ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2006/2007
Srednje škole – 1. grupa

Zadatak 1 (10 bodova)

Automobil se približava križanju brzinom od 45 km/h. U određenom trenutku na semaforu se upali žuto svjetlo. Nakon što vozač ugleda žuto svjetlo na semaforu potrebno mu je 0.8 s da reagira te nakon toga počinje kočiti stalnim usporenjem od 2.5 m/s^2. Duljina automobila je 4 m, širina križanja je 16 m, a vrijeme trajanja žutog svjetla na semaforu iznosi 3.5 s.

a) Na kojoj se minimalnoj udaljenosti od početka križanja može nalaziti automobil u trenutku kada se na semaforu upali žuto svjetlo kako bi se zaustavio prije ulaska u križanje?
b) Ako vozač umjesto kočenja počne ubrzavati, koliko treba biti ubrzanje kako bi prošao kroz križanje prije nego što se upali crveno svjetlo na semaforu? Vrijeme reagiranja vozača je jednako kao u a) dijelu zadatka.
c) Kolika je brzina automobila u trenutku kada prođe kroz križanje za slučaj u b) dijelu zadatka?

Zadatak 2 (9 bodova)

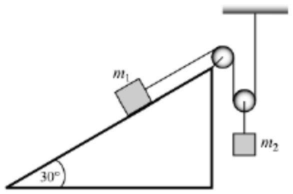
Tijelo A nalazi se na visini 15 m iznad tijela B. Tijelo A pustimo da slobodno pada. Nakon 0.5 s pustimo i tijelo B da slobodno pada. Tijela istovremeno padnu na tlo. Izračunajte:

a) Vrijeme pada tijela A.
b) Visine sa kojih su tijela pala.

Otpor zraka je zanemariv.

Zadatak 3 (9 bodova)

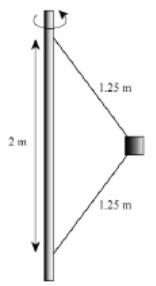
Promotrite sustav prikazan na slici. Mase tijela su redom jednake $m_1 = 1$ kg i $m_2 = 5$ kg, a nagib kosine u odnosu na horizontalu iznosi 30°. Tijela su povezana nerastezljivim užetom zanemarive mase preko kolotura zanemarive mase. Koliko iznosi ubrzanje tijela mase m_2 i u kojem je smjeru?



Zadatak 4 (11 bodova)

Tijelo mase 4 kg privezano je pomoću dvije niti za šipku na način kako je prikazano na slici. Šipka rotira oko okomite osi. Napetost gornje niti iznosi 80 N.

a) Kolika je napetost donje niti?
b) Kolika je brzina tijela?
c) Koliko bi trebala iznositi brzina tijela da napetost donje niti bude jednaka nuli?

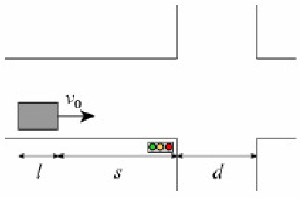


Zadatak 5 (11 bodova)

Dvije elastične kuglice masa $m_1 = 10$ g i $m_2 = 20$ g obješene su na tankim nitima jednakih duljina $l = 18$ cm tako da se nalaze na istoj visini. Kuglica mase m_1 se otkloni iz ravnotežnog položaja tako da nit o koju je ona obješena i nit o koju je obješena druga kuglica zatvaraju kut 60° te se zatim pusti. Na koju će maksimalnu visinu doći kuglice nakon elastičnog sudara?

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2006/2007
Srednje škole – 1. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

Zadatak 1 (10 bodova)



a) Put koji automobil prijeđe prije nego što se zaustavi:

$$s = v_0 t_r + s_{kočenje}$$

Gdje je t_r vrijeme reagiranja vozača, a $s_{kočenje}$ put od trenutka kada počne kočiti pa dok se ne zaustavi.
Vrijeme kočenja je jednako:

$$v(t_{kočenje}) = 0 = v_0 - a_1 t_{kočenje} \quad \Rightarrow \quad t_{kočenje} = \frac{v_0}{a_1} \qquad (1)$$

Pa je $s_{kočenje}$ jednako:

$$s_{kočenje} = v_0 t_{zaust} - \frac{a_1}{2} t_{zaust}^2 = \frac{v_0^2}{2a_1} \qquad (1)$$

Ukupan put koji automobil prijeđe prije nego što se zaustavi je jednak:

$$s = v_0 t_r + \frac{v_0^2}{2a_1} \qquad (1)$$

$$s = 41.25 \text{ m} \qquad (1)$$

b) Ukupan put koji automobil treba prijeći je udaljenost do početka križanja s, širina križanja d i duljina automobila l:

$$s + d + l = v_0 t_r + v_0 \left(t_{žuto} - t_r \right) + \frac{a_2}{2} \left(t_{žuto} - t_r \right)^2 \qquad (2)$$

Slijedi da je akceleracija jednaka:

$$a_2 = 2 \frac{s + d + l - v_0 t_{žuto}}{\left(t_{žuto} - t_r \right)^2} \qquad (1)$$

Uvrštavanjam se dobije:

$$a_2 = 4.8 \text{ m/s}^2 \qquad (1)$$

c) Brzina automobila u trenutku kada prođe kroz križanje je jednaka:

$$v = v_0 + a_2 \left(t_{žuto} - t_r \right) \qquad (1)$$

$$v = 25.5 \text{ m/s} \qquad (1)$$

Zadatak 2 (9 bodova)

Označimo sa h_A visinu sa koje pada tijelo A, sa h_B visinu sa koje pada tijelo B, sa t_A vrijeme pada tijela A i sa t_B vrijeme pada tijela B.

$$h_A = \frac{g}{2} t_A^2, \qquad h_B = \frac{g}{2} t_B^2 \qquad (1)$$

Uzimajući u obzir da vrijedi $\Delta h = h_A - h_B$ i $\Delta t = t_A - t_B$ dobivamo sustav jednadžbi:

$$h_A = \frac{g}{2} t_A^2$$

$$h_A - \Delta h = \frac{g}{2} \left(t_A - \Delta t \right)^2 \qquad (2)$$

Iz prethodne dvije jednadžbe dobije se:

$$\Delta h = \frac{g}{2} \left(2 t_A \Delta t - \Delta t^2 \right) \quad \Rightarrow \quad t_A = \frac{\Delta t}{2} + \frac{\Delta h}{g \Delta t} \qquad (3)$$

Uvrštavanjem se dobije:

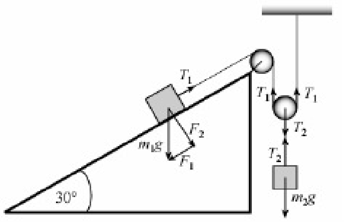
$$t_A = 3.31\ \text{s} \qquad (1)$$

Uvrštavanjem izraza za vrijeme pada dobivaju se visine sa kojih su tijela pala:

$$h_A = \frac{g}{2}\left(\frac{\Delta t}{2} + \frac{\Delta h}{g\Delta t}\right)^2 = 53.7\ \text{m} \qquad (1)$$

$$h_B = h_A - \Delta h = 38.7\ \text{m} \qquad (1)$$

Zadatak 3 (9 bodova)



Pretpostavimo da se tijelo mase m_1 giba uz kosinu, a tijelo mase m_2 prema dolje. Primjenom drugog Newtonovog zakona dobivamo sljedeće jednadžbe:

$$m_1 a_1 = T_1 - F_1 \qquad (1)$$

$$m_2 a_2 = m_2 g - T_2 \qquad (1)$$

$$T_2 = 2T_1 \qquad (1)$$

Ako se tijelo mase m_2 pomakne za s, u istom vremenskom intervalu će se tijelo mase m_1 pomaknuti za 2s. Prema tome slijedi da je akceleracija prvog tijela dvostruko veća od akceleracije drugog tijela:

$$a_1 = 2a_2 \qquad (1)$$

Komponenta težine tijela m_1 paralelna kosini može se odrediti iz sličnosti trokuta te iznosi:

$$F_1 = \frac{m_1 g}{2} \qquad (1)$$

Uvrštavanjem se dobije sljedeći sustav jednadžbi:

$$2m_1 a_2 = T_1 - \frac{m_1 g}{2}$$

$$m_2 a_2 = m_2 g - 2T_1$$

Rješavanjem se dobije konačan izraz za akceleraciju tijela mase m_2:

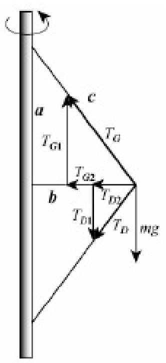
$$a_2 = \frac{m_2 - m_1}{4m_1 + m_2} g \qquad (3)$$

Uvrštavanjem se dobije:

$$a_2 = 4.36\ \text{m/s}^2 \qquad (1)$$

Smjer ubrzanja je prema dolje kao što smo i pretpostavili na početku.

Zadatak 4 (11 bodova)



Označimo stranice pravokutnog trokuta sa a, b, c kao na slici. Tada je duljina katete b jednaka:

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = 0.75\ \text{m}$$

Dijagram sila prikazan je na slici. Pomoću sličnosti trokuta odredimo komponente sile napetosti gornje niti T_G i komponente sile napetosti donje niti T_D:

$$T_{G1} : T_G = a : c \quad \Rightarrow \quad T_{G1} = \frac{4}{5} T_G$$

$$T_{G2} : T_G = b : c \quad \Rightarrow \quad T_{G2} = \frac{3}{5} T_G$$

$$T_{D1} : T_D = a : c \quad \Rightarrow \quad T_{D1} = \frac{4}{5} T_D$$

$$T_{D2} : T_D = b : c \quad \Rightarrow \quad T_{D2} = \frac{3}{5} T_D \qquad (1)$$

a) Ukupna sila u okomitom smjeru je jednaka nuli:

$$T_{G1} - T_{D1} - mg = 0$$

$$\frac{4}{5}T_G - \frac{4}{5}T_D - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad T_D = T_G - \frac{5}{4}mg \tag{2}$$

Uvrštavanjem se dobije:

$$T_D = 30.95 \text{ N} \tag{1}$$

b) Ukupna sila u horizontalnom smjeru jednaka je centripetalnoj sili:

$$F_{cp} = \frac{mv^2}{b} = T_{G2} + T_{D2} = \frac{3}{5}\left(T_G + T_D\right)$$

Slijedi da je brzina tijela jednaka:

$$v = \sqrt{\frac{3}{5}\frac{b\left(T_G + T_D\right)}{m}} \tag{2}$$

Uvrštavanjem:

$$v = 3.53 \text{ m/s} \tag{1}$$

c) Ako je napetost donje niti jednaka nuli, vrijedi:

$$T_{G1} - mg = 0$$

$$\frac{4}{5}T_G - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad T_G = \frac{5}{4}mg \tag{1}$$

Također vrijedi:

$$F_{cp} = \frac{mv'^2}{b} = T_{G2} = \frac{3}{5}T_G = \frac{3}{4}mg \tag{1}$$

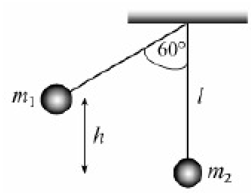
Slijedi da je tražena brzina jednaka:

$$v' = \sqrt{\frac{3}{4}gb} \tag{1}$$

Uvrštavanjem se dobije:

$$v' = 2.35 \text{ m/s} \tag{1}$$

Zadatak 5 (11 bodova)



Brzinu prve kuglice prije sudara odredimo iz zakona očuvanja energije:

$$m_1 gh = \frac{m_1 v_1^2}{2} \tag{1}$$

Sa slike je očito da je visina h jednaka polovici duljine niti $h = l/2$

$$m_1 g\frac{l}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} \quad \Rightarrow \quad v_1^2 = gl \tag{1}$$

Zakon očuvanja količine gibanja za elastični sudar kuglica glasi:

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \tag{1}$$

Zakon očuvanja energije:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \tag{1}$$

Iz zakona očuvanja energije dobije se:

$$m_1\left(v_1^2 - v_1'^2\right) = m_2 v_2'^2$$

Brzina druge kuglice nakon sudara odredi se iz zakona očuvanja količine gibanja:

$$v_2' = \frac{m_1}{m_2}\left(v_1 - v_1'\right) \tag{1}$$

Uvrštavanjem u prethodni izraz dobije se:

$$m_1\left(v_1-v_1'\right)\left(v_1+v_1'\right)=m_2\frac{m_1^2}{m_2^2}\left(v_1-v_1'\right)^2$$

Sređivanjem prethodnih izraza dobiju se konačni izrazi za brzine kuglica nakon sudara:

$$v_1'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_1=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\sqrt{gl} \tag{2}$$

$$v_2'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}v_1=\frac{2m_1}{m_1+m_2}\sqrt{gl} \tag{2}$$

