2u_2$ i uvrstimo u drugu:

$$v_1^2 = (v_1 - 2u_2)^2 + 2u_2^2 = v_1^2 - 4v_1u_2 + 4u_2^2 + 2u_2^2$$

$$3u_2^2 - 2v_1u_2 = 0$$

$$u_2(3u_2 - 2v_1) = 0 \Rightarrow u_2 = \frac{2v_1}{3} = 2\,\text{m/s}$$

$u_1 = v_1 - 2u_2 = -1\,\text{m/s}$ **(4 boda)**

Vrijeme pada drugog tijela sa stola jednako je:

$$h_{stol} = \frac{1}{2} g t_{pad}^2 \Rightarrow t_{pad} = \sqrt{\frac{2h_{stol}}{g}} = 0.2\,\text{s}$$ **(1 bod)**

Iz čega se može izračunati da je horizontalna brzina tijela mase m_2 u trenutku odvajanje od stola iznosila:

$$u_2' = \frac{l_2}{t_{pad}} = 1.75\,\text{m/s},$$ **(1 bod)**

što je manje od brzine tijela mase m_2 neposredno nakon sudara što znači da na stolu postoji trenje tj. da se tijelo po stolu giba jednoliko usporeno. Ubrzanje možemo izračunati na sljedeći način:

$$l_{stol} = u_2 t - \frac{1}{2} a t^2 = \frac{u_2 + u_2'}{2} t \Rightarrow t = \frac{2l_{stol}}{u_2 + u'} = 0.2\,\text{s}$$

$$u_2' = u_2 - at \Rightarrow a = \frac{u_2 - u_2'}{t} = 1.25\,\text{m/s}^2$$ **(3 boda)**

Koeficijent trenja izračunamo pomoću 2. Newtonovog zakona:

$$m_2 a = F_{TR} = \mu m_2 g \Rightarrow \mu = \frac{a}{g} = 0.125$$ **(2 boda)**

Tijelo mase m_1 će se nakon sudara gibati uz tobogan na kojem će se na određenom mjestu zaustaviti te krenuti ponovo niz tobogan. S obzirom da na toboganu nema trenja, tijelo mase m_1 će u podnožju tobogana imati brzinu po iznosu jednaku onoj koju je imalo neposredno nakon sudara i gibat će se prema desno. Na tijelo mase m_1 također djeluje sila trenja za vrijeme gibanja po stolu te trebamo odrediti brzinu tijela mase m_1 na rubu stola.

$$l_{stol} = \frac{u_1 + u_1'}{2} t \Rightarrow t = \frac{2l_{stol}}{u_1 + u_1'}$$

$$u_1' = u_1 - at = u_1 - a\frac{2l_{stol}}{u_1 + u_1'}$$

$$u_1' u_1 + u_1'^2 = u_1^2 + u_1' u_1 - a 2l_{stol}$$

$$u_1'^2 = u_1^2 - a 2l_{stol} = 1 - 0.9375\,\text{m}^2/\text{s}^2 = 0.0625\,\text{m}^2/\text{s}^2 \Rightarrow u_1' = 0.25\,\text{m/s}$$ **(2 boda)**

Tijelo mase m_1 će pasti na tlo na udaljenosti od ruba stola:

$l_1 = u_1' t_{pad} = 5\,\text{cm}$ **(1 bod)**

Zadatak 4 (16 bodova)

Za određenu brzinu v tijelo postiže maksimalan domet, ako je ispaljeno pod kutom 45° **(1 bod)**. Nakon odbijanja od zida horizontalna komponenta brzine promijeni smjer dok je vertikalna komponenta brzine nepromijenjena **(1 bod)**. Gibanje malog tijela ekvivalentno je kosom hicu sa smjerom početne brzine 45° u odnosu na horizontalu i dometom $5a$ **(1 bod)**. Možemo napisati sljedeće jednadžbe:

$$v_{0x} = \frac{1}{\sqrt{2}} v_0,\ v_{0y} = \frac{1}{\sqrt{2}} v_0$$ **(2 boda)**

