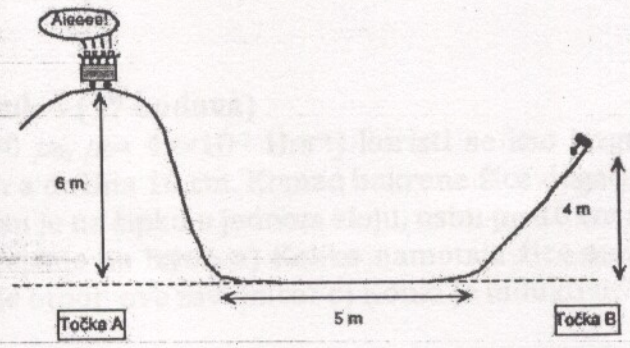
DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE

Korčula, 13.-16. svibnja 2012.

Srednje škole – 3. skupina

Zadatak 1 (18 bodova)

"Put strave" u jednom poznatom luna-parku sastoji se od kolica u kojima je smješteno 4 ljudi koja se gibaju po vrlo brzoj i brdovitoj stazi. Na slici je prikazan jedan dio staze. U jednom trenutku doslo je do prekida opskrbe električnom energijom. U tom trenutku jedna od kolica približavala su se točki A brzinom 0.5 m/s.



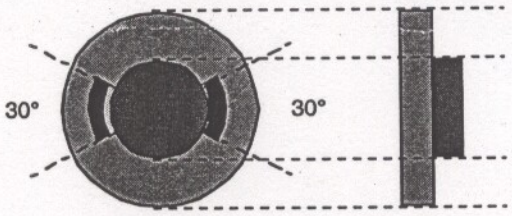
a) Ukoliko nije povučena kočnica za opasnost, kojom brzinom će kolica udariti u zaustavnik koji se nalazi na točki B?

Na kolicima se nalaze *tračne kočnice*, koje pritišću glavčinu čiji promjer je dvostruko manji od promjera kotača. Svaka kočnica prtišće luk od 30° glavčine (slika). Debljina glavčine jednaka je debljini kotača. Statički koeficijent trenja između čeličnih kotača i čeličnih tračnica je 0.78, a dinamički je 0.42. Pretpostavite da je otprilike 3 mm tračnice u kontaktu s kotačem.

b) Na dnu prvog brda uključene su kočnice koje djeluju radijalno na obje strane kotača. Ukoliko je statički koeficijent trenja kočnica 0.85, a dinamički 0.65, kolika je optimalna sila koja se mora primijeniti na pakne kočnica da bi sila kočenja bila maksimalna?

c) Na koju visinu na drugom brdu će se popeti kolica, ukoliko su uključene kočnice (s konstantnom optimalnom silom)?

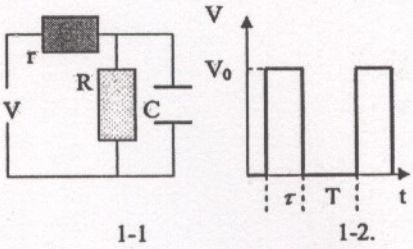
d) Ukoliko su kočnice uključene, hoće li se kolica vraćati natrag niz brdo?



Masa kolica je m, masa kotača je jednaka masi glavčine i svaka iznosi M. Možete pretpostaviti da je $M<<m$.

Zadatak 2 (18 bodova)

Izvor izmjeničnog napona u krugu na slici 1-1 proizvodi signal koji je prikazan na slici 1-2. Vrijednosti r, R, C, V_0, τ i T su poznate. Napon na kondenzatoru vrlo malo se mijenja za vrijeme jednog perioda. Izračunajte napon na kondenzatoru nakon velikog broja perioda.



1-1 1-2.

