ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2007/2008 – 18. ožujka 2008.
Srednje škole – 1. grupa

1. zadatak (10 bodova)

Malo tijelo slobodno pada bez početne brzine s visine *h*. Posljednjih 30 m puta prijeđe za 1.5 s. Otpor zraka je zanemariv.

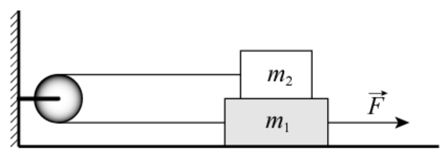
a) S koje je visine tijelo palo?
b) Kolika je brzina tijela u trenutku pada na zemlju?

2. zadatak (10 bodova)

Saonice mase 350 kg spuštaju se niz brijeg nagiba 30° u odnosu na horizontalu stalnom brzinom 18 km/h bez uključivanja motora. Kolika je najmanja potrebna snaga motora kako bi se saonice gibale istom brzinom uz brijeg?

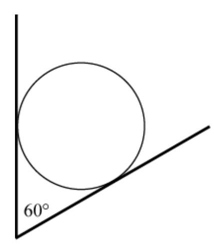
3. zadatak (10 bodova)

Na glatkoj horizontalnoj podlozi nalaze se dva tijela masa $m_1 = 2$ kg i $m_2 = 1$ kg. Tijela su povezana nerastezljivim užetom zanemarive mase preko koloture zanemarive mase. Odredite silu *F* kojom je potrebno vući donje tijelo kako bi se ono gibalo stalnim ubrzanjem 5 m/s^2. Koeficijent trenja između dva tijela iznosi 0.5, a trenje između donjeg tijela i horizontalne podloge je zanemarivo.



4. zadatak (9 bodova)

Kugla mase 3 kg nalazi se između dvije ravne glatke ploče koje međusobno zatvaraju kut 60°. Izračunajte sile kojima kugla djeluje na ploče.

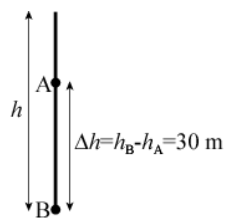


5. zadatak (11 bodova)

Drveni klin mase 20 kg zabija se okomito u tlo uzastopnim udarcima malja mase 50 kg. S koje visine malj slobodno pada na gornju površinu klina, ako klin prilikom svakog udarca malja ulazi u tlo za 10 cm, a srednja sila koja se protivi prodiranju klina u tlo je stalna i iznosi 2 500 N? Pretpostavite da je sudar između malja i klina potpuno neelastičan tj. da se nakon sudara malj i klin nastavljaju zajedno gibati.

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2007/2008 – 18. ožujka 2008.
Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (10 bodova)



Uvedimo oznake kao na slici. Vrijede sljedeće jednadžbe:

$$\Delta h = h_B - h_A = \frac{v_B^2}{2g} - \frac{v_A^2}{2g} \quad (1)$$

$$\Delta t = t_B - t_A = \frac{v_B}{g} - \frac{v_A}{g} \quad (1)$$

Iz druge jednadžbe slijedi:

$$v_B - v_A = g\Delta t$$

Uvrštavanjem u prvu jednadžbu dobije se:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2g\Delta h$$

$$(v_B - v_A)(v_B + v_A) = 2g\Delta h$$

$$g\Delta t(v_B + v_A) = 2g\Delta h \quad (5)$$

$$v_B + v_A = \frac{2\Delta h}{\Delta t}$$

Rješavanjem sustava jednadžbi dobije se da je brzina u trenutku pada na tlo jednaka:

$$v_B = \frac{g\Delta t}{2} + \frac{\Delta h}{\Delta t} \quad (1)$$

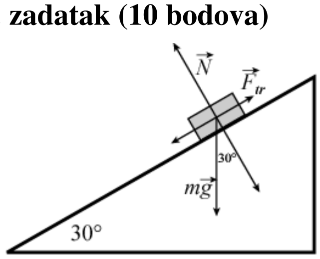
$$v_B = 27.36 \text{ m/s} \quad \left(g = 9.81 \text{ m/s}^2\right); \quad v_B = 27.5 \text{ m/s} \quad \left(g = 10 \text{ m/s}^2\right) \quad (1)$$

Visina s koje je tijelo palo iznosi:

$$h = \frac{v_B^2}{2g}$$

$$h = 38.15 \text{ m} \quad \left(g = 9.81 \text{ m/s}^2\right); \quad h = 38.81 \text{ m/s} \quad \left(g = 10 \text{ m/s}^2\right) \quad (1)$$

2. zadatak (10 bodova)



(1)

Prilikom spuštanja saonica niz brijeg vrijede sljedeće jednadžbe:

$$N = \frac{\sqrt{3}}{2}mg \quad (1)$$

$$ma = \frac{1}{2}mg - F_{tr} \qquad (1)$$

Uvrštavanjem $F_{tr} = \mu N$ u drugu jednadžbu dobije se da je ubrzanje saonica prilikom spuštanja niz brijeg jednako:

$$a = \frac{1}{2}g\left(1 - \sqrt{3}\mu\right) \qquad (2)$$

Iz uvjeta zadatka da se saonice spuštaju stalnom brzinom slijedi da je ubrzanje saonica $a = 0$ te da je koeficijent trenja jednak:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad (1)$$

Kada se saonice gibaju uz brijeg, ukupna sila koja na njih djeluje jednaka je:

$$F = \frac{1}{2}mg + F_{tr}$$

$$F = \frac{1}{2}mg + \mu\frac{\sqrt{3}}{2}mg$$

$$F = mg \qquad (2)$$

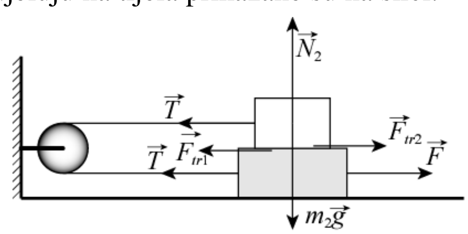
Snaga motora troši se na svladavanje ukupne sile te je jednaka:

$$P = Fv \qquad (1)$$

$$P = mgv = 17.2 \text{ kW} \quad \left(g = 9.81 \text{ m/s}^2\right); \quad P = 17.5 \text{ kW} \quad \left(g = 10 \text{ m/s}^2\right) \qquad (1)$$

