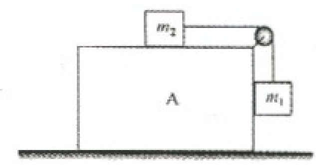
DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Srednje škole – 1. grupa

1. zadatak (16 bodova)

Dva tijela mase m_1 i m_2 spojena su pomoću nerastezljivog užeta zanemarive mase preko koloture zanemarive mase. Kojim se minimalnim ubrzanjem treba gibati tijelo A u horizontalnom smjeru tako da tijela mase m_1 i m_2 miruju u odnosu na tijelo A? Mase tijela se odnose kao $m_1 : m_2 = 1:2$. Koeficijent trenja između tijela mase m_1 i tijela A te tijela mase m_2 i tijela A iznosi $\mu = 0.15$.



2. zadatak (18 bodova)

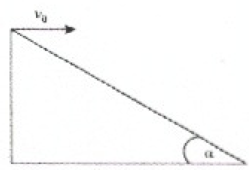
Projektil mase 12 kg ispaljen je početnom brzinom 150 m/s pod kutem 60° u odnosu na horitontalu. U trenutku kada je došao na najvišu točku putanje, projektil je eksplodirao i razdvojio se na dva dijela pri čemu je masa jednog dijela tri puta veća od mase drugog dijela. Oba dijela padnu na zemlju u istom trenutku. Dio veće mase padne na isto mjesto sa kojeg je ispaljen projektil.

a) Na koju udaljenost od mjesta sa kojeg je ispaljen projektil će pasti dio manje mase?
b) Koliko se energije oslobodilo prilikom eksplozije?

Otpor zraka je zanemariv.

3. zadatak (20 bodova)

Sa vrha kosine nagiba $\alpha = 30°$ bačeno je malo tijelo početnom brzinom v_0 u horizontalnom smjeru. Tijelo padne na kosinu na udaljenosti s_1 od točke iz koje je izbačeno te se odbije od kosine. Tijelo sljedeći put padne na kosinu na udaljenosti s_2 od točke na koju je prvi puta palo na kosinu. Nađite omjer duljina s_1/s_2. Pretpostavite da su sudari sa kosinom savršeno elastični te da je otpor zraka zanemariv.



4. zadatak (16 bodova)

Gravitacijska sila Mjeseca utječe na ubrzanje tijela koja slobodno padaju u blizini površine Zemlje. Nađite omjer razlike ubrzanja tijela blizu površine Zemlje između točke na Zemljinoj površini koja je najudaljenija od Mjeseca i točke na Zemljinoj površini koja je najbliža Mjesecu te gravitacijskog ubrzanja Zemlje. Zadane su sljedeće veličine: masa Zemlje je $5.98 \cdot 10^{24}$ kg, masa Mjeseca je $7.36 \cdot 10^{22}$ kg, radijus Zemlje je $6.37 \cdot 10^{6}$ m, udaljenost Mjeseca od Zemlje je $3.84 \cdot 10^{8}$ m.

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Srednje škole – 1. grupa

Određivanje frekvencije vrtnje

Pribor:
Uteg(matica vijka)
Ravnalo
Elektromotor(miješalica) – mješalica za cappuccino
Stativ
Klema

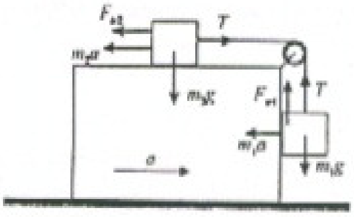
Zadatak:
a) Odredite frekvenciju vrtnje elektromotora
b) Odredite broj okretaja u minuti

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Srednje škole – 1. grupa – rješenja

1. zadatak (16 bodova)



S obzirom da tijela 1 i 2 miruju u odnosu na tijelo A, prema drugom Newtonovom zakonu vrijedi:

$$m_1 g = T + F_{e1}$$
$$m_2 a + F_{e2} = T \qquad (4)$$

Sila trenja na tijela 1 i 2 je jednaka:

$$F_{e1} = \mu m_1 a$$
$$F_{e2} = \mu m_2 g \qquad (4)$$

Uvrštavanjem u prve dvije jednadžbe:

$$m_1 g = T + \mu m_1 a$$
$$m_2 a + \mu m_2 g = T$$

Oduzimanjem druge jednadžbe od prve dobije se:

$$m_1 g - m_2 a - \mu m_2 g = \mu m_1 a$$
$$(\mu m_1 + m_2) a = (m_1 - \mu m_2) g$$
$$a = \frac{m_1 - \mu m_2}{\mu m_1 + m_2} g \qquad (6)$$

Uvrštavanjem $m_1 : m_2 = 1:2$, odnosno $m_2 = 2m_1$ dobije se:

$$a = \frac{1-2\mu}{\mu + 2} g$$
$$a = 3.19\ \text{m/s}^2 \qquad (2)$$

2. zadatak (18 bodova)

Mase prvog i drugog dijela su jednake:

$$\left.\begin{aligned} m_1 + m_2 &= 12\ \text{kg} \\ m_1 &= 3m_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow m_1 = 9\ \text{kg},\ m_2 = 3\ \text{kg} \qquad (1)$$

Komponente brzine projektila neposredno nakon ispaljivanja su jednake:

$$v_{0x} = \frac{1}{2} v_0 = 75\ \text{m/s}$$
$$v_{0y} = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 = 129.9\ \text{m/s} \qquad (2)$$

Vrijeme potrebno da projektil dođe na najvišu točku putanje iznosi:

$$v = v_{0y} - gt$$

$$0 = v_{0y} - gt \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{\sqrt{3}v_0}{2g} = 13.24 \text{ s} \qquad (3)$$

Horizontalna udaljenost koju prijeđe projektil je jednaka:

$$x = v_{0x}t$$

$$d_1 = \frac{\sqrt{3}v_0^2}{4g} = 993 \text{ m} \qquad (3)$$

Oba dijela će pasti u istom trenutku na zemlju što znači da su im brzine nakon eksplozije u horizontalnom smjeru. S obzirom da će dio veće mase pasti na isto mjesto iz kojeg je ispaljen projektil, njegova brzina nakon eksplozije bit će jednakog iznosa i suprotnog smjera brzini projektila prije eksplozije. Brzinu drugog komada nakon eksplozije izračunamo iz zakona očuvanja količine gibanja:

$$mv_{0x} = -m_1 v_{0x} + m_2 v_2$$

$$v_2 = \frac{(m + m_1)v_{0x}}{m_2} = \frac{7}{2}v_0 = 525 \text{ m/s} \qquad (3)$$

Udaljenost od mjesta sa kojeg je ispaljen projektil na koju padne komad manje mase je jednaka:

$$d_2 = d_1 + v_2 t = \frac{2\sqrt{3}v_0^2}{g} = 7945 \text{ m} \qquad (3)$$

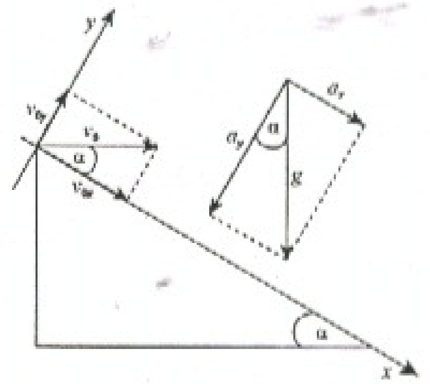
Energiju oslobođenu prilikom eksplozije izračunamo iz zakona očuvanja energije:

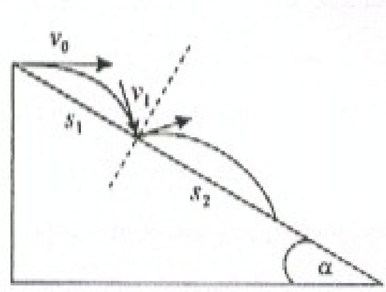
$$\Delta E = E_{poslije} - E_{prije}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 - \frac{1}{2}mv_{0x}^2$$

$$\Delta E = \frac{3}{2}mv_0^2 = 405 \text{ kJ} \qquad (3)$$

3. zadatak (20 bodova)





Postavimo koordinatni sustav tako da je x os paralelna kosini, a y os okomita na kosinu. Rastavimo početnu brzinu i gravitacijsko ubrzanje na x i y komponentu.

$$v_{0x} = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 \qquad v_{0y} = \frac{1}{2}v_0 \qquad (1)$$

$$a_x = \frac{1}{2} g \qquad a_y = -\frac{\sqrt{3}}{2} g \tag{1}$$

Jednadžbe gibanja kuglice u x i y smjeru glase:

$$x(t) = v_{0x}t + \frac{a_x}{2}t^2 \qquad y(t) = v_{0y}t + \frac{a_y}{2}t^2 \tag{2}$$

$$v_x(t) = v_{0x} + a_x t \qquad v_y(t) = v_{0y} + a_y t \tag{2}$$

Ili nakon uvrštavanja:

$$x(t) = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 t + \frac{1}{4}gt^2 \qquad y(t) = \frac{1}{2}v_0 t - \frac{\sqrt{3}}{4}gt^2$$

$$v_x(t) = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 + \frac{1}{2}gt \qquad v_y(t) = \frac{1}{2}v_0 - \frac{\sqrt{3}}{2}gt$$

