DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Korčula, 13. – 16. svibnja 2012.

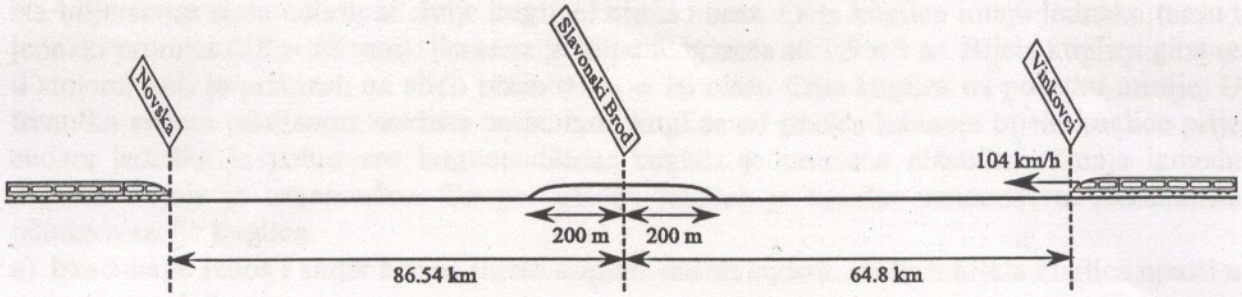
Srednje škole – 1. skupina

Zadatak 1 (17 bodova)

Putnički vlak duljine 79 m vozi na relaciji Novska – Slavonski Brod – Vinkovci. Nakon polaska iz mirovanja putnički vlak ubrzava stalnim ubrzanjem 0.4 m/s^2 dok ne postigne brzinu 72 km/h te zatim nastavlja voziti tom brzinom. Prilikom kočenja putnički vlak usporava usporenjem 0.5 m/s^2. Putnički vlak polazi iz mirovanja iz Novske (početni položaj je prikazan na slici), zaustavi se na stanici u Slavonskom Brodu, stoji na stanici u Slavonskom Brodu 5 min te zatim polazi iz Slavonskog Broda i zaustavlja se u Vinkovcima. Međunarodni brzi vlak vozi na istoj pruzi stalnom brzinom 104 km/h u suprotnom smjeru od gibanja putničkog vlaka. U 11:05:00 sati brzi vlak prolazi stanicom u Vinkovcima (položaj označen na slici) prema Novskoj. U Slavonskom Brodu putnički vlak skreće na sporedni kolosjek kako bi propustio brzi vlak koji vozi u suprotnom smjeru.

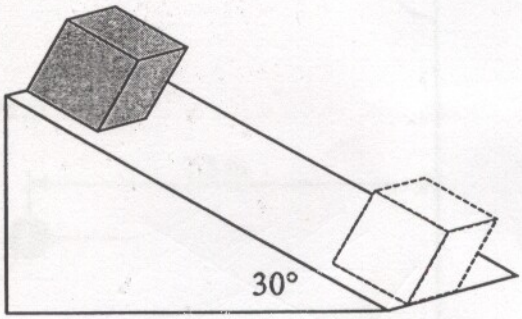
a) Izračunajte ukupno vrijeme putovanja putničkog vlaka od polaska sa stanice u Novskoj do zaustavljanja na stanici u Vinkovcima.
b) U koliko sati najkasnije mora putnički vlak krenuti iz Novske da se ne sudari s brzim vlakom?

Povećanje puta radi zakrivljenosti pruge prilikom prelaska putničkog vlaka na sporedni kolosjek može se zanemariti. Kada se putnički vlak zaustavi na stanicama u Slavonskom Brodu i Vinkovcima, njegov prednji kraj nalazi se točno ispred isprekidane linije na skici (jednako kao položaj na stanici u Novskoj koji je prikazan na slici).



Zadatak 2 (16 bodova)

Kocka duljine stranice 20 cm postavljena je na kosinu visine 0.5 m i nagiba 30°. Kosina se nalazi na horizontalnoj podlozi. Masa kocke dva puta je manja od mase kosine. U početnom trenutku kocka i kosina miruju, a zatim su puštene da se gibaju. Trenje između kocke i kosine je zanemarivo. Trenje između kosine i horizontalne podloge je također zanemarivo.