3. zadatak (10 bodova)

Sile koje djeluju na tijela prikazane su na slici:



(1)

Primjenom drugog Newtonovog zakona dobivamo sljedeće jednadžbe:

$$m_1 a = F - T - F_{tr1} \qquad (2)$$

$$-m_2 a = -T + F_{tr2} \qquad (2)$$

Sile trenja su jednakog iznosa $F_{tr1} = F_{tr2}$ te vrijedi:

$$F_{tr1} = F_{tr2} = \mu m_2 g \qquad (1)$$

Uvrštavanjem prethodnog izraza u gornji sustav jednadžbi te njegovim rješavanjem dobije se:

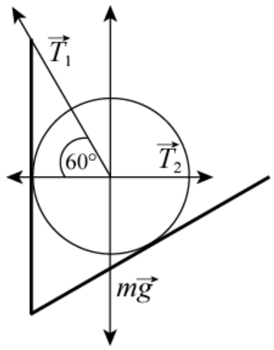
$$T = m_2\left(a + \mu g\right)$$

$$F = m_1 a + m_2\left(a + 2\mu g\right) \qquad (3)$$

$$F = 24.81 \text{ N} \quad \left(g = 9.81 \text{ m/s}^2\right); \quad F = 25 \text{ N} \quad \left(g = 10 \text{ m/s}^2\right) \qquad (1)$$

4. zadatak (9 bodova)

Na slici su prikazane sve sile koje djeluju na kuglu (sila reakcije podloge $\vec{T}_1$ rastavljena je na komponente):



(3)

U ravnoteži zbroj svih sila jednak je nuli. Prema tome, vrijedi:

$$mg = \frac{\sqrt{3}}{2}T_1$$

$$T_2 = \frac{1}{2}T_1 \qquad (3)$$

Prema trećem Newtonovom zakonu sila kojom ploča djeluje na kuglu jednakog je iznosa i suprotnog smjera sili kojom kugla djeluje na ploču. Tražene sile kugle na ploče iznose:

$$T_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}mg = 34 \text{ N}$$

$$T_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}mg = 17 \text{ N} \qquad (3)$$

5. zadatak (11 bodova)

Brzina malja u trenutku udara na gornju površinu klina:

$$H = \frac{v^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gH} \qquad (2)$$

Sudar je potpuno neelastičan tj. nakon sudara malj i klin se gibaju zajedno. Zakon očuvanja količine gibanja glasi:

$$m_1 v = (m_1 + m_2)V \qquad (2)$$

Brzina malja i klina na početku njihovog zajedničkog gibanja je:

$$V = \frac{m_1}{m_1 + m_2}v = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\sqrt{2gH} \qquad (1)$$

Ukupna energija sustava malj+klin troši se na svladavanje sile koja se protivi zabijanju klina u tlo. Zakon očuvanja energije glasi:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + (m_1 + m_2)gh = Fh \qquad (2)$$

Uvrštavanjem izraza za brzinu V te nakon sređivanja dobije se izraz za visinu H:

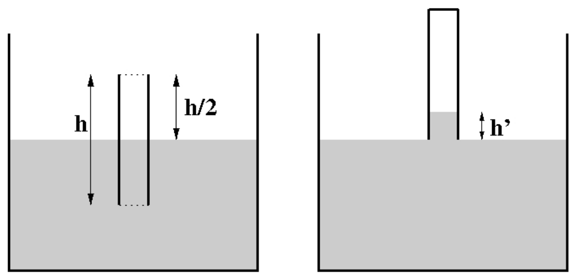
$$\frac{m_1^2 gH}{(m_1 + m_2)} + (m_1 + m_2)gh = Fh$$

$$H = \frac{(m_1 + m_2)h}{m_1^2 g}\left(F - (m_1 + m_2)g\right)$$

$$H = 0.518 \text{ m} \quad \left(g = 9.81 \text{ m/s}^2\right); \quad H = 0.504 \text{ m} \quad \left(g = 10 \text{ m/s}^2\right) \qquad (4)$$

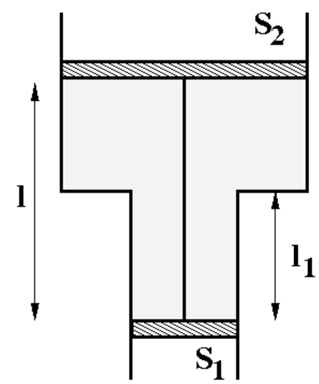
ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2007/2008 – 18.3.2008.
Srednje škole – 2. grupa

1. zadatak (11 bodova)
Staklena cijev duljine h= 40 cm, otvorena na oba kraja, gurnuta je u živu do pola svoje visine (slika lijevo). Nakon toga je gornji rub cijevi zatvoren, a cijev podignuta do položaja u kojem se još sasvim malim dijelom nalazi u živi (slika desno). Kolika je visina stupca žive (h') u tom položaju? Atmosferski tlak tijekom ovog procesa je 10^5 Pa (tj. 750 mm Hg), a temperatura je konstantna.



2. zadatak (11 bodova)
Vertikalno postavljena cijev, otvorena na oba kraja, ima dva različita poprečna presjeka (vidi sliku): površina donjeg je S_1= 20 cm^2, a gornjeg S_2= 40 cm^2. U cijevi se nalaze dva klipa (jedan u širem, jedan u užem dijelu) koji su povezani nerastezljivom niti duljine l= 1 m. Ukupna masa klipova je m= 10 kg (masa niti je zanemariva). Klipovi zatvaraju n= 0.2 mola idealnog plina koji je na temperaturi T_1= 20° C. Vanjski tlak je P_0= 10^5 Pa. Plinska konstanta iznosi R= 8.314 JK^{-1}mol^{-1}.

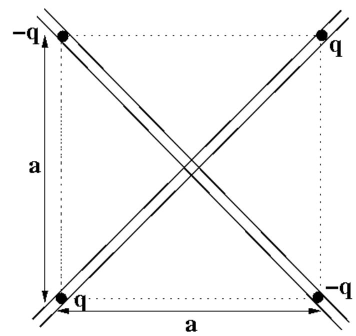
a) Nađite udaljenost l_1 kada je sistem u ravnoteži.
b) Za koliko treba zagrijati (ili ohladiti) plin da bi se čitav sistem (oba klipa i plin među njima) podigao za 10 cm (tj. l_1 smanjio za 10 cm)?