Vrijeme t_1 kada kuglica prvi puta padne na kosinu dobijemo iz uvjeta $y(t_1) = 0$:

$$y(t_1) = 0 = \frac{1}{2}v_0 t_1 - \frac{\sqrt{3}}{4}gt_1^2 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{v_0}{g} \tag{2}$$

Udaljenost s_1 je prema tome jednaka:

$$s_1 = x(t_1) = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 t_1 + \frac{1}{4}gt_1^2 = \frac{4}{3}\frac{v_0^2}{g} \tag{2}$$

Komponente brzine kuglice u trenutku kada prvi put padne na kosinu su jednake:

$$v_{1x} = v_x(t_1) = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 + \frac{1}{2}gt_1 = \frac{5\sqrt{3}}{6}v_0 \qquad v_{1y} = v_y(t_1) = \frac{1}{2}v_0 - \frac{\sqrt{3}}{2}gt_1 = -\frac{1}{2}v_0 \tag{2}$$

Iz slike se može vidjeti da će komponente početne brzine za gibanje kuglice nakon što prvi put odskoči od kosine iznositi:

$$v_{0x} = v_{1x} \qquad v_{0y} = -v_{1y} \tag{1}$$

Jednadžbe gibanja za ovo gibanje glase:

$$x(t) = v_{1x}t + \frac{a_x}{2}t^2 \qquad y(t) = v_{1y}t + \frac{a_y}{2}t^2 \tag{2}$$

Odnosno, nakon uvrštavanja početnih brzina i akceleracija:

$$x(t) = \frac{5\sqrt{3}}{6}v_0 t + \frac{1}{4}gt^2 \qquad y(t) = \frac{1}{2}v_0 t - \frac{\sqrt{3}}{4}gt^2$$

Trenutak t_2 u kojem kuglica drugi put padne na kosinu odredimo iz uvjeta $y(t_2) = 0$

$$y(t_2) = 0 = \frac{1}{2}v_0 t_2 - \frac{\sqrt{3}}{4}gt_2^2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{v_0}{g} \tag{2}$$

Udaljenost s_2 je prema tome jednaka:

$$s_2 = x(t_2) = \frac{5\sqrt{3}}{6}v_0 t_2 + \frac{1}{4}gt_2^2 = 2\frac{v_0^2}{g} \tag{2}$$

Prema tome traženi omjer je:

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{\frac{4}{3}\frac{v_0^2}{g}}{2\frac{v_0^2}{g}} = \frac{2}{3} \tag{1}$$

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

4. zadatak (16 bodova)

Ubrzanje tijela na točkama A i B iznosi:

$$g_A = \frac{GM_Z}{R^2} - \frac{GM_M}{(d-R)^2} \qquad (2)$$

$$g_B = \frac{GM_Z}{R^2} + \frac{GM_M}{(d+R)^2} \qquad (2)$$

Razlika ubrzanja je jednaka:

$$\Delta g = g_B - g_A = GM_M\left(\frac{1}{(d+R)^2} + \frac{1}{(d-R)^2}\right)$$

$$\Delta g = 2GM_M\frac{d^2+R^2}{(d^2-R^2)^2} \qquad (4)$$

Gravitacijsko ubrzanje Zemlje iznosi:

$$g = \frac{GM_Z}{R^2} \qquad (2)$$

Traženi omjer je:

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{2GM_M\dfrac{d^2+R^2}{(d^2-R^2)^2}}{\dfrac{GM_Z}{R^2}}$$

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{2M_M}{M_Z}\frac{R^2}{d^2}\frac{\left(1+\dfrac{R^2}{d^2}\right)}{\left(1-\dfrac{R^2}{d^2}\right)^2} \qquad (4)$$

$$\frac{\Delta g}{g} = 6.78\cdot 10^{-6} \qquad (2)$$

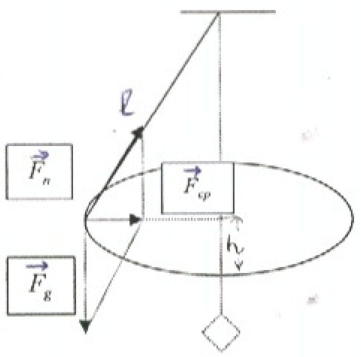
DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Srednje škole – 1. grupa
Eksperimentalni zadatak - rješenje

Postupak i rješenje:

Izmjeri se duljina niti na kojoj je ovješena matica l .
Mješalica se učvrsti na stativ i uključi se motor.Pričeka se dok se ne uspostavi jednoliko kružno gibanje.
Izmjeri se visina na koju se podigne matica h.

Skica:



Na tijelo(maticu) djeluju sila napetosti niti i sila teža.Njihova rezultanta ima ulogu centripetalne sile.
Iz sličnosti trokuta slijedi:

$\frac{F_{cp}}{F_g} = \frac{r}{l-h}$ dalje vrijedi $F_{cp} = F_g \frac{r}{l-h}$

$$F_{cp} = \frac{mv^2}{r} = 4mr\pi^2 f^2$$

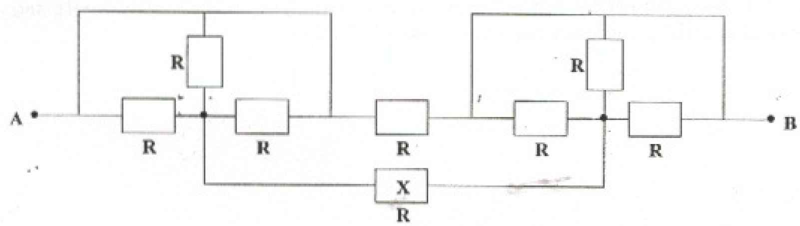
$4mr\pi^2 f^2 = mg\frac{r}{l-h}$ odakle slijedi izraz za frekvenciju vrtnje

$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l-h}}$, dakle mjerenjem duljine niti l i visine na koju se podigne matica h možemo odrediti f .

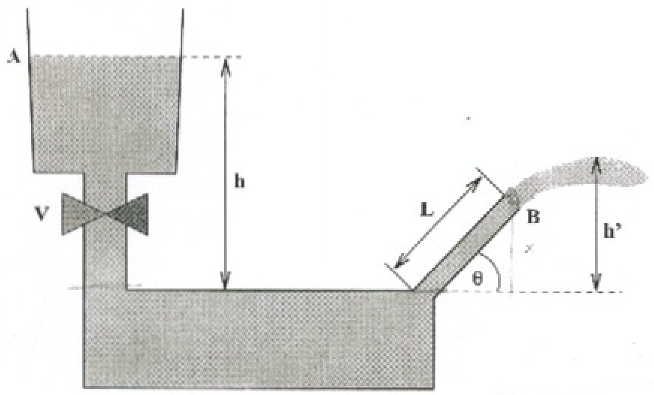
DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE, SŠ – 2. grupa

11.05.2007.

1. (17 bodova) a) Izračunajte ekvivalentni otpor električnog kruga prikazanog na slici (R=24 kΩ). Otpor žica zanemarite.
b) Ako je napon između točaka A i B jednak U= 40 V, izračunajte kolika struja teče kroz otpornik označen s X.
c) Ako se otpornik X zamijeni kondenzatorom, koliki će biti novi ekvivalentni otpor čitavog kruga (za istosmjernu struju)? Ako je kapacitet kondenzatora C= 3 μF, a napon među točkama A i B i dalje V= 40 V, koliki će se naboj inducirati na njegovim pločama?



2. (18 bodova) Između dvije posude s vodom nalazi se ventil "V" kao na slici. Po otvaranju ventila, voda počinje mlazom isticati iz sistema kroz tanku cjevčicu na desnoj strani. Koju će maksimalnu visinu h' dosizati mlaz vode? Zadano je: h= 1 m, L= 0.4 m, θ= 30°. Površina posude u točki A puno je veća od površine u točki B.



3. (18 bodova) Vrlo uzak i vremenski stalan snop protona ubrzan je razlikom potencijala od 1000 kV i usmjeren na debelu metu na kojoj se u potpunosti zaustavlja. Jakost struje snopa protona jednaka je 1 μA. Izračunajte:
a) broj protona koji u svakoj sekundi udaraju u metu;
b) snagu koja se pri zaustavljanju protona pretvara u toplinu;
c) prosječan razmak između dva protona u snopu na kraju ubrzavanja i električni potencijal među njima. Diskutirajte utjecaj električnog odbijanja čestica unutar snopa na njegovu fokusiranost.
Masa protona je $1.67 \cdot 10^{-27}$ kg.

4. (17 bodova) Nedavnim je mjerenjima pokazano da ponajbolji profesionalni nogometaši loptu udaraju brzinom od 140 km/h. Tako udarenoj lopti nakon što preleti 20 m brzina padne na 122 km/h. Pretpostavite da je početna temperatura zraka 20°, a tlak 1 atmosfera (101325 Pa). Nađite promjenu temperature zraka kroz koji lopta prolijeće. Pretpostavite nadalje da do te promjene dolazi samo unutar cilindra zraka definiranog presjekom lopte promjera 22 cm, te da se temperatura same lopte ne mijenja. Masa lopte je 0.45 kg. Pretpostavite nadalje da je molarni specifični toplinski kapacitet zraka $C_p = 7R/2$.

II.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE, **PRIMOŠTEN 2007**

EKSPERIMENTALNI ZADATAK - 2. GRUPA

Gustoća

Zadatak

Pomoću priloženog pribora treba izmjeriti nepoznatu **gustoću tijela i gustoću otopine**.