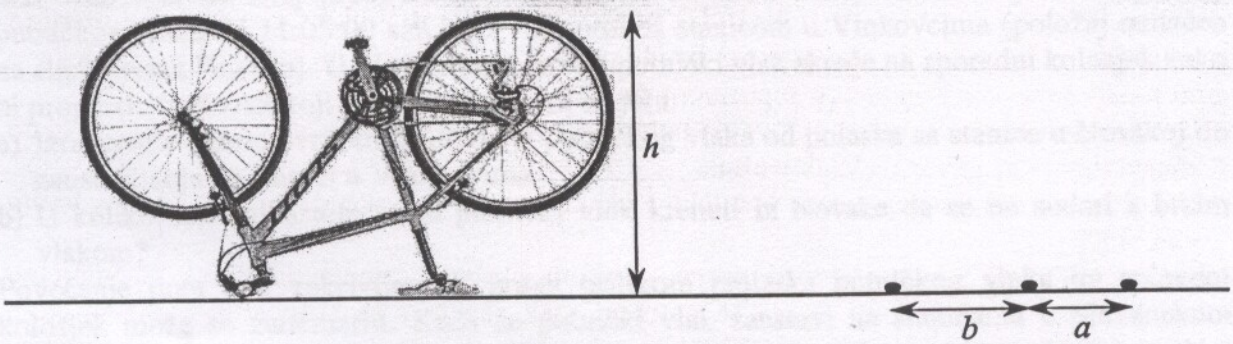


a) Izračunajte nakon koliko vremena će se kocka spustiti do dna kosine. (Konačan položaj kocke označen je isprekidanom linijom.)
b) Koliki će pomak (i u kojem smjeru) u tom vremenu napraviti kosina?

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Korčula, 13. – 16. svibnja 2012.

Zadatak 3 (18 bodova)

Bicikl je postavljen kao na slici. Polumjer kotača je R, a udaljenost od tla do najviše točke zadnjeg kotača je h. Na jednom dijelu zadnjeg kotača nalazi se mala količina blata. Zadnji kotač zavrtimo određenom početnom kutnom brzinom, a zatim se kotač nastavlja okretati jednoliko usporeno. U svakom trenutku, kada se dio kotača, na kojem se nalazi blato, nađe na najvećoj visini (u odnosu na tlo), s kotača se otkine mala količina blata te padne na tlo. Tri komadića blata, koja su uzastopno pala na tlo, te njihove međusobne udaljenosti prikazane su na slici. Odredite kutno usporenje zadnjeg kotača bicikla. Rezultat izrazite pomoću veličina R, h, a i b.

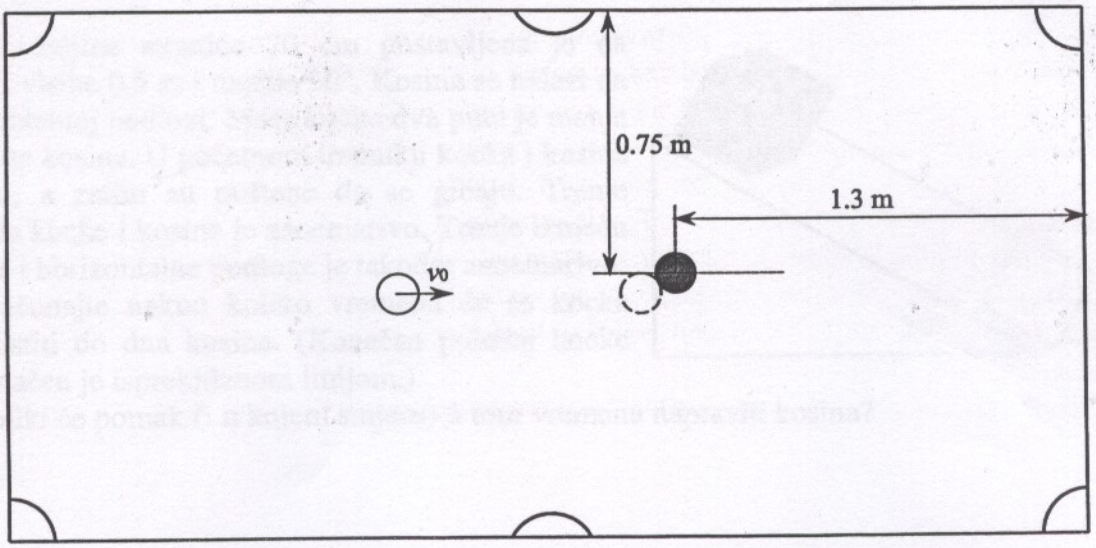


Zadatak 4 (19 bodova)