3. zadatak (10 bodova)
Cijev za vađenje nafte spuštena je s platforme do dna mora na dubini H= 500 m (tako da cijev taman lagano dodiruje dno). Temperatura zraka je T_z= 30° C, a temperatura mora linearno opada s 25° C na površini do 5° C na dubini od 500 m. Koliko je dugačka ta cijev izmjerena na platformi? Koeficijent linearnog toplinskog rastezanja cijevi je □= $2\cdot10^{-5}$ K^{-1}.

4. zadatak (9 bodova)

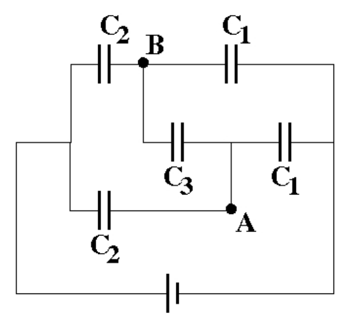
Četiri kuglice nabijene nabojem istog iznosa q= 2 μC (ali dvije pozitivno nabijene, dvije negativne) postavljene su u geometriju kao na slici: pozitivni naboji se nalaze na jednoj dijagonali horizontalno postavljenog kvadrata stranice a= 40 cm, a negativni na drugoj. Masa svake kuglice je m= 1 g. Kuglice se nalaze u žljebovima tako da se mogu gibati samo radijalno prema centru kvadrata (ili od njega). Kojom kutnom brzinom treba zarotirati ovaj sistem i oko koje osi da se kuglice ne bi pomicale duž žljebova?



5. zadatak (9 bodova)

Pet kondenzatora je spojeno na bateriju elektromotorne sile E= 12 V kao na slici (C_1= 2 μF, C_2= 3 μF, C_3= 5 μF).

a) Koliki je napon između točaka A i B?
a) Odredite naboj i napon za svaki od pet kondenzatora u ovom spoju.



ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2007/2008 – 18. ožujka 2008.
Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i upute za bodovanje

1. zadatak (11 bodova)

Volumen zraka koji se nalazi u polovici cijevi van žive (u trenutku zatvaranja) je:

$$V = Ah/2 \quad , \qquad \text{(1 bod)}$$

gdje je A poprečni presjek cijevi. Tlak tog volumena zraka je atmosferski ($p_0 = 10^5$ Pa) i ostaje jednak pri zatvaranju gornjeg ruba cijevi. Nakon podizanja cijevi sa zatvorenim gornjim rubom, volumen plina u cijevi postaje:

$$V' = A \cdot (h - h') \quad , \qquad \text{(1 bod)}$$

Budući da je temperatura konstantna, vrijedi Boyle-ov zakon (pretpostavlja se da je zrak idealan plin):

$$p_0 \cdot V = p' \cdot V' \quad , \qquad \text{(2 boda)}$$

gdje je p' novi tlak zraka u cijevi. Uvrštavanjem volumena dobiva se:

$$p' = \frac{p_0 \cdot V}{V'} = \frac{p_0 \cdot 1/2hA}{A(h-h')} = \frac{p_0 \cdot h}{2(h-h')} \quad . \qquad \text{(1 bod)}$$

Tlak na dnu cijevi bit će jednak tom tlaku p' uvećanom za stupac žive podignut za h'. S druge strane, na dnu cijevi (tj. na površini žive u posudi) znamo da je tlak jednak atmosferskom:

$$p_0 = \frac{p_0 \cdot h}{2(h-h')} + \rho_ž g h' \quad . \qquad \text{(1 bod)}$$

Da bi izbjegli upotrebu gustoće žive u računu, atmosferski tlak ćemo izraziti preko visine stupca žive (koja je zadana u tekstu zadatka, H= 750 mm= 75 cm), $p_0 = \square_ž gH$:

$$\rho_ž g H = \frac{\rho_ž g H \cdot h}{2(h-h')} + \rho_ž g h' \quad ,$$

i izračunati traženu visinu h':

$$H = \frac{H \cdot h}{2(h-h')} + h' \quad ,$$

$$H \cdot 2(h-h') = H \cdot h + h' \cdot 2(h-h') \quad ,$$

$$2H \cdot h - 2H \cdot h' - H \cdot h - 2h' \cdot h + 2h'^2 = 0 \quad ,$$

$$2h'^2 - 2(H+h) \cdot h' + H \cdot h = 0 \quad ,$$

$$h' = \frac{2(H+h) \pm \sqrt{4(H+h)^2 - 4 \cdot 2 \cdot H \cdot h}}{2 \cdot 2} = \qquad \text{(2 boda)}$$

$$= \frac{(H+h) \pm \sqrt{H^2 + h^2}}{2}$$

Rješenje s pozitivnim predznakom nije fizikalno jer visina h' mora biti manja od h/2. Dakle, tražena visina h' je:

$$h' = \frac{(H+h) - \sqrt{H^2 + h^2}}{2} = \frac{(75+40) - \sqrt{75^2 + 40^2}}{2} cm = 15\, cm \qquad \text{(3 boda)}$$

2. zadatak (11 bodova)

Na donji klip djeluju sljedeće sile: težina klipa $m_1 g$ prema dolje, sila (prema dolje) zbog tlaka plina između klipova prema dolje ($S_1 p_1$), sila (prema gore) zbog atmosferskog tlaka ($S_1 p_0$), te napetost niti T prema gore. U ravnoteži suma tih sila mora biti jednaka nuli:

$$m_1 g + S_1 p_1 - S_1 p_0 - N = 0 \quad . \qquad \text{(1 bod)}$$

Slično se za gornji klip može napisati jednadžba:

$$m_2 g - S_2 p_1 + S_2 p_0 + N = 0 \quad . \qquad \text{(1 bod)}$$

Zbrajanjem se dobiva:

$$(m_1+m_2)g+(S_1-S_2)p_1-(S_1-S_2)p_0=0 \quad .$$

Iz ovog se izraza može izračunati tlak plina između klipovima u ravnotežnom položaju:

$$p_1=\frac{p_0(S_2-S_1)+(m_1+m_2)g}{(S_2-S_1)}=p_0+\frac{(m_1+m_2)g}{(S_2-S_1)}=10^5+\frac{10\cdot 9.81}{(0.004-0.002)}\,Pa=149000\,Pa$$

(1 bod) .