Pribor

- Čaša s vodom ($\rho_v = 1000\ \mathrm{kgm^{-3}}$)
- Čaša s otopinom nepoznate gustoće
- Ravnalo s mjernom skalom
- Tijelo nepoznate gustoće (gumica)
- Konac
- Drveni štapić duljine 20 cm

Zadaci

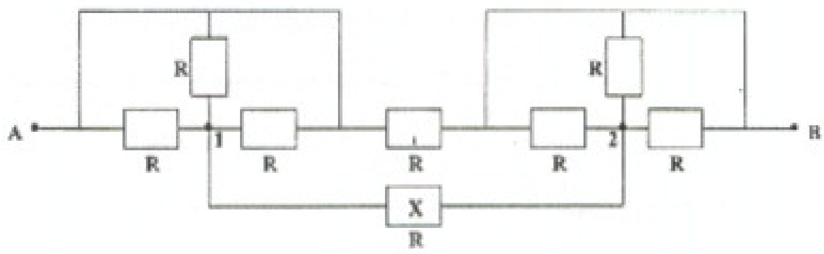
- Teorijski obrazložiti postupak mjerenja, izvesti odgovarajuće teorijske formule, definirati koje veličine i kako je potrebno mjeriti te skicirati postupak mjerenja (14 bodova)
- Napraviti barem 5 mjerenja odgovarajućih veličina, te za svako mjerenje odrediti gustoću gumice i podatke prikazati tabelarno (6 bodova)
- Odrediti srednju vrijednost gustoće gumice (2 boda)
- Napraviti barem 5 mjerenja odgovarajućih veličina, te za svako mjerenje odrediti gustoću nepoznate otopine i podatke prikazati tabelarno (6 bodova)
- Odrediti srednju vrijednost gustoće nepoznate otopine (2 boda)

Ukupno : 30 bodova

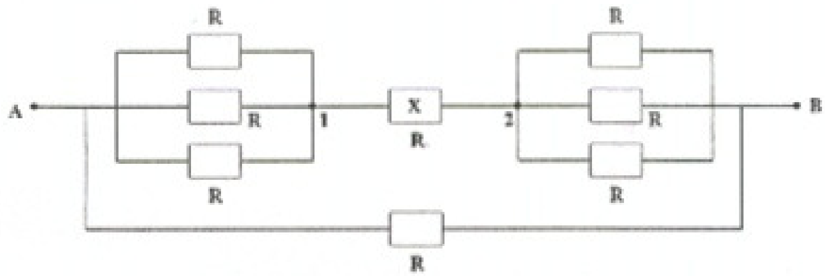
DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE , 1 SŠ- 2 grupa

11.05.2007.

1. **a)** Označimo točke "1" i "2" kao na slici.



Ekvivalentna shema kruga dana je tada na sljedećoj slici (**4 boda**).



Ekvivalentni otpor se jednostavano nalazi kao:

$$R_{\text{gornja grana}} = \left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+\frac{1}{R}\right)^{-1} + R + \left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+\frac{1}{R}\right)^{-1} = \frac{R}{3}+R+\frac{R}{3} = \frac{5}{3}R = 40\ \text{k}\Omega \quad , (1)$$

$$R_e = \left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R_{\text{gornja grana}}}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{R}+\frac{3}{5R}\right)^{-1} = \frac{5R}{8} = 15\ \text{k}\Omega \quad \textbf{(4 boda)}. \qquad (2)$$

b) Struja kroz gornju granu dana je s

$$I_{\text{gornja grana}} = \frac{U}{R_{\text{gornja grana}}} = \frac{40}{40000} = 0.001\ \text{A} = 1\ \text{mA} \quad \textbf{(3 boda)}. \qquad (3)$$

c) Stavimo li na mjesto X kondenzator, nakon kratkog prijelaznog razdoblja (u kojem se kondenzator nabija) struja neće teći kroz gornju granu (**2 boda**). Ekvivalentan otpor za istosmjernu struju jednak je tada otporu donje grane, tj. $R_e = R = 24\ \text{k}\Omega$ (**1 bod**). Na otporima u gornjoj grani neće biti pada napona, pa će napon na kondezatoru odgovarati naponu između točaka A i B, tj. $U = 40$ V (**1 bod**). Naboj na pločama kondenzatora računamo tada iz:

$$Q = CU = 3\cdot10^{-6}\cdot40 = 120\cdot10^{-6}\ \text{C} = 120\ \mu\text{C} \quad \text{(2 boda)}. \qquad (4)$$

2. Primijenimo Bernoullijev zakon (**1 bod**) na točke A i B:

$$p_A + \frac{1}{2}\rho_v v_A^2 + \rho_v g h = p_B + \frac{1}{2}\rho_v v_B^2 + \rho_v g L \sin\theta \quad \textbf{(4 boda)}. \tag{5}$$

Zbog činjenice da je površina posude u točki A puno veća od površine u točki B, zaključujemo da je $v_a \approx 0$ m/s (**1 bod**). Nadalje:

$$p_A = p_B = p(\text{atmosferski}) \quad \textbf{(1 bod)}. \tag{6}$$

Izraz (5) vodi tada na:

$$\frac{1}{2}\rho_v v_B^2 = \rho_v g(h - L\sin\theta) \quad , \tag{7}$$

$$v_B = \sqrt{2g(h - L\sin\theta)} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot (1 - 0.4 \cdot \sin 30^\circ)} = 3.96 \text{ m/s} \quad \textbf{(4 boda)}. \tag{8}$$

Vertikalna komponenta te brzine je:

$$V_{B_y} = v_B \cdot \sin\theta = 2.98 \text{ m/s} \quad \textbf{(3 boda)}. \tag{9}$$

Maksimalna visina h' dana je tada s:

$$h' = \frac{v^2}{2g} = 0.45 \text{ m} \quad \textbf{(4 boda)}. \tag{10}$$

3. a) Ako s q označimo naboj protona, broj protona koji u jedinici vremena udaraju u metu dan je s:

$$\frac{N}{T} = \frac{I}{q} = \frac{10^{-6}}{1.6 \cdot 10^{-19}} = 6.25 \cdot 10^{12} \text{ protona/s} \quad \textbf{(4 boda)}. \tag{11}$$

b) Svaki proton pri zaustavljanju u meti ostavlja energiju:

$$E = qU = 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6 = 1.6 \cdot 10^{-13} \text{ J} \quad \textbf{(2 boda)}. \tag{12}$$

Ukupnu energiju deponiranu u meti u jednoj sekundi dobivamo množeći izraze (11) i (12):

$$P = 6.25 \cdot 10^{12} \cdot 1.6 \cdot 10^{-13} = 1 \text{ J} \quad \textbf{(2 boda)}. \tag{13}$$

Alternativno, ta se snaga može dobiti množenjem napona ubrzavanja i struje snopa:

$$P = 1000 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6} = 1 \text{ J} \quad \textbf{(4 boda)}. \tag{14}$$

c) Brzinu ubrzanih protona v računamo iz:

$$qU = \frac{mv^2}{2} \quad \textbf{(2 boda)}, \tag{15}$$

gdje je m masa protona, a U napon ubrzavanja. Dobivamo:

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 1000 \cdot 10^3}{1.67 \cdot 10^{-27}}} = 1.38 \cdot 10^7 \text{ m/s} \quad \textbf{(2 boda)}. \tag{16}$$

Brzina v je dvadesetak puta manja od brzine svjetlosti što opravdava upotrebu neralativističkih izraza. Vrijeme izmeđprolazaka protona kraj fiksne točke računamo kao recipročnu vrijednost rezultata dobivenog u dijelu a):

$$T = 6.25 \cdot 10^{12^{-1}} = 1.6 \cdot 10^{-13} \text{ s} \quad \textbf{(2 boda).} \tag{17}$$

Razmak izmedu susjednih protona u snopu dana je s:

$$d = v \cdot T = 1.38 \cdot 10^{7} \cdot 1.6 \cdot 10^{-13} = 2.21 \cdot 10^{-6} \text{ m} == 2.21 \ \mu\text{m} \quad \textbf{(2 boda).} \tag{18}$$

Potencijal koji osjeća jedan proton od svog susjeda jednak je:

$$V = \frac{kq}{d} = \frac{9 \cdot 10^{9} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{2.21 \cdot 10^{-6}} = 6.5 \cdot 10^{-4} \text{ V} \quad \textbf{(2 boda).} \tag{19}$$

U usporedbi s naponom ubrzavanja (1 MV), dobivena vrijednost je posve zanemariva.