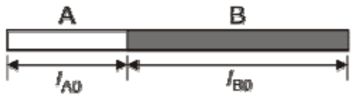
Visine na koju se kuglice popnu nakon sudara odrede se iz zakona očuvanja energije:

$$m_1gh_1=\frac{m_1v_1'^2}{2}\quad\Rightarrow\quad h_1=\frac{v_1'^2}{2g}=\frac{l}{2}\left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)^2=1\text{ cm} \tag{1}$$

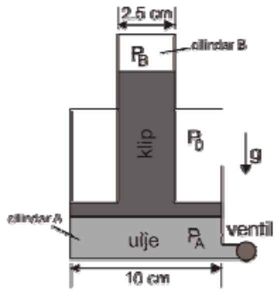
$$m_2gh_2=\frac{m_2v_2'^2}{2}\quad\Rightarrow\quad h_2=\frac{v_2'^2}{2g}=\frac{l}{2}\left(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\right)^2=4\text{ cm} \tag{1}$$

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2006/2007
Srednje škole – 2. grupa

1. zadatak (10 bodova)
Metalni štap A dug 30 cm produlji se za 0.065 cm kad mu se temperatura poveća s 0°C na 100°C. Štap B napravljen od nekog drugog metala, ali jednake duljine kao A (na 0°C) produlji se za 0.035 cm za jednako povećanje temperature (od 0°C do 100°C). Treći štap (C), također duljine 30 cm (na 0°C) je napravljen od dva komada (početnih duljina l_{A0} i l_{B0}) štapova A i B spojenih na krajevima (slika). Za povišenje temperature od 0°C do 100°C ovaj štap se produlji za 0.058 cm. Izračunajte duljinu (na 0°C) dijelova od kojih je sastavljen treći štap (l_{A0} i l_{B0}).



2. zadatak (10 bodova)
Dva cilindra (A i B) su povezana klipom kao na slici. Cilindar A se koristi kao hidraulička dizalica i tlak ulja unutra je $P_A = 500\,\text{kPa}$ (ulje je ubrizgano pomoću ventila s desne strane slike koji je zatim zatvoren). Masa klipa je 25 kg i sustav se nalazi u gravitacijskom polju (slika). Koliki je tlak plina P_B u cilindru B? Promjer cilindra B je 2.5 cm, a cilindra A 10 cm. Atmosferski tlak $P_0 = 100\,\text{kPa}$.



3. zadatak (10 bodova)
Zrak (uglavnom dvoatomne molekule) na temperaturi 27°C i atmosferskom tlaku se uvlači u pumpu za bicikl koja ima cilindar unutrašnjeg promjera 2.5 cm i duljinu 50 cm. Pritiskanjem klipa pumpe iz najvišeg položaja u donji položaj zrak se adijabatski komprimira pri čemu tlakomjer na pumpi pokaže 800 kPa prije nego što uđe u gumu. Izračunajte

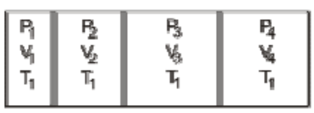
a) volumen komprimiranog zraka
b) temperaturu komprimiranog zraka

Što ako je pumpa od čelika, a debljina stijenke 2 mm. Pretpostavite da se dozvoli da 4 cm duljine cilindra dođe u termičku ravnotežu s komprimiranim zrakom.

c) Koliko će se povisiti temperatura stijenke?

Atmosferski tlak je 101.3 kPa, a toplinski kapaciteti zraka pri konstantnom tlaku i volumenu su, redom, $C_P = 7/2 \cdot R$ i $C_V = 5/2 \cdot R$ ($R = 8.314\,\text{JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$). Toplinski kapacitet čelika je $c = 448\,\text{Jkg}^{-1}\text{mol}^{-1}$. Gustoća čelika je $7860\,\text{kg/m}^3$.
NAPOMENA: tlakomjer pumpe pokazuje za koliko je tlak u cilindru pumpe veći od vanjskog, atmosferskog tlaka, odn. pokazuje razliku tlaka unutar pumpe i vanjskog tlaka.

4. zadatak (10 bodova)
U zatvorenom cilindru nalaze se tri klipa, koji ga dijele u četiri dijela (slika). U svakom dijelu nalazi se plin s odgovarajućim parametrima stanja (tlak, volumen, temperatura): P_1, V_1, T_1, P_2, V_2, T_1, P_3, V_3, T_1, P_4, V_4, T_1. U jednom trenutku klipovi se počinju



gibati (bez trenja) sve do uspostavljanja stacionarnog stanja. Nakon toga temperatura u svim dijelovima je T_2. Koliki je tada tlak plina u pojedinim dijelovima cilindra i koliki su volumeni odgovarajućih dijelova?

5. zadatak (10 bodova)
Balon s vrućim zrakom lebdi zbog toga što je topli zrak na atmosferskom tlaku rjeđi od hladnog zraka na istom tlaku. Ako je volumen balona $500\,\mathrm{m}^3$ a okolni zrak je na temperaturi od $15°\mathrm{C}$, kolika najmanja mora biti temperatura zraka u balonu da bi on mogao podići teret od $290\,\mathrm{kg}$ (pored mase toplog zraka)? Gustoća zraka na $15°\mathrm{C}$ i atmosferskom tlaku je $1.23\,\mathrm{kg}/\mathrm{m}^3$.

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2006/2007
Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak

Uvedimo sljedeće oznake: $l_0 = 30\,\text{cm}$, $\Delta l_A = 0.065\,\text{cm}$, $\Delta l_B = 0.035\,\text{cm}$, $\Delta l_{AB} = 0.058\,\text{cm}$.
Duljine štapova A i B za povećanje temperature $\Delta T = 100°\text{C}$ iznose

$$\begin{aligned} l_A &= l_0\left(1+\alpha_A \Delta T\right) \\ l_B &= l_0\left(1+\alpha_B \Delta T\right) \end{aligned} \quad \textbf{[1 bod]} \tag{1}$$

gdje su s α_A i α_B označeni koeficijenti linearnog rastezanja metala, redom, A i B. Ako se izraze α_A i α_B iz (1) dobije se

$$\begin{aligned} \alpha_A &= \frac{l_A - l_0}{l_0 \Delta T} = \frac{\Delta l_A}{l_0 \Delta T} \\ \alpha_B &= \frac{l_B - l_0}{l_0 \Delta T} = \frac{\Delta l_B}{l_0 \Delta T} \end{aligned} \quad \textbf{[1 bod]} \tag{2}$$