Dakle, tlak u ravnotežnom položaju ne ovisi o temperaturi i volumenu; možemo stoga zaključiti da su daljnji procesi izobarni (1 bod).

Volumen u ravnotežnom položaju računamo iz:

$$p_1V_1=nRT_1 \quad ,$$ (1 bod)

$$V_1=\frac{nRT_1}{p_1}=\frac{0.2\cdot 8.314\cdot 293.15}{149000}=3270\,cm^3 \quad .$$ (1 bod)

Za taj volumen mora vrijediti:

$$V_1=S_1l_1+S_2(l-l_1) \quad .$$ (1 bod)

pa za ravnotežni l_1 dobivamo:

$$V_1=S_1l_1+S_2l-S_2l_1 \quad ,$$

$$l_1=\frac{S_2l-V_1}{S_2-S_1}=\frac{40\cdot 100-3270}{40-20}=36.5\,cm \quad .$$ (1 bod)

Zagrijemo li plin, porasti će volumen (jer tlak ostaje jednak), zbog čega će l_1 morati postati veći. Želimo postići l_1'= 36.5-10 = 26.5 cm, što znači da novi volumen mora biti:

$$V_1'=S_1l_1'+S_2(l-l_1')=3470\,cm^3 \quad .$$

Temperatura će tada biti:

$$T_1'=T_1\frac{V_1'}{V_1}=293.15\cdot\frac{3470}{3270}=311.08\,K \quad .$$ (1 bod)

Dakle, da bi se čitav sistem podigao za 10 cm potrebno ga je zagrijati za:

$$\Delta T=311.08-293.15=17.9\text{ K} \quad .$$ (2 boda)

3. zadatak (10 bodova)

Temperaturnu ovisnost o dubini nalazimo povlačeći pravac kroz dvije točke: (h=0, T= 25 °C), (h=H= 500 m, T= 5 °C). Dobiva se:

$$T(^oC)=-0.04\cdot h(m)+25^o\,C \quad .$$ (2 boda)

Jedan metar cijevi na dubini h skraćen je (u odnosu na dužinu na platformi) za:

$$\Delta l=1m\cdot\alpha[T_Z-T(h)] \quad .$$ (2 boda)

Jedan metar cijevi pri površini (temperatura T= 25 °C), na platformi će se dakle produžiti za:

$$\Delta l(h=0)=1\cdot 2\cdot 10^{-5}\cdot[30-25]=10^{-4}\ m=0.01\ cm \quad .$$

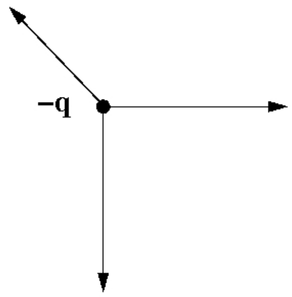
Jedan metar cijevi pri dnu (temperatura T= 5 °C) na platformi će se produžiti za:

$$\Delta l(h=H)=1\cdot 2\cdot 10^{-5}\cdot[30-5]=5\cdot 10^{-4}\ m=0.05\ cm \quad .$$

Budući da temperatura linearno pada s površine mora do dna, odgovarajuće produženje metra cijevi će linearno rasti s 0.01 cm na 0.05 cm (1 bod). Srednja vrijednost produženja metra bit će (0.01+0.05)/2=0.03 cm (2 boda). Dakle, svaki od 500 m cijevi u vodi pri vađenju na platformu će se produžiti za prosječno 0.03 cm što daje ukupno produženje:

$$\Delta l_{TOT}=500\cdot 0.03=15\ m \quad .$$ (3 boda)

4. zadatak (9 bodova)
Na svaki naboj privlačnom silom:



$$F_1 = k\frac{q^2}{a^2} \qquad \text{(1 bod)}$$

djeluju dva naboja u sudjednim vrhovima kvadrata, dok odbojnom silom:

$$F_2 = k\frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2} \qquad \text{(1 bod)}$$

djeluje istoimeni naboj na istoj dijagonali.
Vektorskim zbrajanjem dobivamo da je ukupna privlačna sila prema centru kvadrata dana s:

$$F_{tot} = 2k\frac{q^2}{a^2}\frac{\sqrt{2}}{2} - k\frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{kq^2}{a^2}\left(\sqrt{2}-\frac{1}{2}\right) \quad . \qquad \text{(2 bod)}$$

Da se kuglice ne bi gibale radijalno, tu je privlačnu silu potrebno uravnotežiti centrifugalnom silom koja nastaje zbog rotacije sustava oko osi koja prolazi centrom kvadrata (1 bod) i okomita je na njegovu ravninu:

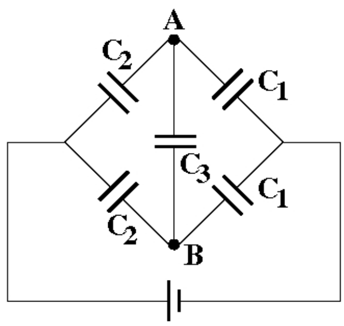
$$F_{tot} = F_{cf} = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r = m\omega^2 a\frac{\sqrt{2}}{2} \quad . \qquad \text{(1 bod)}$$

Dobiva se:

$$\omega^2 = \frac{kq^2}{a^2}\left(\sqrt{2}-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{ma}\sqrt{2} = \frac{kq^2}{ma^3}\left(2-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad , \qquad \text{(2 boda)}$$

$$\omega = 28.9\ \text{s}^{-1} \quad . \qquad \text{(1 bod)}$$

5. zadatak (9 bodova)
Ekvivalentna shema je dana na slici (1 bod). Sa slike je zbog simetričnosti očito da je U_{AB}= 0 V (1 bod). Ekvivalentan otpor možemo naći s odspojenom linijom AB (1 bod). Tada imamo dvije identične paralelne grane u kojima su u seriji spojeni otpori C_1 i C_2; ekvivalentan otpor je:



$$C_e = \left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)^{-1} = \frac{2C_1C_2}{C_1+C_2} = 2.4\ \mu F \qquad \text{(1 bod)}$$

Ukupan naboj sheme je:

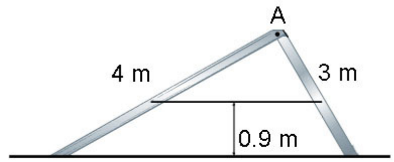
$Q=C_e$E=2.4·12=28.8 μC. (1 bod)

Budući da imamo dvije identične grane, na svakom od kondenzatora C_1 i C_2 inducira se pola tog naboja, dakle 14.4 μC (1 bod). Napon između ploča kondenzatora C_1 je $U=Q'/C_1=14.4/2= 7.2$ V (1 bod). Napon između ploča kondenzatora C_2 je $U=Q'/C_2=14.4/3= 4.8$ V (1 bod). Na kondenzatoru C_3 nema pada napona i nema naboja (1 bod).