4. Lopta mase m pri usporavanju s početne brzine v_p na konačnu brzinu v_k gubi energiju:

$$\frac{1}{2}mv_p^2 - \frac{1}{2}mv_k^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.45 \left[\left(\frac{140}{3.6} \right)^2 - \left(\frac{125}{3.6} \right)^2 \right] = 69.0 \text{ J} \quad \textbf{(3 boda).} \tag{20}$$

Volumen zraka kroz koji prolazi lopta je:

$$V = \pi r^2 d = 3.14 \cdot 0.11^2 \cdot 20 = 0.76 \text{ m}^3 \quad \textbf{(3 boda).} \tag{21}$$

Zrak je u prvoj aproksimaciji idealan plin (1 bod), pa gornjem volumenu odgovara količina:

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{101325 \cdot 0.76}{8.314 \cdot 293} = 31.6 \text{ mol} \quad \textbf{(3 boda).} \tag{22}$$

Zrak apsorbira energija prema izrazu:

$$Q = nC_p \Delta T \qquad \textbf{(3 boda),} \tag{23}$$

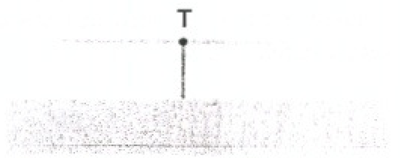
pa dobivamo:

$$\Delta T = \frac{Q}{nC_p} = \frac{69.0}{31.6 \cdot 7/2 \cdot 8.314} = 0.075°\text{C} \quad \textbf{(4 boda).} \tag{24}$$

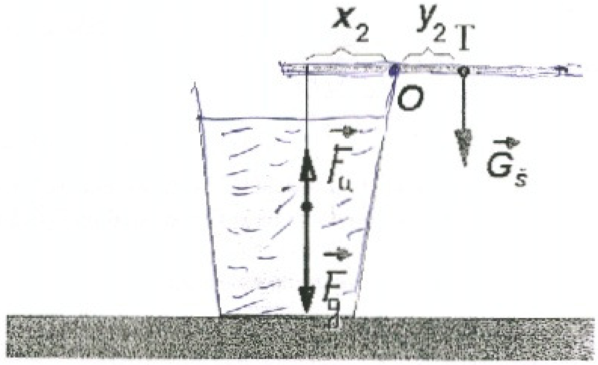
Zaključujemo da je zagrijavanje zraka zanemariv efekt pri ovom fenomenu...

Rješenje eksperimentalnog zadatka - 2. grupa (2007.)

a) gustoća gumice ρ_t



Sl. 1



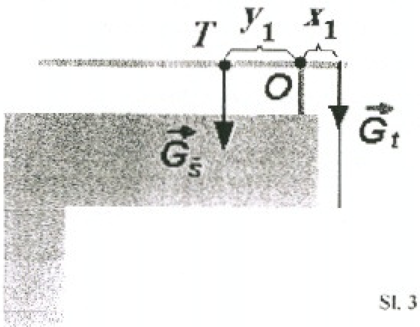
Sl. 2

Najprije jednostavnim pokusom odredimo i zabilježimo položaj težišta štapa T (potražimo gdje treba poduprijeti štap da bude uravnoteži, kao što je prikazano na Sl. 1.).
Zatim, pomoću konca gumicu objesimo na drveni štap. Gustoću gumice odredit ćemo uravnoteživanjem štapa, dok je gumica uronjena u vodu (Sl. 2.), gdje na nju djeluje sila teža F_g i sila uzgona F_u. Kao oslonac poslužit će nam rub posude s vodom. Izmjerimo udaljenosti objesišta gumice x_2 i težišta štapa y_2 od oslonca O dok je štap u ravnoteži.
Prema zakonu poluge je:

$$(F_g - F_u)x_2 = G_š y_2 \quad \Rightarrow \quad (m_t g - \rho_v g V)x_2 = m_š g y_2 \tag{1}$$

(4 boda)

Ovdje je $G_š$ težina štapa, ρ_v = 1000 kgm^{-3} gustoća vode, g = 9.81 ms^{-2} akceleracija slobodnog pada, m_t masa gumice, $m_š$ masa štapa, a V volumen gumice, no njega nije potrebno određivati.



Sl. 3

Budući da masa štapa $m_š$ nije poznata, objesimo gumicu opet na jedan kraj štapa i uravnotežimo štap u zraku (Sl. 3) Pri tome nam kao oslonac može poslužiti ravnalo koje pridržavamo jednom rukom. Zabilježimo udaljenosti objesišta gumice x_1 i težišta štapa y_1 od oslonca O. Sada možemo jednostavno pomoću zakona poluge izraziti masu štapa $m_š$:

$$G_t x_1 = G_š y_1 \quad \Rightarrow \quad m_t g x_1 = m_š g y_1 \quad \Rightarrow \quad m_š = m_t \frac{x_1}{y_1}. \tag{2}$$

gdje su G_t i $G_š$ težina gumice i štapa u zraku.

(4 boda)

Uvrštavanjem mase štapa m_s iz (2) u jednadžbu (1), dijeljenjem sa V i sređivanjem dobije se konačno gustoća gumice:

$$\rho_t = \frac{\rho_v}{1 - \dfrac{x_1 y_2}{x_2 y_1}}. \qquad (3)$$

(6 bodova)

Variranjem položaja objesišta gumice na štapu možemo mijenjati uvjete mjerenja i time dobiti različita mjerenja te izračunati srednju vrijednost gustoće gumice $\overline{\rho}_t$.

Podatke prikažemo tabelarno:

Br. mjer.	x_1 (cm)	y_1 (cm)	x_2 (cm)	y_2 (cm)	ρ_t (kgm^{-3})
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
Prosječna gustoća gumice $\overline{\rho}_t$ =					

(8 bodova)

b) gustoća nepoznate otopine ρ_{no}

Sada kad smo odredili gustoću gumice, mjerenja gustoće nepoznate otopine $\overline{\rho}_{no}$ izvršit ćemo na isti način kao što je opisano u prethodnom pokusu, uranjanjem gumice obješene na štap u nepoznatu otopinu. Iz jednadžbe (3) odredit ćemo gustoću nepoznate tekućine:

$$\rho_{no} = \overline{\rho}_t \left(1 - \frac{x_1 y_2}{x_2 y_1}\right). \qquad (4)$$

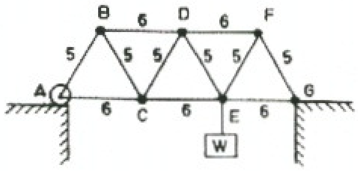
(8 bodova)

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

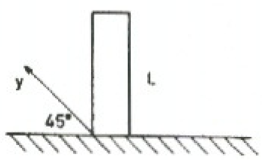
Srednje škole – 3. grupa

1. zadatak (17 bodova)
U mostu prikazanom na slici, sve dijagonalne šipke duljine su 5 m, a horizontalne 6 m. Svi vezni zglobovi su idealni (bez trenja).

a) Koje šipke možemo zamijeniti užetom?
b) Nađi sile u šipkama BD i DE.

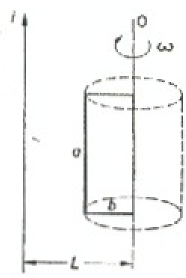


2. zadatak (18 bodova)
Uspravnom štapu mase 5 kg i duljine 1m dan je impuls prema gore u njegovoj bazi, usmjeren pod kutom od 45° prema horizontali. Štap zbog primljenog impulsa poleti. Koje vrijednosti bi trebao imati impuls da štap ponovo sleti vertikalno (tj. na kraj u kome je impuls primljen)?



3. zadatak (17 bodova)
Beskonačno dugim vodičem, koji je postavljen u vertikalnom smjeru, teče struja od 5 A prema gore. U blizini vodiča rotira pravokutna petlja od vodljivog materijala otpora 10 Ω/m (po jedinici dužine). Dimenzije petlje su: $a = 0.5$ m, $b = 0.25$ m. Os rotacije je paralelna s vodičem i nalazi se na udaljenosti $L = 0.5$ m od vodiča. Kutna brzina rotacije petlje je 9 rad/s .

a) Odredi induciranu struju u petlji ovisno o otklonu (kut φ) iz početnog položaja.
b) Odredi položaj u kojem će struja biti minimalna.



4. zadatak (18 bodova)
Marlena je zaigrana djevojčica koja u svakoj igri pronalazi primjenu osnovnih zakona fizike. Ovaj put stavila je „ping-pong" lopticu na gumenu membranu koja je pričvršćena za jednostavan harmonički oscilator-maleni zvučnik koji ispušta zvuk frekvencije 500 Hz. Uspjela je izmjeriti da loptica odskakuje na visinu od 3 mm iznad ravnotežnog položaja membrane. No, ima poteškoća s određivanjem amplitude titranja membrane. Možeš li joj pomoći?

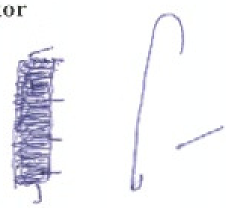
DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Srednje škole – 3. grupa

Spiralna opruga kao oscilator

Pribor: -spiralna opruga s više zavoja
-utezi različitih masa (masa jednog poznata)
-zaporni sat
-stalak s odgovarajućim priborom



Zadatak:

Uporabom <u>isključivo</u> priloženih sredstava treba:

a) Utvrditi ovisnost konstante elastičnosti (k) o broju zavoja opruge (N) i načiniti k,N graf.................8 bodova

b) Utvrditi ovisnost frekvencije (f) o broju zavoja i načiniti f, N graf ......6 bodova

c) Odrediti mase nepoznatih utega i prikazati rezultate u f, m grafu.........6 boda

d) Sve rezultate prikazati tablično i ukratko objasniti fizikalnu osnovu rješavanja zadatka................10 bodova

---

Ukupno: ....30 bodova

* Nije potreban račun pogreške, ali pojedina mjerenja treba učiniti više puta radi moguće grube pogreške.

Želimo puno uspjeha u rješavanju!