Zadatak 3 (17 bodova)

Ukoliko se kružna petlja načinjena od lanca vrti velikom brzinom, ona se može kotrljati po zemlji poput koluta, bez proklizavanja ili urušavanja. Razmotrite lanac jednolike linearne gustoće μ, čiji centar mase se giba udesno velikom brzinom v_0. a) Izračuajte napetost u lancu pomoću μ i v_0. b) ukoliko petlja prijeđe preko izbočine (kvrge), rezultirajuća deformacija lanca izaziva propagaciju dva transverzalna pulsa uzduž lanca, jedan u smjeru kazaljke na satu, drugi u

suprotnom. Kolika je brzina ovih pulseva? c) Kroz koliki kut prijeđe svaki puls za vrijeme koje potrebno lancu da bi napravio jedan ophod?
Uputa: za male kutove možete koristiti aproksimaciju $\sin\theta \approx \theta, \cos\theta \approx 1$.

Zadatak 4 (17 bodova)

Šipka od mekog željeza (μ_m = 800 μ_0, μ_0= $4\pi\times10^{-7}$ Hm^{-1}) koristi se kao jezgra zavojnice. Promjer šipke je 24 mm a dužina 10 cm. Komad bakrene žice dugačak 10 m i promjera 0.644 mm namotan je na šipku u jednom sloju, osim po 10 cm sa svakog kraja žice koji služe za spajanje na izvor. a) Koliko namotaja žice može biti namotano na šipku? b) Koliki je otpor ove zavojnice? c) Koliki je induktivit?

RJEŠENJA:

Zadatak 1 (18 bodova)

a) Iz zakona očuvanja energije dobivamo:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(0.5)^2 + mg(6-4)$$

v= 6.3 m/s **[2 boda]**

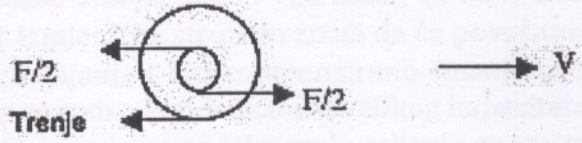
b) Ideja je zaustaviti kolica upotrebom statičkog trenja, budući da su koeficijenti statičkog trenja veći od dinamičkih, pa će samim time i sila biti veća. Naravno, nešto mora klizati (kolica se ne mogu zaustaviti na mjestu), no – budući da je koeficijent dinamičkog trenja između kotača i tračnice manji od koeficijenta trenja između kočnice i kotača, želimo izbjeći proklizavanje kotača (jer će to dati najmanju silu). **[1 bod]**

U slučaju predmeta mase m koji leži na ravnoj podlozi, gdje je koeficijent statičkog trenja μ, maksimalna sila koju možemo primijeniti a da se predmet još ne giba je $F_{max} = F_{tr} = \mu mg$.

No, situacija je drugačija za predmet koji se kotrlja. Za početak, on ne miruje nego se giba. Pitanje je koju silu treba primijeniti?

Želimo situaciju u kojoj se kolica i dalje kotrljaju, tj. $V(t) = \omega(t)R$, a ne da proklizavaju. **[1 bod]**

Dvije sile djeluju na kotač – svaka iznosa F/2 – koje djeluju u različitim smjerovima. **[1 bod]**



Moramo analizirati linearno i kotrljajuće gibanje (oko osi) dok su uključene kočnice, znajući da počinjemo s kolicima koja se kotrljaju (m je masa kolica, M je masa kotača, I je moment tromosti, F je primijenjena sila, R je polumjer kotača i μ je koeficijent statičkog trenja između kotača i tračnice).

$$ma = -\mu mg$$

$$I\alpha = \mu mgR - FR.$$

[2 boda]

Iz ovoga dobivamo:

$$v(t) = v_0 + at = v_0 - \mu gt$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t = \omega_0 - \frac{F/2 \cdot Rt}{I} + \frac{\mu mgRt}{I}.$$

[1 bod]

U početnom trenutku t = 0, očito je $v_0 = \omega_0 R$, ali da bismo se osigurali da vrijedi i u kasnijim trenucima, nužno je da vrijedi:

$$\mu g = \left(\frac{F/2 \cdot R}{I} - \frac{\mu mgR}{I}\right)R$$

[2 boda]

Moment tromosti dolazi od cijelog kotača, tj. od 2 cilindra, jednog s polumjerom R i drugog s polumjerom $R/2$.