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2007/08 – 18. ožujka 2008.
Srednje škole – 3. grupa

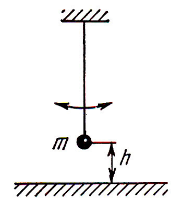
1. zadatak (10 bodova)

Dvoje ljestvi, dužine 4 m i 3 m, međusobno su pričvršćene u točki A, i povezane vodoravno postavljenim užetom na visini 0.9 m iznad tla (slika). Ljestve su međusobno postavljene pod pravim kutom. Težina ljestvi je 480 N i 360 N, a težišta svake od njih su u njihovim središtima. Trenje između ljestvi i tla je zanemarivo! a) Pronađite silu koja je usmjerena prema gore i djeluje na podnožje svake od ljestvi. b) Pronađite silu napetosti užeta. c) Pronađite iznos sile kojom ljestve međusobno djeluju u točki A. d) Kolika je sila napetosti ako se čovjek mase 80 kg popne na ljestve (stoji u točki A)?



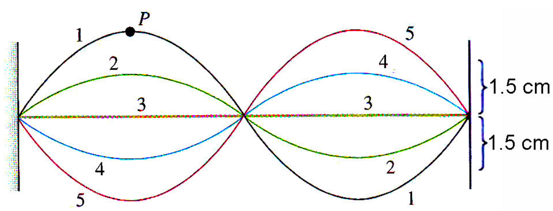
2. zadatak (10 bodova)

Malena kuglica mase 21 g koja visi na niti (električnom izolatoru) na visini h = 12 cm iznad velike horizontane vodljive ravnine oscilira malim oscilacijama (vidi sliku). Nakon što je određeni naboj prenesen na nju period oscilacija promijenio se dva puta. Odredite količinu naboja koji je prenesen na kuglicu.



3. zadatak (10 bodova)

Vibrirajuća žica duljine 50 cm napeta je silom od 1 N. Rezultati 5 uzastopnih stroboskopskih slika prikazani su na slici. Stroboskop bljeska 5000 puta u minuti, i opaženo je da se maksimalni pomak događa između prvog i petog bljeska, bez drugih maksimuma između. a) Odredite period, frekvenciju i valnu duljinu putujućih valova na žici. b) U kojem modu (harmoniku) žica vibrira? c) Koja je brzina putujućih valova na žici? d) Koliko brzo se miče točka P kada je žica u položaju (1)? e) Kolika je masa žice?

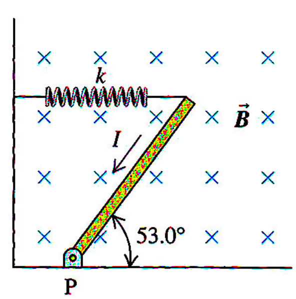


4. zadatak (10 bodova)

Zavojnica induktiviteta L = 0.7 H serijski je spojena s otpornikom R. Na krajeve strujnog kruga spojen je napon gradske mreže (V = 220 V, f = 50 Hz). Za koju vrijednost otpornika R će se na njemu trošiti najveća snaga?

5. zadatak (10 bodova)

Tanak štap zanemarive mase i dužine 0.2 m pričvršćen je za pod u točki P, oko koje može slobodno rotirati (bez trenja). Horizontalna opruga konstante 4.8 N/m povezuje drugi kraj štapa i vertikalni zid (slika). Štap se nalazi u jednolikom magnetskom polju 0.34 T koje je usmjereno u ravninu papira. Štapom teče električna struja 6.5 A u smjeru prikazanom na slici. Koliki je zakretni moment koji djeluje na štap zbog magnetske sile, za os koja prolazi kroz točku P? Kada je štap u ravnoteži i nalazi se pod kutom od 53° u odnosu na pod, da li je opruga rastegnuta ili stisnuta, i za koliko?



ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2007/08 – 18. ožujka 2008.
Srednje škole – 3. grupa - rješenja

1. zadatak (10 bodova)

Geometrija pravokutnog trokuta uvelike pojednostavljuje problematiku zadatka. Označimo sile koje djeluju na podnožja ljestava s $\vec{F}_L$ i $\vec{F}_D$ (lijevo i desno). Kontaktne sile na tlu biti će usmjerene vertikalno, budući da nema trenja.

a) Uzimajući u obzir zakretne momente oko desnog kraja imamo:

$F_L(5\,\mathrm{m}) = (480\,\mathrm{N})(3.4\,\mathrm{m}) + (360\,\mathrm{N})(0.9\,\mathrm{m})$, iz čega proizlazi $F_L = 391\,\mathrm{N}$. **[2 boda]**

F_D možemo naći na sličan način, ili iskoristiti $F_D = 840\,\mathrm{N} - F_L = 449\,\mathrm{N}$. **[1 bod]**

b) Napetost užeta možemo naći tako da izračunamo zakretne momente koji djeluju na svaku od ljestvi, gdje točku A koristimo kao ishodište. Krak sile užeta je 1.5 m. **[1 bod]**

Za lijeve ljestve, $T(1.5\,\mathrm{m}) = F_L(3.2\,\mathrm{m}) - (480\,\mathrm{N})(1.6\,\mathrm{m})$. Iz toga dobivamo T = 322 N. **[1 bod]**

Za provjeru možemo izračunati i za desne ljestve, $T(1.5\,\mathrm{m}) = F_D(1.8\,\mathrm{m}) - (360\,\mathrm{N})(0.9\,\mathrm{m}) = 322\,\mathrm{N}$.

c) Vodoravna komponenta sile koja djeluje u točki A mora biti jednaka sili napetosti koju smo izračunali u b) dijelu zadatka. **[1 bod]**

Vertikalna komponenta sile mora po iznosu biti jednaka razlici između težine svake ljestve i sile koja djeluje na podnožje ljestvi.