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Srednje škole – 3. grupa - rješenja

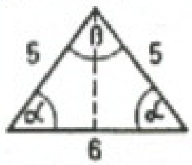
1. zadatak (17 bodova)

Užetom možemo zamijeniti samo one šipke u kojima sila napetosti djeluje tako da rasteže šipku. Na krajevima podloga djeluje vertikalno na točke A i G silama $\frac{1}{3}W$ i $\frac{2}{3}W$.

(Označimo sile podloge na točke A i G s F_1 i F_2. Iz slike je očito da vrijedi

$F_1 + F_2 = W$, $F_1 \cdot 12\,\mathrm{m} = F_2 \cdot 6\,\mathrm{m}$. Odnosno, $F_1 = \frac{1}{3}W, F_2 = \frac{2}{3}W$.) [2 boda]

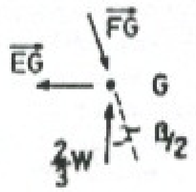
Postupno ćemo pronalaziti smjerove sila u pojedinim šipkama iz zahtjeva da se sile na svaki zglob dokidaju.



$$\sin\frac{\beta}{2} = \frac{3}{5}$$
$$\cos\frac{\beta}{2} = \frac{4}{5}.$$
[2 boda]

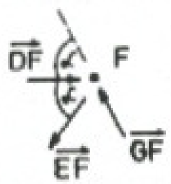
Točka G: (SILE NA ZGLOB):

$$\left|\vec{FG}\right|\cos\frac{\beta}{2} = \frac{2}{3}W,$$
$$\left|\vec{FG}\right|\sin\frac{\beta}{2} = \left|\vec{EG}\right|,$$
$$\left|\vec{FG}\right| = \frac{5}{6}W,$$
$$\left|\vec{EG}\right| = \frac{1}{2}W.$$
[1 bod]



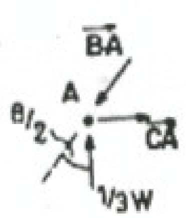
Točka F:

$$\left|\vec{EF}\right| = \left|\vec{GF}\right| = \frac{5}{6}W$$
$$\left|\vec{DF}\right| = \left|\vec{EF}\right|\cos\alpha + \left|\vec{GF}\right|\cos\alpha =$$
$$= \frac{5}{6}W\frac{3}{5} + \frac{5}{6}W\frac{3}{5} = W$$
[1 bod]



Točka A:

$$\left|\vec{BA}\right|\cos\frac{\beta}{2} = \frac{1}{3}W,$$
$$\left|\vec{BA}\right|\sin\frac{\beta}{2} = \left|\vec{EA}\right|,$$
$$\left|\vec{BA}\right| = \frac{5}{12}W,$$
$$\left|\vec{CA}\right| = \frac{1}{4}W.$$
[1 bod]



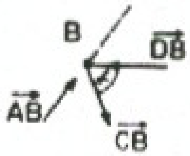
DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Točka *B*:

$$\left|\vec{CB}\right| = \left|\vec{AB}\right| = \frac{5}{12}W$$

$$\left|\vec{DB}\right| = \left|\vec{CB}\right|\cos\alpha + \left|\vec{AB}\right|\cos\alpha = \frac{1}{2}W.$$

[1 bod]



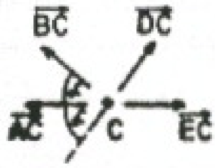
Točka *C*:

$$\left|\vec{DC}\right| = \left|\vec{BC}\right| = \frac{5}{12}W$$

$$\left|\vec{EC}\right| = \left|\vec{AC}\right| + \left|\vec{BC}\right|\cos\alpha + \left|\vec{DC}\right|\cos\alpha =$$

$$= \frac{1}{4}W + \frac{3}{5}\frac{5}{12}W = \frac{3}{4}W.$$

[1 bod]



Točka *D*:

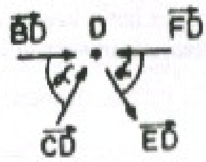
$$\left|\vec{ED}\right| = \left|\vec{CD}\right| = \frac{5}{12}W$$

$$\left|\vec{FD}\right| = W$$

$$\left|\vec{FD}\right| = \left|\vec{BD}\right| + \left|\vec{ED}\right|\cos\alpha + \left|\vec{CD}\right|\cos\alpha =$$

$$= \frac{1}{2}W + 2\frac{3}{5}\frac{5}{12}W = W.$$

[1 bod]



Točka *E*:

$$\left|\vec{FE}\right| = \frac{5}{6}W$$

$$\left|\vec{GE}\right| = \frac{1}{2}W$$

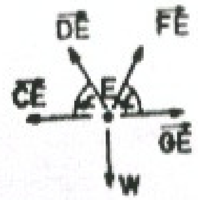
$$W = \left|\vec{DE}\right|\sin\alpha + \left|\vec{FE}\right|\sin\alpha$$

$$\left|\vec{DE}\right| = \frac{W}{\sin\alpha} - \left|\vec{FE}\right| = \frac{5}{4}W - \frac{5}{6}W = \frac{5}{12}W$$

$$\left|\vec{CE}\right| = \left|\vec{GE}\right| + \left|\vec{FE}\right|\cos\alpha - \left|\vec{DE}\right|\cos\alpha =$$

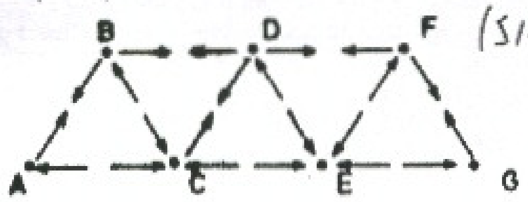
$$= \frac{1}{2}W + \frac{1}{2}W - \frac{1}{4}W = \frac{3}{4}W.$$

[1 bod]



(SILE NA ŠIPKE):

[2 boda]



Iz gornjih sličica očito je da se rastežu šipke: *AC, CE, EG, EF, ED, BC*, te njih možemo zamijeniti užadima. Ove sličice pokazuju smjer sila kojima šipke djeluju na zglob, a sile kojima zglobovi rastežu ili stežu šipke su suprotnog smjera.

Sile u šipkama *BD* i *DE* iznose: $F_{BD}=\frac{1}{2}W$, $F_{DE}=\frac{5}{12}W$. [4 boda]

2. zadatak (18 bodova)

Štap prima linearni impuls $(p\cos 45°)$ prema gore, što zapravo znači da imamo vertikalni hitac s početnom brzinom:

$$v=\frac{p\sin 45°}{m}=\frac{p\sqrt{2}}{2m}.$$ [3 boda]

Vrijeme koje štap provede u zraku je: $t=2\frac{v}{g}=\frac{p\sqrt{2}}{mg}$. [2 boda]

Istovremeno štap primi i zakretni impuls oko svog centra mase, a taj iznosi:

Zakretni impuls$=p\cos 45°\frac{L}{2}=\frac{\sqrt{2}pL}{4}$. [3 boda]

Prema tome imamo superpoziciju dvaju gibanja: vertikalnog hica i vrtnje štapa oko svog centra mase kutnom brzinom ω koju pronalazimo iz:

$$\frac{\sqrt{2}pL}{4}=I\omega.$$ [2 boda]

Moment inercije štapa oko osi koja prolazi njegovim središtem i okomita je na njega je:

$$I=\frac{1}{12}mL^2.$$ [2 boda]

Odavde je:

$$\omega=\frac{\sqrt{2}pL}{4\frac{1}{12}mL^2}=\frac{3p\sqrt{2}}{mL}.$$ [2 boda]

Da bi štap pao na onaj kraj u kojemu je primio impuls, u vremenu t boravka u zraku mora napraviti $2\pi\, n$ okretaja oko svoje osi (n je prirodan broj):

$$2\pi n=\omega t=\frac{3\sqrt{2}p}{mL}\frac{p\sqrt{2}}{mg}=\frac{6p^2}{mLg}.$$ [2 boda]

Iz ovoga dobivamo moguće vrijednosti impulsa p:

$$p=m\sqrt{\frac{\pi gLn}{3}}=16\sqrt{n}$$, gdje je n neki prirodni broj. [2 boda]

3. zadatak (17 bodova)

Očito je da se elektromotorni napon ne inducira u stranicama dužine b, koje su horizontalne. Na naboj djeluje sila u vertikalnom smjeru prema gore ($\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$). Elektromotorni napon će se, dakle, inducirati u stranici dužine a koja rotira. [2 boda]

U svakoj točki te stranice (gledano iz sustava koji rotira zajedno s petljom) postojat će inducirano električno polje:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}=\vec{v}\times\vec{B}=\frac{b\omega\cdot\mu_0 I}{2\pi r}\cdot\sin\gamma\vec{k},$$ [2 boda]

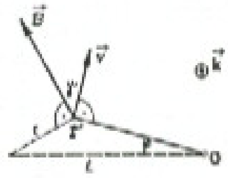
gdje je $r = \sqrt{L^2 + b^2 - 2Lb\cos\varphi}$, a $\quad \gamma = 180 - \gamma' = 180 - \arcsin\left(\frac{L}{r}\sin\varphi\right)$. [2 boda]

Iz toga slijedi:

$$\vec{E} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{ILb\omega\sin\varphi}{L^2 + b^2 - 2Lb\cos\varphi}\vec{k}.$$ [2 boda]

Inducirani elektromotorni napon prema definiciji je:

$$U = E \cdot a = \frac{\mu_0 IaLb\omega\sin\varphi}{2\pi\left(L^2 + b^2 - 2Lb\cos\varphi\right)}.$$ [2 boda]



Slika [2 boda]

Prema tome inducirana struja je:

$$I'(\varphi) = \frac{\mu_0 IaLb\omega\sin\varphi}{4\pi(a+b)R\left(L^2 + b^2 - 2Lb\cos\varphi\right)} = \frac{3\times10^{-8}\cdot\sin\varphi}{(1.25 - \cos\varphi)}.$$

[3 boda]

Očito je da će struja biti najmanja za $\varphi = 0°$, tada je i inducirana struja jednaka nuli.