Dakle, $I = \frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{2}M\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{5}{8}MR^2.$

[1 bod]

$$\frac{F}{2} = \frac{5}{8}\mu Mg + \frac{8}{5}\mu mg = \frac{8}{5}(0.78)mg$$

[2 boda]

To je sila koju osječa kotač, stvarna primijenjena sila je

$F = F_a(0.65)$ (kočnice moraju proklizavati) **[2 boda]**

Time dolazimo do vrijednosti primijenjene sile

$F_a = 2 \cdot 18.8m = 38m$. **[1 bod]**

Opaska: Najčešća greška kod rješavanja ovog zadatka je pretpostavka $F = 2\mu mg$, što je manje od gore napisanog. Uvrštavanjem toga u gornje jednadžbe proizlazi $V(t) \neq \omega(t)R$, pa se čini da kolia ne mogu priklizavati. No, što se uistinu dešava? Sila trenja je $F_{tr} \leq \mu mg$, i ona će se automatski prilagođavati prema manjem iznosu tako da kolica ne prokližu. Gornja sila je maksimalna koja se može primijeniti a da kolica ne počinju prolizavati.

c) Gornja sila obavlja rad $(W = F_a d)$ s ciljem usporavanja kolica. Kolica na početku imaju energiju $\frac{1}{2}m(0.5)^2 + mg \cdot 6$. Nakon udaljenosti d, kolica će stati. U ovom slučaju d je 1.6 m. Dakle, kolica neće dospjeti do kraja brda. **[1 bod]**

d) Da bi kolica stajala na uzbrdici, morala bi biti u statičkoj ravnoteži. Iz slike vidimo da će to biti ispunjeno kada je $mg\sin\theta \leq 0.78mg\cos\theta$, odnosno $\theta \leq 38°$. Procjenjujući sa slike, to nije ispunjeno i kolica će pasti unatrag. **[1 bod]**

Zadatak 2 (18 bodova)

Kada krug postigne ravnotežno stanje, napon V_C i naboj q_C na kondenzatoru se više neće mijenjati. Za izvor izmjenične struje to znači da će povečanje naboja Δq u kondenzatoru za vrijeme nabijanja τ biti kompenzirano smanjenjem naboja za vrijeme izbijanja. Očito je da se radi o kondenzatoru velikog kapaciteta. **[3 boda]**

U skladu sa zadatkom, struja kroz krug se jako malo mijenja za vrijeme procesa nabijanja, i može se računati kao srednja vrijednost:

$$I_1 = \frac{\Delta q_0}{\tau}$$ **[3boda]**

Napon na kondenzatoru za vrijeme nabijanja tada je dan s:

$$V_C = I_R R = \frac{\Delta q_R}{\tau} R,$$ **[2 boda]**

$$V_C = V_0 - \frac{\Delta q_0}{\tau} r = V_0 - r\left(\frac{\Delta q_R}{\tau} + \frac{\Delta q}{\tau}\right) = V_0 - V_C \frac{r}{R} - r\frac{\Delta q}{\tau}.$$ **[3 boda]**

Uz pretpostavku da za vrijeme izbijanja T ne dolazi do «curenja» struje kroz izvor, naboj iz kondenzatora «curi» kroz drugi otpornik otpora R, s prosječnom strujom I_2:

$$I_2 = \frac{\Delta q}{T}$$ **[2 boda]**

Napon na kondenzatoru prilikom izbijanja dan je s:

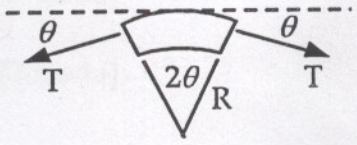
$$V_C = \frac{\Delta q}{T} R$$ **[3 boda]**