480 N – 391 N = 449 N – 360 N = 89 N. **[1 bod]**

Iznos sile koja djeluje u točki A je tada $\sqrt{(322\,\mathrm{N})^2 + (89\,\mathrm{N})^2} = 334\,\mathrm{N}$. **[1 bod]**

d) Ovo se najlakše izračuna ako uzmemo da se dodatna masa rasporedi tako da djeluje na pod na ovaj način: $F_L' = F_L + (0.36)(800\,N) = 679\,N$. **[1 bod]**

Ili $F_D' = F_D + (0.64)(800\,N) = 961\,N$.

Iz čega dobivamo silu napeosti $T = \dfrac{F_L'(3.2\,\mathrm{m}) - (480\,\mathrm{N})(1.6\,\mathrm{m})}{1.5} = 937\,\mathrm{N}$. **[1 bod]**

2. zadatak (10 bodova)

Kada na kugli nema naboja, period oscilacija kugle je $T = 2\pi\sqrt{l/\mathrm{g}}$. **[1 bod]**

Kada na kuglu prenesemo naboj q, na njega će utjecati inducirani naboj s vodljive ploče. **[1 bod]**

Elektrostatska sila kojom ploča djeluje na kuglu je $\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0(2h)^2}$, i usmjerena je prema dolje. **[2 boda]**

To znači da je efektivno ubrzanje kugle $g' = \mathrm{g} + \dfrac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 m h^2}$, **[1 bod]**

a odgovarajući period oscilacija je $T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{\mathrm{g} + \dfrac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 m h^2}}}$. **[1 bod]**

Iz uvjeta zadatka vrijedi $T = \eta T'$. **[1 bod]**

Odnosno, $T^2=\eta^2 T'^2$, ili $\frac{1}{g}=\eta^2\left(1/g+\frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 mh^2}\right)$. **[1 bod]**

Rješavanjem dobivamo $q=4h\sqrt{\pi\varepsilon_0 mg\left(\eta^2-1\right)}=2\mu C$. **[2 boda]**

3. zadatak (10 bodova)

a) Žica zatitra pola perioda u vremenu od $4\times\frac{1}{5000}$ min, iz čega proizlazi

$\frac{1}{2}T=\frac{4}{5000}\min\rightarrow T=1.6\times10^{-3}\min=9.6\times10^{-2}\mathrm{s}$. **[2 bod]**

$f=1/T=1/9.6\times10^{-2}\mathrm{s}=10.4\,\mathrm{Hz}$. **[1 bod]**

$\lambda=L=50\,\mathrm{cm}=0.5\,\mathrm{m}$. **[1 bod]**

b) U drugom harmoniku. **[1 bod]**

c) $v=f\cdot\lambda=(10.4\,\mathrm{Hz})(0.5\,\mathrm{m})=5.2\,\mathrm{m/s}$. **[1 bod]**

d) pomak je maksimalan, znači $v=0$. **[1 bod]**

e) $v=\sqrt{F/\mu}\rightarrow\mu=F/v^2$ **[1 bod]**

$M=\mu L=\frac{F}{v^2}L=\frac{(1N)(0.5\mathrm{m})}{(5.2\,\mathrm{m/s})^2}=18.5\mathrm{g}$ **[2 boda]**

4. zadatak (10 bodova)

Snaga koja se troši na otporniku je $P=\frac{V^2R}{R^2+(\omega L)^2}$. **[2 boda]**

Maksimalna vrijednost ovog izraza dobije se u slučaju kada je $R=\omega L$, jer vrijedi: $P=\frac{V^2}{R+\frac{(\omega L)^2}{R}}=\frac{V^2}{\left[\sqrt{R}-\frac{\omega L}{\sqrt{R}}\right]^2+2\omega L^2}$. **[4 boda]**

Za maksimalnu snagu dobiva se $P_{\max}=\frac{V^2}{2\omega L}$. **[1 bod]**

Uvrštavanjem zadanih vrijednosti ispada $R=200\,\Omega$, i $P_{\max}=0.114\,\mathrm{W}$. **[3 boda]**

5. zadatak (10 bodova)

Zadatak možemo pojednostaviti na taj način da pretpostavimo da magnetska sila djeluje u središtu štapa. **[2 boda]**

Tada vrijedi $F=IBl$, $M=F\cdot r=BIl\cdot\frac{l}{2}=BI\frac{l^2}{2}=0.0442\,\mathrm{N/m}$. **[2 boda]**

Zakretni moment djeluje u smjeru kretanja kazaljke na satu. **[1 bod]**

Magnetska sila izaziva zakretni moment u smjeru kazaljke na satu, što znači da opruga mora izazivati zakretni moment u suprotnom smjeru. **[1 bod]**

Izjednačavanjem zakretnih momenata (u odnosu na os koja prolazi kroz točku P) imamo: $\sum\vec{M}=0$, smjer suprotan smjeru kretanja kazaljke na satu uzimamo pozitivan.

$(kx)l\sin53°-\frac{1}{2}Il^2B=0$. **[2 boda]**

$x=\frac{IlB}{2k\sin53}=\frac{(6.5\,\mathrm{A})(0.2\,\mathrm{m})(0.34\,\mathrm{T})}{2(4.8\,\mathrm{N/m})\sin53°}=0.05765\,\mathrm{m}$. **[2 boda]**

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2007/2008 – 18. ožujka 2008.
Srednje škole – 4. grupa

1. zadatak (12 bodova)

Svijeća se nalazi 25cm od konveksnog zrcala polumjera 20cm. Konvergentna leća žarišne daljine 32cm udaljena je 85cm od svijeće. Gdje nastaje slika, koliko je velika i kakva je? Skiciraj putanje zraka svjetlosti i nastanak slika!