[2 boda]

4. zadatak (18 bodova)

Neka je A amplituda titranja membrane, a ω kružna frekvencija titranja. Pomak membrane y (u vertikalnom smjeru) je opisan harmonijskim titranjem: $y = A\sin\omega t$. [2 boda]

Brzina v membrane i njeno ubrzanje a dani su jednadžbama:

$$v = A\omega\cos\omega t, \quad a = -A\omega^2\sin\omega t.$$ [2 boda]

Na lopticu djeluje sila teže mg i sila podloge membrane N. Sve sile su usmjerene duž osi y, pa možemo napisati jednadžbu gibanja:

$$ma = N - mg.$$ [2 boda]

Neka je t_0 trenutak kada loptica odskakuje od membrane. U tom trenutku je $N = 0$, i $a = -g$

[2 boda]

Uvrštavanjem dobivamo $-g = -A\omega^2\sin\omega t_0 \quad \Rightarrow \quad \sin\omega t_0 = \frac{g}{A\omega^2}$. [2 boda]

U istom trenutku, visina na kojoj se nalazi loptica (njen pomak) i brzina su:

$$y_0 = A\sin\omega t_0 = \frac{g}{\omega^2}, \quad v_0 = A\omega\cos\omega t_0.$$ [2 boda]

Nakon tog trenutka, loptica odskakuje na dodatnu visinu Δy isključivo pod djelovanjem gravitacijske sile. Zakon očuvanja energije daje nam:

$$mg\Delta y = \frac{mv_0^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \Delta y = \frac{v_0^2}{2g}.$$ [2 boda]

U odnosu na ravnotežni položaj membrane, visina koju postiže loptica je $h = y_0 + \Delta y$, odnosno:

$$h = \frac{g}{w^2} + \frac{\omega^2 A^2\cos^2\omega t_0}{2g} = \frac{g}{w^2} + \frac{\omega^2 A^2\left(1 - \sin^2\omega t_0\right)}{2g} = \frac{g}{2\omega^2} + \frac{A^2\omega^2}{2g}.$$ [2 boda]

Iz toga dolazimo do sljedećeg rezultata za amplitudu titranja membrane:

$$A = \frac{\sqrt{2gh\omega^2 - g^2}}{\omega^2} = \frac{\sqrt{2gh(2\pi f)^2 - g^2}}{(2\pi f)^2} = 0.0772 \text{ mm}.$$ [2 boda]

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Srednje škole – 3. grupa

Eksperimentalni zadatak - rješenje

a) Složiti uređaj prema slici:

Odbroji se određeni broj zavoja opruge (svaki 20. zavoj je obilježen!) i taj dio opruge se koristi kao aktivni dio oscilatora.
Konstantu elastičnosti k za taj dio opruge može se odrediti prema relaciji:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$ ....(1)

m - poznato samo za jedan uteg (100g)
T - izmjeri se zapornim satom. Grafički prikaz u k,N grafu jasno pokazuje ovisnost:

$k \sim \frac{1}{N}$, odnosno: $k_n \cdot N_n = konst.$ ili $\frac{N_n}{N_{n+1}} = \frac{k_{n+1}}{k_n}$

n	N	T/s	$k / \frac{N}{m}$	$k \cdot N / \frac{N}{m}$	$\frac{N_n}{N_{n+1}}$	$\frac{k_{n+1}}{k_n}$
1.	10					
2.	20					
3.	30					

Grafički prikaz je hiperbola. ....8 bodova

b) Mjerni podaci iz a) omogućavaju određivanje frekvencije po istoj relaciji:

$f = \frac{1}{T}$, odnosno $f = \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{k}{m}}$ ....(2)

Eksperimentalni rezultati dobro prate relaciju (2) pa se može utvrditi odnos:

$f \sim \sqrt{\frac{1}{N}}$

Također je vidljiva veza između broja zavoja N i pripadajuće frekvencije:

$\frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{N_2}{N_1}}$ ili $\frac{f_n}{f_{n+1}} = \sqrt{\frac{N_{n+1}}{N_n}}$

f^2, N - graf dan je hiperbolom, tj. $f^2 \cdot N = \text{konst.}$ ....6 bodova

c) Pomoću izraza $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow m = \frac{kT^2}{4\pi^2}$ ....(3)

mogu se odrediti nepoznate mase utega. Za konstantu k uzeti konstantu iz zadatka a).
(Najtočnija je konstanta cijele opruge).

n	T/s	m/kg
1.		
2.		
3.		
.		
.		

$\Rightarrow f \sim \sqrt{\dfrac{1}{m}}$ graf f^2, m je hiperbola .... 6 bodova

d) Teorija je primijenjena već u rješenjima a, b i c.

n	N	T/s	$k / \frac{N}{m}$	f/s^{-1}	$k \cdot N$	$\frac{N_n}{N_{n+1}} \approx \frac{k_{n+1}}{k_n}$	$f^2 \cdot N = C$
1.							
2.							
3.							
4.							
5.							

..............................10 bodova

Rezultati eksperimentalnog zadatka
(Primjer)

Tablica za a) b) i d) zadatak
Masa poznatog utega = 100 g = 0.100 kg

n	N	T/s	$k / \frac{N}{m}$	f/s^{-1}	$k \cdot N$	$\frac{N_n}{N_{n+1}}$	$\frac{k_{n+1}}{k_n}$	$f^2 \cdot N$ =const.
1.	20	0.34	34.33	2.96	686.6	/	/	175
2.	40	0.48	17.16	2.08	686.4	0.50	0.50	173
3.	60	0.58	11.75	1.72	705.0	0.66	0.68	177
4.	80	0.68	8.54	1.47	683.2	0.75	0.73	173
5.	100	0.75	7.02	1.33	702.0	0.80	0.82	177

Tablica za zadatak c)

n	N	$k / \frac{N}{m}$	T/s	m/kg	f/s^{-1}
				poznata	
1.	100	7.02	0.75	0.100	1.33
2.	100	7.02	0.84	0.125	1.19
3.	100	7.02	0.69	0.085	1.45
4.	100	7.02	0.63	0.070	1.58
5.	100	7.02	0.58	0.060	1.72

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow m = \frac{k \cdot T^2}{4\pi^2}$$

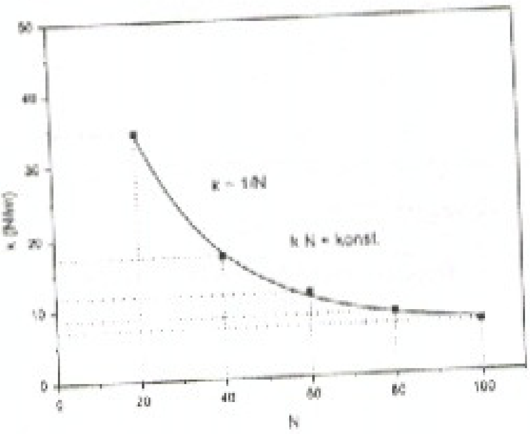
DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA

Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

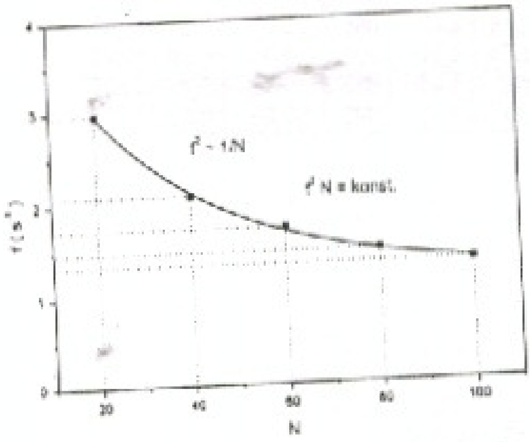
n	$k / \frac{N}{m}$	T/s	f/s^{-1}	m/kg
1.	7.02	0.58	1.72	0.060
2.	7.02	0.85	1.17	0.130
3.	7.02	1.10	0.90	0.215
4.	7.02	1.33	0.75	0.315
5.	7.02	1.57	0.64	0.440

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

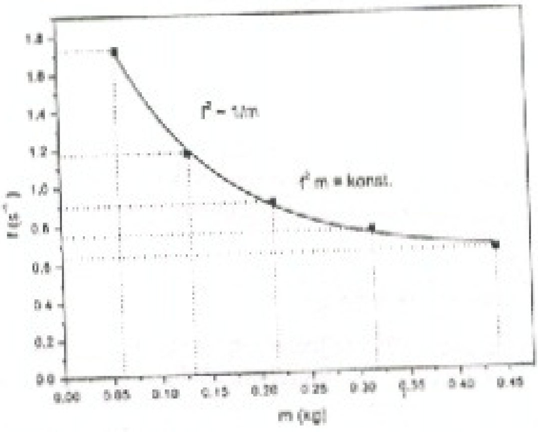
a)



b)



c)



n	m/kg	f/s^{-1}
1.	0.060	1.72
2.	0.130	1.17
3.	0.215	0.90
4.	0.315	0.75
5.	0.440	0.64

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Srednje škole – 4. grupa

1. zadatak (18 bodova)
Indeks loma atmosfere mijenja se s promjenom visine iznad Zemljine površine. Izvedite odnos između indeksa loma n na nekoj visini i kuta između zrake svjetlosti i vertikale na istoj visini. Izvedite izraz za polumjer zakrivljenosti zrake svjetlosti koja se širi u horizontalnom smjeru u blizini Zemljine površine.
Koliki je polumjer zakrivljenosti zrake koja se širi horizontalno u blizini Zemljine površine ako je gradijent indeksa loma u vertikalnom smjeru $-3\cdot10^{-8}\text{m}^{-1}$, a indeks loma atmosfere tu iznosi 1,0003? Za koju vrijednost gradijenta bi zraka svjetlosti kružila oko Zemlje? Polumjer Zemlje je 6380km.
Koja bi se svojstva atmosfere trebala promijeniti da bi zraka ostala zarobljena u atmosferi Zemlje kao što je slučaj kod Venere?