Kombiniranjem jednadžbi za V_C dobiva se izraz za napon:

$$V_C = V_0 \frac{R\tau}{R\tau + rT + r\tau}.$$ **[2 boda]**

Zadatak 3 (17 bodova)

a) Razmotrimo maleni dio lanca na vrhu petlje. Dijagram sila je prikazan na slici. Njegova duljina je $s = R(2\theta)$ a masa $\mu R2\theta$. **[3 boda]**



U referentnom sustavu središta petlje, Newtonov drugi zakon je:

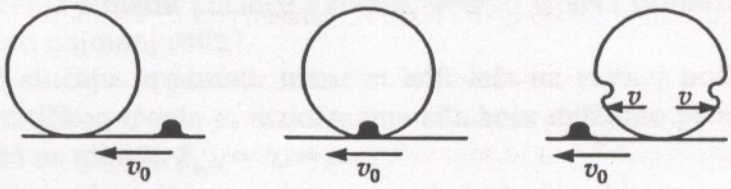
$$\sum F_y = ma_y \quad 2T\sin\theta \downarrow = \frac{mv_0^2}{R} \downarrow = \frac{\mu R 2\theta v_0^2}{R}$$ **[3 boda]**

za vrlo kratak dio lanca vrijedi $\sin\theta = \theta$, pa je $T = \mu v_0^2$ **[3 boda]**

b) Brzina vala je $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = v_0$.

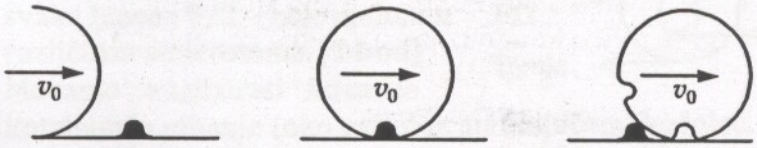
[2 boda]

c) U referentnom sustavu središta petlje, svaki puls giba se jednakom brzinom u smjeru kazaljke na satu i smjeru suprotnom kazaljci na satu.



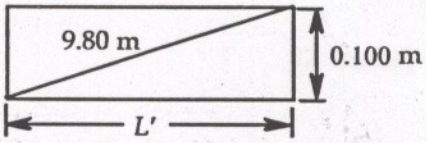
[2 boda]

U sustavu zemlje, jedan puls se kreće unatrag brzinom $v_0 + v = 2v_0$ a drugi unaprijed brzinom $v_0 - v = 0$. Jedan puls će napraviti dva ophoda dok pelja učini jedan, a drugi puls se ne miče po petlji. Ukoliko je stvoren na dnu petlje (slika) tamo će i ostati. **[4 boda]**



Zadatak 4 (17 bodova)

a) Kada je razmotana, žica čini dijagnolu pravokutnika stranice 10 cm, kao što je prikazano na slici. Duljina ovog pravokutnika je



$$L' = \sqrt{(9.8\,\text{m})^2 - (0.1\,\text{m})^2}.$$ **[3 boda]**

Prosječan opseg svakog namotaja je $C = 2\pi r'$, gdje je $r' = \frac{24 + 0.644}{2}$ mm prosječan polumjer svakog namota. **[3 boda]**

Broj namotaja tada je:

$$N = \frac{L'}{C} = \frac{\sqrt{9.8^2 - 0.1^2}}{2\pi\left[(24 + 0.644)/2\right] \times 10^{-3}} = 127$$ **[3 boda]**

b) $$R = \frac{\rho l}{A} = \frac{(1.7 \times 10^{-8}\,\Omega\cdot\text{m})(10\,\text{m})}{\pi(0.322 \times 10^{-3}\,\text{m})^2} = 0.522\,\Omega$$