2. zadatak (10 bodova)

Tri idealna polarizatora postavljena su tako da os polarizacije drugoga čini 45° s osi prvoga i os trećega 90° s osi prvoga. Na sustav upada nepolarizirana svjetlost intenziteta $80\mathrm{W/cm^2}$. Koliki je intenzitet svjetlosti pri izlazu nakon sva tri polarizatora i kakvo joj je stanje polarizacije? Koliki je izlazni intenzitet ako se srednji polarizator ukloni i koliko energije tada apsorbira prvi, a koliko zadnji polarizator pod pretpostavkom da oni ne reflektiraju svjetlost?

3. zadatak (10 bodova)

Uska pukotina obasjana svjetlošću frekvencije *f* proizvodi prvi ogibni minimum pod kutovima ±38,2°. Kad se uređaj (pukotina, zaslon, prostor između njih) uroni u tekućinu, prve tamne pruge nastaju pod kutovima ±17,4°. Koliki je indeks loma tekućine? Kolika je valna duljina svjetlosti u tekućini ako je širina pukotine 900nm?

4. zadatak (10 bodova)

Neka je polumjer atomske jezgre $5\cdot10^{-15}$m. Kolika je neodređenost količine gibanja protona koji se nalazi u jezgri? Uzmi da je količina gibanja jednaka toj vrijednosti. Izračunajte kinetičku energiju protona. Da bi ostao vezan u jezgri kolika mora biti potencijalna energija protona? Usporedite je s potencijalnom energijom elektrona u atomu (primjerice vodikovu) i recite zašto se silu koja drži jezgru na okupu naziva jakom silom.
Umjesto protona, promotrite elektron u istoj situaciji. Kolika je kinetička energija elektrona u jezgri? Kolika mora biti potencijalna energija elektrona da bi on u njoj ostao? Usporedite tu energiju s potencijalnom energijom elektrona na rubu jezgre i protona u središtu. Može li elektron biti u jezgri prema tom računu?

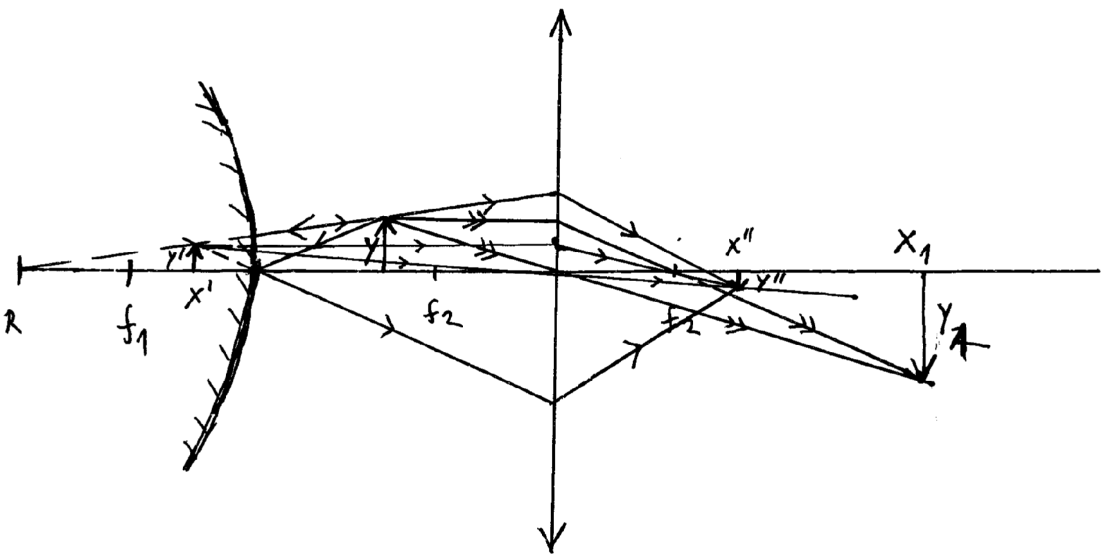
5. zadatak (8 bodova)

U fotografskim filmovima koristi se AgBr koji se pod utjecajem svjetlosti disocira na atome te tako ostavlja trag. Energija disocijacije AgBr je $1\cdot10^{5}$J/mol. Objasni i računom potkrijepi zašto svjetlost jedne krijesnice može ostaviti trag na fotografskom filmu, a elektromagnetsko zračenje frekvencije 100MHz obližnje radio stanice koja emitira snagom 50kW ne ostavlja trag na filmu.

Konstante: brzina svjetlosti $c = 3\cdot10^{8}$m/s, Planckova konstanta $h = 6,626\cdot10^{-34}$Js,
elementarni naboj $e = 1,6\cdot10^{-19}$C, Avogadrova konstanta $N_A = 6,022\cdot10^{23}\mathrm{mol^{-1}}$,
masa elektrona $m_e = 9,11\cdot10^{-31}$kg, masa protona $m_p = 1,672\cdot10^{-27}$kg

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2007/2008 – 18. ožujka 2008.
Srednje škole – 4. grupa
Rješenja i upute za bodovanje

1. zadatak (12 bodova)



Skica: **2 boda**

Konveksno zrcalo žarišne daljine f_1=–R/2=–10cm daje sliku na položaju x' danom jednadžbom $\frac{1}{x}+\frac{1}{x'}=\frac{1}{f_1}$, gdje je x=25cm udaljenost predmeta od zrcala. Slijedi x'=–7,14cm. **1 bod**

Ta virtualna i uspravna slika služi kao predmet za leću. Ona je od leće udaljena za $d+x+|x'|$, gdje je d udaljenost leće od svijeće. **1 bod**

Stoga iz $\frac{1}{d+x+|x'|}+\frac{1}{x''}=\frac{1}{f_2}$, gdje je f_2=32cm žarišna daljina leće, slijedi položaj konačne slike x''=44cm od leće. **1 bod**

Povećanje slike na zrcalu je $\frac{y'}{y}=\frac{R+x'}{R+x}=0{,}286$, a na leći $\frac{y''}{y'}=\frac{-x''}{d+x+|x'|}=-0{,}375$, tako da je ukupno povećanje y''/y=–0,107. **2 boda**

Realna slika je umanjena i obrnuta. **1 bod**

Nastaje i druga slika, a daju je zrake svjetlosti koje odmah prolaze kroz leću, bez refleksije na zrcalu. **1 bod**

Iz $\frac{1}{d}+\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f_2}$ slijedi položaj druge slike x_1=51,32cm. **1 bod**