2. zadatak (17 bodova)
Promotrite difrakcijsku rešetku s N jednoliko razmaknutih uskih pukotina međusobno udaljenih d na koju okomito upada svjetlost valne duljine λ. Kolika je kutna širina glavnih difrakcijskih maksimuma? Za to izračunajte kutne položaje minimuma s obiju strana od odabranog glavnog maksimuma koristeći se aproksimacijom malih kutova.
Dokažite i da je ovisnost širine maksimuma o N u skladu sa zakonom očuvanja energije!
Kolika je širina maksimuma prvog reda za rešetku koja ima 5000 pukotina međusobno udaljenih 1,2μm na koju upada svjetlost valne duljine 632nm?

3. zadatak (17 bodova)
Nuzprodukt procesa obogaćivanja urana je i takozvani osiromašeni uran koji sadrži 99,8% izotopa U-238, a osiromašenim se naziva jer je iz smjese izdvojen izotop U-235. Od tog materijala izrađuju zrna za protuoklopne metke čijom uporabom nakon rasprsnuća nastaje fina aerosolna prašina koja je posebno opasna kad uđe unutar organizma putem hrane, vode ili zraka, jer α-čestice nastale raspadom jezgre U-238 unutar organizma mogu prouzročiti nastanak raka, oštećenje živčanog sustava, reproduktivne probleme, itd. Vrijeme poluraspada izotopa U-238 je 4,51 milijarde godina. Jedno zrno prilikom pogotka proizvede 950g radioaktivne prašine "osiromašenog urana". Ona se raširi sve do udaljenosti 100m od mjesta eksplozije, a pretpostavi da na tlo padne jednolikom koncentracijom. Pri padanju nakupi se i na jabuci promjera 10cm. Koliko se α-raspada dnevno dogodi u organizmu nakon pojedene spomenute jabuke? ($u=1{,}66\cdot10^{-27}$kg)
Za koliko godina će se radioaktivnost takve prašine u kontaminiranom području smanjiti na desetinu od početne radioaktivnosti?

4. zadatak (18 bodova)
Za određivanje količine gibanja elektrona u čvrstim tvarima koristi se poništavanje (anihilacija) pozitrona s elektronom. Pozitron ima ista svojstva kao i elektron, osim što mu je naboj pozitivan. Pozitroni visoke energije nastali u radioaktivnim izvorima usmjere se na uzorak u kojem se unutar kratkog vremena uspore na vrlo malene brzine. Prije poništavanja količina gibanja pozitrona zanemariva je naspram količine gibanja elektrona u tvari. Najčešći je ishod poništavanja nastanak dva fotona bliskih energija koja izlijeću u skoro suprotnim smjerovima, a mjerenjem kuta za koji se ti smjerovi razlikuju od 180° izračunava se količina gibanja elektrona koji se poništio s pozitronom. Kolika je količina gibanja i energija (u eV) vodljivog elektrona u litiju prije poništavanja za koje je izmjereno da se smjerovi izlaska fotona nastalih poništavanjem razlikuju za $4{,}29\cdot10^{-3}$rad od 180° te da im se energije razlikuju za 192eV? Masa elektrona: $9{,}11\cdot10^{-31}$kg, naboj elektrona: $-1{,}6\cdot10^{-19}$C, $c=3\cdot10^{8}$m/s.

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

Srednje škole – 4- grupa.

Pribor:
- uzorak (A, B, C, D)
- laser ($\lambda = 650$ nm)
- metarsko mjerilo
- plastelin za učvršćivanje lasera i uzorka
- trokut
- zastor

Zadatak: Uporabom priloženih sredstava treba:
1. Odrediti debljine uzoraka i tablično prikazati mjerene veličine ......14 bodova
2. Opisati postupak određivanja tražene veličine ....10 bodova
3. Provesti račun pogreške
   a) srednju vrijednost ....2 boda
   b) max. relativnu pogrešku ....4 boda

---

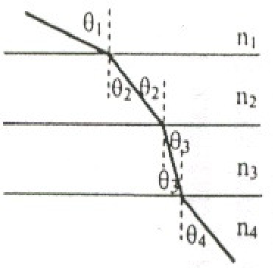
Ukupnjo: ....30 bodova

Natjecateljima želimo uspješan rad!

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.

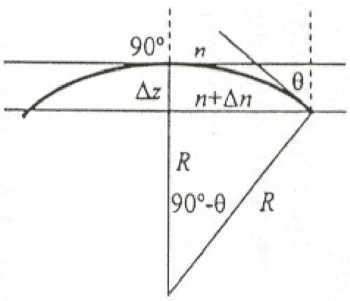
Srednje škole - 4. grupa - rješenja

1. zadatak 1 (18 bodova)



Zakon loma pri prelasku iz područja u područje daje $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$, zatim $\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_3} = \frac{n_3}{n_2}$, pa $\frac{\sin\theta_3}{\sin\theta_4} = \frac{n_4}{n_3}$ i tako dalje, što se može zapisati kao $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 = n_3 \sin\theta_3 = n_4 \sin\theta_4 = ...$

Znači da vrijedi $n_z \sin\theta_z = konst.$ za bilo koju visinu z i kada se indeks loma mijenja kontinuirano. **(4 boda)**



Budući da se promatra horizontalna zraka, to je upadni kut između zrake i okomice na liniju konstantnog indeksa loma n pravi. **(1 bod)**

Kad se zraka spusti za Δz, indeks loma se poveća za iznos Δn. Stoga kut postane θ. Budući da indeks loma pada s porastom visine, zraka je zakrivljena prema dolje.

Gornja relacija daje $n\sin 90° = (n+\Delta n)\sin\theta$. **(3 boda)**

Geometrijom uočavamo $\Delta z = R - R\cos(90° - \theta) = R - R\sin\theta$ nakon čega slijedi $nR = nR - n\Delta z + R\Delta n - \Delta n \Delta z$. **(2 boda)**

Zanemarivanjem $\Delta n \Delta z$ slijedi $R = n\frac{\Delta z}{\Delta n} = \frac{n}{dn/dz}$. **(2 boda)**

Za zadani gradijent i indeks loma je R=3,33·10^{7}m. **(1 bod)**

Da bi zraka ostala kružiti oko Zemlje, trebao bi polumjer njene zakrivljenosti biti jednak polumjeru Zemlje $R=R_z$=6,38·10^{6}m, pa bi trebalo biti dn/dz=1,567·10^{-7}m^{-1}. **(2 boda)**

Budući da indeks loma, a time i njegov gradijent, ovisi o dielektričnoj konstanti zraka koja ovisi o koncentraciji, trebalo bi promijeniti volumnu koncentraciju molekula, ili masu molekula, ili tlak i temperaturu, a može i gravitacijsko ubrzanje pri Zemljinoj površini, dakle sve veličine koje utječu na gradijent koncentracije. **(3 boda)**

2. zadatak (17 bodova)

Glavni difrakcijski maksimum javlja se pod kutom danim jednadžbom $d\sin\theta = k\lambda$. **(2 boda)**

Tada je razlika putova dviju rubnih zraka s rešetke jednaka $Nd\sin\theta = Nk\lambda$. **(1 boda)**

Ako se ta razlika promijeni za $\pm\lambda$, pojavit će se minimum najbliži tom maksimumu jer će se zraci iz svake pukotine pojaviti zraka iz druge polovice rešetke s kojom će se poništiti zbog razlike puta od $\lambda/2$.

Tada je $Nd\sin(\theta \pm \Delta\theta) = Nk\lambda \pm \lambda$, gdje je $\Delta\theta$ kutni razmak od maksimuma do minimuma. **(2 boda)**

Zbog $\Delta\theta << 1$ je $\sin(\theta + \Delta\theta) \approx \sin\theta + \cos\theta \cdot \Delta\theta$. **(1 bod)**

Slijedi $Nd\cos\theta \cdot \Delta\theta = \pm\lambda$, pa je $\Delta\theta = \pm\frac{\lambda}{Nd\cos\theta}$. **(2 boda)**

\- Širina linije je $2\Delta\theta = \frac{2\lambda}{Nd\cos\theta}$ **(1 bod)**

Amplituda svakog maksimuma jednaka je zbroju amplituda valova iz svake pukotine, dakle proporcionalna je s N, pa je intenzitet maksimuma proporcionalan s N^2. Ukupni intenzitet propušten kroz rešetku proporcionalan je s N. Stoga bi širina linija trebala biti proporcionalna s N^{-1} da bi bila očuvana energija. To je dobiveno i računom. **(5 bodova)**

Za zadane veličine je $\cos\theta = \sqrt{1 - \left(\frac{k\lambda}{d}\right)^2}$ = 0,85 pa je $2\Delta\theta$=0,0002478, što je 51 kutnu sekundu.