[2 boda]

c) $$L = \frac{\mu N^2 A}{l'} = \frac{800\mu_0}{l'}\left(\frac{L'}{C}\right)\pi(r')^2$$ **[2 boda]**

$$L = \frac{800(4\pi \times 10^{-7})}{0.1}\left(\frac{\sqrt{9.8^2 - 0.1^2}}{\pi(24 + 0.644) \times 10^{-3}}\right)\pi\left[\left(\frac{24 + 0.644}{2}\right) \times 10^{-3}\right]^2$$ **[2 boda]**

$$L = 7.68 \times 10^{-2}\,\text{H} = 76.8\,\text{mH}$$ **[2 boda]**

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Korčula, 13. - 16. svibnja 2012.

srednje škole - 3. grupa

EKSPERIMENTALNI ZADATAK

Pribor: Loptica s ubodenim čavlom (molim da ne vadite čavao iz loptice). List milimetarskog papira. Kao zaporni sat (štopericu) možete koristiti mobitel.

Zadatak: Naći kolika je masa loptice (bez čavla).
Opisati mjerenja.
Izračunati pogreške mjerenja (samo podataka dobivenih mjerenjem, ne treba izračunati pogrešku konačnog rezultata).
Duljina čavla je 3,2 cm, a masa 2,36 g.

Napomena: Moment tromosti loptice kroz os koja prolazi središtem loptice je (bez čavla):

$$I_L = \frac{2}{3} M_L R^2$$

M je masa loptice, a R polumjer loptice.
Moment tromosti kroz os koja prolazi kroz središte čavla okomito na čavao je (bez loptice):

$$I_\check{c} = \frac{1}{12} m_\check{c} l^2$$

Želimo vam puno uspjeha u rješavanju.

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Korčula, 13. - 16. svibnja 2012.

srednje škole - 3. grupa

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATKA

Kada lopticu stavimo na stol ona će se postaviti tako da je glavica čavla leži na stolu zato jer težište loptice zbog čavla više nije u centru loptice. Pomaknemo li lopticu iz tog položaja i pustimo je ona će izvoditi periodičko gibanje. Potrebno je izmjeriti period gibanja. Zbog prigušenja loptica će načiniti manji broj titraja. Može se, recimo, izmjeriti vrijeme 5 njihaja (2,5 titraja). Treba voditi računa da kut otklona ne bude prevelik (kut od otprilike 60° stupnjeva neće načiniti preveliku grešku s obzirom na preciznost mjerenja vremena). Možete pustiti lopticu da titra i onda nakon nekoliko titraja početi mjeriti kada kut otklona bude manji.

Primjer mjerenja:

t/s	T/s	ΔT/s
2,37	0,95	0,00
2,26	0,90	0,05
2,35	0,94	0,01
2,45	0,98	0,03
2,28	0,91	0,04
2,34	0,94	0,01
2,42	0,97	0,02
2,42	0,97	0,02
2,42	0,97	0,02
2,46	0,98	0,03
	0,95	0,05

N – broj mjerenja, t – vrijeme 2,5 titraja, T – period titranja, ΔT – odstupanje izmjerenog perioda od prosječne vrijednosti

Prosječna vrijednost perioda je:

$\overline{T} = 0{,}95s$

Rezultat treba prikazati:

$T = (0{,}95 \pm 0{,}05)s$

Relativna pogreška: 4,9 %

(opis mjerenja **1 bod**, mjerenje **2 boda**, preciznost mjerenja **2 boda**, izračun pogrešaka **1 bod**)