Na biljarskom stolu nalaze se dvije kuglice: bijela i crna. Obje kuglice imaju jednaku masu i jednaki promjer ($2R$ = 52 mm). Dimenzije biljarskog stola su 1.5 × 3 m. Bijela kuglica giba se u smjeru, koji je prikazan na slici, brzinom v_0 = 10 cm/s. Crna kuglica na početku miruje. U trenutku sudara udaljenost središta mase crne kuglice od pravca kretanja bijele kuglice prije sudara jednaka je polumjeru kuglice. Sudar kuglica je savršeno elastičan. Trenje između kuglica i stola je zanemarivo. Trenje između kuglica je također zanemarivo. Zanemarite učinke rotacije kuglica.

a) Izračunajte iznos i smjer brzine bijele kuglice nakon sudara. Hoće li bijela kuglica upasti u rupu u stolu?

b) Izračunajte iznos i smjer brzine crne kuglice nakon sudara. Hoće li crna kuglica upasti u rupu u stolu?



DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Korčula, 13. – 16. svibnja 2012.

Srednje škole – 1. skupina
Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (17 bodova)

Vrijeme ubrzavanja i put, koji putnički vlak prijeđe za vrijeme ubrzavanja, su:

$t_1 = \frac{v_0}{a_1} = \frac{20\,\text{m/s}}{0.4\,\text{m/s}^2} = 50\,\text{s}$, $s_1 = \frac{v_0^2}{2a_1} = 500\,\text{m}$ **(2 boda)**

Vrijeme kočenja i put, koji putnički vlak prijeđe za vrijeme kočenja, su:

$t_2 = \frac{v_0}{a_2} = \frac{20\,\text{m/s}}{0.5\,\text{m/s}^2} = 40\,\text{s}$, $s_2 = \frac{v_0^2}{2a_2} = 400\,\text{m}$ **(2 boda)**

Put između Novske i Slavonskog Broda, koji vlak prijeđe gibajući se stalnom brzinom v_0, jednak je:

86.54 km – 0.5 km – 0.4 km = 85.64 km **(1 bod)**

Vrijeme gibanja vlaka stalnom brzinom v_0 između Novske i Slavonskog Broda jednako je:

$t = \frac{85640\,\text{m}}{20\,\text{m/s}} = 4282\,\text{s} = 71\,\text{min i } 22\,\text{s}$ **(1 bod)**

Put između Slavonskog Broda i Vinkovaca, koji vlak prijeđe gibajući se stalnom brzinom v_0, jednak je:

64.8 km – 0.5 km – 0.4 km = 63.9 km **(1 bod)**

Vrijeme gibanja vlaka stalnom brzinom v_0 između Slavonskog Broda i Vinkovaca jednako je:

$t = \frac{63900\,\text{m}}{20\,\text{m/s}} = 3195\,\text{s} = 53\,\text{min i } 15\,\text{s}$ **(1 bod)**

Ukupno vrijeme putovanja putničkog vlaka od Novske do Vinkovaca je:

$2\cdot 50\,\text{s} + 2\cdot 40\,\text{s} + 4282\,\text{s} + 3195\,\text{s} + 300\,\text{s} = 7957\,\text{s} = 2\,\text{h}, 12\,\text{min}, 37\,\text{s}$ **(1 bod)**

Zadnji kraj putničkog vlaka mora se nalaziti na odvajanju na sporedni kolosjek u trenutku kada prednji kraj brzog vlaka dolazi do istog odvajanja da se vlakovi ne sudare. Do tog trenutka brzi vlak prijeđe 64.8 km + 0.2 km = 65 km i za to mu je potrebno

$\frac{65\,\text{km}}{104\,\text{km/h}} = 0.625\,\text{h} = 37\,\text{min i } 30\,\text{s}$ **(2 boda)**

Prema tome, brzi vlak nalazi se na danom mjestu u 11:42:30 sati.