S l_{A0} i l_{B0} su, redom, označene početne duljine štapova A i B od kojih je sastavljen štap C. Produljenje ovog štapa uz zagrijavanje $\Delta T = 100°\text{C}$ je

$$\Delta l_{AB} = l_B^{'} - l_{B0} + l_A^{'} - l_{A0} = \alpha_B l_{B0} \Delta T + \alpha_A l_{A0} \Delta T \quad \textbf{[2 boda]} \tag{3}$$

S $l_A^{'}$ i $l_B^{'}$ su, redom, označene duljine dijelova A i B od kojih je sastavljen štap C (na temperaturi $100°\text{C}$).
U ovaj izraz treba uvrstiti (2) čime se dobije

$$\Delta l_{AB} = \Delta l_B \frac{l_{B0}}{l_0} + \Delta l_A \frac{l_{A0}}{l_0} \quad \textbf{[2 boda]} \tag{4}$$

Također, vrijedi

$$l_0 = l_{A0} + l_{B0} \quad \textbf{[1 bod]} \tag{5}$$

Ovo je sustav dvije jednadžbe s dvije nepoznanice (l_{A0} i l_{B0}) koji, kad se riješi, daje

$$\begin{aligned} l_{A0} &= \boxed{23\,\text{cm}} \\ l_{B0} &= \boxed{7\,\text{cm}} \end{aligned} \quad \textbf{[3 boda]} \tag{6}$$

2. zadatak

U ravnotežnom stanju mora biti ukupna sila na klip jednaka nuli. Sile na klip u vertikalnom smjeru (smjer g) su

$$P_B A_B + m_{\text{KLIP}} g + P_0\left(A_A - A_B\right) = P_A A_A \quad \textbf{[5 bodova]} \tag{7}$$

gdje su površine poprečnih presjeka šireg i užeg dijela klipa, redom,

$$\begin{aligned} A_A &= \frac{\pi}{4} \cdot 0.1^2 \approx 0.00785\,\text{m}^2 \\ A_B &= \frac{\pi}{4} \cdot 0.025^2 \approx 0.000491\,\text{m}^2 \end{aligned} \quad \textbf{[2 boda]} \tag{8}$$

Lako se dobije

$$P_B = \frac{P_A A_A - m_{\text{KLIP}} g - P_0 \left(A_A - A_B\right)}{A_B} \approx \boxed{6\,\text{MPa}} \ \ [\textbf{3 boda}] \tag{9}$$

3. zadatak
Početni volumen je

$$V_p = \pi \left(\frac{2.50 \cdot 10^{-2}\,\text{m}}{2} \right)^2 \cdot 0.5\,\text{m} \approx 2.45 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^3 \ \ [\textbf{1 bod}] \tag{10}$$

Količina zraka u cilindru je

$$n = \frac{P_p V_p}{R T_p} \approx 9.96 \cdot 10^{-3}\,\text{mol} \ \ [\textbf{1 bod}] \tag{11}$$

gdje je $P_p = 101.3\,\text{kPa}$, $T_p = 300.15\,\text{K}$. Konačni tlak (nakon adijabatske kompresije) je

$$P_k = 101.3\,\text{kPa} + 800\,\text{kPa} = 901.3\,\text{kPa} \ \ [\textbf{1 bod}] \tag{12}$$

a) Proces je adijabatski, pa je ($\gamma = 7/5$)

$$P_p V_p^\gamma = P_k V_k^\gamma \Rightarrow V_k = V_p \left(P_p / P_k\right)^{1/\gamma} \approx \boxed{5.14 \cdot 10^{-5}\,\text{m}^3} \ \ [\textbf{2 boda}] \tag{13}$$

b) Konačna temperatura je dana s

$$T_k = T_p \left(\frac{P_p}{P_k} \right)^{\frac{1}{\gamma}-1} \approx \boxed{560\,\text{K}} \ \ [\textbf{2 boda}] \tag{14}$$

c) Rad koji se obavi nad plinom tijekom kompresije je jednak promjeni unutrašnje energije zraka (proces je adijabatski tj. $\Delta Q = 0$, $\Delta T = 560\,\text{K} - 300.15\,\text{K} = 259.85\,\text{K}$)

$$\Delta U = n C_V \Delta T \approx \boxed{53.8\,\text{J}} \tag{15}$$

Sad se pretpostavi da se zbog razlike temperatura toplina preda jednom dijelu unutrašnje stijenke (dok se zrak drži na konstantnom volumenu). Vanjski promjer pumpe je $25\,\text{mm} + 2\,\text{mm} + 2\,\text{mm} = 29\,\text{mm}$, pa je volumen stijenke $\pi\left[\left(14.5 \cdot 10^{-3}\right)^2 - \left(12.5 \cdot 10^{-3}\right)^2\right] \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 6.79 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^3$ (razlika volumena cilindra promjera $29\,\text{mm}$ i $25\,\text{mm}$, jednakih visina) odnosno masa je $\rho V = 7.86 \cdot 10^3 \cdot 6.79 \cdot 10^{-6} \approx 53.4\,\text{g}$.
Prema zakonu o očuvanju energije – ukupni proces

$$\Delta U = n C_V \Delta T_2 + m c \Delta T_2 = 9.97 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.314 \left(T_{k2} - 300.15\,\text{K}\right) + 53.4 \cdot 10^{-3} \cdot 448 \left(T_{k2} - 300.15\,\text{K}\right) \tag{16}$$

(gdje je s ΔT_2 označena promjena temperature stijenke zbog predaje topline) [**2 boda**] slijedi

$$T_{k2} - 300.15\,\text{K} \approx \boxed{2.24\,\text{K}} \ \ [\textbf{1 bod}] \tag{17}$$

NAPOMENA:
Zakon o očuvanju energije se može napisati i ovako (predaja topline od toplog zraka stijenci)

$$\left(560 - T_{k2}\right) \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.314 \cdot 9.96 \cdot 10^{-3} = 448 \cdot \left(T_{k2} - 300.15\right) \cdot 53.4 \cdot 10^{-3} \tag{18}$$

što vodi na (17).

4. zadatak

Označimo s $P_1^{'}, V_1^{'}, T_2$, $P_2^{'}, V_2^{'}, T_2$, $P_3^{'}, V_3^{'}, T_2$ i $P_4^{'}, V_4^{'}, T_2$ tlakove, volumene i temperature u pojedinim dijelovima cilindra (redom slijeva nadesno) nakon uspostavljanja stacionarnog stanja. Očito, stacionarno stanje se uspostavlja kad je

$$P_1^{'} = P_2^{'} = P_3^{'} = P_4^{'} = P^{'} \text{ [\textbf{2 boda}]} \tag{19}$$

Ukupni volumen je ostao isti tj.