$5a = v_{0x} T$ **(1 bod)**

$$v_{0y} = g\frac{T}{2} \Rightarrow T = \frac{2v_{0y}}{g}$$ **(2 boda)**

Uvrštavanjem prve i treće jednadžbe u drugu dobije se:

$$5a = \left(\frac{v_0}{\sqrt{2}}\right)^2 \frac{2}{g} \Rightarrow v_0^2 = 5ag \Rightarrow v_0 = \sqrt{5ag} = 10\,\text{m/s}$$ **(2 boda)**

Tijelo udari o zid u trenutku:

$$a = v_{0x}t \Rightarrow t = \frac{a}{v_{0x}}$$ **(1 bod)**

Te se tada nalazi na visini:

$$h = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_{0y}\frac{a}{v_{0x}} - \frac{1}{2}g\left(\frac{a}{v_{0x}}\right)^2 = a - \frac{ga^2}{v_0^2} = 1.6\,\text{m}$$ **(2 boda)**

Maksimalna visina, koju postiže tijelo, jednaka je:

$$H = \frac{1}{2}g\left(\frac{T}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}g\left(\frac{v_{0y}}{g}\right)^2 = \frac{v_0^2}{4g} = 2.5\,\text{m}$$ **(2 boda)**

Horizontalna udaljenost od zida u tom trenutku jednaka je $4a - 2.5a = 1.5a = 3$ m **(1 bod)**

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Trogir, 11. – 14. svibnja 2015.

Srednje škole – 1. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Određivanje nepoznate mase

Zadatak

- Odrediti masu drvene kocke

Pribor

- Drvena kugla mase $m_1 = 80$ g
- Drvena kocka nepoznate mase m_2
- Konac
- Mjerna vrpca
- Stativni pribor (stalak, dvije šipke i stegač-koljeno)

U sklopu zadatka treba:

1. Objasniti fizikalne osnove (model) za rješenje zadatka i opisati precizno uz skice koje veličine i kako ćete mjeriti (14 bodova)
2. Napraviti najmanje 10 mjerenja i podatke prikazati tabelarno (10 bodova)
3. Provesti račun pogreške za m_2 (6 bodova)

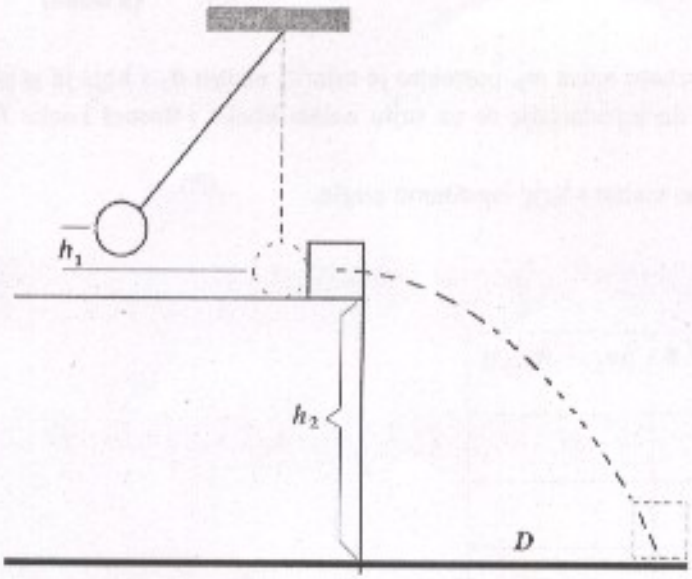
Ukupno eksperimentalni zadatak 30 bodova

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Trogir, 11. – 14. svibnja 2015.