Putnički vlak počne kočiti 200 m prije odvajanja na sporedni kolosjek, što znači da će kočiti na dijelu puta duljine 200 m + 79 m = 279 m **(1 bod)**, a vrijeme koje mu je potrebno da prijeđe taj dio puta jednako je:

$$279\,\text{m} = (20\,\text{m/s})\cdot t - \frac{1}{2}(0.5\,\text{m/s}^2)t^2$$

$$t^2 - 80t - 1116 = 0$$

$$(t-18)(t-62) = 0$$ **(3 boda)**

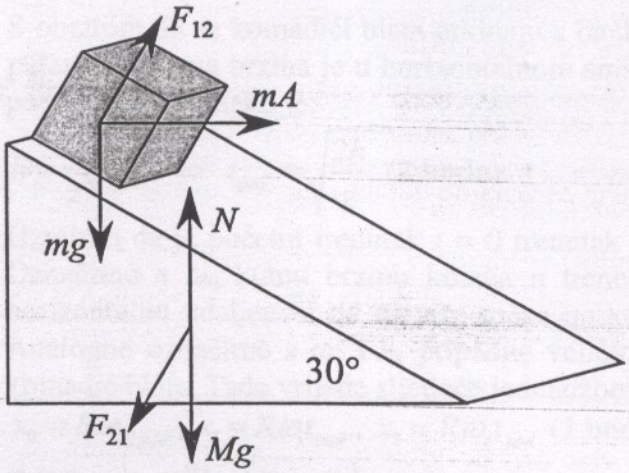
Fizikalno prihvatljivo rješenje jednadžbe je 18 s. Dakle, ukupno vrijeme jednako je:

50 s + 4282 s + 18 s = 4350 s = 1 h, 12 min i 30 s **(1 bod)**

Prema tome, putnički vlak mora krenuti iz Novske najkasnije u 10:30:00 sati. **(1 bod)**

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Korčula, 13. – 16. svibnja 2012.

Zadatak 2 (16 bodova)



Dijagram sila: **3 boda**

Kosina se giba ulijevo jednoliko ubrzano ubrzanjem A. Primjenom 2. Newtonovog zakona dolazimo do jednadžbi gibanja za kocku u sustavu kosine u smjeru paralelno kosini i okomito na kosinu i za kosinu u smjeru paralelno podlozi:

$$ma = \frac{1}{2}mg + \frac{\sqrt{3}}{2}mA \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$0 = F_{12} + \frac{1}{2}mA - \frac{\sqrt{3}}{2}mg \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$MA = \frac{1}{2}F_{21} \quad \textbf{(1 bod)}$$

Iz treće jednadžbe slijedi:

$$F_{21} = 2MA$$

Zbog 3. Newtonovog zakona $F_{21} = F_{12}$ **(1 bod)**.

Iz druge jednadžbe slijedi:

$$0 = 4MA + mA - \sqrt{3}mg$$

$$A = \frac{\sqrt{3}mg}{4M + m} = \frac{\sqrt{3}g}{9} = 1.89\ \mathrm{m/s^2} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Uvrštavanjem u prvu jednadžbu dobije se:

$$a = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{3m}{4M + m}\right)g$$

S obzirom da je $M = 2m$ dobije se

$$a = \frac{2}{3}g = 6.54\ \mathrm{m/s^2} \quad \textbf{(4 boda)}$$

Vrijeme potrebno da kocka dođe do dna kosine jednako je:

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.8\ \mathrm{m}}{6.54\ \mathrm{m/s^2}}} = 0.5\ \mathrm{s} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Kosina za to vrijeme napravi pomak ulijevo:

$$s = \frac{1}{2}At^2 = 0.23\ \mathrm{m} \quad \textbf{(1 bod)}$$

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Korčula, 13. – 16. svibnja 2012.

Zadatak 3 (18 bodova)

S obzirom da se komadići blata otkidaju s bicikla u trenutku kada se nalaze na najvišoj točki putanje, njihova brzina je u horizontalnom smjeru. Vrijeme potrebno da svaki komadić blata padne na tlo jednako je:

$$h=\frac{1}{2}gt_{pad}^2 \Rightarrow t_{pad}=\sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Uzmimo da je početni trenutak $t = 0$ trenutak kada se prvi komadić blata odvoji od kotača. Označimo s ω_0 kutnu brzinu kotača u trenutku odvajanja prvog komadića blata, a s x_0 horizontalnu udaljenost od najviše točke na kotaču do mjesta pada prvog komadića na tlo. Analogno označimo s ω_1 i x_1 pripadne veličine za drugi komadić blata i s ω_2 i x_2 za treći komadić blata. Tada vrijede sljedeće jednadžbe:

$$x_0=R\omega_0 t_{pad},\ x_1=R\omega_1 t_{pad},\ x_2=R\omega_2 t_{pad} \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$a=x_0-x_1=Rt_{pad}(\omega_0-\omega_1)$$

$$b=x_1-x_2=Rt_{pad}(\omega_1-\omega_2)$$

$$a+b=x_0-x_2=Rt_{pad}(\omega_0-\omega_2) \quad \textbf{(1 bod)}$$

Vrijeme od početka gibanja do trenutka odvajanja drugog komadića blata (vrijeme potrebno da kotač napravi jedan okret) je t_1, a vrijeme od početka gibanja do trenutka odvajanja trećeg komadića blata (vrijeme potrebno da kotač napravi dva okreta) je t_2.

$$\omega_1=\omega_0-\alpha t_1 \Rightarrow t_1=\frac{\omega_0-\omega_1}{\alpha},\ \omega_2=\omega_0-\alpha t_2 \Rightarrow t_2=\frac{\omega_0-\omega_2}{\alpha} \quad \textbf{(2 boda)}$$

$$t_1+t_2=\frac{2\omega_0-\omega_1-\omega_2}{\alpha},\ t_2-t_1=\frac{\omega_1-\omega_2}{\alpha} \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$2\pi=\omega_0 t_1-\frac{1}{2}\alpha t_1^2 \quad \textbf{(1 bod)}$$

$$4\pi=\omega_0 t_2-\frac{1}{2}\alpha t_2^2 \quad \textbf{(1 bod)}$$

Od posljednje jednadžbe oduzmemo pretposljednju:

$$2\pi=\omega_0(t_2-t_1)-\frac{1}{2}\alpha(t_2^2-t_1^2)=(t_2-t_1)\left(\omega_0-\frac{1}{2}\alpha(t_2+t_1)\right)=\frac{(\omega_1-\omega_2)(\omega_1+\omega_2)}{2\alpha} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Uvrštavanjem izraza za t_1 u prvu jednadžbu za prijeđeni kut dobije se:

$$2\pi=\omega_0\frac{\omega_0-\omega_1}{\alpha}-\frac{1}{2}\alpha\frac{(\omega_0-\omega_1)^2}{\alpha^2}=\frac{(\omega_0-\omega_1)(\omega_0+\omega_1)}{2\alpha} \quad \textbf{(2 boda)}$$

Prethodna dva izraza možemo izjednačiti:

$$(\omega_0-\omega_1)(\omega_0+\omega_1)=(\omega_1-\omega_2)(\omega_1+\omega_2)$$

$$(\omega_0-\omega_1)(\omega_0+\omega_1)=(\omega_1-\omega_2)(\omega_1+\omega_0-\omega_0+\omega_2)$$

$$(\omega_0-\omega_1)(\omega_0+\omega_1)=(\omega_1-\omega_2)(\omega_1+\omega_0)-(\omega_1-\omega_2)(\omega_0-\omega_2)$$

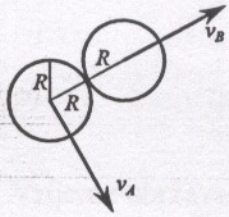
$$(\omega_0+\omega_1)[(\omega_1-\omega_2)-(\omega_0-\omega_1)]=(\omega_1-\omega_2)(\omega_0-\omega_2) \Rightarrow (\omega_0+\omega_1)=\frac{(\omega_1-\omega_2)(\omega_0-\omega_2)}{(\omega_1-\omega_2)-(\omega_0-\omega_1)}$$

$$2\pi=\frac{(\omega_0-\omega_1)(\omega_1-\omega_2)(\omega_0-\omega_2)}{2\alpha[(\omega_1-\omega_2)-(\omega_0-\omega_1)]} \Rightarrow \alpha=\frac{(\omega_0-\omega_1)(\omega_1-\omega_2)(\omega_0-\omega_2)}{4\pi[(\omega_1-\omega_2)-(\omega_0-\omega_1)]}=\frac{ab(a+b)}{4\pi R^2 t_{pad}^2(b-a)}$$

$$\alpha=\frac{ab(a+b)g}{8\pi R^2 h(b-a)} \quad \textbf{(5 bodova)}$$

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Korčula, 13. – 16. svibnja 2012.