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = V_1^{'} + V_2^{'} + V_3^{'} + V_4^{'} = \text{konst. [\textbf{2 boda}]} \tag{20}$$

Količina plina u pojedinim dijelovima je nepromijenjena odnosno (prema jednadžbi stanja idealnog plina)

$$n_1 = \frac{P_1 V_1}{R T_1} = \frac{P^{'} V_1^{'}}{R T_2} \Rightarrow V_1^{'} = \frac{T_2}{T_1} \frac{P_1}{P^{'}} V_1 \text{ [\textbf{2 boda}]} \tag{21}$$

i analogno za $V_2^{'}$, $V_3^{'}$ i $V_4^{'}$. Ovo se uvrsti u (20) i izračuna $P^{'}$

$$P^{'} = \boxed{\frac{T_2}{T_1} \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2 + P_3 V_3 + P_4 V_4}{V_1 + V_2 + V_3 + V_4}} \text{ [\textbf{2 boda}]} \tag{22}$$

Uvrštavanjem (22) u (21) dobiju se volumeni pripadajućih dijelova

$$V_1^{'} = \boxed{\frac{P_1 V_1 (V_1 + V_2 + V_3 + V_4)}{P_1 V_1 + P_2 V_2 + P_3 V_3 + P_4 V_4}} \tag{23}$$

i analogno za $V_2^{'}$, $V_3^{'}$ i $V_4^{'}$ [**2 boda**].

5. zadatak

Označimo s $m = 290\,\text{kg}$ masu tereta. Prema Arhimedovom zakonu mora biti

$$F_u = mg + \rho^{'} V g \text{ [\textbf{2 boda}]} \tag{24}$$

gdje je $\rho^{'}$ gustoća toplog zraka, a V volumen balona. Vrijedi $F_u = \rho V g$ [**2 boda**] (težina istisnutog zraka na temperaturi $15°\text{C}$, gdje je ρ gustoća zraka na $15°\text{C}$). Iz (24) se dobije $\rho^{'} = \rho - m/V$ [**1 bod**]. Prema jednadžbi stanja idealnog plina $PV = nRT = m_{zrak} RT / M_{zrak}$ [**1 bod**] (M_{zrak} je molarna masa zraka) slijedi

$$\rho = \frac{m_{zrak}}{V_{zrak}} = \frac{P M_{zrak}}{RT} \tag{25}$$

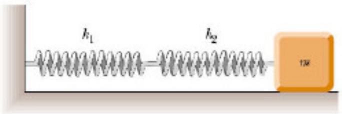
P, M i R su konstante, pa je i umnožak $\rho T = \text{konst.}$ [**2 boda**]. Drugim riječima, gustoća je obrnuto proporcionalna temperaturi pa je tražena temperatura

$$T^{'} = T \frac{\rho}{\rho^{'}} = T \left(1 - \frac{m}{\rho V} \right)^{-1} = \boxed{545\,\text{K}} = \boxed{272°\text{C}} \text{ [\textbf{2 boda}]} \tag{26}$$

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2006/2007
Srednje škole – 3. grupa

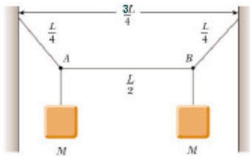
1. zadatak (10 bodova)

Drveni blok mase $m = 1\text{kg}$ pričvršćen je za dvije opruge, čije konstante su $k_1 = 40\ \text{N/m}$ i $k_2 = 60\ \text{N/m}$, kao što je prikazano na slici. Malo ga pomaknemo iz položaja ravnoteže i pustimo da se slobodno giba po horizontalnoj podlozi bez trenja. Kakvo gibanje će blok opisivati? Izračunaj period tog gibanja.



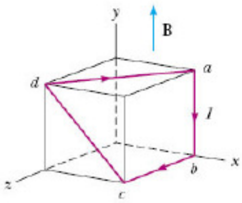
2. zadatak (10 bodova)

Krajevi laganog užeta mase m = 10 g i duljine L = 1m pričvršćeni su za dva zida, koji su međusobno udaljeni D = 0.75 m. Dva objekta istih masa, M = 1 kg, obješena su za uže kao što je prikazano na slici. Ukoliko je transverzalni val (puls) poslan iz točke A koliko vremena mu je potrebno da dođe do točke B?



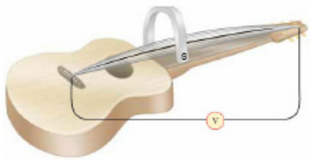
3. zadatak (10 bodova)

Na slici je prikazana kocka brida 40 cm. Četiri ravna dijela žice – ab, bc, cd, i da - čine zatvorenu petlju kojom teče električna struja I = 5 A, u smjeru kao što je prikazano na slici. Jednolika magnetska indukcija B = 0.02 T usmjerena je u smjeru osi y (slika). Izračunaj iznos i smjer magnetske sile koja djeluje na svaki dio žice.



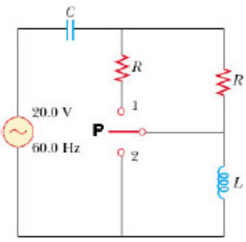
4. zadatak (10 bodova)

Savitljiva metalna žica s linearnom gustoćom 3×10^{-3} kg/m nategnuta je pomoću dvije stezaljke koje su međusobno udaljene 64 cm, i drže žicu napetu silom napetosti od 267 N. Magnet je stavljen blizu žice kao što je prikazano na slici. Pretpostavi da magnet stvara jednoliku magnetsku indukciju 4.5 mT na području duljine 2 cm oko središta žice i zanemarivo polje izvan tog područja. Žica vibrira osnovnom (najnižom) frekvencijom. Dio žice koji se nalazi u magnetskom polju titra konstantnom amplitudom od 1.5 cm. Izračunaj frekvenciju i amplitudu elektromotorne sile koja se inducira između krajeva žice.



5. zadatak (10 bodova)

Kondenzator, zavojnica i dva otpornika jednakih otpora spojeni su u električni krug (izmjenične struje) kao što je prikazano na slici. Izvor izmjeničnog napona daje napon 20 V, frekvencije 60 Hz. Kada je prekidač P otvoren (kao na slici), krugom teče električna struja 183 mA. Kada je prekidač u položaju 1, krugom teče električna struja 298 mA, a kada je u položaju 2 struja iznosi 138 mA. Odredi otpor R, induktivitet L i kapacitet C.



ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2006/2007
Srednje škole – 3. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak

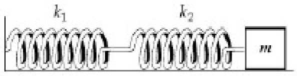
Blok će opisivati harmonijsko titranje.