Srednje škole – 1. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK - RJEŠENJE



(2 boda)

Zadatak ćemo riješiti koristeći se **elastičnim sudarom kugle i kocke**. U tu svrhu složimo pribor kao što je prikazano na slici. Kocku stavimo na rub stola na visinu h_2 iznad poda, a kuglu objesimo tako da točno dodiruje kocku na sredini kad je kugla u ravnotežnom položaju. Povučemo kuglu u stranu tako da se podigne na visinu h_1 u odnosu na ravnotežni položaj i pustimo je da se sudari s kockom. Nakon elastičnog sudara kocka dobije brzinu v_2'. Njezin nastavak gibanja možemo shvatiti kao horizontalni hitac s početnom brzinom v_2'. **(2 boda)**

Sudar je elastičan pa vrijedi zakon očuvanja količine gibanja:

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \qquad (1) \qquad \textbf{(1 bod)}$$

i zakon očuvanja kinetičke energije:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}, \qquad (2) \qquad \textbf{(1 bod)}$$

gdje je v_1 brzina kugle neposredno prije sudara, v_1' i v_2' su brzine kugle i kocke neposredno poslije sudara, m_1 = 80 g je masa kugle i m_2 je nepoznata masa kocke.

Iz sustava jednadžbi (1) i (2) dobit ćemo izraz za nepoznatu masu kocke m_2 tako da iz jednadžbe (1) izrazimo brzinu v_1' ($v_1' = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2'}{m_1}$) i uvrstimo u jednadžbu (2) pa dobijemo: **(1 bod)**

$m_1 v_1^2 = m_1 \left(\frac{m_1 v_1 - m_2 v_2'}{m_1} \right)^2 + m_2 v_2'$. Sređivanjem se iz ove jednadžbe dobije: **(1 bod)**

$$m_2 = m_1 \left(\frac{2v_1}{v_2'} - 1 \right) \qquad (3) \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Brzinu kugle v_1 izrazimo iz zakona očuvanja energije: $\frac{m v_1^2}{2} = mgh \quad \Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{2gh}$. **(1 bod)**

Brzinu kocke v_2' odredit ćemo iz parametara njezinog gibanja nakon sudara (horizontalni hitac). Ako je visina kocke od podnožja stola h_2 i ako kocka od podnožja stola padne na udaljenost D, onda iz izraza za domet pri horizontalnom hicu $D = v_2' \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$ dobijemo $v_2' = D\sqrt{\frac{g}{2h_2}}$. Uvrštavanjem izraza za v_1 i v_2' u jednadžbu (3) konačno se dobije: **(1 bod)**

$$m_2 = m_1\left(\frac{4\sqrt{h_1 h_2}}{D} - 1\right) \qquad (4)$$ **(3 boda)**

Da bi koristeći jednadžbu (4) odredili nepoznatu masu m_2, potrebno je mjeriti **visinu** h_1 s koje je prije sudara ispuštena kugla, **visinu** h_2 od poda do mjesta gdje se na stolu nalazi kocka i **domet** kocke D nakon sudara.

Uvjete mjerenja variramo tako da mijenjamo visinu s koje ispuštamo kuglu.

Podatke prikažemo tabelarno

Tablica

Br. mjerenja	h_1 / m	h_1 / m	D / m	m_2 / g	$\lvert m_{2i} - \overline{m}_2 \rvert$ / g
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					
8.					
9.					
10.					

(10 bodova)

Na kraju izračunamo provedemo jednostavni račun pogreške:

Srednja vrijednost mase m_2: $\overline{m}_2 = \frac{\sum m_{2i}}{n}$ n je broj mjerenja

Maksimalna apsolutna pogreška: $\lvert \Delta m_2 \rvert_{max} = \lvert m_{2i} - \overline{m}_2 \rvert_{max}$

Relativna pogreška: $\Delta r = \frac{\lvert \Delta m_2 \rvert_{max}}{\overline{m}_2} \cdot 100\%$

Rezultat: $m_2 = \left(\overline{m}_2 \pm \lvert \Delta m_2 \rvert_{max}\right)$ g **(6 bodova)**