(3 boda)

3. zadatak (17 bodova)

Masa radioaktivne prašine po jedinici površine na tlu je $\frac{m}{d^2\pi}$=0,03g/m^2. (1 bod)

Na jabuci se nakupi pri padanju $m_U = \frac{m}{d^2\pi}\cdot\left(\frac{2r}{2}\right)^2\pi$=0,235mg radioaktivne prašine. (2 boda)

Pojedenom jabukom unešeno je u organizam $N = m_U/238u$=5,95·10^{17} jezgara U-238. (2 boda)

Ovisnost broja neraspadnutih jezgara o vremenu je $N(t) = N(0)e^{-\lambda t}$. (1 bod)

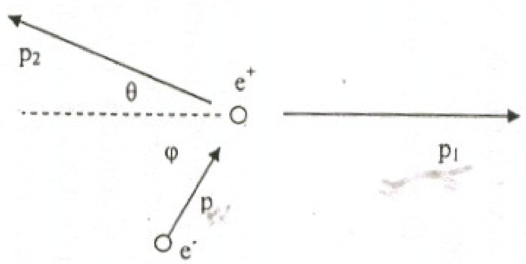
Aktivnost (broj raspada u jedinici vremena) je $A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(0)e^{-\lambda t} = \lambda N(t)$. (2 boda)

Konstanta raspada dobije se iz vremena poluraspada $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$=4,87·10^{-18}s^{-1}. (2 boda)

Zbog tako male konstante raspada teško je izračunati broj raspadnutih jezgara unutar jednog dana kao razliku broja neraspadnutih jezgara na početku dana i na kraju dana koji se razlikuju vrlo malo s obzirom na broj neraspadnutih jezgara, ali je zato tim valjanije računati broj raspadnutih jezgara kao $\Delta N = A\Delta t$ jer je aktivnost gotovo konstantna unutar jednog dana.
$\Delta N = A\Delta t = \lambda N\Delta t$ = 2,897s^{-1}·24h = 250 000 raspada u jednom danu. (4 boda)

Iz $A(t) = A(0)e^{-\lambda t}$ dobije se $t = \frac{\ln(A(0)/A(t))}{\lambda}$=4,73·10^{17}s=15 milijardi godina. (3 boda)

4. zadatak (18 bodova)



Na mirujući pozitron nalijeće elektron količine gibanja p te nakon poništavanja izlijeću dva fotona s količinama gibanja p_1 i p_2 kako je prikazano na slici. (3 boda)
Zakon očuvanja količine gibanja daje
$p\cos\varphi = p_1 - p_2\cos\theta$ (1 bod)
$p\sin\varphi = p_2\sin\theta$ (1 bod)
i zakon očuvanja energije (1 bod)
$m_0c^2 + \sqrt{m_0{}^2c^4 + p^2c^2} = cp_1 + cp_2$.

Izmjerena razlika energija fotona je $\Delta E = cp_2 - cp_1$. (1 bod)
Iz očuvanja količine gibanja izraze se p_1 i p_2 te uvrste u očuvanje energije. Osim toga, iz istih se jednadžbi vidi da je p usporediv s ΔE koji je mnogo manji od m_0c^2=0,511MeV. Nakon svega toga je
$2m_0c = p\cos\varphi + \frac{p\sin\varphi}{\sin\theta}\cos\theta + \frac{p\sin\varphi}{\sin\theta}$. (3 boda)
Zbog θ <<1 ($\cos\theta \approx 1$ i $\sin\theta \approx \theta$) proizlazi $\theta\cdot 2m_0c = 2p\sin\varphi$. (1 bod)
Slijedi da komponenta količine gibanja elektrona okomita na smjer odleta fotona iznosi
$p\sin\varphi = m_0c\theta$=1,17·10^{-24}kgms^{-1}. (2 boda)

Njoj okomita komponenta je $p\cos\varphi = p_1 - p_2\cos\theta \approx p_1 - p_2 = \frac{\Delta E}{c}$ = 1,03·10^{-25}kgms^{-1}. (3 boda)

Odatle je p=1,174·10^{-24}kgms^{-1}, čemu odgovara $E = \frac{p^2}{2m_0}$=7,54·10^{-19}J=4,72eV. (2 boda)

(Ostala rješenja su $\varphi \approx 85°$, $p_1 \approx p_2 \approx m_0c$ = 2,733·10^{-22}kgms^{-1} uz $p_2 - p_1 \approx 10^{-25}$kgms^{-1}, pa proizlazi da su korištene aproksimacije konzistentne.) **(2 boda ako već nije ubrojeno)**

DRŽAVNA SMOTRA I NATJECANJE MLADIH FIZIČARA
Primošten, 10.-13. svibnja 2007.
Srednje škole – 4. grupa
Eksperimentalni zadatak - rješenje

1. Debljine uzoraka = promjeri niti su:
   dA = 0.1 mm = 10^{-4} m
   dB = 0.2 mm = $2 \cdot 10^{-4}$ m
   dC = 0.25 mm = $2.5 \cdot 10^{-4}$ m
   dD = 0.45 mm = $4.5 \cdot 10^{-4}$ m ....2 boda

Tablični prikaz:

uzorak A:

a/m	δ/m	d/m

uzorak B:

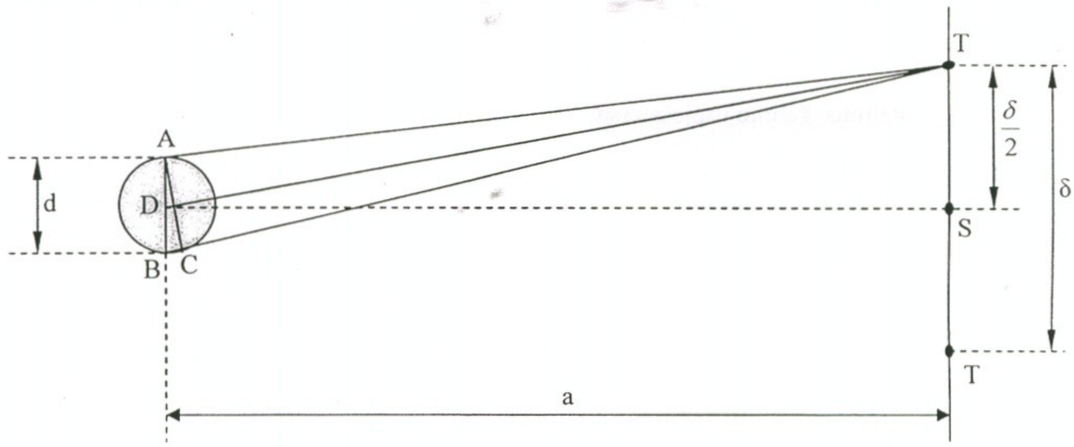
a/m	δ/m	d/m

također C i D

Po svakom tabličnom prikazu – unosu podataka mjerenja je 3 boda, tj. 12 bodova
Ukupno ....14 bodova

2. Pojava koja omogućuje određivanje debljine *d* promjera niti zadanim priborom je ogib ili difrakcija svjetlosti na niti. Postupak se sastoji u tome da na nit okomito usmjerimo laserski snop i na zastoru udaljenom *a* mjerimo razmak između tankih pruga ogiba δ ....2 boda

Koristeći slične trokute Δ ABE i Δ DST uz uvjete da je a >>d i $\overline{DT} \approx \overline{DS}$ iz proporcionalnosti stranica $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DS} : \overline{ST}$



$\overline{BC} = \frac{\lambda}{2}$, $\overline{TS} = \frac{\delta}{2}$ crtež..................4 boda

$d : \frac{\lambda}{2} = a : \frac{\delta}{2}$, $d \cdot \frac{\delta}{2} = a \cdot \frac{\lambda}{2} \to d\delta = a\lambda$, tražena veličina je $d = \frac{a\lambda}{\delta}$ ....4 boda

ukupno..10 bodov

3. a) Da bismo odredili srednju vrijednost potrebno je za pojedini uzorak izvršiti više mjerenja i rezulta prikazati kao srednju vrijednost:

$\overline{d_A} = \frac{d_{1A} + d_{2A} + ... + d_{nA}}{n}$, $\overline{d_B} = \frac{d_{1B} + d_{2B} + ... + d_{nB}}{n}$, $\overline{d_C}$ i $\overline{d_D}$ također na jednaki način .....2 boda

b) Maksimalnu relativnu pogrešku određujemo tako da odredimo max. apsolutnu pogrešku

$\Delta d_{mA} = (\overline{d} - d_n)_A$, $\Delta d_{mB} = (\overline{d} - d_n)_B$, Δd_{mC}, Δd_{mD}

te je $r_{mA} = \frac{\Delta d_{mA}}{\overline{d_A}} \cdot 100\%$, $r_{mB} = \frac{\Delta d_{mB}}{\overline{d_B}} \cdot 100\%$, r_{mC}, r_{mD} ....4 boda

ukupno... 6 bodova