Kada blok pomaknemo za x u odnosu na položaj ravnoteže, prva opruga rastegnuti će se za x_1, a druga opruga za x_2.

Zbog trećeg Newtonovog zakona slijedi: $k_1 x_1 = k_2 x_2$. [2 boda]

Također vrijedi sljedeće: $x_1 + x_2 = x$, [1 bod]

iz čega proizlazi: $x_1 = \left[\frac{k_2}{k_1 + k_2}\right] x$. [1 bod]



Sila na svaku oprugu je $F = \left[\frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}\right] x = ma$,

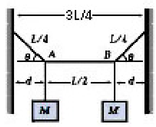
gdje je a ubrzanje bloka mase m. [2 boda]

Ovo možemo pisati i u obliku $F = k_{eff} x = ma$, [1 bod]

iz čega slijedi $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{eff}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}}$. [2 boda]

Uvrštavanjem zadanih vrijednosti dolazimo do rezultata $T = 1.3$ s. [1 bod]

2. zadatak

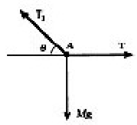


Pogledajmo sile koje djeluju u točki A:

$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad T_1 \sin\theta = Mg,$ [1 bod]

$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad T_1 \cos\theta = T,$ [1 bod]

iz čega dobivamo silu napetosti dijela užeta koji povezuje točke A i B:



$T = \frac{Mg}{\tan\theta}$. [2 boda]

Kut θ određujemo iz sljedeće relacije: $\cos\theta = \frac{L/8}{L/4} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \theta = 60^\circ.$

[1 bod]

Brzina transverzalnih valova u ovom dijelu žice je:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{Mg/\tan\theta}{m/L}} = \sqrt{\frac{MgL}{m\tan\theta}},$$ [2 boda]

a vrijeme potrebno da bi puls došao od točke A do točke B je:

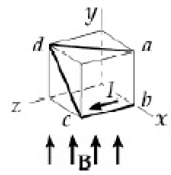
$$t = \frac{L/2}{v} = \sqrt{\frac{mL\tan\theta}{4Mg}}.$$ [2 boda]

Nakon uvrštavanja podataka dolazimo do traženog rješenja: $t = 0.02\,\text{s}$. [1 bod]

3. zadatak

Za svaki dio žice vrijedi $I = 5$ A, i $\vec{B} = 0.02\,\text{T}\,\hat{j}$.

Dio	L	$\vec{F}_B = I\left(\vec{l} \times \vec{B}\right)$	[2 boda]
ab	-0.4 m $\hat{j}$	0	[2 boda]
bc	0.4 m $\hat{k}$	40 mN $\left(-\hat{i}\right)$	[2 boda]
cd	-0.4 m $\hat{i}$ +0.4 m $\hat{j}$	40 mN $\left(-\hat{k}\right)$	[2 boda]
da	0.4 m $\hat{i}$ -0.4 m $\hat{k}$	40 mN $\left(\hat{k}+\hat{i}\right)$	[2 boda]



4. zadatak

Brzina valova na žici je $v = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}} = \sqrt{\dfrac{267}{3\times10^{-3}}} = 298\,\text{m/s}.$ [1 bod]

U osnovnom stanju stojnog vala:

$d_{ss} = 0.64\,\text{m} = \dfrac{\lambda}{2}, \quad \lambda = 1.28\,\text{m}.$ (d_{ss} označava udaljenost među stezaljkama)

[1 bod]

i $f = \dfrac{v}{\lambda} = \dfrac{298}{1.28} = 233\,\text{Hz}.$ [1 bod]

i) Promjena magnetskog toka kroz krug koji sadrži žicu će tjerati električnu struju prema lijevo kada se žica kreće prema gore i prema desno kada se žica kreće prema dolje. Elektromotorna sila će imati jednaku frekvenciju, 233 Hz.
[2 boda]

ii) Vertikalna koordinata središta žice dana je s:

$x = A\cos\omega t = (1.5\,\text{cm})\cos(2\pi\cdot 233\,\text{t/s}),$ [1 bod]

a brzina je dana s:

$v = -(1.5\,\text{cm})(2\pi\cdot 233\,/\text{s})\sin(2\pi\cdot 233\,\text{t/s})$ [1 bod]

Maksimalna brzina je $1.5\,\text{cm}(2\pi\cdot 233\,/\text{s}) = 22\,\text{m/s}.$ [1 bod]

Inducirana elektromotorna sila je $\varepsilon = -Blv$, s amplitudom

$\varepsilon_{\max} = Blv_{\max} = 4.5\times10^{-3}\,\text{T}\cdot(0.02\,\text{m})\cdot 22\,m/s = 1.98\times10^{-3}\,\text{V}.$ [2 boda]

5. zadatak

Kutna frekvencija je $\omega = 2\pi 60\,\text{s}^{-1} = 377\,\text{s}^{-1}.$ [1 bod]

Kada je prekidač otvoren, R, L i C su spojeni serijski s izvorom:

$R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2 = \left(\dfrac{\Delta V_s}{I}\right)^2 = \left(\dfrac{20}{0.183}\right)^2 = 1.194\times10^4\,\Omega^2.$ [1 bod]

Kada je prekidač u položaju 1, imamo dva paralelno spojena otpora R (što daje ekvivalentni otpor $\frac{R}{2}$), koji su spojeni u seriju s L i C:

$$\left(\frac{R}{2}\right)^2 + \left(X_L - X_C\right)^2 = \left(\frac{20}{0.298}\right)^2 = 4.504\times10^3\ \Omega^2. \qquad \text{[1 bod]}$$

Kada je prekidač u položaju 2, električna struja ne teče kroz zavojnicu. R i C su spojeni u seriju s izvorom:

$$R^2 + X_C^2 = \left(\frac{20}{0.137}\right)^2 = 2.131\times10^4\ \Omega^2. \qquad \text{[1 bod]}$$

Sređivanjem dolazimo do: $\frac{3}{4}R^2 = 7.44\times10^3\ \Omega^2 \Rightarrow \quad R = 99.6\,\Omega.$ [1 bod]

Nadalje, $X_c = \left[2.131\times10^4 - 99.6^2\right]^{1/2}\Omega = 106.7\ \Omega = \frac{1}{\omega C}.$ [1 bod]

$C = \left(\omega X_c\right)^{-1} = \left[377\cdot106.7\right]^{-1} = 2.49\times10^{-5}\,\text{F}.$ [1 bod]

I, još: $X_L - X_C = \pm\left[1.194\times10^{-4} - \left(99.6\right)^2\right]^{1/2} = \pm44.99\,\Omega$ [1 bod]

$X_L = 106.7\ \Omega \pm 44.99\,\Omega = 61.74\,\Omega$ ili $151.7\ \Omega = \omega L.$ [1 bod]

$L = \frac{X_L}{\omega} = 0.164$ H ili 0.402 H. Moguća su oba rješenja. [1 bod]

(Kod rješavanja kvadratnih jednadžbi uzeta su u obzir samo pozitivna, tj. fizikalno moguća rješenja.)