Zadatak 4 (19 bodova)



U trenutku sudara sila bijele kuglice na crnu djeluje okomito na točku dodira te dvije kuglice te crna kuglica dobiva brzinu u tom smjeru. Sa slike možemo vidjeti da je smjer brzine kuglice B (crna) nakon sudara 30° u odnosu na smjer početne brzine kuglice A (bijele). **(2 boda)**

Postavimo koordinatni sustav tako da je x os paralelna početnoj brzini kuglice A, a y os okomita na nju. Zakon očuvanja količine gibanja:

$mv_0 = mv_{Ax} + mv_{Bx}$ **(1 bod)**

$0 = mv_{Ay} - mv_{By}$ **(1 bod)**

Z brzine kuglica nakon sudara vrijedi:

$v_A^2 = v_{Ax}^2 + v_{Ay}^2$ i $v_B^2 = v_{Bx}^2 + v_{By}^2$ **(1 bod)**

Zakon očuvanja energije:

$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}mv_B^2$ **(1 bod)**

Iz prve jednadžbe slijedi:

$(v_0 - v_{Bx})^2 = v_{Ax}^2$

$v_0^2 + v_{Bx}^2 - 2v_0v_{Bx} = v_{Ax}^2$

Uvrštavanjem $v_{Bx}^2 = v_B^2 - v_{By}^2$ i $v_{Ay} = v_{By}$ dobije se:

$v_0^2 + v_B^2 - v_{Ay}^2 - 2v_0v_{Bx} = v_{Ax}^2$

$v_0^2 + v_B^2 - v_A^2 = 2v_0v_{Bx}$

Uvrštavanjem $v_A^2 = v_0^2 - v_B^2$ i uzimanjem u obzir da je $\frac{v_{Bx}}{v_B} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **(1 bod)** dobije se:

$v_B^2 = v_0v_{Bx} \Rightarrow v_B = v_0\frac{v_{Bx}}{v_B} = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 = 5\sqrt{3}\text{ cm/s} = 8.66\text{ m/s}$ **(2 boda)**

$v_A = \sqrt{v_0^2 - v_B^2} = \frac{1}{2}v_0 = 5\text{ cm/s}$ **(2 boda)**

Rješavanje sustava jednadžbi: **4 boda**

Smjer brzine kuglice A nakon sudara odredimo pomoću komponenti brzine kuglice A nakon sudara:

$v_{Ay} = v_{By} = \frac{1}{2}v_B = \frac{\sqrt{3}}{4}v_0 = \frac{5\sqrt{3}}{2}\text{ cm/s} = 4.33\text{ m/s}$

$v_{Ax} = \sqrt{v_A^2 - v_{Ay}^2} = \frac{1}{4}v_0 = 2.5\text{ m/s}$

$\frac{v_{Ay}}{v_{Ax}} = \sqrt{3} \Rightarrow$ kut između smjera brzine kuglice A prije i nakon sudara je 60°. **(2 boda)**

Crna kuglica upast će u rupu na stolu ako je $\sqrt{0.75^2 + 1.3^2}$ jednako $2 \cdot 0.75$:

$\sqrt{0.75^2 + 1.3^2} = 1.5 = 2 \cdot 0.75 \Rightarrow$ crna kuglica će upasti u rupu **(1 bod)**

Bijela kuglica će upasti u rupu ako je $\sqrt{0.724^2 + 1.352^2}$ jednako $\frac{1}{2}1.352$

$\sqrt{0.724^2 + 1.352^2} = 1.534 \neq 0.676 = \frac{1}{2}1.352 \Rightarrow$ bijela kuglica neće upasti u rupu **(1 bod)**

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Korčula, 13.-16. svibnja 2012.

Srednje škole – 1. skupina

Eksperimentalni zadatak

"VAGANJE" BATERIJE

Zadatak

- Odrediti masu baterije

Pribor

- Drvena kugla mase m = 0,077 kg
- Drvena kocka s rupom iste mase kao što je masa kugle
- Konac
- Ravnalo (**ne smije** se koristiti kao poluga)
- Baterija čiju masu treba izmjeriti
- Stativni pribor (stalak, dvije šipke i stegač)

U sklopu zadatka treba:

1. Objasniti fizikalne osnove za rješenje zadatka i opisati precizno uz skice koje veličine i kako ćeš mjeriti (14 bodova)
2. Napraviti najmanje 10 mjerenja i podatke prikazati tabelarno (10 bodova)
3. Provesti račun pogreške (6 bodova)