Povećanje je $\frac{y_1}{y}=\frac{-x_1}{d}=-0{,}6$. **1 bod**

I druga slika je realna, umanjena i obrnuta. **1 bod**

2. zadatak (10 bodova)

Amplituda vala svjetlosti koji upada na prvi polarizator iznosi $A_0 = \sqrt{I_0}$, gdje je I_0 upadni intenzitet. **1 bod**

Od te amplitude prolazi komponenta $A_1^{'} = A_0 \cos\alpha$, gdje je α kut između osi prvog polarizatora i smjera titranja polja upadnog vala. **1 bod**

Budući da je upadna svjetlost nepolarizirana, smjerovi su raspodijeljeni jednoliko po α. Intenzitet koji pripada određenom smjeru titranja je $I_1^{'} = (A_1^{'})^2 = A_0^{\,2} \cos^2 \alpha$. **1 bod**

Srednja vrijednost od $\cos^2 \alpha$ je $\frac{1}{2}$ jer je jednaka onoj od $\sin^2 \alpha$, a zajedno daju 1. **1 bod**

Stoga je intenzitet nakon prvoga polarizatora $I_1 = \bar{I}_1^{'} = \frac{1}{2} A_0^{\,2} = \frac{1}{2} I_0$, a amplituda

$A_1 = \sqrt{I_1} = \frac{A_0}{\sqrt{2}}$ i svjetlost je polarizirana u smjeru osi prvoga polarizatora. **1 bod**

Os drugog polarizatora zakrenuta je za kut φ s obzirom na os prvoga, pa kroz njega prolazi komponenta amplitude $A_2 = A_1 \cos\varphi$, a intenzitet je $I_2 = I_1 \cos^2 \varphi$. **1 bod**

Os trećeg polarizatora zakrenuta je za kut 90º–φ s obzirom na os drugoga, pa kroz njega prolazi komponenta amplitude $A_3 = A_2 \cos(90° - \varphi)$, a intenzitet je $I_3 = I_2 \cos^2(90° - \varphi)$. **1 bod**

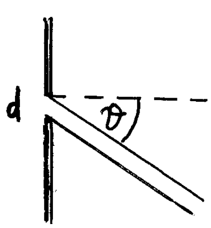
Dakle, izlazni intenzitet je $I_3 = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \varphi \cos^2(90° - \varphi)$, što za φ=45º iznosi

$I_3 = \frac{1}{8} I_0$=10W/cm^2. **1 bod**

U slučaju kad je srednji polarizator uklonjen, na zadnji dolazi svjetlost iz prvoga polarizirana okomito na os zadnjega, tako da je izlazni intenzitet nula. **1 bod**

Tada prvi polarizator propusti polovicu upadne energije, a polovicu (40W/cm^2) apsorbira te isto toliko (40W/cm^2) apsorbira i zadnji polarizator. **1 bod**

3. zadatak (10 bodova)



Prvi ogibni minimum na pukotini nastaje kad se optički putovi gornje zrake i donje zrake (na slici) međusobno razlikuju za jednu valnu duljinu λ, jer tada za svaku zraku iz gornje polovice pukotine postoji zraka iz donje među kojima je razlika puta λ/2 pa se međusobno ponište destruktivnom interferencijom. **2 bod**

Stoga se prvi minimum nalazi pod kutom određenim s $d \sin\theta = \lambda$. **1 bod**

Kad se svjetlost širi u tekućini, zbog manje brzine svjetlosti, to jest manje valne duljine, taj kut je određen s $dn \sin\theta' = \lambda$, gdje je λ valna duljina svjetlosti u vakuumu. **3 boda**

Dijeljenjem te dvije jednadžbe dobije se $n = \frac{\sin\theta}{\sin\theta'}$=2,07. **2 boda**

Valna duljina svjetlosti u tekućini je $\frac{\lambda}{n} = d \sin\theta'$=269nm. **2 bod**

4. zadatak (10 bodova)

Neodređenost položaja protona u jezgri je $\Delta x = 2R = 10^{-14}$m. Iz Heisenbergova načela slijedi neodređenost količine gibanja $\Delta p_x \geq \dfrac{\hbar}{\Delta x}$=1,055·$10^{-20}$kgms^{-1}. **2 boda**

Iz izraza $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$ i $E = K + mc^2$ slijedi kinetička energija

$K = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} - mc^2$, gdje je mc^2 energija mirovanja, p=Δp_x količina gibanja, a E ukupna energija. **2 boda**

Za zadani proton je m_pc^2 = 1,509·10^{-10}J, a pc = 3,165·10^{-12}J, pa se izraz za kinetičku energiju svodi na $K = \dfrac{p^2}{2m_p}$=3,32·10^{-14}J. **1 bod**

Da bi zadržala proton u jezgri, potencijalna energija (negativna) mora biti barem tolika, što je oko 16000 puta jače od one u atomu vodika, pa je izraz jaka sila opravdan. **1 bod**

Za elektron u istoj situaciji jednaka je količina gibanja, pa su m_ec^2 = 8,19·10^{-14}J i pc = 3,165·10^{-12}J, te izraz za kinetičku energiju ostaje relativistički dajući K = 3,084·10^{-12}J. **3 boda**

Za zadržati elektron u jezgri potrebna je barem tolika negativna potencijalna energija, dok je elektrostatska energija s protonom $-k\dfrac{e^2}{r}$ = –4,41·10^{-14}J, što znači da ona ne može zadržati elektron u jezgri. **1 bod**

5. zadatak (8 bodova)

Energija disocijacije jedne molekule je E = 10^5Jmol^{-1} / 6.022·10^{23}mol^{-1}=1.66·10^{-19}J. **2 boda**

Molekula apsorbira kvant energije fotona koja mora biti barem E da bi izazvala disocijaciju. Granična valna duljina je stoga određena s $\dfrac{hc}{\lambda_G} = E$ iz čega slijedi λ_G=1200nm. **2 boda**

Za zelenu svjetlost valna duljina je manja od λ_G pa je energija fotona veća od E te on može izazvati disocijaciju. **2 boda**

Za elektromagnetsko zračenje frekvencije 100MHz energija fotona je $h\nu$ = 6,626·10^{-26}J pa ti fotoni ne mogu izazvati disocijaciju bez obzira koliko ih dolazi u jedinici vremena. **2 boda**