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2006/2007
Srednje škole – 4. grupa

1. zadatak (8 bodova)
Fotografskim aparatom čiji je objektiv žarišne daljine 5cm fotografira se letjelica u pokretu udaljena 500m od fotoaparata. Letjelica se giba okomito na smjer snimanja brzinom 2km/s. Koliko je najdulje moguće trajanje izloženosti fotografskog filma svjetlosti (tzv. ekspozicija) da pomicanje slike na fotografskom filmu ne bude veće od 100μm?

2. zadatak (9 bodova)
Pomoću spektrometra s optičkom rešetkom koja ima 600 zareza po milimetru promatra se spektar zračenja crnog tijela. Zastor je udaljen 50cm od rešetke. Na udaljenosti 15cm od središnje svijetle točke na zastoru opaža se maksimum intenziteta prvog reda. Zastor i rešetka okomiti su na spojnicu njihovih središta i svjetlost upada okomito na rešetku. Kolika je temperatura crnog tijela? Što se još vidi na zastoru?

3. zadatak (10 bodova)
Spektar dopuštenih energija elektrona vezanog u nekom sustavu dan je formulom $E_n = -U/n$. Najmanja valna duljina fotona kojim treba obasjati taj sustav da bi kinetička energija oslobođenog elektrona bila 10eV iznosi 88nm. Koliki je U?
Kolikom najvećom valnom duljinom fotona se iz osnovnog stanja može pobuditi elektron? Širina (neodređenost) valne duljine tog fotona smije biti 0,000004nm. Zanemarite neodređenost energije osnovnog stanja. Koliko je karakteristično vrijeme života tog pobuđenog stanja elektrona prije povratka u osnovno stanje?

4. zadatak (11 bodova)
Pobjeđujući u međuzvjezdanoj utrci pilot vozi svoj svemirski brod kroz cilj brzinom 0,6c relativno s obzirom na cilj (c je brzina svjetlosti). U trenutku kad prednji kraj broda u referentnom sustavu pilota prolazi kroz cilj (događaj A), pilot sa stražnjeg kraja broda pošalje pobjednički svjetlosni signal (događaj B). Pilot mjeri duljinu svog broda 300m. Koliku duljinu broda mjeri sudac? Sudac miruje uz cilj. Kada i gdje sudac u svom referentnom sustavu opaža događaje A i B? Jesu li događaji A i B istovremeni u sustavu pilota, a jesu li istovremeni u sustavu suca? Obrazloži je li sudac primio signal prije nego što je prednji kraj broda prošao kroz cilj, to jest kako posebna teorija relativnosti ipak ne omogućava predviđanje događaja?

5. zadatak (12 bodova)
Staklena vodoravna planparalelna ploča nalazi se iznad staklene kocke tako da je između njih tanki zračni sloj homogene visine. Zrake svjetlosti valnih duljina od 0,4μm do 1,15μm padaju okomito na ploču, reflektiraju se o obje granične površine zračnog sloja te potom interferiraju. U danom području valnih duljina samo dvije valne duljine daju u takvoj interferenciji maksimume. Jedna od njih je 0,4 μm. Kolika je druga od njih? Kolika je debljina zračnog sloja?

Konstante: brzina svjetlosti $c = 3\cdot 10^{8}$m/s, Planckova konstanta $h = 6{,}626\cdot 10^{-34}$Js,
elementarni naboj $e = 1{,}6\cdot 10^{19}$C, masa elektrona $m_e = 9{,}11\cdot 10^{-31}$kg
Štefan-Boltzmannova konstanta $5{,}67\cdot 10^{-8}$Wm^{-2}K^{-4}, Wienova konstanta $2{,}898\cdot 10^{-3}$mK

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2006/2007
Srednje škole – 4. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (8 bodova)

Iz jednadžbe leće $\frac{1}{x}+\frac{1}{x'}=\frac{1}{f}$, gdje je x=500m udaljenost letjelice od leće i f=5cm njena žarišna daljina, dobije se udaljenost slike od leće $x'=\frac{fx}{x-f}$ = 5cm. **(2 boda)**

Udaljenost y predmeta i udaljenost y' slike od osi leće su u odnosu $\frac{y}{x}=\frac{y'}{x'}$. **(1 bod)**

Slijedi $y'=\frac{fy}{x-f}$. **(1 bod)**

Ako je brzina gibanja predmeta $v=\frac{\Delta y}{\Delta t}$=5000m/s, onda je brzina gibanja slike

$v'=\frac{\Delta y'}{\Delta t}=\frac{f}{x-f}\cdot v$. **(2 boda)**

Unutar vremena ekspozicije Δt slika se smije pomaknuti najviše za $\Delta y'$=0,1mm pa je

$\Delta t=\frac{\Delta y'}{vf}(x-f)$ =0,5ms. **(2 boda)**

2. zadatak (9 bodova)

Spektar zračenja crnog tijela temperature T raspodijeljen je po valnim duljinama tako da najveći intenzitet pripada valnoj duljini određenoj s $\lambda_M\cdot T=C_W$, gdje je C_W= 2,898·10^{-3}Km Wienova konstanta. **(1 bod)**

Svjetlost valne duljine λ difrakcijom na rešetki perioda d dat će maksimum pod kutom određenim s $d\sin\theta=k\lambda$. Kod nas je d=1mm/600=1,667μm i promatramo prvi red difrakcije k=1. **(2 boda)**

Različite valne duljine iz spektra difraktirat će se pod različitim kutovima tako da će difrakcijska slika na zastoru sadržavati kontinuiranu raspodjelu po kutu s tim da intenziteti različitih valnih duljina, to jest za različite kutove, neće biti jednaki, već raspodijeljeni u skladu sa spektrom zračenja crnog tijela. **(3 boda)**

Najveći intenzitet ostvaren je pod kutom danim s $\sin\theta=\frac{15\text{cm}}{\sqrt{(15\text{cm})^2+(50\text{cm})^2}}=0{,}2873$ na kojem se pojavljuje valna duljina $\lambda_M=d\sin\theta=479\text{nm}$. **(2 boda)**

Pri toj valnoj duljini najveći intenzitet zrači tijelo temperature $T=\frac{C_W}{\lambda_M}$ = 6050K. **(1 bod)**

3. zadatak (10 bodova)

Najmanja valna duljina fotona odgovara najvećoj energiji fotona, a taj izbacuje elektron iz stanja najniže energije, tj. n = 1 **(1 bod)**.