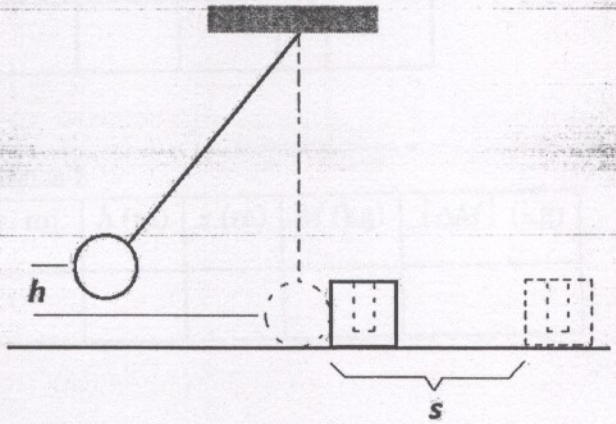
Ukupno eksperimentalni zadatak 30 bodova

DRŽAVNO NATJECANJE I SMOTRA IZ FIZIKE
Korčula, 13.-16. svibnja 2012.

Srednje škole – 1. skupina

Eksperimentalni zadatak

Rješenje eksperimentalnog zadatka i smjernice za bodovanje



Zadatak ćemo riješiti koristeći se **elastičnim sudarom kugle i kocke**. Prvo moramo odrediti faktor trenja klizanja μ između kocke i podloge. U tu svrhu složimo pribor kao što je prikazano na slici. Povučemo kuglu u stranu tako da se podigne na visinu h u odnosu na ravnotežni položaj i pustimo je da se sudari s kockom. Nakon elastičnog sudara kocka se nastavi gibati jednoliko usporeno po stolu do zaustavljanja i pri tome prijeđe put s. Za sudar vrijedi zakon očuvanja količine gibanja i zakon očuvanja kinetičke energije: $mv_1 = mv_1' + mv_2'$ i $\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_1'^2}{2} + \frac{mv_2'^2}{2}$, gdje je v_1 brzina kugle neposredno prije sudara, v_1' i v_2' su brzine kugle i kocke neposredno poslije sudara i m = 0,077 kg je masa kugle i masa kocke, jer su im mase jednake. Rješavanjem gornjeg sustava jednadžbi dobije se da kugla nakon sudara ostane u stanju mirovanja ($v_1' = 0$), a kocka se nastavi gibati brzinom $v_2' = v_1$.

Brzinu v_1 odredimo iz zakona očuvanja energije: $\frac{mv_1^2}{2} = mgh \quad \Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{2gh}$. Nakon sudara rad sile trenja zaustavi kocku na putu s pa vrijedi: $\frac{mv_1^2}{2} = \mu mgs$. Rješavanjem ovog sustava jednadžbi dobije se: $\boxed{\mu = \frac{h}{s}}$, što znači da za određivanje faktora trenja treba mjeriti samo visinu h i put s.

(6 bodova)

Nakon određivanja faktora trenja stavimo bateriju nepoznate mase M u rupu na kocki i ponovno istim postupkom kao i pri mjerenju faktora trenja izvedemo elastični sudar kugle i kocke s baterijom. Za taj sudar vrijedi: $mv_1 = mv_1' + (m+M)v_2'$ i $\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_1'^2}{2} + \frac{(m+M)v_2'^2}{2}$, gdje je v_1 brzina kugle neposredno prije sudara, v_1' i v_2' su brzine kugle i kocke s baterijom neposredno poslije sudara. U ovom slučaju vrijedi: $v_1 = \sqrt{2gh}$ i $v_2' = \sqrt{2\mu gs}$ pa se sređivanjem iz gornjih jednadžbi dobije: $\boxed{M = 2m\left(\sqrt{\frac{h}{\mu s}} - 1\right)}$. Znači, masu baterije M ćemo odrediti mjerenjem visine h s koje puštamo kuglu i puta s koji prijeđe kocka s baterijom po stolu nakon sudara. (8 bodova)

Podatke prikažemo tabelarno

Tablica 1

Br. mj.	h (m)	s (m)	μ	$\Delta\mu$

(5 bodova)

Tablica 2

Br. mj.	h (m)	s (m)	M (kg)	ΔM (kg)

(5 bodova)

(6 bodova)

Račun pogreške za μ i za M.