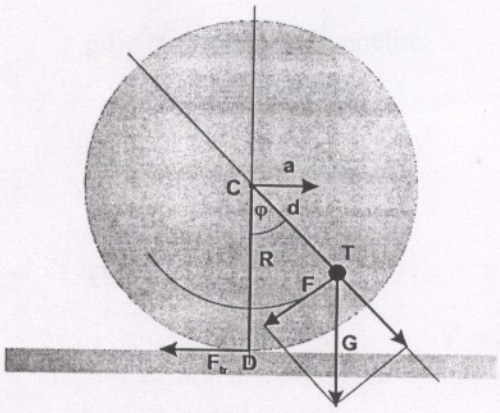
Za izračun mase loptice potreban nam je polumjer loptice. Na milimetarskom papiru potrebno je označiti točku i na nju staviti lopticu tako da je glavica čavla na njoj. Na suprotnoj strani od čavla nalazi se točka na loptici. Loptica se može pomaknuti tako da se vidi glavica čavla i onda dokoturati do te točke kako bi bili sigurni da je loptica na točnom mjestu. Zatim se loptica pomiče po ravnoj crti na milimetarskom papiru dok loptica ne napravi puni krug. Loptica se može pomaknuti okomito na crtu kako bi se točno odredio položaj glavice čavla.

Primjer rezultata mjerenja:

$\overline{R} = (3{,}2 \pm 0{,}2)cm$

Relativna pogreška 6,25%.

(opis mjerenja **1 bod**, mjerenje **1 boda**, preciznost mjerenja **1 boda**, izračun pogrešaka **1 bod**)



(slika **2 boda**)

Pomaknemo li loptu iz ravnotežnog položaja i težište T se pomiče od ravnotežnog položaja. G je težina loptice koja djeluje iz težišta.

$$G = mg \quad \textbf{(1)}$$

m je ukupna masa loptice zajedno s čavlom, g je ubrzanje tijela pri slobodnom padu $g = 9{,}81 m/s^2$. Težinu možemo rastaviti na komponente. Komponenta F uzrokovat će gibanje lopte. Sila F uzrokovat će u centru loptice moment sile M_C:

$$M_C = Fd \quad \textbf{(2)}$$

d je udaljenost težišta od centra vrtnje.
sila F jednaka je:

$$F = G\sin\varphi = mg\sin\varphi \quad \textbf{(3)} \quad \textbf{(1 bod)}$$

pa je:

$$M_C = mgd\sin\varphi \quad \textbf{(4)}$$

Ukoliko je kut φ dovoljno mali onda je $\sin\varphi \approx \varphi$ pa je:

$$M_C = mgd\varphi \quad \textbf{(5)} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Na dodiru loptice i podloge djeluje sila trenja koja će uzrokovati rotaciju loptice po podlozi. Sila trenja također će uzrokovati moment sile M_{tr} u centru vrtnje:

$$M_{tr} = F_{tr}R \quad \textbf{(6)} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Ukupni moment sile na lopticu je:

$$M_u = -M_C - M_{tr} \quad \textbf{(7)} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Ukupni moment uzrokuje kutnu akceleraciju tijela:

$$M_u = I\alpha \quad \textbf{(8)} \quad \textbf{(1 bod)}$$

I je moment tromosti oko osi koja prolazi centrom loptice C, a α kutna akceleracija svih točaka loptice oko osi koja prolazi centrom loptice i oko koje se sve točke loptice vrte.

Akceleraciju centra loptice a uzrokovat će sila trenja u točki D koja će zakretati lopticu. U nekom trenutku sve točke loptice s obzirom na os rotacije kroz centar loptice imaju istu kutnu akceleraciju α pa tako i točka D u kojoj djeluje sila trenja F_{tr}. Kutna akceleracija je:

$$\alpha = \frac{M_{tr}}{I} = \frac{F_{tr}R}{I} \quad \textbf{(9)} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Odatle je moment sile trenja:

$$M_{tr} = I\alpha \quad \textbf{(10)}$$

Uvrstimo li u izraz $M_u = -M_C - M_{tr}$ (7) izraze $M_C = mgd\varphi$ (5) $M_u = I\alpha$ (8) $M_{tr} = I\alpha$ (10) dobijemo:

$$I\alpha = -mgd\varphi - I\alpha \quad \textbf{(11)}$$

Odatle je:

$$\alpha + \frac{mgd}{2I}\varphi = 0 \quad \textbf{(12)} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Kako je:

$$\alpha + \omega^2\varphi = 0 \quad \textbf{(13)} \quad \textbf{(1 bod)}$$

gdje je ω kutna frekvencija:

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{2I}} \qquad \textbf{(14)}$$

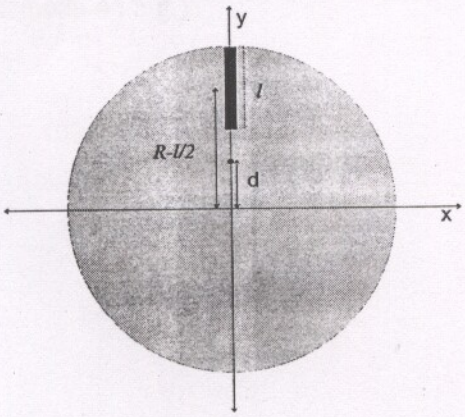
Kako je period titranja:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad \textbf{(15)}$$

Onda je period:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2I}{mgd}} \qquad \textbf{(16)} \quad \textbf{(1 bod)}$$

(Period titranja loptice za $\sqrt{2}$ dulji je u ovom slučaju nego kad bi loptica titrala oko osi koja prolazi kroz centar loptice kao fizikalno njihalo.)



Udaljenost težišta od centra loptice najlakše ćemo naći tako da središte loptice stavimo u središte koordinatnog sustava. Udaljenost težišta čavla biti će $R - \frac{l}{2}$ gdje je l duljina čavla.

$$d = \frac{m_\check{c}\left(R - \frac{l}{2}\right)}{m} \qquad \textbf{(17)} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Kad uvrstimo u izraz $T = 2\pi\sqrt{\frac{2I}{mgd}}$ (16) dobijemo:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2I}{m_\check{c}g\left(R - \frac{l}{2}\right)}} \qquad \textbf{(18)}$$

Moment tromosti kroz središte lopte, tako da je čavao okomit na os rotacije biti će jednaka:

$$I = I_L + I_\check{c} + m_\check{c}\left(R - \frac{l}{2}\right)^2 \qquad \textbf{(19)}$$

I_L je moment tromosti loptice oko osi koja prolazi središtem loptice bez čavla. $I_\check{c}$ je moment tromosti čavla oko osi koja prolazi središtem čavla, okomito na čavao.

$$I = \frac{2}{3}m_L R^2 + \frac{1}{12}m_\check{c}l^2 + m_\check{c}\left(R - \frac{l}{2}\right)^2 \qquad \textbf{(20)} \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Iz izraza $T = 2\pi\sqrt{\frac{2I}{m_\check{c}g\left(R - \frac{l}{2}\right)}}$ (18) moment tromosti je:

$$I = \frac{T^2 m_\check{c}g\left(R - \frac{l}{2}\right)}{8\pi^2} \qquad \textbf{(21)}$$

Izjednačavajući izraze $I = \frac{2}{3} m_L R^2 + \frac{1}{12} m_\check{c} l^2 + m_\check{c}\left(R - \frac{l}{2}\right)^2$ (20)

i $I = \frac{T^2 m_\check{c} g\left(R - \frac{l}{2}\right)}{8\pi^2}$ (21) dobijemo da je masa loptice:

$$m_L = \frac{3T^2 m_\check{c} g\left(R - \frac{l}{2}\right)}{16\pi^2 R^2} - \frac{1}{8}\frac{m_\check{c} l^2}{R^2} - \frac{3}{2}\frac{m_\check{c}}{R^2}\left(R - \frac{l}{2}\right)^2 \quad (22) \qquad \textbf{(2 boda)}$$

Masa loptice je:

$$m_L = 5{,}03g \quad (23) \qquad \textbf{(2 boda)}$$

(Mase loptica nisu iste tako da ste mogli dobiti i drugačiji rezultat, mase se kreću između 4 i 5 g.)