Očuvanje energije tada glasi $-\frac{U}{1}+\frac{hc}{\lambda_{\min}}=K$, gdje je K = 10eV kinetička energija izbačenog elektrona, a $\lambda_{\min}$ = 88nm. **(1 bod)**

Slijedi U = $6{,}588\cdot 10^{-19}$J = 4,118eV. **(1 bod)**

Foton najveće valne duljine, tj. najmanje energije, pobuđivat će elektron iz osnovnog stanja u prvo pobuđeno stanje pa je $\frac{hc}{\lambda_{MAX}}=E_2-E_1=-\frac{U}{2}-\left(-\frac{U}{1}\right)=\frac{U}{2}$ iz čega slijedi

$\lambda_{MAX}=\frac{2hc}{U}=603{,}4$nm. **(3 boda)**

Zbog širine energijskog stanja od ΔE postoji donja granica λ_1 i gornja granica λ_2 valne duljine fotona čijom apsorpcijom elektron prelazi iz osnovnog u prvo pobuđeno stanje.

λ_2-λ_1=$4\cdot 10^{-15}$m << λ_{MAX} pa je $\Delta E=\frac{hc}{\lambda_1}-\frac{hc}{\lambda_2}\approx\frac{hc\cdot\Delta\lambda}{{\lambda_{MAX}}^2}=2{,}18\cdot 10^{-27}$J. **(2 boda)**

Iz Heisenbergove relacije neodređenosti slijedi $\Delta t\geq\frac{\eta}{\Delta E}=4{,}83\cdot 10^{-8}$s kao karakteristično vrijeme života u prvom pobuđenom stanju. **(2 boda)**

4. zadatak (11 bodova)

Sudac mjeri duljinu broda $l=l_0\sqrt{1-u^2/c^2}$ =240m, gdje je u = 0,6c. **(2 boda)**

Uzmimo da se sustav suca S u kojem je cilj u ishodištu i sustav pilota S' u kojem je prednja točka broda u ishodištu međusobno podudaraju, to jest x=x'=0, u trenutku t=t'=0.

S' se giba brzinom u s obzirom na S.

U sustavu S' događaj A očito se dogodi u x'=0 i t'=0, dok se događaj B dogodi u t'=0 i x'=−300m. **(2 boda)**

Iz Lorentzovih transformacija $x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$ i $t'=\frac{t-ux/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$ mogu se dobiti x i t, tj. mjesto i vrijeme događaja u sustavu S. Umjesto algebarski, to se može učiniti i uočavanjem da se sustav S giba s obzirom na sustav S' brzinom $-u$ pa je $x=\frac{x'+ut'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$ i $t=\frac{t'+ux'/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$.

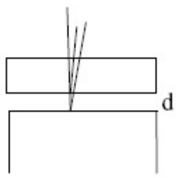
(2 boda)

Uvrštavanjem u=0,6c=$1{,}8\cdot 10^8$m/s te x'=−300m i t'=0 dobije se x=−375m u t=$-7{,}5\cdot 10^{-7}$s za događaj B, dok je događaj A na x=0 u t=0. **(1 bod)**

A i B su istovremeni u S', no nisu u S. **(1 bod)**

Čini se da je sudac uočio da je pilot poslao signal prije nego što je prednji kraj broda prošao kroz cilj. No, sudac u svom sustavu opaža da je tada prednji kraj broda na koordinati 375m−240m=135m, a gibajući se $7{,}5\cdot 10^{-7}$s brzinom u=$1{,}8\cdot 10^8$m/s brod prelazi 135m, što upravo toliko koliko treba da prednji kraj broda prođe ciljem u trenutku kad se čuje pobjednički signal. Dakle nema kontradikcije u vezi s predviđanjem događaja. **(3 boda)**

5. zadatak (12 bodova)



Jedna zraka reflektira se nailaskom iz stakla u zrak, a druga iz zraka u staklo pa druga dobiva pomak od $\lambda/2$. Razlika njihovih optičkih putova je stoga $2d+\lambda/2$ jer je indeks loma zraka 1. **(2 boda)**

Zrake interferiraju konstruktivno za $2d+\lambda/2=k\lambda$, k=0, 1, 2,... **(1 bod)**

Za poznatu valnu duljinu λ_1=0,4μm je $2d = k_1\lambda_1-\lambda_1/2$,
a za nepoznatu λ_2 je $2d = k_2\lambda_2-\lambda_2/2$. **(1 bod)**

Dijeljenjem proizlazi $\frac{2k_1+1}{2k_2+1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$

Budući da λ_2 može biti između λ_1=0,4μm i λ_3=1,15μm, ograničenje na k_1 i k_2 je

$1 \le \frac{2k_1+1}{2k_2+1} \le 2{,}875$ jer je λ_3/λ_1=2,875. **(2 boda)**

Treba naći one k_1 i k_2 za koje je λ_2 jedino rješenje. **(1 bod)**

Za k_1=0 omjer je manji ili jednak 1 za bilo koji k_2.

Za k_1=1 omjer je 3, 1, 0,6 , ... redom kako uzimamo k_2=0, 1, 2, ..., a ništa od toga nije u zadanom intervalu.

Za k_1=2 omjer je 5, 1,67, 1, 0,71 , ... redom kako uzimamo k_2=0, 1, 2, 3, ..., gdje 1,67 za k_2=1 zadovoljava uvjet omjera.

Za k_1=3 omjer je 7, 2,83, 1,4, 1, 0,78 , ... redom kako uzimamo k_2=0, 1, 2, 3, 4, ..., gdje 2,83 i 1,4 upadaju u traženi interval.

Za k_1=4, 5, 6, ... također postoji više od jednog rješenja.

Stoga je jedino jedinstveno rješenje k_1=2 i k_2=1 za koje je $\frac{2k_1+1}{2k_2+1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=1{,}67$ pa je

$\lambda_2=\lambda_1\cdot 1{,}67=0{,}668\mu m$. **(3 boda)**

Debljina zračnog sloja je dakle $d=(2k_1+1)\frac{\lambda_1}{4}=0{,}5\mu m$. **(2 boda)**